2011 年上海市高考数学试卷

2011.06

一. 填空题（本大题共 14 题，每题 4 分，共 56 分）

1.（文）若全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x\,|\,x\geq 1\}$，则 $\complement_U A$ ________

1.（理）函数 $f(x)=\dfrac{1}{x-2}$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$ ________

2.（文）计算 $\lim\limits_{n\to\infty}(1-\dfrac{3n}{n+3})$ ________

2.（理）若全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x\,|\,x\geq 1\}\cup\{x\,|\,x\leq 0\}$，则 $\complement_U A$ ________

3.（文）若函数 $f(x)=2x+1$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$，则 $f^{-1}(-2)=$________

3.（理）设 m 是常数，若点 $F(0,5)$ 是双曲线 $\dfrac{y^2}{m}-\dfrac{x^2}{9}=1$ 的一个焦点，则 m ________

4.（文）函数 $y=2\sin x-\cos x$ 的最大值为________

4.（理）不等式 $\dfrac{x+1}{x}\leq 3$ 的解为________

5.（文）若直线 l 过点 $(3,4)$，且 $(1,2)$ 是它的一个法向量，则直线 l 的方程为________

5.（理）在极坐标系中，直线 $\rho(2\cos\theta+\sin\theta)=2$ 与直线 $\rho\cos\theta\quad 1$ 的夹角的大小为_____（结果用反三角函数值表示）

6.（文）不等式 $\dfrac{1}{x}<1$ 的解为________

6.（理）在相距 2 千米的 A、B 两点处测量目标点 C，若 $\angle CAB=75°$，$\angle CBA=60°$，则 A、C 两点之间的距离为________千米

7.（文）若一个圆锥的主视图是边长为 3、3、2 的三角形，则该圆锥的侧面积为________

7.（理）若圆锥的侧面积为 2π，底面面积为 π，则该圆锥的体积为________

8.（文）在相距 2 千米的 A、B 两点处测量目标 C，若 $\angle CAB=75°$，$\angle CBA=60°$，则 A、C 两点之间的距离是________千米

8.（理）函数 $y=\sin(\dfrac{\pi}{2}+x)\cos(\dfrac{\pi}{6}-x)$ 的最大值为________

9.（文）若变量 x、y 满足条件 $\begin{cases}3x-y\leq 0\\ x-3y+5\geq 0\end{cases}$，则 $z=x+y$ 的最大值为________

9.（理）马老师从课本上抄录的一个随机变量 ξ 的概率分布律如下表：

x	1	2	3
$P(\xi\quad x)$	?	!	?

请小牛同学计算ξ的数学期望，尽管“！”处完全无法看清，且两个“？”处字迹模糊，但能断定这两个“？”处的数值相同，据此，小牛给出了正确答案$E\xi$ ________

10.（文）课题组进行城市空气质量调查，按地域把24个城市分成甲、乙、丙三组，对应的城市数分别为4、12、8，若用分层抽样抽取6个城市，则丙组中应抽取的城市数为________

10.（理）行列式$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$（$a,b,c,d\in\{-1,1,2\}$）所有可能的值中，最大的是________

11.（文）行列式$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$（$a,b,c,d\in\{-1,1,2\}$）所有可能的值中，最大的是________

11.（理）正三角形ABC中，D是边BC上的点，若$AB=3$，$BD=1$，则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$ ____

12.（文）正三角形ABC中，D是边BC上的点，若$AB=3$，$BD=1$，则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$ ____

12.（理）随机抽取的9位同学中，至少有2位同学在同一月份出生的概率为________（默认每个月的天数相同，精确到0.001）

13.（文）随机抽取的9位同学中，至少有2位同学在同一月份出生的概率为________（默认每个月的天数相同，精确到0.001）

13.（理）设$g(x)$是定义在$\mathbf{R}$上，以周期为1的函数，若函数$f(x)=x+g(x)$在区间$[3,4]$上的值域为$[-2,5]$，则$f(x)$在区间$[-10,10]$上的值域为________

14.（文）设$g(x)$是定义在$\mathbf{R}$上，以1为周期的函数，若函数$f(x)=x+g(x)$在区间$[0,1]$上的值域为$[-2,5]$，则$f(x)$在区间$[0,3]$上的值域为________

14.（理）已知点$O(0,0)$、$Q_0(0,1)$和点$R_0(3,1)$，记Q_0R_0的中点为P_1，取Q_0P_1和P_1R_0中的一条，记其端点为Q_1、R_1，使之满足$(|OQ_1|-2)(|OR_1|-2)<0$，记Q_1R_1的中点为P_2，取Q_1P_2和P_2R_1中的一条，记其端点为Q_2、R_2，使之满足$(|OQ_2|-2)(|OR_2|-2)<0$依次下去，得到$P_1,P_2,\cdots,P_n,\cdots$，则$\lim\limits_{n\to+\infty}|Q_0P_n|$ ________

二. 选择题（本大题共4题，每题5分，共20分）

15.（文）下列函数中，既是偶函数，又在区间$(0,+\infty)$上单调递减的函数是（　　）

A. $y=x^{-2}$　　B. $y=x^{-1}$　　C. $y=x^2$　　D. $y=x^{\frac{1}{3}}$

15.（理）若$a,b\in\mathbf{R}$，且$ab>0$，则下列不等式中，恒成立的是（　　）

A. $a^2+b^2>2ab$　　B. $a+b\ge 2\sqrt{ab}$　　C. $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}>\dfrac{2}{\sqrt{ab}}$　　D. $\dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b}\ge 2$

16.（文）若$a,b\in\mathbf{R}$，且$ab>0$，则下列不等式中，恒成立的是（　　）

A. $a^2+b^2>2ab$　　B. $a+b\ge 2\sqrt{ab}$　　C. $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}>\dfrac{2}{\sqrt{ab}}$　　D. $\dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b}\ge 2$

16.（理）下列函数中，既是偶函数，又是在区间$(0,+\infty)$上单调递减的函数是（　　）

A. $y\quad \ln\frac{1}{|x|}$　　　B. $y=x^3$　　　C. $y=2^{|x|}$　　　D. $y=\cos x$

17.（文）若三角方程$\sin x=0$与$\sin 2x=0$的解集分别为E、F，则（　　）

A. $E\subsetneqq F$　　　B. $F\subsetneqq E$　　　C. $E=F$　　　D. $E\cap F=\varnothing$

17.（理）设A_1、A_2、A_3、A_4、A_5是平面上给定的5个不同点，则使

$\overrightarrow{MA_1}+\overrightarrow{MA_2}+\overrightarrow{MA_3}+\overrightarrow{MA_4}+\overrightarrow{MA_5}=\vec{0}$成立的点$M$的个数为（　　）

A. 0　　　B. 1　　　C. 5　　　D. 10

18.（文）设A_1、A_2、A_3、A_4是平面上给定的4个不同点，则使

$\overrightarrow{MA_1}+\overrightarrow{MA_2}+\overrightarrow{MA_3}+\overrightarrow{MA_4}=\vec{0}$成立的点$M$的个数为（　　）

A. 0　　　B. 1　　　C. 2　　　D. 4

18.（理）设$\{a_n\}$是各项为正数的无穷数列，A_i是边长为a_i、a_{i+1}的矩形面积（$i=1,2,\cdots$），则$\{A_n\}$为等比数列的充要条件是（　　）

A. $\{a_n\}$是等比数列

B. $a_1,a_3,\cdots,a_{2n-1},\cdots$或$a_2,a_4,\cdots a_{2n},\cdots$是等比数列

C. $a_1,a_3,\cdots,a_{2n-1},\cdots$和$a_2,a_4,\cdots a_{2n},\cdots$均是等比数列

D. $a_1,a_3,\cdots,a_{2n-1},\cdots$和$a_2,a_4,\cdots a_{2n},\cdots$均是等比数列，且公比相同

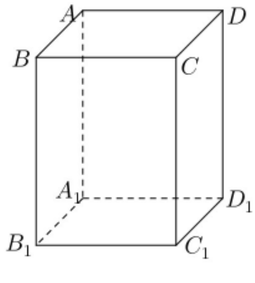
三. 解答题（本大题共5题，共12+14+14+16+18=74分）

19. 已知复数z_1满足$(z_1-2)(1+\mathrm{i})=1-\mathrm{i}$（i为虚数单位），复数$z_2$的虚部为2，且$z_1\cdot z_2$是实数，求$z_2$.

20.（文）已知$ABCD-A_1B_1C_1D_1$是底面边长为1的正四棱柱，高$AA_1=2$，求

（1）异面直线BD与AB_1所成角的大小（结果用反三角函数值表示）；

（2）四面体AB_1D_1C的体积.



20.（理）已知函数 $f(x)=a\cdot 2^x+b\cdot 3^x$，其中常数 a 、b 满足 $a\cdot b\neq 0$.

（1）若 $a\cdot b>0$，判断函数 $f(x)$ 的单调性；

（2）若 $a\cdot b<0$，求 $f(x+1)>f(x)$ 时的 x 的取值范围.

21.（文）已知函数 $f(x)=a\cdot 2^x+b\cdot 3^x$，其中常数 a 、b 满足 $a\cdot b\neq 0$.

（1）若 $a\cdot b>0$，判断函数 $f(x)$ 的单调性；

（2）若 $a\cdot b<0$，求 $f(x+1)>f(x)$ 时的 x 的取值范围.

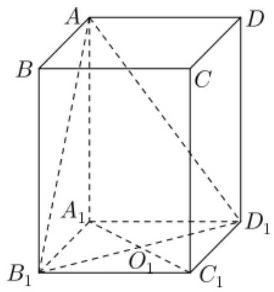
21.（理）已知 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是底面边长为 1 的正四棱柱，O_1 为 A_1C_1 与 B_1D_1 的交点.

（1）设 AB_1 与底面 $A_1B_1C_1D_1$ 所成角的大小为 α，二面角 $A-B_1D_1-A_1$ 的大小为 β，

求证：$\tan\beta=\sqrt{2}\tan\alpha$；

（2）若点 C 到平面 AB_1D_1 的距离为 $\dfrac{4}{3}$，

求正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的高.



22.（文）已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{m^2}+y^2=1$（常数$m>1$），P是曲线C上的动点，M是曲线C上的右顶点，定点A的坐标为$(2,0)$.

（1）若M与A重合，求曲线C的焦点坐标；

（2）若$m=3$，求$|PA|$的最大值与最小值；

（3）若$|PA|$的最小值为$|MA|$，求实数m的取值范围.

22.（理）已知数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式分别为$a_n=3n+6$，$b_n=2n+7$（$n\in\mathbf{N}^*$），将集合$\{x\mid x=a_n,n\in\mathbf{N}^*\}\cup\{x\mid x=b_n,n\in\mathbf{N}^*\}$中的元素从小到大依次排列，构成数列$c_1$，$c_2$，$c_3$，$\cdots$，$c_n$，$\cdots$.

（1）求c_1，c_2，c_3，c_4；

（2）求证：在数列$\{c_n\}$中，但不在数列$\{b_n\}$中的项恰为a_2，a_4，$\cdots$，a_{2n}，$\cdots$；

（3）求数列$\{c_n\}$的通项公式.

23.（文）已知数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式分别为$a_n=3n+6$，$b_n=2n+7$（$n\in\mathbf{N}^*$），将集合$\{x\mid x=a_n,n\in\mathbf{N}^*\}\cup\{x\mid x=b_n,n\in\mathbf{N}^*\}$中的元素从小到大依次排列，构成数列$c_1$，$c_2$，$c_3$，…，$c_n$，….

（1）求三个最小的数，使它们既是数列$\{a_n\}$中的项，又是数列$\{b_n\}$中的项；

（2）数列c_1，c_2，c_3，…，c_{40}中有多少项不是数列$\{b_n\}$中的项？请说明理由；

（3）求数列$\{c_n\}$的前$4n$项和S_{4n}（$n\in\mathbf{N}^*$）.

23.（理）已知平面上的线段l及点P，任取l上一点Q，线段PQ长度的最小值称为点P到线段l的距离，记作$d(P,l)$.

（1）求点$P(1,1)$到线段$l:x-y-3=0(3\le x\le 5)$的距离$d(P,l)$；

（2）设l是长为2的线段，求点的集合$D=\{P\mid d(P,l)\le 1\}$所表示的图形面积；

（3）写出到两条线段l_1、l_2距离相等的点的集合$\Omega=\{P\mid d(P,l_1)=d(P,l_2)\}$，其中$l_1=AB$，$l_2=CD$，$A$、$B$、$C$、$D$是下列三组点中的一组.

对于以下三种情形，只需选做一种，满分分别是①2分，②6分，③8分；若选择了多于一种情形，按照序号较小的解答计分

① $A(1,3)$，$B(1,0)$，$C(-1,3)$，$D(-1,0)$；

② $A(1,3)$，$B(1,0)$，$C(-1,3)$，$D(-1,2)$；

③ $A(0,1)$，$B(0,0)$，$C(0,0)$，$D(2,0)$.