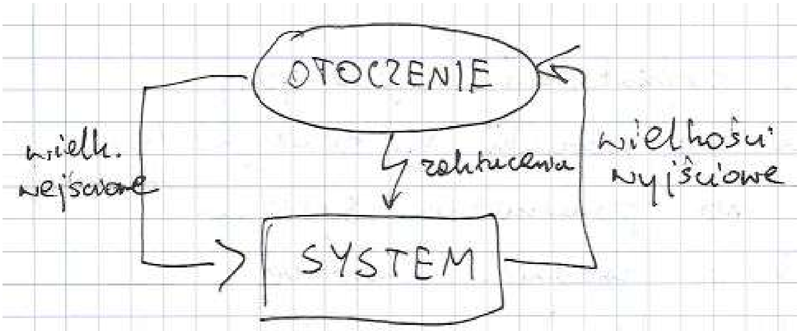
Wykład nr 1

Definicja systemu, układu – jest to wyodrębniona część otoczenia

Budowa systemu Postulaty:
-system składa się z podsystemów, które oddziaływają na siebie wzajemnie, przy czym oddziaływania te maja istotny wpływ na właściwości systemu
-spełnianie celu założonego działania
-ograniczoność zmienności w czasie – zachowuje swoje podstawowe właściwości
-wyodrębnienie z otoczenia



Model – w nauce rozumiany jest jako uproszczona reprezentacja rzeczywistości, ujmuje tylko jej część, jest pozbawiony wielu szczegółów i cech nieistotnych z punktu widzenia celów modelowania.

Rodzaje modeli:
-lingwistyczne (opis słowny)
-graficzne (schematy, wykresy)
-budowane z elementów fizycznych
-matematyczny

Model matematyczny – zbiór symboli i relacji matematycznych oraz bezwzględnie ścisłych zasad operowania nimi, przy czym zawarte w modelu symbole i relacje mają interpretację odnoszącą się do konkretnych elementów modelowanego wycinka rzeczywistości.

Modelowanie –doświadczalna lub matematyczna metoda badania złożonych układów na postawie konstruowania modeli.

Modelowanie doświadczalne – opiera się na podobieństwie fizycznym (badania aerodynamiczne) lub na analogiach fizycznych

Modelowanie matematyczne – tworzenie modeli matematycznych i wykorzystanie aparatu matematycznego do ich analizy. Zastosowanie w tej analizie znajdują komputery

Symulacja komputerowa – odtworzenie działania badanego systemu na podstawie jego modelu matematycznego za pomocą komputerów oraz zbadanie wpływu otoczenia i wewnętrznych właściwości systemu.

Wykład nr 2

Model komputerowy – model konceptualny z ustalonymi wartościami parametrów i zapisany przy pomocy wybranego języka programowania lub zrealizowany przy pomocy pakietu do symulacji. Powinien zapewniać zgodność z modelowanym systemem, łatwość użytkowania i zgodność z przeznaczeniem.

Weryfikacja – analiza kodu programu w celu wykrycia nieprawidłowości w zapisie. Często przeprowadzana automatycznie podczas kompilacji. Odpowiada na pytanie: Czy poprawnie zbudowano model?

Walidacja – badanie zachowania opracowanego modelu i porównanie działania tego modelu z działaniem (zachowaniem) obiektu rzeczywistego. Powinna być przeprowadzona z uwzględnieniem celów stawianych na początku procesu modelowania. Odpowiada na pytanie: Czy zbudowano poprawny model? (Czy to jest to, o co nam chodził?). Jest przeprowadzana przez ekspertów znających rzeczywisty model. Niepoprawna walidacja prowadzi do weryfikacji zebranych danych lub / i do zmian w modelu. Proces ustalania stopnia odwzorowania rzeczywistości z perspektywy postawionych celów.

Model poprawny – kompletny, logiczny i jednoznaczny. Warunek poprawności modelu z postulatem poprawnego sformułowania zadania, które posiada rozwiązanie w określonych zbiorach, te rozwiązania są jednoznaczne i ciągłe względem parametrów i zmiennych.

Model użyteczny - powinien zapewniać:
- istnienie i jednoznaczność rozwiązań równań, z, których jest zbudowany
- możliwość uzyskania wyników ilościowych
- możliwość empirycznego porównania tych wyników z wielkościami wytwarzanymi przez modelowany obiekt rzeczywisty.

Kategorie modeli matematycznych:
-deterministyczny, stochastyczny
-statyczny, dynamiczny
-ciągły, dyskretny
-kwantowy, skończony
-stacjonarny i niestacjonarny
-liniowy, nieliniowy

Model deterministyczny – model, w którym każdy element u zbioru wielkości wejściowych U przyporządkowany jest jednoznaczne określony element y zbioru wielkości wyjściowych Y. Zależności między zmiennymi oraz same zmienne modelu są ściśle określone. Najczęściej stosowana klasa modeli.

Model stochastyczny (sochastyczny hehe ;]) – każdemu elementowi u zbioru wejściowego U odpowiada nie jeden, lecz wiele elementów zbioru wielkości wyjściowych Y. Zależności między zmiennymi wejściowymi, a wyjściowymi są opisane przez rozkłady prawdopodobieństwa.

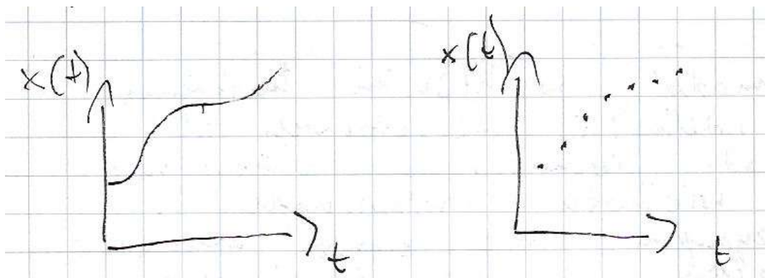
Model statyczny – wyjście y zależy od wartości wejścia u w całym nieskończonym przedziale czasowym. Występuje tu „zależność masowa”.

$$y(u,t) = y\{u(\tau): -\infty < \tau < t\}$$

Model dynamiczny – zaniedbuje właściwości akumulacyjne systemu, zakładając bądź rozpatrywanie obiektu w stanie ustalonym, bądź przemijalność składowych przejściowych w przebiegach poszczególnych zmiennych. Określa jedynie zależności funkcyjne między zmiennymi wejściowymi a zmiennymi wyjściowymi.

Model ciągły – wartości zmiennych modelu określone są w każdej chwili t. Czas zmienia się w sposób ciągły, a więc zbiór τ wszystkich wartości zmiennych czasu jest zbiorem nieprzeliczalnym. Modele ciągłe opisujemy przy pomocy równań różniczkowych zwyczajnych lub cząstkowych.

Model dyskretny - wartości zmiennych modelu określone są w danych dyskretnych chwilach czasu. Czas przyjmuje tylko wyróżnione wartości dyskretne, a tym samym zbór τ wszystkich wartości zmiennych czasu jest zbiorem przeliczalnym. Modele dyskretne opisujemy przy pomocy równań różnicowych. Model dyskretny stosujemy w przypadku procesu ciągłego, jeśli model ten ma służyć do symulacji tego procesu za pomocą komputera.



M. ciągły M. Dyskretny

Model kwantowy – zmienne modelu przyjmują tylko określone wartości
Model skończony – zmienne modelu przyjmują skończoną liczbę wartości


M. kwantowy M. skończony

Model stacjonarny – parametry nie zmieniają się w czasie
Model niestacjonarny - parametry zmieniają się w czasie

Model nieliniowy – model matematyczny systemów rzeczywistych sformułowane są w postaci nieliniowej za pomocą równań różniczkowych lub różnicowych.
Model liniowy –jest uproszczeniem modelu nieliniowego (wynik procesu linearyzacji)

Wykład nr 3

Stan systemu - jest to najmniejsza liczba danych, których znajomość w danej chwili, przy znajomości wejściowych, począwszy od tej chwili pozwala jednoznacznie określić stan i wielkości wyjściowe systemu. Wektor stanu:

$$X=[x_1,\ldots,x_n]^T$$

Zmienne stanu – zmienne zawierające informacje o przeszłości systemu (zestaw o minimalnej liczbie zmiennych!)

Przestrzeń stanu – n-wymiarowa przestrzeń, w której każdy stan może być przedstawiony jako punkt w tej przestrzeni. N – liczba zmiennych stanu.

Parametry systemu
-techniczne – różnice pomiędzy systemami w tych samych warunkach
-środowiskowe – różne działania tego samego systemu w różnych warunkach

Równania stanu - są sposobem na reprezentację modelu matematycznego układu dynamicznego (zwłaszcza układu automatyki).W wypadku większości układów (poza najprostszymi) wyjście układu y w chwili t_n zależy nie tylko od wejścia układu u w chwili t_n, ale także od przeszłych wejść układu (we wszystkich chwilach t_i, gdzie $t_i < t_n$). Całkowity wpływ na układ minionych wartości wejść jest reprezentowany przez pojęcie stanu wewnętrznego układu. Dzięki wprowadzeniu tego pojęcia upraszczamy analizę układu, bowiem by wyznaczyć wyjście układu y w chwili t_n musimy znać tylko dwie wielkości: wejścia układu u w chwili bieżącej oraz stan układu x w chwili bieżącej. Związek między wejściami, wyjściami oraz stanami wewnętrznymi (w ogólnym przypadku wielkości te są wektorami) układu jest reprezentowany przez równania stanu.

Ciągły system dynamiczny

$$X(t)=\Psi(X(t_0),U(t,t_0))$$
$$Y(t)=\Phi(X(t_0),U(t,t_0))$$

Tak zdefiniowanym systemie dynamiczny można opisać za pomocą równań stanu, czyli układu równań różniczkowych pierwszego rzędu postaci:

$$X'(t)=F_1(X(t_0),U(t,t_0))$$

Uzupełnieniem opisu są równania wyjścia określające związek pomiędzy wielkościami wyjściowymi, a zmiennymi stanu i wyjścia:

$$Y(t)=F_2(X(t_0),U(t,t_0))$$

Metoda bilansowa – najczęściej stosowana metoda formatowania modeli systemów dynamicznych opisanych przy pomocy równań stanu i równań wyjścia. W systemach, w których mamy do czynienia a wielkościami materialnymi, bilansowaniu najczęściej ulegają wielkości, które podporządkowane są **zasadom zachowania** (masy, energii, ładunku, pędu i momenty pędu). W systemach ekonomiczno – społecznych odpowiednikiem energii czy masy są takie wielkości jak zasoby finansowe lub siła robocza. Analogie takie można również zaobserwować w takich dziedzinach jak: elektrotechnika, termodynamika, hydrodynamika. Etapy:

-wybór wielkości bilansowych
-ułożenie równań bilansowych
-wybór wielkości stanu
-ułożenie równań stanu
-określenie wartości wyjściowych

Metody wariacyjne – inna metoda formatowania modeli dynamicznych za pomocą równań stanu. Niech układu dynamiczny przebiega w ten sposób, aby charakteryzujący ten układ funkcjonał masowy, zwany działaniem opisywał wartość stacjonarną (zwykle min). Najczęściej wykorzystywana zasada to **zasada wariacyjna Hamiltona (zasada najmniejszego działania).** Jest to najbardziej ogólne sformułowanie praw ruchu systemów mechanicznych. Według zasady najmniejszego działania dla każdego systemu mechanicznego, w którym nie zachodzi rozproszenie energii (system konserwatywny) można sformułować funkcję Lagrange`a L(x,x',t) spełniającą warunek, że przebieg x(t) od punktu o współrzędnych x_1 do punktu o współrzędnych x_2 odbywa się w ten sposób, że całka określona w przedziale t ϵ (t_1,t_2) funkcji L(x,x',t) przyjmuje wartość minimalną. S – działanie.

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(x, \dot{x}, t)\, dt$$

Równanie Eurela – Lagrange'a

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_k}\right) - \frac{\partial L}{\partial x_k} = Q_k \qquad \left(k = \overline{1, N}\right)$$

x_k – współczynniki uogólnione
x'_k – prędkości uogólnione
N – liczba stopni swobody systemu
Q_k – siły uogólnione
L – funkcja Lagrange'a

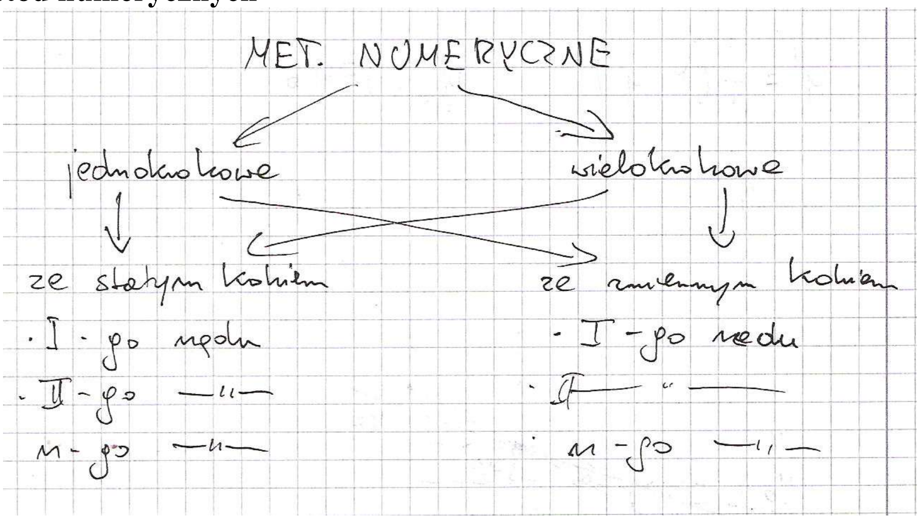
Wykład nr 4

Sprowadzanie równań różniczkowych wyższego rzędu do pierwszego rzędu.
Wymagane są warunki początkowe q(0) i q`(0) po przekształceniu wymagane są $x_1(0)$ i $x_2(0)$
Zasada:
$q_1 = x_1$, $q_2 = x_2$, … , $q_n = x_n$
$q'_1 = x_{n+1}$, $q'_2 = x_{n+2}$, … $q'_n = x_p$
$p = 2n$

Przykład: $q'' + aq = bu$
Wyznaczamy najwyższą pochodną: $q'' = bu - aq$
Dokonujemy podstawień:
$q = x_1$
$q' = \mathbf{x'_1 = x_2}$
$q'' = \mathbf{x'_2 = bu - ax_1}$
Rozwiązaniem jest układ równań różniczkowych pierwszego rzędu:
$x'_1 = x_2$
$x'_2 = bu - ax_1$

Rozwiązywanie równań różniczkowych:
-analityczne możliwe jest rozwiązanie ogólne i szczegółowe
-metody numeryczne - tylko szczegółowe
- metody eksperymentalne - tylko szczegółowe

Podział metod numerycznych



Wykład nr 5

Nieliniowe systemy dynamiczne – opis zależności wejścia – wyjścia za pomocą równań różniczkowych (równań stanu – równania różniczkowe pierwszego rzędu)

Liniowe systemy dynamiczne – można opis zależnościami wejścia – wyjścia w formie operatorowej.

Operatory – odwzorowanie wielkości wejściowych, będących funkcjami Np. czasu w inne funkcje czasu reprezentujące wielkości wyjściowe. Operacje na funkcjach zastępuje się operacjami na liczbach.

Przekształcenie Laplace'a – jest operatorem przekształcającym funkcje zmiennej rzeczywistej f(t) na funkcje f(s) zmiennej zespolonej s = c + jω.

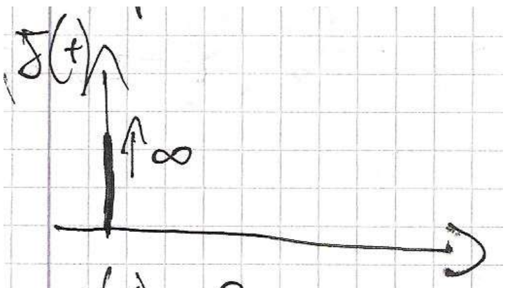
$$L[f(t)] = F(s) = \int_0^\infty x(t) \cdot e^{-st} dt$$

Odwrotne przekształcenie Laplace'a – znając transmitancję funkcji f(s) możemy wyznaczyć samą funkcję f(t)

$$f(t) = L^{-1}[F(s)] = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s) \cdot e^{st} ds \quad t > 0$$

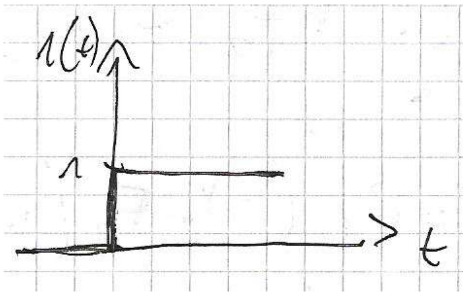
f(s) – obraz Laplace'a funkcji f(t)
f(t) – orginał - musi spełniać warunki:
- jest ciągła dla wszystkich t
- f(t) = 0 dla każdego t < 0
- wartości f(t) muszą być ograniczone, zawsze można określić dwie liczby M > 0 i α >= 0 takie, że spełniona jest nierówność:
f(t) < $Me^{\alpha t}$ dla każdego t > 0

Impuls Diraca - W czasie równym 0 następuje skok do nieskończoności (nieosiągalny ideał)



$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases}$$

Skok jednoskokowy - W czasie równym 0 następuje skok o pewną jednostkę niekoniecznie o 1 (też nieosiągalny ideał, ale bliższy rzeczywistości)

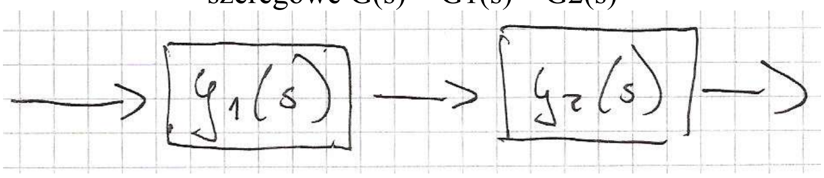


Transmitancja operatorowa – jest zdefiniowana jako stosunek transformaty Laplace'a sygnału wyjściowego Y(s) do transformaty Laplace'a sygnału wejściowego U(s) przy założeniu, że wszystkie wartości początkowe są zerowe.

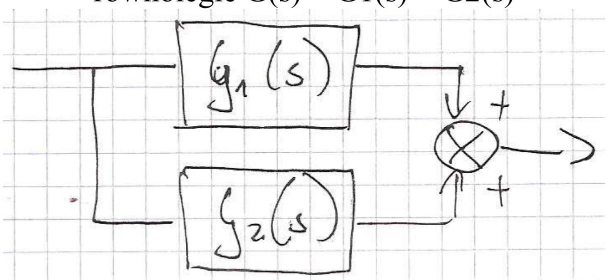
$$G(s)=Y(s) / U(s) = (b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \ ... + b_0) / (a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \ ... + a_0)$$

Transmitancje sprzężeń podstawowych

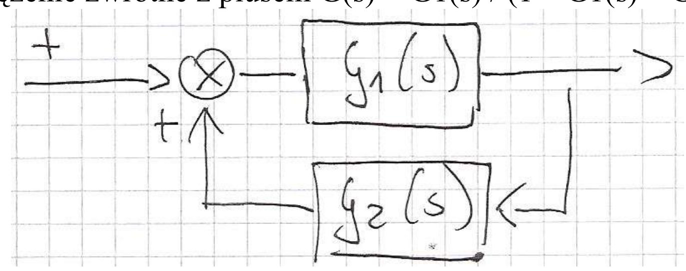
szeregowe G(s) = G1(s) * G2(s)



równoległe G(s) = G1(s) + G2(s)



sprzężenie zwrotne z plusem G(s) = G1(s) / (1 – G1(s) * G2(s))



sprzężenie zwrotne z plusem G(s) = G1(s) / (1 + G1(s) * G2(s))