

# Przetwarzanie obrazów



**Mariusz Borawski**  
mariusz.borawski@wi.ps.pl

**Politechnika Szczecińska**  
**Wydział Informatyki**

**19 kwiecień, 2004**

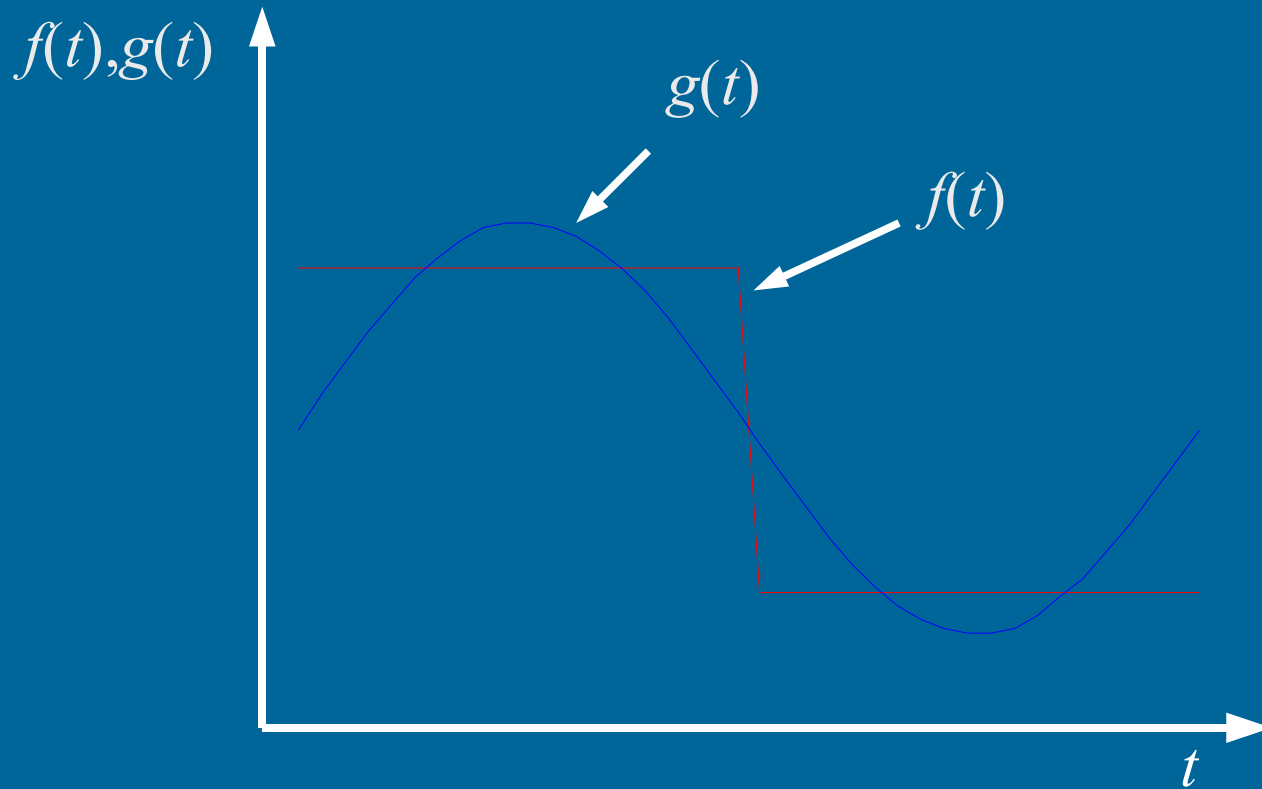
# Materiały

1. Karaśkiewicz E., Zarys teorii wektorów i tensorów, PWN, Warszawa 1971;
2. Stark M., *Geometria analityczna*, Warszawa-Wrocław 1951.

## Globalne metody obróbki obrazu

Globalne metody obróbki zmieniają jasności pikseli na podstawie wszystkich pikseli obrazu. Operacje te mają na ogół na celu polepszenie jakości odbioru obrazu, usunięcie szumów, wydobywanie informacji istotnej itd.

# Przybliżanie jednego sygnału drugim sygnałem



# Przybliżanie jednego sygnału drugim sygnałem

01 Aproksymacja sygnału drugim sygnałem\test.m

# Zbiór

**Zbiór** - pojęcie pierwotne (niedefiniowane), używane w znaczeniu kolekcji określonych obiektów.

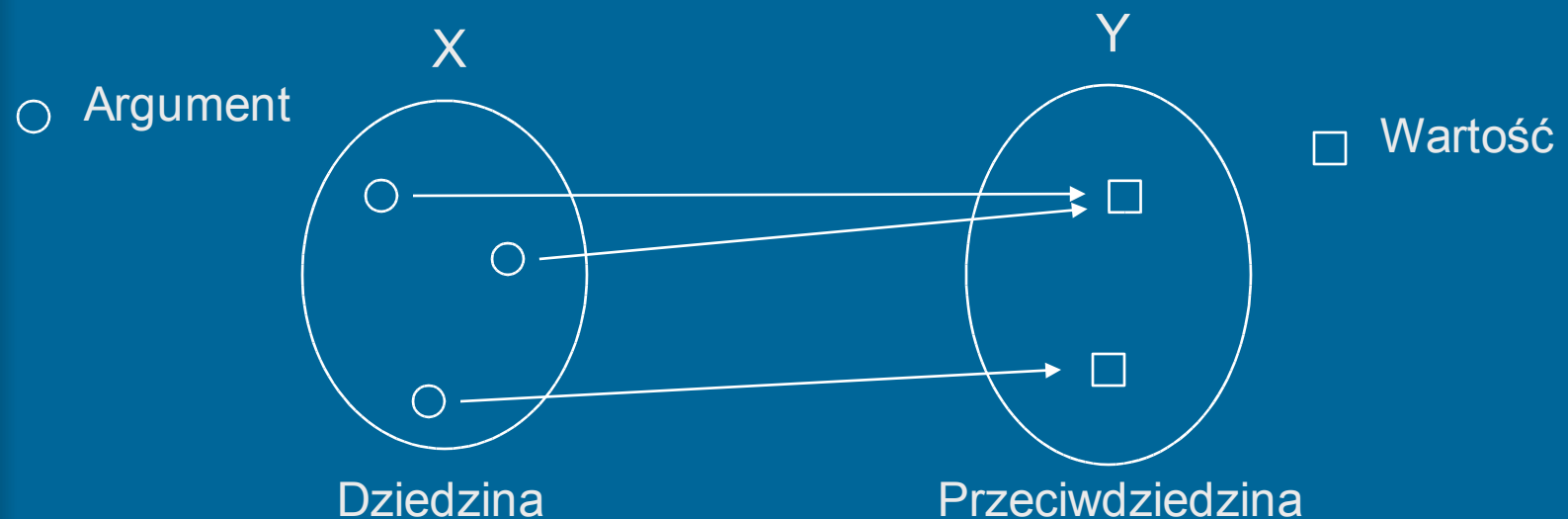
Obiekty, które należą do danego zbioru, nazywa się **elementami** tego zbioru.

Zbiór, którego wszystkie elementy są zbiorami, nazywa się **rodziną zbiorów**.

# Funkcja matematyczna

**Funkcja matematyczna** ze zbioru  $X$  w zbiór  $Y$   
odwzorowanie, które każdemu elementowi zbioru  $X$   
przyporządkowuje dokładnie jeden element zbioru  $Y$ .

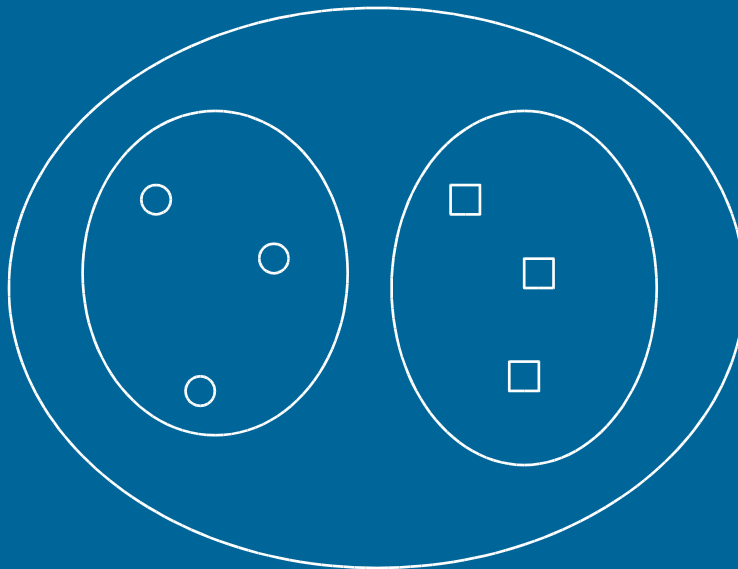
Zbiór  $X$  jest nazywany dziedziną, a jego elementy - argumentami,  
a zbiór  $Y$  - przeciwdziedziną, a jego elementy wartościami.



# Struktura algebraiczna

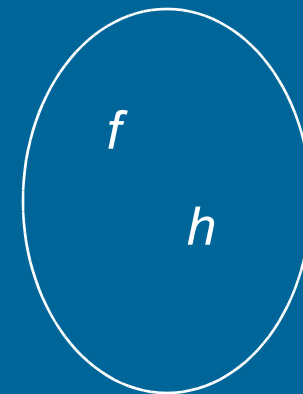
## Struktura algebraiczna

Para złożona z rodziny zbiorów zwanej nośnikiem oraz rodziny funkcji operujących na nośniku i spełniających pewne aksjomaty.



Nośnik

+



Rodzina funkcji



# Grupa

**Grupa** – struktura algebraiczna  $G$  z działaniem  $*$  spełniającym następujące aksjomaty:

- działanie  $*$  jest łączne: dla dowolnych  $a, b, c$  należących do  $G$  jest  $(a * b) * c = a * (b * c)$
- istnieje w  $G$  element  $e$  taki, że dla każdego  $a$  należącego do  $G$  jest  $e * a = a * e = a$  (taki element  $e$  jest jedyny i nosi nazwę elementu neutralnego grupy)
- dla każdego  $a$  należącego do  $G$  istnieje w  $G$  element  $a^{-1}$  taki, że  $a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$  (element  $a^{-1}$  to element odwrotny do elementu  $a$ ).

Jeśli dodatkowo w grupie  $G$  jest spełniony aksjomat:

- działanie  $*$  jest przemienne: dla dowolnych  $a, b$  należących do  $G$  jest  $a * b = b * a$ , to grupę  $G$  nazywamy grupą przemianą lub **grupą abelową**.

# Ciało

**Ciało** - struktura algebraiczna  $K$  z dwoma działaniami, zwanymi dodawaniem i mnożeniem, spełniającymi następujące aksjomaty:

- zbiór  $K$  z dodawaniem jest grupą abelową
- zbiór  $K$  (pomniejszony o 0, czyli element neutralny dodawania) z mnożeniem jest grupą abelową
- mnożenie jest obustronnie rozdzielne względem dodawania:  
$$a * (b+c) = (a*b) + (a*c)$$
$$(b+c) * a = (b*a) + (c*a)$$
- zbiór  $K$  ma co najmniej dwa elementy.

# Przestrzeń liniowa

**Przestrzeń liniowa**  $X$  nad ciałem  $K$  (zwana także przestrzenią wektorową) jest to pewna struktura algebraiczna z działaniami dodawania (określonym pomiędzy elementami  $X$ ) i mnożenia (określonym między elementami  $K$  a  $X$ ), która spełnia następujące aksjomaty:

- $X$  ze względu na dodawanie jest grupą abelową
- Mnożenie jest rozdzielne względem dodawania

$$\forall_{a,b \in K} \wedge \forall_{x \in X} (a \oplus b) \times x = a \times x + b \times x$$

$$\forall_{a,b \in K} \wedge \forall_{x \in X} (a \otimes b) \times x = a \times (b \times x)$$

Gdzie  $\oplus$  i  $\otimes$  to odpowiednio dodawanie i mnożenie w  $K$ .

- $\forall_{x \in X} 1 \times x = x$  gdzie  $1$  jest jedyneką w  $K$

Elementy ciała  $K$  nazywane są **skalarami**, a elementy  $X$  - **wektorami**.

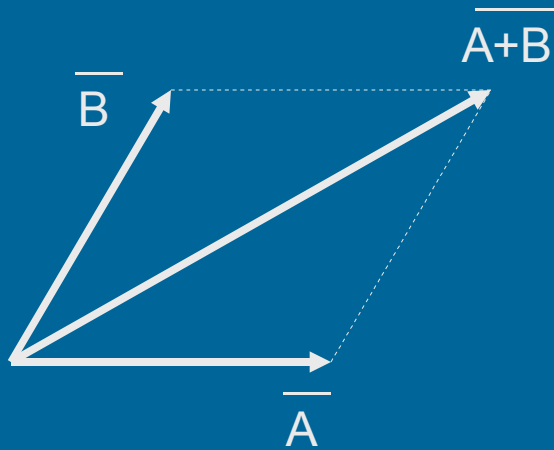
# Wektory

**Wektor swobodny** – początek wektora może być dowolnie obrany w przestrzeni.

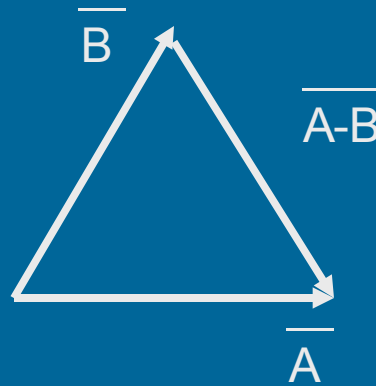
**Wektor związany** (umiejscowiony) – początek wektora leży w ściśle określonym punkcie.

**Wektor jednostkowy** – wektor o długości równej jeden.

# Operacje na wektorach



Dodawanie



Odejmowanie



Mnożenie przez skalar

# Przestrzeń metryczna

**Przestrzeń metryczna** – przestrzeń liniowa z określoną na zbiorze  $X$  funkcją  $d$ , która każdemu jego dwu elementom przypisuje nieujemną wartość rzeczywistą, spełniającą następujące warunki:

- $d(x,x) = 0$
- $d(x,y) = d(y,x)$
- $d(x,z)$  jest mniejsza bądź równa wartości  $d(x,y) + d(y,z)$ .

Powyższe warunki muszą zachodzić dla każdych  $x,y,z$  ze zbioru  $X$ .

Funkcja ta nazywana jest **metryką**.

# Relacja

**Relacja** – pojęcie pierwotne logiki matematycznej. W najprostszym przypadku dwóch elementów, relacja opisuje związek zachodzący pomiędzy nimi.



# Funkcjonał

**Funkcjonał** – funkcjonałem  $J(f)$  nazywamy relację, która każdemu elementowi pewnego zbioru  $A$  funkcji  $f(t)$  określonych w przedziale  $X$  przyporządkowuje dokładnie jedną liczbę  $J$  ze zbioru liczb rzeczywistych. Mówimy przy tym, że funkcjonal  $J$  został określony na zbiorze  $A$ .

Funkcje  $f(t) \rightarrow A$  nazywamy funkcjami dopuszczonymi. Funkcjonał jest uogólnieniem pojęcia funkcji.

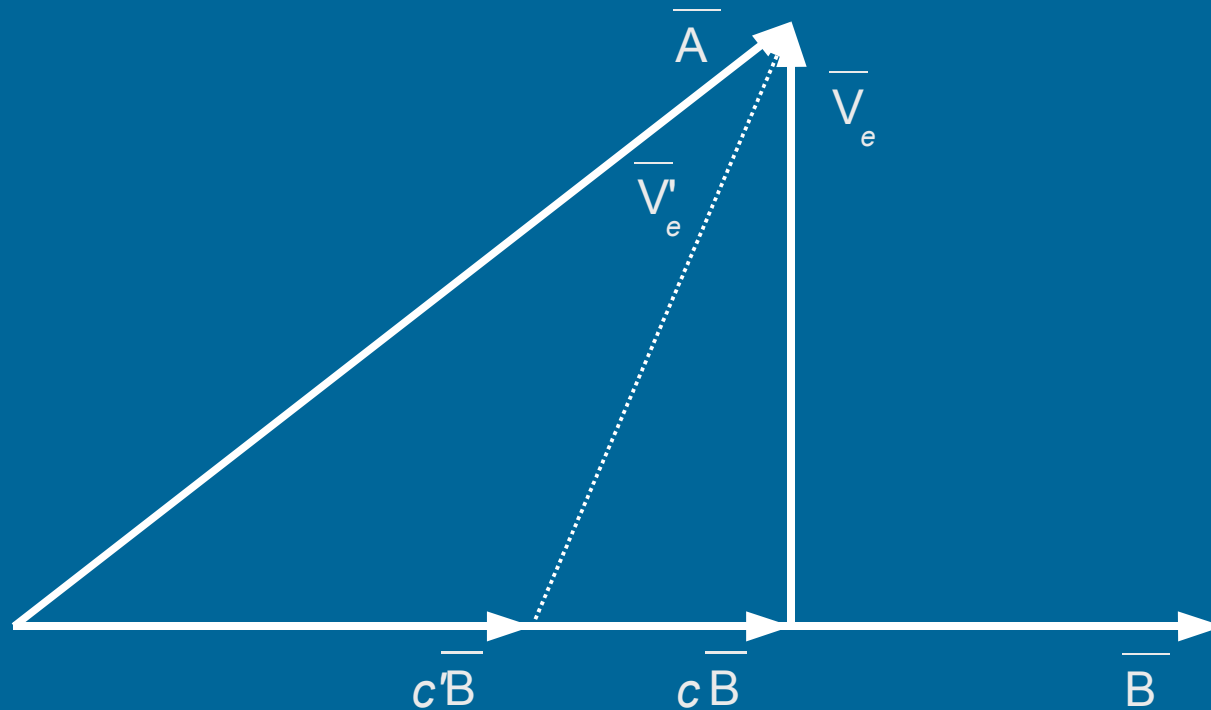


# Przestrzeń unitarna

Przestrzeń liniowa  $E$  nad ciałem liczb zespolonych  $C$  ( lub jego podciałem  $R$ ) nazywamy **przestrzenią unitarną**, jeśli jest zdefiniowany funkcjonal dwuargumentowy  $(x,y)$  zwany **iloczynem skalarnym wektorów**  $x, y$  mającym następujące własności:

- $(x + y, z) = (x, z) + (y, z)$
- $(\alpha x, y) = \alpha(x, y)$  dla  $\alpha$  należącego do zbioru  $C$
- $(x, y)^* = (y, x)$       \* - oznaczamy sprzężoną liczbę zespoloną
- $(x, x)$  jest większe lub równe 0
- jeżeli  $(x, x) = 0$ , to  $x = 0$

## Składowa wektora wzdłuż drugiego wektora



## Iloczyny skalarne

$$\overline{\mathbf{A}} \cdot \overline{\mathbf{B}} = |\overline{\mathbf{A}}| |\overline{\mathbf{B}}| \cos \alpha$$

$$\overline{\mathbf{A}} \cdot \overline{\mathbf{B}} = \int_{t_1}^{t_2} A(t) B(t) dt$$

$$\overline{\mathbf{A}} \cdot \overline{\mathbf{B}} = \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} A(x, y) B(x, y) dx dy$$

# Przybliżanie jednego obrazu drugim obrazem (każdy kanał osobno)

02 Aproksymacja obrazu drugim obrazem\test.m



## Przybliżanie jednego obrazu drugim obrazem (każdy kanał osobno)



## Przybliżanie jednego obrazu drugim obrazem (każdy kanał osobno)





# **Przybliżanie jednego obrazu drugim obrazem (wszystkie kanały razem)**

02 Aproksymacja obrazu drugim obrazem\test4.m