**2014年上海市数学高考真题（理）**

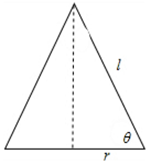
一、填空题（本大题共14小题，满分56分）

1．函数的最小正周期是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

2．若复数，其中是虚数单位，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

3．若抛物线的焦点与椭圆的右焦点重合，则该抛物线的准线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_

4．设若，则的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

5．若实数满足，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

6．若圆锥的侧面积是底面积的3倍，则其母线与底面夹角的大小为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_（结果用反三角函数值表示）

7．已知曲线的极坐标方程为，则与极轴的交点到极点的距离是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

第6题图

8．设无穷等比数列的公比为，若，则=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

9．若，则满足的的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

10．为强化安全意识，某商场拟在未来的连续10天中随机选择3天进行紧急疏散演练，则 选择的3天恰好为连续3天的概率是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_（结果用最简分数表示）.

11．已知互异的复数满足，集合，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

12．设常数使方程在闭区间上恰有三个解，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

13．某游戏的得分为1,2,3,4,5，随机变量表示小白玩该游戏的得分. 若，则小白得5分的概率至少为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

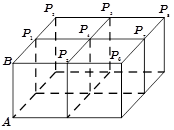
14．已知曲线，直线. 若对于点，存在上的点和上的使得，则的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

二、选择题（本大题共4小题，满分20分）

15．设，则“”是“且”的 （ ）

A．充分条件. B．必要条件.

C．充分必要条件. D．既非充分又非必要条件.

16．如图，四个棱长为1的正方体排成一个正四棱柱，是一条侧棱，是上底面上其余的八个点，则的不同值的个数为（ ）

A．1. B．2. C．4. D．8.

17．已知与是直线（为常数）上两个不同的点，则关于和的方程组的解的情况是（ ）

A．无论如何，总是无解.

B．无论如何，总有唯一解.

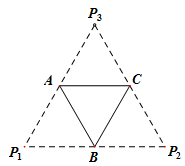
C．存在，使之恰有两解.

D．存在，使之有无穷多解.

18．设若是的最小值，则的取值范围为 （ ）

A．. B．. C．. D．.

三、解答题（本大题共有5小题，满分74分）

19．底面边长为2的正三棱锥，其表面展开图是三角形，如图. 求的各边长及此三棱锥的体积.

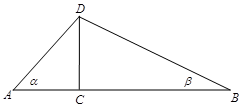
20．设常数，函数.

(1) 若，求函数的反函数；

(2) 根据的不同取值，讨论函数的奇偶性，并说明理由.

21．如图，某公司要在、两地连线上的定点处建造广告牌，其中为顶端，长35米，长80米. 设点在同一水平面上，从和看的仰角分别为和.

(1) 设计中是铅垂方向. 若要求，问的长至多为多少（结果精确到0.01米）？

(2) 施工完成后，与铅垂方向有偏差．现在实测得，求的长（结果精确到0.01米）.

22．在平面直角坐标系中，对于直线和点，记. 若，则称点被直线分割. 若曲线与直线没有公共点，且曲线上存在点被直线分割，则称直线为曲线的一条分割线.

(1) 求证：点被直线分割；

(2) 若直线是曲线的分割线，求实数的取值范围；

(3) 动点到点的距离与到轴的距离之积为1，设点的轨迹为曲线. 求证：通过原点的直线中，有且仅有一条直线是的分割线.

23．已知数列满足.

(1) 若，求的取值范围；

(2) 设是公比为的等比数列，. 若，，求的取值范围；

(3) 若成等差数列，且，求正整数的最大值，以及取最大值时相应数列的公差.

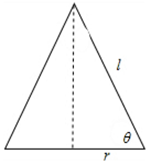
**2014年上海市数学高考真题（理）**

一、填空题（本大题共14小题，满分56分）

1．函数的最小正周期是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

2．若复数，其中是虚数单位，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.6

3．若抛物线的焦点与椭圆的右焦点重合，则该抛物线的准线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

4．设若，则的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

5．若实数满足，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

6．若圆锥的侧面积是底面积的3倍，则其母线与底面夹角的大小为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_（结果用反三角函数值表示）

7．已知曲线的极坐标方程为，则与极轴的交点到极点的距离是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. 

第6题图

8．设无穷等比数列的公比为，若，则=\_\_\_\_\_.

9．若，则满足的的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

10．为强化安全意识，某商场拟在未来的连续10天中随机选择3天进行紧急疏散演练，则 选择的3天恰好为连续3天的概率是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_（结果用最简分数表示）.

11．已知互异的复数满足，集合，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.-1

12．设常数使方程在闭区间上恰有三个解，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

13．某游戏的得分为1,2,3,4,5，随机变量表示小白玩该游戏的得分. 若，则小白得5分的概率至少为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.0.2

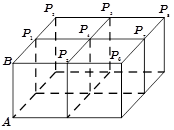
14．已知曲线，直线. 若对于点，存在上的点和上的使得，则的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

二、选择题（本大题共4小题，满分20分）

15．设，则“”是“且”的 （ B ）

A．充分条件. B．必要条件.

C．充分必要条件. D．既非充分又非必要条件.

16．如图，四个棱长为1的正方体排成一个正四棱柱，是一条侧棱，是上底面上其余的八个点，则的不同值的个数为（ A ）

A．1. B．2. C．4. D．8.

17．已知与是直线（为常数）上两个不同的点，则关于和的方程组的解的情况是（ B ）

A．无论如何，总是无解.

B．无论如何，总有唯一解.

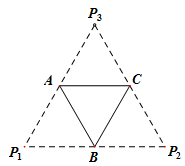
C．存在，使之恰有两解.

D．存在，使之有无穷多解.

18．设若是的最小值，则的取值范围为 （ D ）

A．. B．. C．. D．.

三、解答题（本大题共有5小题，满分74分）

19．底面边长为2的正三棱锥，其表面展开图是三角形，如图. 求的各边长及此三棱锥的体积.

解：在中，，

所以是中位线，故

同理，所以是等边三角形，各边长均为4.

设Q是的中心，则平面，

所以从而，

20．设常数，函数.

(1) 若，求函数的反函数；

(2) 根据的不同取值，讨论函数的奇偶性，并说明理由.

解：（1）因为，所以得且.

因此，所求反函数为

（2）当时，，定义域为，故函数是偶函数；

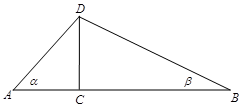
当时，定义域为，故函数是奇函数；

当且时，定义域关于原点不对称，

故函数既不是奇函数，也不是偶函数.

21．如图，某公司要在、两地连线上的定点处建造广告牌，其中为顶端，长35米，长80米. 设点在同一水平面上，从和看的仰角分别为和.

(1) 设计中是铅垂方向. 若要求，问的长至多为多少（结果精确到0.01米）？

(2) 施工完成后，与铅垂方向有偏差．现在实测得，求的长（结果精确到0.01米）.

解：（1）记.根据已知得，，所以解得.因此，的长至多约为28.28米.

（2）在中，由已知，，由正弦定理得，解得在中，由余弦定理得

解得所以，的长约为26.93米.

22．在平面直角坐标系中，对于直线和点，记. 若，则称点被直线分割. 若曲线与直线没有公共点，且曲线上存在点被直线分割，则称直线为曲线的一条分割线.

(1) 求证：点被直线分割；

(2) 若直线是曲线的分割线，求实数的取值范围；

(3) 动点到点的距离与到轴的距离之积为1，设点的轨迹为曲线. 求证：通过原点的直线中，有且仅有一条直线是的分割线.

解：（1）因为所以点被直线分隔.

（2）直线与曲线有公共点的充要条件是方程组有解，即

因为直线是曲线的分隔线，故它们没有公共点，即.

当时，对于直线，曲线上的点和满足即点和被分隔.故实数的取值范围是

（3）设的坐标为，则曲线的方程为即

对任意的不是上述方程的解，即轴与曲线没有公共点.

又曲线上的点和对于轴满足即点和被轴分隔.

所以轴为曲线的分割线.

若过原点的直线不是轴，设其为.

由得，

令，

因为，所以方程有实数解，

即直线与曲线有公共点，故直线不是曲线的分隔线.

综上可得，通过原点的直线中，有且仅有一条直线是的分隔线.

23．已知数列满足.

(1) 若，求的取值范围；

(2) 设是公比为的等比数列，. 若，，求的取值范围；

(3) 若成等差数列，且，求正整数的最大值，以及取最大值时相应数列的公差.

解：（1）由条件得且，解得

所以的取值范围是

（2）由，且，得

所以，又所以

当时，，由得成立.

当时，即

①若，则

由，得，所以.

②若，则

由，得，所以

综上，的取值范围为

（3）设数列的公差为由，且

得

即

当时，；

当时，由得，

所以.

所以，即，

得

所以k的最大值为1999，时，的公差为