

“华为智联杯”无线程序设计大赛 暨 2024年上海市大学生程序设计竞赛 题目解析（极简版）

A. 无线网络整点栅格统计

对正方形的每个询问顶点 (a, b) ，枚举对角顶点 (c, d) ，可以 $O(1)$ 算出剩下两个顶点的位置，再判断剩下两个顶点是否在区域内即可。复杂度 $O(n^4)$ 。

B. 异或和之和

先考虑没有修改的情况，可以把二进制位拆开，然后对于每一位，用点分治去算有多少条路径权值异或和的这一位是 1。

现在考虑单点修改，一个比较直观的做法是在修改点所在的点分树上维护答案，有兴趣的同学可以研究一下有没有可能用树链剖分或者全局平衡二叉树来维护，出题人没有科研出来，就交给聪明的大家啦。

时间复杂度： $O(n \log n \log W + q \log^2 n \log W)$ 。

C. 无线基站最佳选址

首先 $O(n^3)$ 枚举圆，然后用旋转卡壳来求剩下点的最小覆盖正方形。

时间复杂度： $O(n^4 \log W)$ 。

D. 咸鱼跑酷

对于一个位置，如果都是加或者都是乘的，那么一定是选数字大的那个，对于一个加一个乘的，如果乘的数字是 1，那么一定选加的，剩下的才会有选择的可能。然后如果当前数字大于 10^9 ，那么一定选择乘的。又因为每次经过一个有选择可能的位置，数字大小至少会乘以 2，所以经过 $O(\log W)$ 个有选择可能的位置之后就会超过临界值。

综上，对于每个询问，我们可以先暴力遍历有选择可能的位置，两个这样的位置之间的变化量可以用前缀和或者线段树来快速计算，当数字超过临界值之后再快速计算剩余位置的改变量即可。

时间复杂度： $O(n + q \log(nW))$ 。

E. 无线软件日

按题意统计模拟即可。

F. 羁绊大师

考虑羁绊为点，英雄为边，选出 L 个英雄，即 L 条边，考虑这些边导出的子图。因为每个点的度至多为 2，完整的图是由环和链组成。为了让导出子图中，有两个度的点尽可能多，应该导出尽可能多的环，以使得链上的边尽可能少。

所以等价于对每个 L ，找到最大的 x ，使得 $x \leq L$ 且恰好可以选出若干个环，它们的边数和为 x 。

这是个背包问题，把环看做物品即可。

注意到物品数量最多只有 $n/3$ ，因此可以跑一个 $n^2/3$ 的背包，注意到这个背包是存在性背包，因此可以用位运算 + bitset 优化到 $\frac{n^2}{3 \times w}$ 其中 w 是 32 或 64。

G. 象棋大师

状压马的存活状态，dp 即可。

首先预处理 $safe(i, j, S)$ 表示马的存活状态为 S 时 (i, j) 位置对卒是否安全。

$dp(i, j, S)$ 表示位于 i, j 时，马的被吃状态是 S 的方案数。简单模拟递推即可，利用预处理信息，可以 $O(1)$ 递推。

复杂度 $O(m \cdot 2^m + n^2 \cdot 2^m)$

H. 出金记录

预处理每次出金的概率。

然后 z 函数匹配公共前后缀，用前缀和求出每个匹配前后缀概率的倒数，相加即可。

该题模型可参考：<https://www.luogu.com.cn/problem/P3334>

I. 六元组计数

注意到 a^p, b^q, c^r 是三个独立同分布的变量。

可以先用 P 的原根求出 a^p 的分布律，然后用 NTT 做一次卷积。

时间复杂度 $O(P \log P)$

J. 极简合数序列

答案只可能是 $-1, 0, 1, 2, 3$ 中的一种。

枚举长度为 1, 2, 3, 4 的子区间，朴素判素数即可。

K. 时光

考虑折半搜索。

当使命集合确定时，按照 B_i 从大到小完成肯定最优。

因此按照 B_i 排序。

预处理后 $n/2$ 个使命的完成集合，按照其完成使命个数分类，放到 $n/2$ 个数据结构中，支持对于这些集合时光消耗的索引。（用排序的数组+二分查找即可，为了支持对最优贡献的查询还需要维护前缀最值）

搜出前十五个使命的完成集合，然后去前一步预处理的数据结构中查询出剩余时光能获得的最大回忆即可。

L. 扩散模型

树dp。用 $dp(i, 0/1)$ 表示结点 i 的子树不能够/能够 确保走到目标结点中的一个的最小消耗。

按题意转移即可。注意细节。复杂度 $O(n)$

M. 不共戴天

解法的直观说明：尽可能把点按照从左到右从上到下的顺序列出一个正方形，横着连第一种颜色的边，竖着连另一种颜色的边。

t^2 个点直接做到 $t(t-1)$

$t^2 + k$ 个点, $1 \leq k \leq t$

可以做到 $t(t-1) + k - 1$

$t(t+1) + k$ 个点, $1 \leq k \leq t+1$

可以做到 $t^2 + k - 1$