

# Metody kompilacji

Wykłady 9-10  
Analiza wstępująca

# **Analiza wstępująca ( A Bottom-up Parse)**

- Analiza wstępująca jest bardziej ogólna niż zstępująca.
- Jest preferowana w praktyce, ale jest bardziej złożona niż zstępująca.

# Analiza wstępująca

- Dalej będziemy korzystać z następującej gramatyki:

$$E \rightarrow T + E \mid T$$

$$T \rightarrow \mathbf{int}^* \mid T \mid \mathbf{int} \mid (E)$$

# Analiza wstępująca

## Redukcja

- *Redukcja* jest to krok odwrotny do wyprowadzenia.
- Rozważmy zdanie: **int \* int + int**  
Korzystając z produkcji  $T \rightarrow \text{int}$ , wynik redukcji jest następujący:  
**int \* T + int**

# Idea

Analiza wstępująca *redukuje* zdanie do symbolu startowego:

**int \* int + int**

**int \* T + int**

**T + int**

**T + T**

**T + E**

**E**

**$T \rightarrow \text{int}$**

**$T \rightarrow \text{int} * T$**

**$T \rightarrow \text{int}$**

**$E \rightarrow T$**

**$E \rightarrow T + E$**

Kierunek analizy wstępującej:  
od zdania do symbolu startowego

# Idea

Jeśli zastosujemy produkcje wykorzystane przez analizę wstępującą w kolejności odwrotnej, to uzyskamy wyprowadzenie prawostronne:

**int \* int + int**

**int \* *T* + int**

***T* + int**

***T* + *T***

***T* + *E***

***E***

$T \rightarrow \text{int}$

$T \rightarrow \text{int} * T$

$T \rightarrow \text{int}$

$E \rightarrow T$

$E \rightarrow T + E$

Kolejność  
zastosowania  
produkcji

Kolorom czerwonym zaznaczone są wybierane symbole

# Analiza wstępująca

$\text{int} * \text{int} + \text{int}$

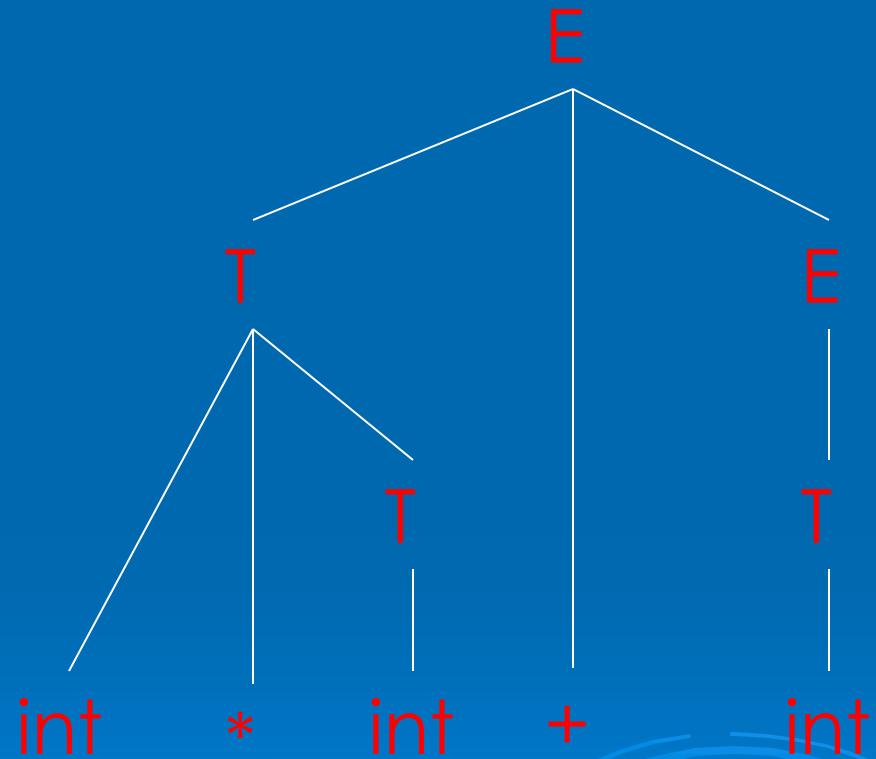
$\text{int} * T + \text{int}$

$T + \text{int}$

$T + T$

$T + E$

$E$



# Analiza wstępująca

int \* int + int

int \* int + int

# Analiza wstępująca

**int \* int + int**

**int \*  $T$  + int**

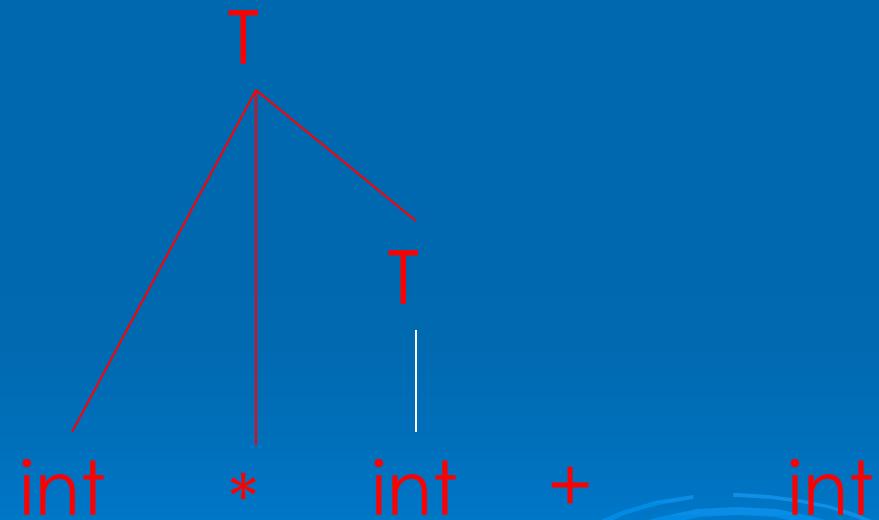
T  
|  
int \* int + int

# Analiza wstępująca

**int \* int + int**

**int \*  $T$  + int**

**$T$  + int**



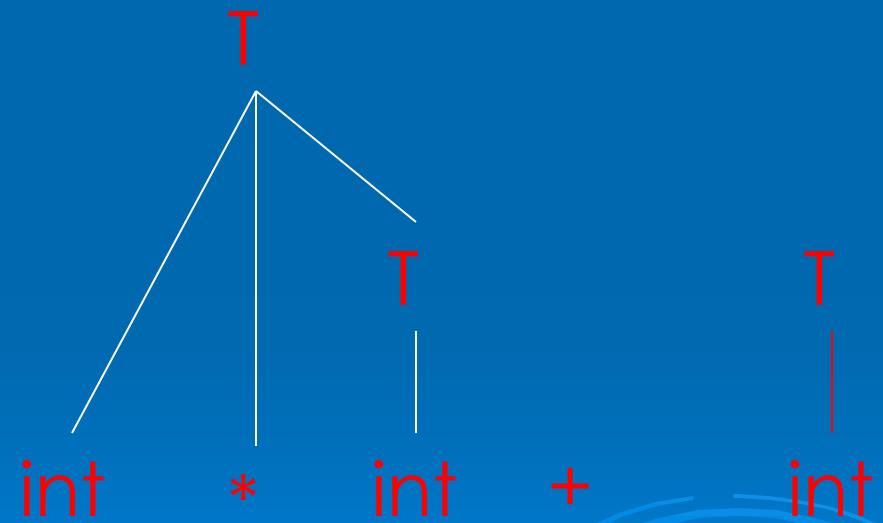
# Analiza wstępująca

**int \* int + int**

**int \*  $T$  + int**

**$T + \text{int}$**

**$T + T$**



# Analiza wstępująca

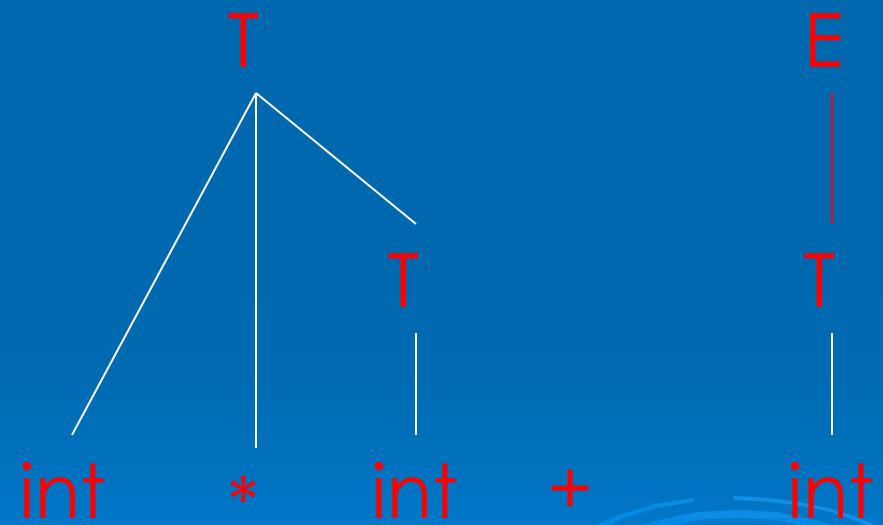
**int \* int + int**

**int \*  $T$  + int**

**$T$  + int**

**$T$  +  $T$**

**$T$  +  $E$**



# Analiza wstępująca

$\text{int} * \text{int} + \text{int}$

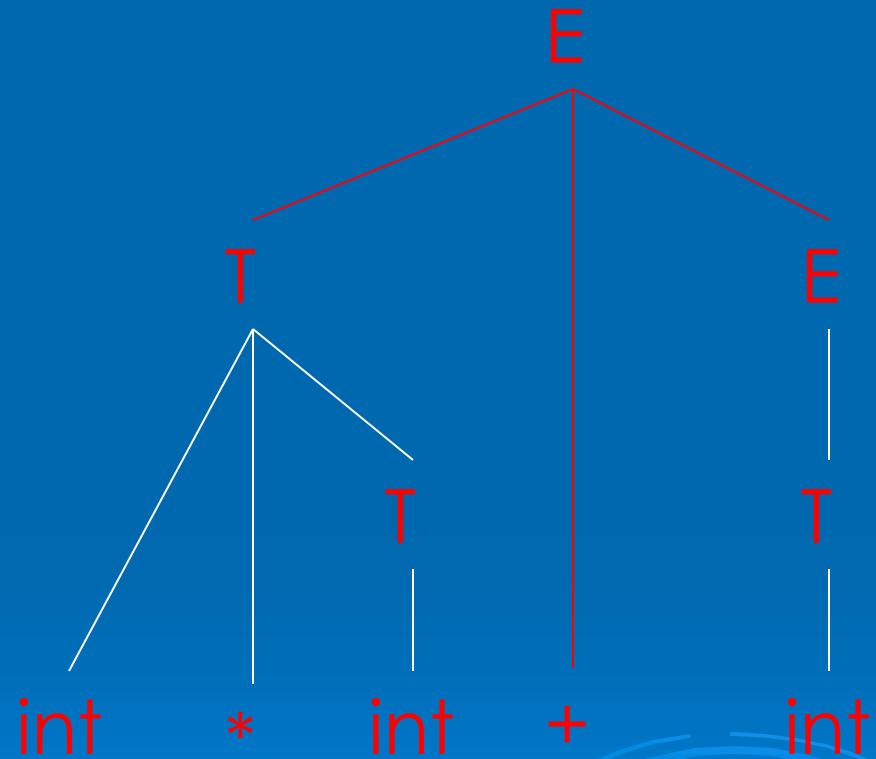
$\text{int} * T + \text{int}$

$T + \text{int}$

$T + T$

$T + E$

$E$



# Analiza wstępująca

## Algorytm parsowania

Wejście: zdanie I

Powtarzaj

w zdaniu I wybierz niepusty podciąg  $\beta$ ,

gdzie  $\beta$  jest prawą stroną produkcji  $X \rightarrow \beta$ ;

w zdaniu I zastąp  $\beta$  przez  $X$ ;

Dopóki  $I \neq "S"$  (symbol startowy) lub wszystkie możliwości są wyczerpane.

# Pytania

- Jak wybrać podciąg w każdym kroku?
- Czy ten algorytm zawsze się kończy?
- Jaka jest jego złożoność?
- Czy obsługuje dowolną gramatykę?

# Analiza wstępująca

Ważny wniosek:

- Niech  $\alpha\beta\omega$  będzie napisem bieżącym po jakiejś liczbie kroków analizy wstępującej.
- Założmy, że następna redukcja korzysta z produkcji  $X \rightarrow \beta$
- Wtedy  $\omega$  jest to podciąg terminali.

Dlaczego? Dlatego, że  $\alpha X \omega \rightarrow \alpha \beta \omega$  jest to krok wyprowadzenia prawostronnego, czyli  $\omega$  nie może zawierać żadnego nieterminala.

# Analiza wstępująca

- Idea: Podziel napis na dwa podciągi:  
prawy podciąg jest jeszcze niezbadany przez  
parser (ciąg terminali),  
lewy podciąg zawiera tylko nieterminale.
- Punkt podziału jest oznaczony symbolem  
 , który nie jest częścią napisu.

# Parsowanie Shift-Reduce

Analiza wstępująca korzysta z dwóch akcji :

Przesunięcie(*Shift*)

Redukcja(*Reduce*)

# Shift

- *Shift*: Przesuń symbol / o jedno miejsce w prawo
  - Przesuwa terminal do lewego podciągu

$$ABC|xyz \Rightarrow ABCx|yz$$

# Reduce

- Niech  $A \rightarrow xy$  będzie produkcją
- Reduce: Zastąp podciąg  $xy$  (prawa strona produkcji) przez  $A$  (lewa strona produkcji)
  - Przykład:

$$Cbxy/ijk \Rightarrow CbA|ijk$$

# Parsowanie Shift-Reduce

int * int + int	shift
int   * int + int	shift
int *   int + int	shift
int * int   + int	reduce $T \rightarrow \text{int}$
int * $T$   + int	reduce $T \rightarrow \text{int} * T$
$T$   + int	shift
$T$ +   int	shift
$T$ + int	reduce $T \rightarrow \text{int}$
$T$ + $T$	reduce $E \rightarrow T$
$T$ + $E$	reduce $E \rightarrow T + E$
$E$	

# Parsowanie Shift-Reduce

**int \* int + int**

int \* int + int



# Parsowanie Shift-Reduce

**int \* int + int**

**int | \* int + int**

int \* int + int



# Parsowanie Shift-Reduce

|int \* int + int

int | \* int + int

int \* | int + int

int \* int + int



# Parsowanie Shift-Reduce

|int \* int + int

int | \* int + int

int \* | int + int

int \* int | + int

int \* int + int



# Parsowanie Shift-Reduce

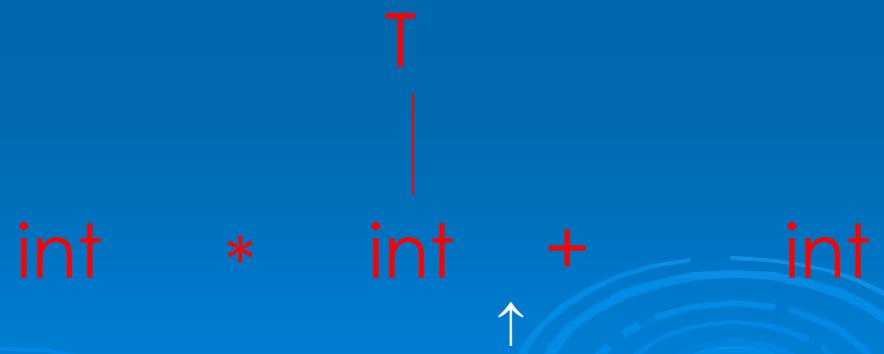
|int \* int + int

int | \* int + int

int \* | int + int

int \* int | + int

int \*  $T$  | + int



# Parsowanie Shift-Reduce

|int \* int + int

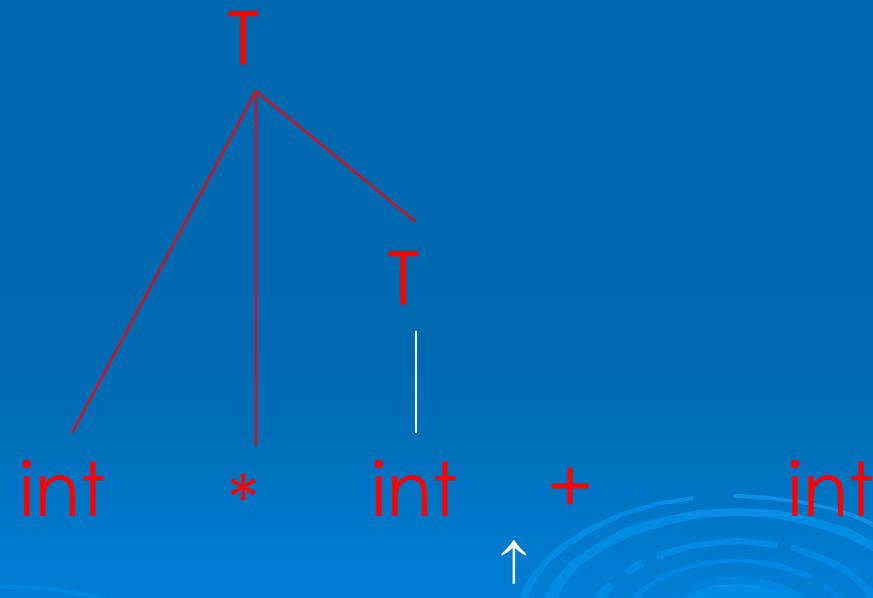
int | \* int + int

int \* | int + int

int \* int | + int

int \* T | + int

T | + int



# Parsowanie Shift-Reduce

|int \* int + int

int | \* int + int

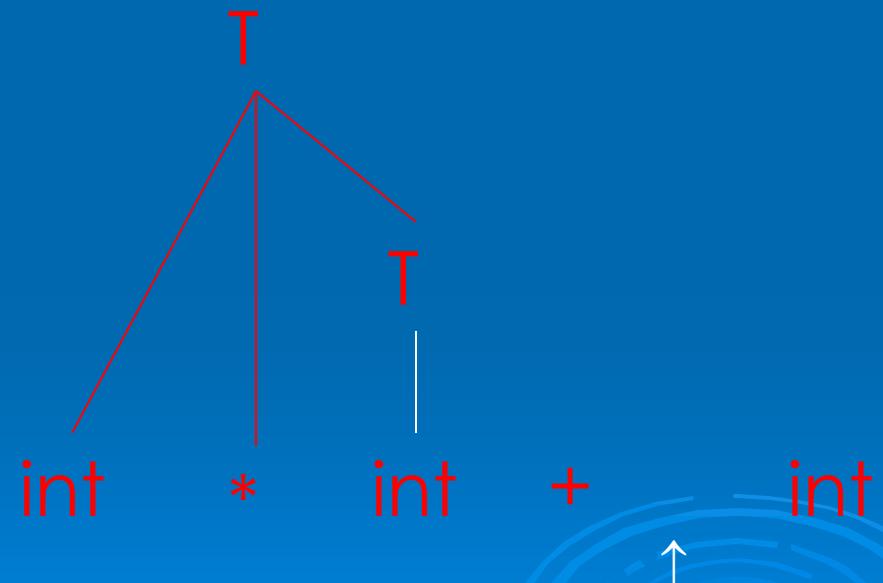
int \* | int + int

int \* int | + int

int \* T | + int

T | + int

T + | int



# Parsowanie Shift-Reduce

|int \* int + int

int | \* int + int

int \* | int + int

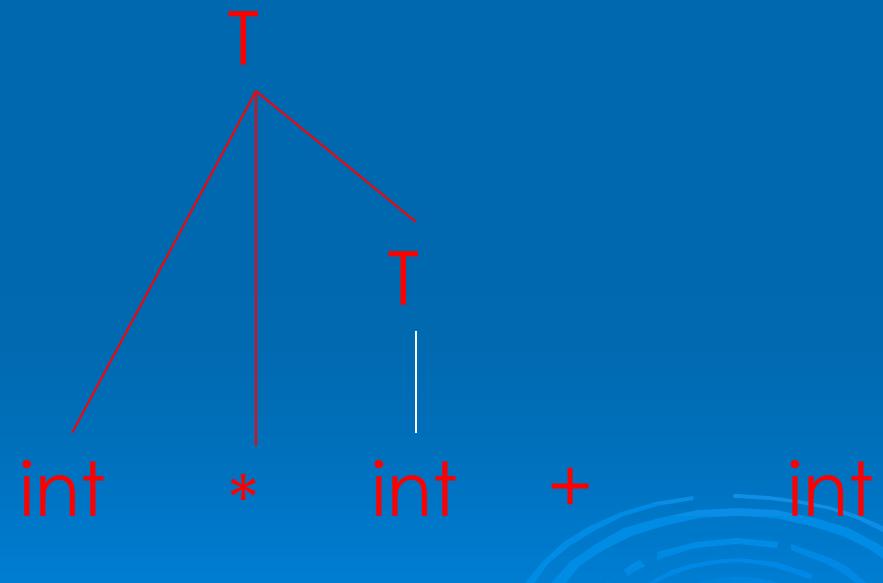
int \* int | + int

int \* T | + int

T | + int

T + | int

T + int |



# Parsowanie Shift-Reduce

|int \* int + int

int | \* int + int

int \* | int + int

int \* int | + int

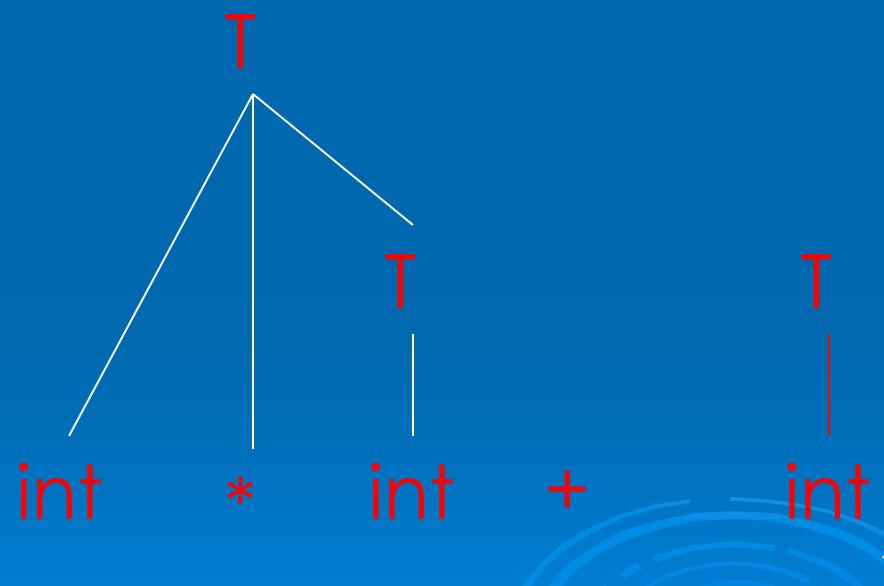
int \* T | + int

T | + int

T + | int

T + int |

T + T |



# Parsowanie Shift-Reduce

|int \* int + int

int | \* int + int

int \* | int + int

int \* int | + int

int \* T | + int

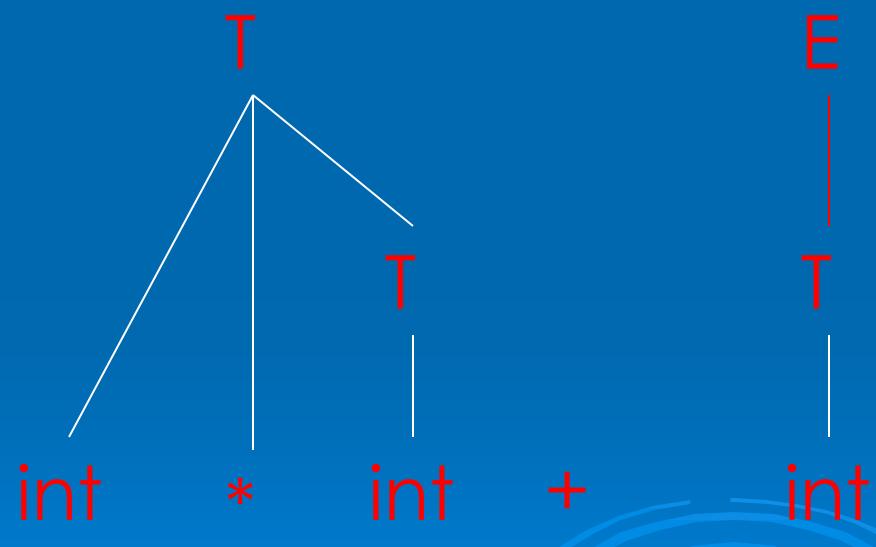
T | + int

T + | int

T + int |

T + T |

T + E |



# Parsowanie Shift-Reduce

|int \* int + int

int | \* int + int

int \* | int + int

int \* int | + int

int \* T | + int

T | + int

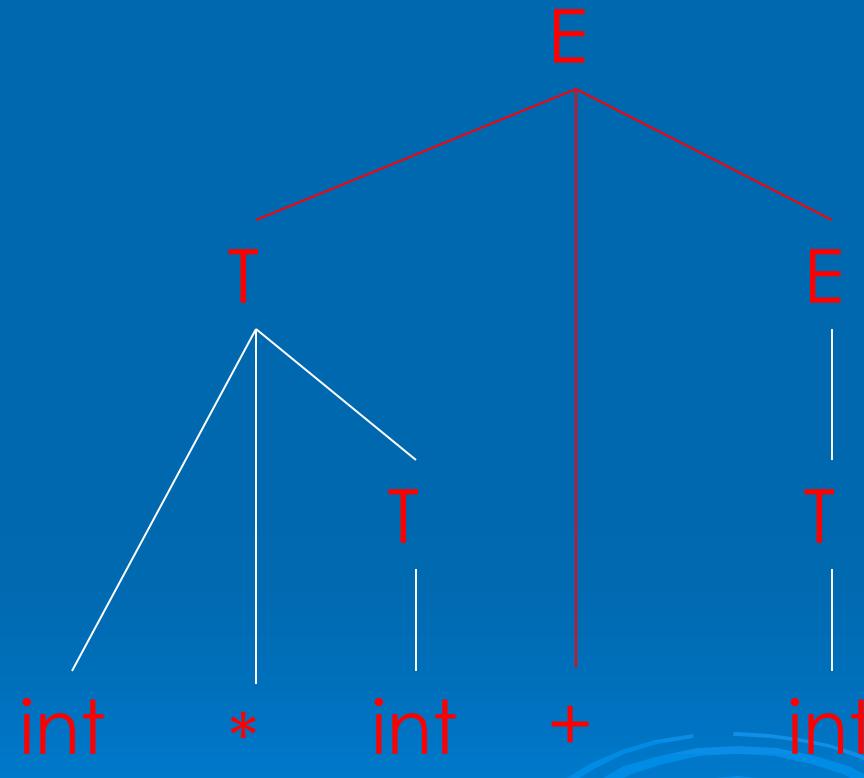
T + | int

T + int |

T + T |

T + E |

E |



# Zastosowanie stosu

- Lewy ciąg może być obsługiwany za pomocą stosu:
  - przed parsowaniem na szczyt stosu dodajemy symbol |
  - shift: dodaje terminal na stos
  - reduce: zdejmuje 0 lub więcej symboli(prawa strona zastosowanej produkcji) ze stosu i dodaje nieterminal na stos(lewa strona zastosowanej produkcji)

# Parsowanie Shift-Reduce

## ➤ Kiedy shift, kiedy reduce?

- Rozważmy napis: **int \* int + int**
- Stosując  $T \rightarrow \text{int}$  możemy zredukować napis jak wyżej do
$$T \mid * \text{int} + \text{int}$$
- Fatalny błąd: Nigdy w ten sposób nie zredukujemy zdania do symbolu startowego  $E$ .

# Zastosowanie stosu

Strategia wyboru akcji:

- Jeśli uchwyt jest na szczycie stosu, to wykonaj **reduce**
- Inaczej wykonaj **shift**

# Parsowanie Shift-Reduce

## Uchwyt

- Nieformalnie, "uchwyt" jest to podciąg pasujący do prawej strony jakiejś produkcji.
- Podstawowe pytanie: jak w sposób formalny rozpoznać uchwyt?

# Parsowanie Shift-Reduce

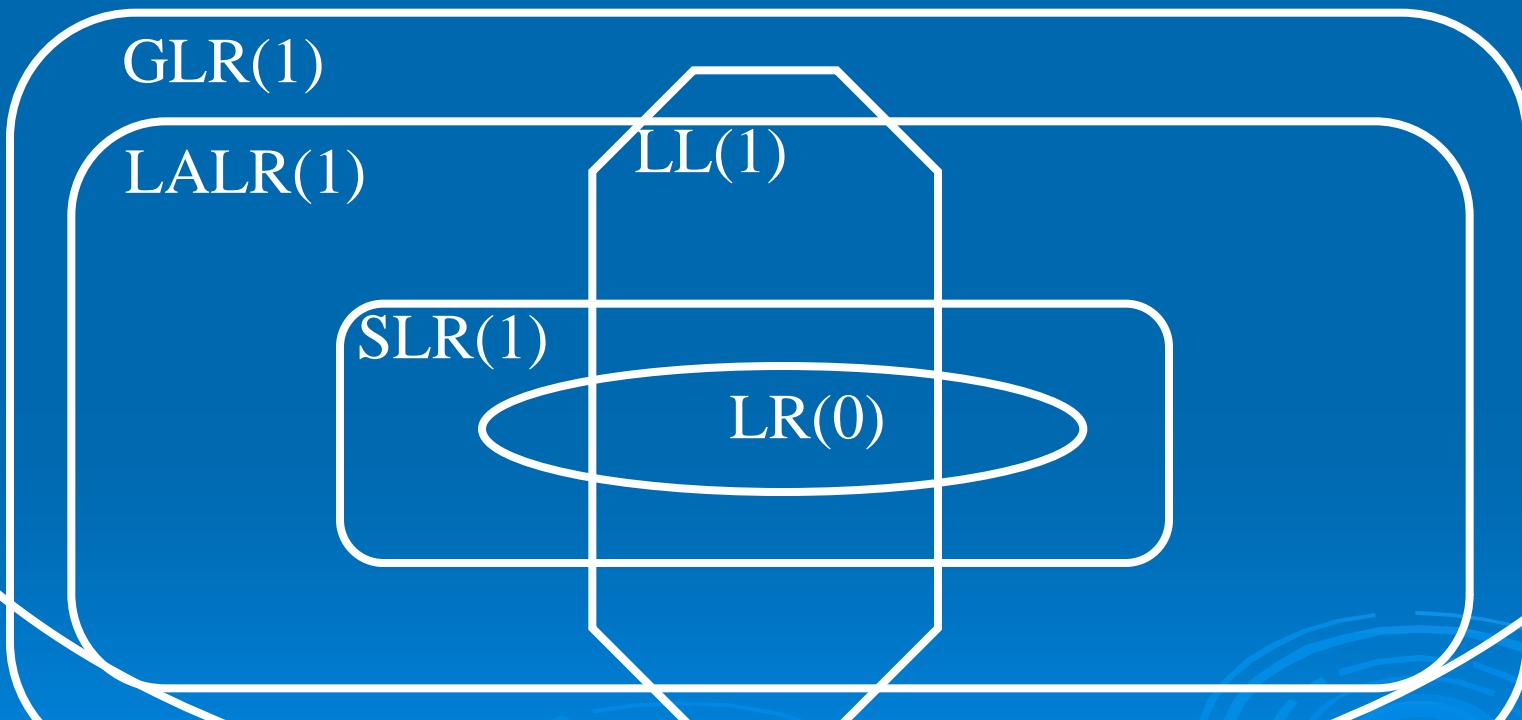
## Uchwyt

- Zostało opracowanych wiele metod do rozpoznania uchwytu w sposób formalny.
- Wiele metod daje nam wiele gramatyk

# Gramatyki

Im większa jest powierzchnia, zaznaczona dla jakiejś gramatyki, tym większy jest zakres jej zastosowania.

## Gramatyka bezkont. (CFG)



# Parser LR (k)

„L” oznacza przeglądanie wejścia od lewej do prawej,

„R” oznacza budowę zdania wejściowego przez zastosowanie wyprowadzenia prawostronnego w oparciu o produkce zwrotne przez parser w kolejności od ostatniej do pierwszej,

„k” oznacza liczbę symboli podglądzanych podczas analizy.

# Parser LR (k)

Im większa jest wartość **k**, tym większy jest zakres stosowalności parsera – może on parsować więcej gramatyk.

Ale jednocześnie ze wzrostem **k** rośnie złożoność procesu tworzenia parsera oraz czas parsowania.

# Parser LR (k)

- Można zbudować analizatory LR do prawie wszystkich konstrukcji z języków programowania.

# Parser LR (k)

- Jest wiele modyfikacji parserów LR(k).
- Każda modyfikacja ma taką samą architekturę parsera i taki sam sposób jego działania.
- Jedyna różnica – to sposób tworzenia tablic parsowania.
- Dalej rozważamy najbardziej popularne modyfikacje parsera LR(k).

# Parser SLR (k)

- Simple LR(k) parser – prosty LR(k) parser.
- Jest najsłabszy ze względu na liczbę gramatyk, dla których działa, ale jest najprostszy w implementacji.

# LALR (1)

- LookAhe $\text{d}$  LR(1) - podglądający LR(1) parser
- Tablice uzyskiwane przy jego zastosowaniu są znacznie mniejsze niż tablice LR(1).
- Narzędzia YACC i Bison są oparte na LALR(1).

# Parser GLR

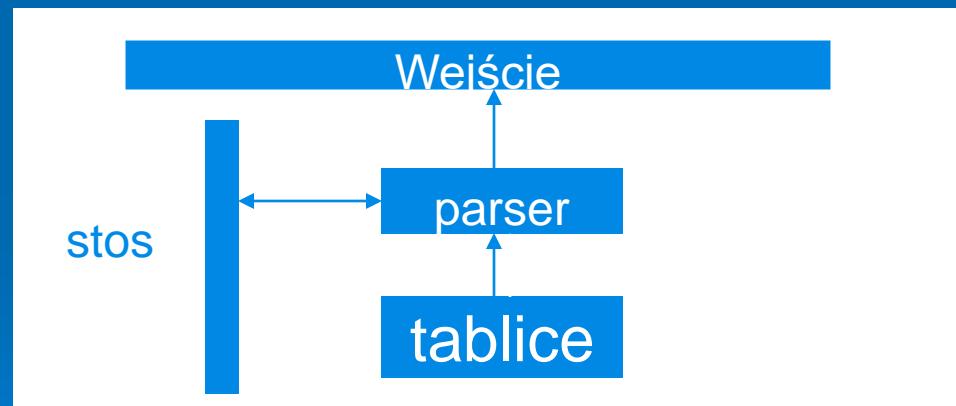
Generalized (Uogólniony) LR parser jest najbardziej zaawansowaną modyfikacją parsera LR – może parsować prawie każdą gramatykę.

# Parser LR (1)

- Parsowanie jest wykonywane w oparciu o automat skończony.
- Parsowanie jest niezależne od języka.
- Automat skończony jest generowany na podstawie gramatyki wejściowej.

# Parser LR(1)

- Ogólna architektura parsera LR(1)



# Automat PDA

- Automat skończony, który korzysta ze stosu, jest nazywany automatem PDA (*pushdown automaton*).
- Działanie PDA jest określone przez jego obecny stan przechowywany na szczycie stosu oraz bieżący symbol wejściowy.

# Parser LR (1)

- Parser LR wykorzystuje tablicę parsowania, bufor wejściowy i stos stanów.
- Wykonuje trzy akcje:
  - Przesuwa (*Shift*) token z bufora wejściowego na stos.
  - Redukuje (*Reduce*) zawartość stosu przez zastosowanie produkcji.
  - Przechodzi do nowego stanu (*Go to*).

# Sytuacje LR(0)

- Żeby zbudować tablicę parsowania, musimy najpierw znaleźć sytuacje (*items*) LR(0).
- Sytuacją LR(0) nazywamy produkcję z kropką (•) w jakimś miejscu jej prawej strony.

# Sytuacje LR(0)

- Dla produkcji

$$E \rightarrow E + T,$$

sytuacje LR(0) są jak niżej:

$$E \rightarrow \bullet E + T$$

$$E \rightarrow E \bullet + T$$

$$E \rightarrow E + \bullet T$$

$$E \rightarrow E + T \bullet$$

Kropka ( $\bullet$ ) jest we wszystkich możliwych miejscach prawej strony produkcji

# Sytuacje LR(0)

- Interpretacja sytuacji  $A \rightarrow \alpha \bullet \beta$ :  
“napis  $\alpha$  już został przetworzony, więc  
możemy przetwarzać  $\beta$ ”.
- Czy rzeczywiście będziemy przetwarzać  $\beta$  jest  
uzależnione od kolejnych symboli wejścia.

# Parser LR

- Zbiór sytuacji LR (0) reprezentuje pojedynczy stan PDA.
- W parsowaniu LR potrzebujemy wzbogacić gramatykę przez dodanie produkcji:

$$S' \rightarrow S,$$

gdzie  $S'$  jest to nowy symbol startowy.

- Gramatyka wzbogacona gwarantuje to, że nowy symbol startowy nie spowoduje rekurencji.

# Stany PDA

- Stan początkowy nazywa się  $I_0$  (sytuacja 0).
- Stan  $I_0$  jest to domknięcie zbioru zawierającego jedną sytuację:  
$$\{S' \rightarrow \bullet S\}.$$

# Stany PDA

## ➤ Sposób obliczenia domknięcia zbioru sytuacji:

- Dla każdej sytuacji  $A \rightarrow \alpha \bullet B\beta$  w zbiorze oraz dla każdej produkcji  $B \rightarrow \gamma$  gramatyki, dodaj sytuację  $B \rightarrow \bullet \gamma$  do zbioru,
- Kontynuuj, dopóki nie będzie żadnych nowych elementów do dodania do zbioru.

# Przykład

- Dla gramatyki

$$E' \rightarrow E$$

$$E \rightarrow E + T \mid T$$

$$T \rightarrow T^* F \mid F$$

$$F \rightarrow (E) \mid \text{id} \mid \text{num}$$

# Przykład

stan  $I_0$  zawiera sytuacje, które należą do domknięcia sytuacji  $E' \rightarrow \bullet E$ :

$$E' \rightarrow \bullet E$$

$$E \rightarrow \bullet E + T$$

$$E \rightarrow \bullet T$$

$$T \rightarrow \bullet T^* F$$

$$T \rightarrow \bullet F$$

$$F \rightarrow \bullet (E)$$

$$F \rightarrow \bullet \text{id}$$

$$F \rightarrow \bullet \text{num}$$

$$E' \rightarrow E$$

$$E \rightarrow E + T \rightarrow T$$

$$T \rightarrow T^* F \rightarrow F$$

$$F \rightarrow (E) \downarrow \text{id} \downarrow \text{num}$$

# Przejścia

- Jeśli  $A \rightarrow \alpha \bullet X\beta$  jest to sytuacja opisująca (razem z innymi sytuacjami) jakiś stan, to
  - Przejście z tego stanu może nastąpić, gdy symbol  $X$  jest przetwarzany.
  - Przejście następuje do stanu, który jest reprezentowany domknięciem sytuacji  $A \rightarrow \alpha X \bullet \beta$ .

# Przykład

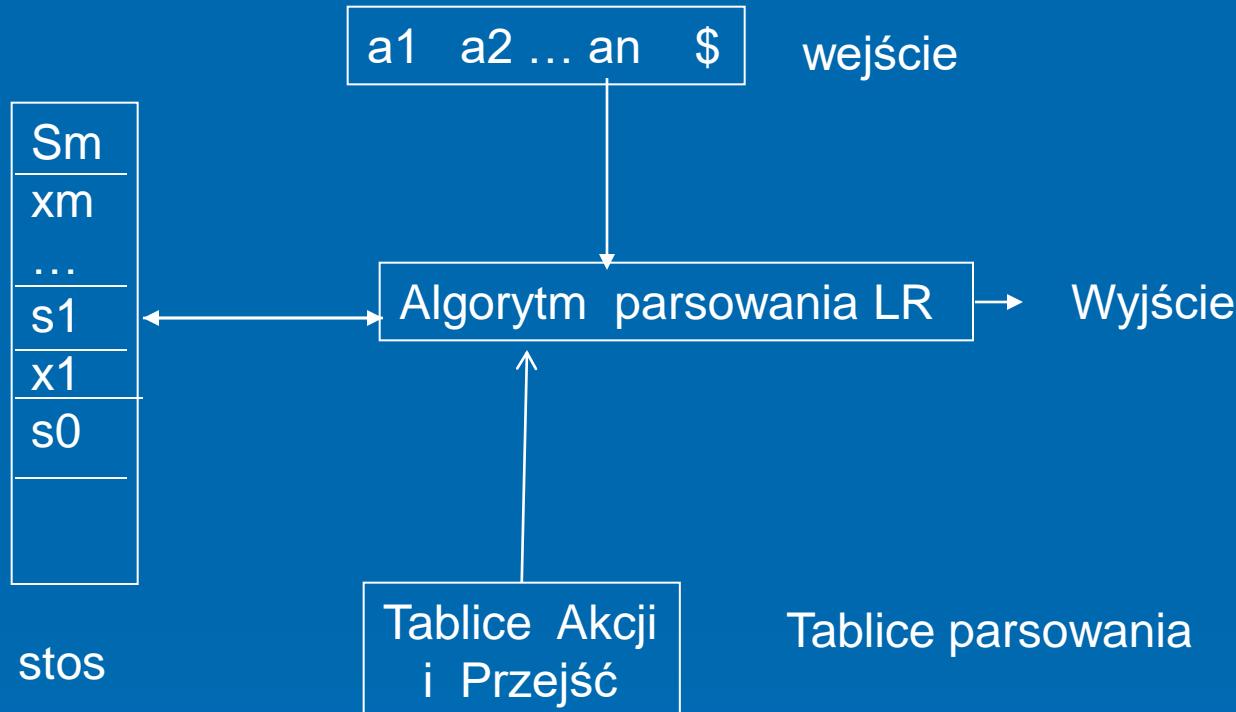
Na przykład, dla  $E$ , ze zbioru sytuacji

$$E' \rightarrow \bullet E, \quad E \rightarrow \bullet E + T$$

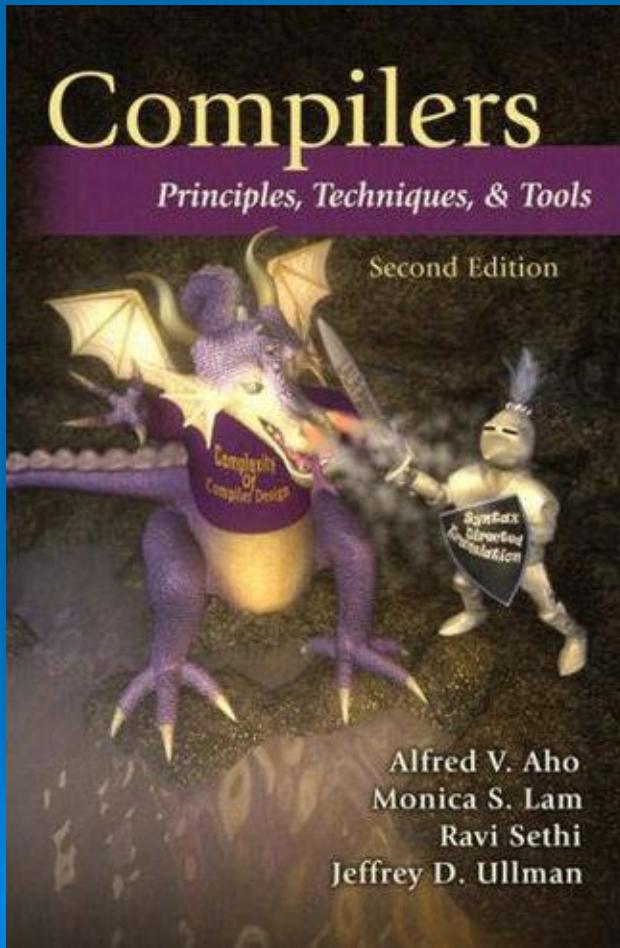
mamy przejścia do

$$E' \rightarrow E \bullet, \quad E \rightarrow E \bullet + T.$$

# Architektura parsera LR(k)



- Dla każdej modyfikacji parsera LR(k) zostały opracowane algorytmy tworzenia tablic parsowania, które można znaleźć w książce:



# Tablice parsowania

- Tablica parsowania ma dwie części: tablicę akcji i tablicę przejść.
- Wpisy w tablicy akcji [s, t] mogą mieć cztery wartości:
  - Przesunięcie (shift) si, gdzie si oznacza stan, do którego należy przejść.

# Tablice parsowania

- Redukcja (reduce) z zastosowaniem produkcji (zazwyczaj podany jest numer produkcji).
- Akceptacja (accept)
- Błąd (error)

# Tablice parsowania

- Wpis w tablicy przejść( *go to*)  $[s, T] = si$  oznacza przejście ze stanu  $s$  i symbolu nieterminalnego  $T$  do stanu  $si$ .
- Z tablicy przejść korzystamy po każdej redukcji: bierzemy bieżący stan oraz symbol na szczycie stosu (lewa strona zastosowanej produkcji) jako wejście do tablicy i dodajemy stan, który zwraca tablica, na szczyt stosu.

# Gramatyki LR(k)

- Gramatyka, która pozwala na parsowanie za pomocą analizatora LR, podglądającego co najwyżej  $k$  symboli wejściowych, nazywana jest gramatyką LR( $k$ ).

# Konflikty w parserach LR(k)

- O konflikcie mówimy wtedy, gdy jakiś wpis w tablicy parsowania zawiera dwie lub więcej akcji: przesunięcie/redukcja lub redukcja/redukcja.

# Konflikty w parserach LR(k)

- Konflikty mogą być rozwiązywane automatycznie jeśli korzystamy z narzędzi do tworzenia parserów, na przykład YACC'a,  
lub wymagają ingerencji twórcy parsera celem wskazania akcji właściwej.

# Akcje parsera LR(1)

- Parser LR(1) korzysta z następujących akcji:

**if** akcja[ **s, a**]= shift **s'** **then**

wstaw **a**, a następnie **s'** na szczyt stosu,  
przejdź do następnego symbolu  
wejściowego;

# Akcje parsera LR(1)

if akcja [s, a] = reduce ( $A \rightarrow \beta$ ) then

| $\beta$ | -długość  
napisu  $\beta$

zdejmij ze stosu  $2^*|\beta|$  symboli;

niech  $s'$  będzie stanem, który znalazł się na wierzchołku stosu (po usunięciu ze stosu  $2^*|\beta|$  symboli);

wstaw  $A$  i wartość, którą zwraca tablica

przejść( $s', A$ ), na wierzchołek stosu;

przekaż na wyjście produkcję  $A \rightarrow \beta$  ;

# Akcje parsera LR(1)

**if** akcja[s, a] = accept **then** koniec;  
**else** błąd().

# Przykład działania parsera LR(1)

Kolejne slajdy pokazują na przykładzie sposób działania parsera LR(1) dla gramatyki:

$$0. S' \rightarrow S \$$$

$$1. S \rightarrow ( L )$$

$$2. S \rightarrow x$$

$$3. L \rightarrow S$$

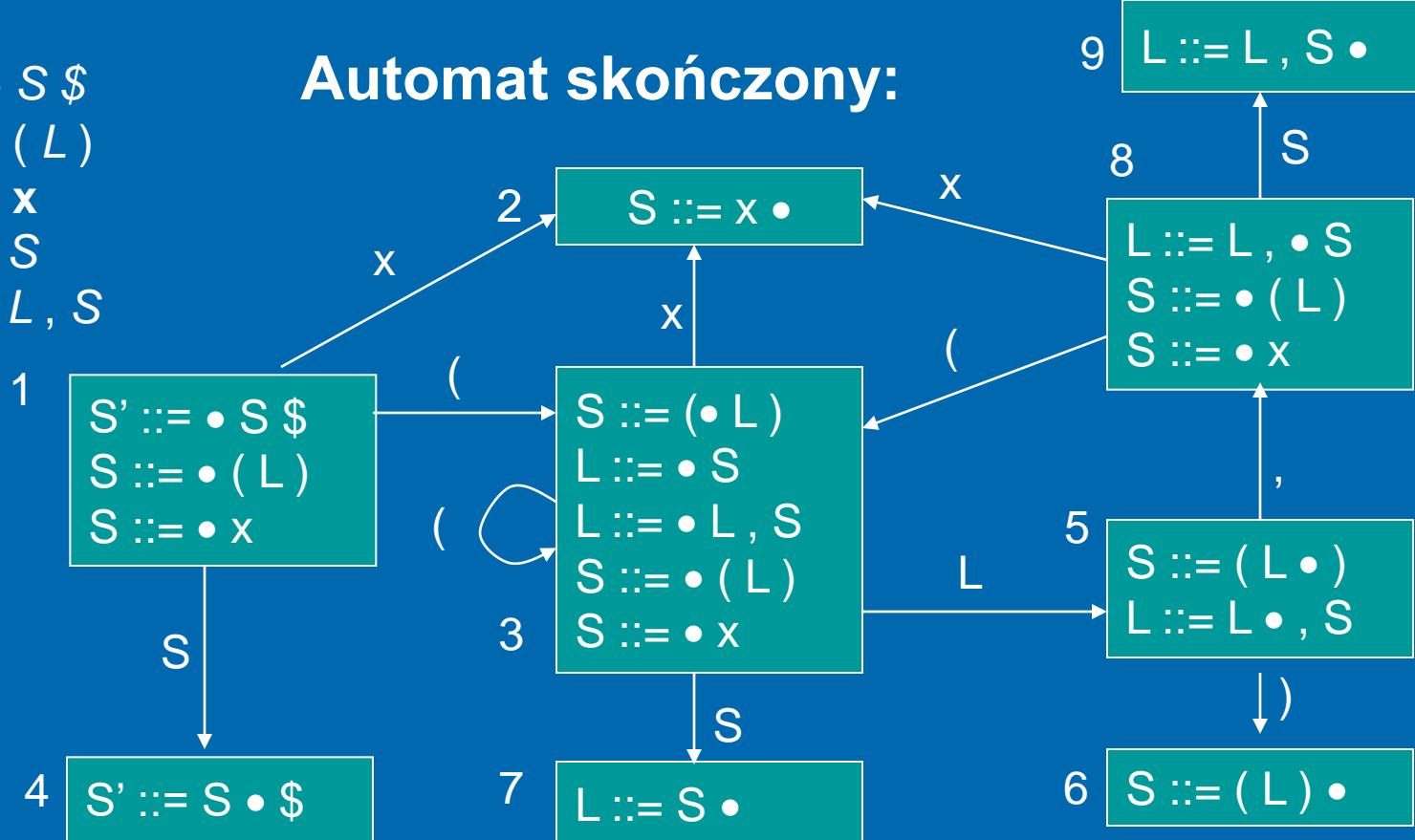
$$4. L \rightarrow L \leftarrow S$$

, jest to terminal

dla której symbole terminalne to są: ( ), x  
natomiast nieterminalami są L i S.

## Automat skończony:

- 0.  $S' \rightarrow S \$$
- 1.  $S \rightarrow ( L )$
- 2.  $S \rightarrow x$
- 3.  $L \rightarrow S$
- 4.  $L \rightarrow L, S$

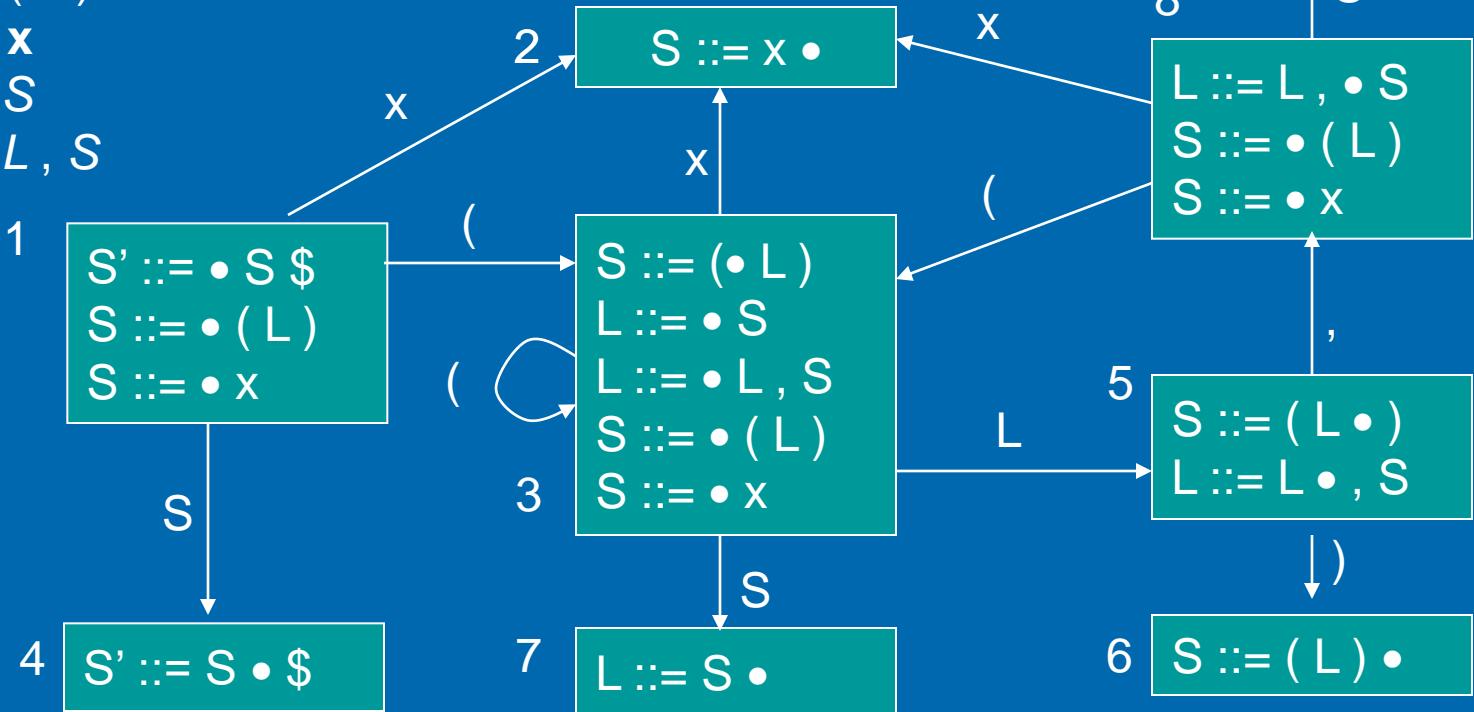


Dla wejścia  $( x, x ) \$$  parser wykona następujące akcje:

1 s3 s2 r2g7 r3g5 s8 s2 r2g9 r4g5 s6 r1g4 accept  
gdzie **s***i* oznacza shift do stanu *i*, **r***jgk* oznacza reduce za pomocą produkcji *j* i przejście do stanu *k*; 1 jest stanem startowym

# Automat skończony:

- 0.  $S' \rightarrow S \$$
- 1.  $S \rightarrow ( L )$
- 2.  $S \rightarrow x$
- 3.  $L \rightarrow S$
- 4.  $L \rightarrow L, S$



stan	(	)	x	,	\$	S	L
1	s3		s2			g4	
2	r2	r2	r2	r2	r2		
3	s3		s2			g7	g5
4					a		
...							

stan	(	)	x	,	\$	S	L
1	s3		s2			g4	
2	r2	r2	r2	r2	r2		
3	s3		s2			g7	g5
4					a		
5		s6			s8		
6	r1	r1	r1	r1	r1		
7	r3	r3	r3	r3	r3		
8	s3		s2			g9	
9	r4	r4	r4	r4	r4		

- 0.  $S' \rightarrow S \$$
- 1.  $S \rightarrow ( L )$
- 2.  $S \rightarrow x$
- 3.  $L \rightarrow S$
- 4.  $L \rightarrow L , S$

wejście:  $( x , x ) \$$

Stos 1

Akcja: s3

stan	(	)	x	,	\$	S	L
1	s3		s2			g4	
2	r2	r2	r2	r2	r2		
3	s3		<b>s2</b>			g7	g5
4					a		
5		s6			s8		
6	r1	r1	r1	r1	r1		
7	r3	r3	r3	r3	r3		
8	s3		s2			g9	
9	r4	r4	r4	r4	r4		

- 0.  $S' \rightarrow S \$$
- 1.  $S \rightarrow ( L )$
- 2.  $S \rightarrow x$
- 3.  $L \rightarrow S$
- 4.  $L \rightarrow L , S$



wejście: ( x , x ) \$

Stos 1 ( 3

Akcja: s2

stan	(	)	x	,	\$	S	L
1	s3		s2			g4	
2	r2	r2	r2	r2			
3	s3		s2			g7	g5
4					a		
5		s6			s8		
6	r1	r1	r1	r1	r1		
7	r3	r3	r3	r3	r3		
8	s3		s2			g9	
9	r4	r4	r4	r4	r4		

- 0.  $S' \rightarrow S \$$
- 1.  $S \rightarrow ( L )$
- 2.  $S \rightarrow x$
- 3.  $L \rightarrow S$
- 4.  $L \rightarrow L , S$



wejście: ( x , x ) \$

Stos 1 ( 3 x 2  
Akcja: r2

stan	(	)	x	,	\$	S	L
1	s3		s2			g4	
2	r2	r2	r2	r2	r2		
3	s3		s2			<i>g7</i>	g5
4					a		
5		s6			s8		
6	r1	r1	r1	r1	r1		
7	r3	r3	r3	r3	r3		
8	s3		s2				g9
9	r4	r4	r4	r4	r4		

- 0.  $S' \rightarrow S \$$
- 1.  $S \rightarrow ( L )$
- 2.  $S \rightarrow x$
- 3.  $L \rightarrow S$
- 4.  $L \rightarrow L , S$



wejście: ( x , x ) \$

Stos 1 ( 3 S  
Akcja: g7

stan	(	)	x	,	\$	S	L
1	s3		s2			g4	
2	r2	r2	r2	r2	r2		
3	s3		s2			g7	g5
4					a		
5		s6			s8		
6	r1	r1	r1	r1	r1		
7	r3	r3	r3	r3	r3		
8	s3		s2			g9	
9	r4	r4	r4	r4	r4		

- 0.  $S' \rightarrow S \$$
- 1.  $S \rightarrow ( L )$
- 2.  $S \rightarrow x$
- 3.  $L \rightarrow S$
- 4.  $L \rightarrow L , S$



wejście    ( x , x ) \$

stos:    1 ( 3 S 7

Akcja: r3

stan	(	)	x	,	\$	S	L
1	s3		s2			g4	
2	r2	r2	r2	r2	r2		
3	s3		s2			g7	g5
4					a		
5		s6			s8		
6	r1	r1	r1	r1	r1		
7	r3	r3	r3	r3	r3		
8	s3		s2			g9	
9	r4	r4	r4	r4	r4		

- 0.  $S' \rightarrow S \$$
- 1.  $S \rightarrow ( L )$
- 2.  $S \rightarrow x$
- 3.  $L \rightarrow S$
- 4.  $L \rightarrow L , S$



wejście: ( x , x ) \$

stos: 1 ( 3 L

Akcja: g5

stan	(	)	x	,	\$	S	L
1	s3		s2			g4	
2	r2	r2	r2	r2	r2		
3	s3		s2			g7	g5
4					a		
5		s6			s8		
6	r1	r1	r1	r1	r1		
7	r3	r3	r3	r3	r3		
8	s3		s2			g9	
9	r4	r4	r4	r4	r4		

- 0.  $S' \rightarrow S \$$
- 1.  $S \rightarrow ( L )$
- 2.  $S \rightarrow x$
- 3.  $L \rightarrow S$
- 4.  $L \rightarrow L , S$

wejście    ( x , x ) \$

Stos    1 ( 3 L 5  
 Akcja: s8

stan	(	)	x	,	\$	S	L
1	s3		s2			g4	
2	r2	r2	r2	r2	r2		
3	s3		s2			g7	g5
4					a		
5		s6			s8		
6	r1	r1	r1	r1	r1		
7	r3	r3	r3	r3	r3		
8	s3		<b>s2</b>				g9
9	r4	r4	r4	r4	r4		

- 0.  $S' \rightarrow S \$$
- 1.  $S \rightarrow ( L )$
- 2.  $S \rightarrow x$
- 3.  $L \rightarrow S$
- 4.  $L \rightarrow L , S$

wejście     $\downarrow$   
 wejście    ( x , x ) \$

Stos:    1 ( 3 L 5 , 8  
 Akcja: s2

stan	(	)	x	,	\$	S	L
1	s3		s2			g4	
2	r2	r2	r2	r2	r2		
3	s3		s2			g7	g5
4					a		
5		s6			s8		
6	r1	r1	r1	r1	r1		
7	r3	r3	r3	r3	r3		
8	s3		s2			g9	
9	r4	r4	r4	r4	r4		

- 0.  $S' \rightarrow S \$$
- 1.  $S \rightarrow ( L )$
- 2.  $S \rightarrow x$
- 3.  $L \rightarrow S$
- 4.  $L \rightarrow L , S$



wejście: ( x , x ) \$

Stos: 1 ( 3 L 5 , 8 x 2  
Akcja: r2

stan	(	)	x	,	\$	S	L
1	s3		s2			g4	
2	r2	r2	r2	r2	r2		
3	s3		s2			g7	g5
4					a		
5		s6			s8		
6	r1	r1	r1	r1	r1		
7	r3	r3	r3	r3	r3		
8	s3		s2				g9
9	r4	r4	r4	r4	r4		

- 0.  $S' \rightarrow S \$$
- 1.  $S \rightarrow ( L )$
- 2.  $S \rightarrow x$
- 3.  $L \rightarrow S$
- 4.  $L \rightarrow L , S$



wejście: ( x , x ) \$

Stos: 1 ( 3 L 5 , 8 S  
Akcja: g9

stan	(	)	x	,	\$	S	L
1	s3		s2			g4	
2	r2	r2	r2	r2	r2		
3	s3		s2			g7	g5
4					a		
5		s6			s8		
6	r1	r1	r1	r1	r1		
7	r3	r3	r3	r3	r3		
8	s3		s2			g9	
9	r4	r4	r4	r4	r4		

- 0.  $S' \rightarrow S \$$
- 1.  $S \rightarrow ( L )$
- 2.  $S \rightarrow x$
- 3.  $L \rightarrow S$
- 4.  $L \rightarrow L , S$



wejście: ( x , x ) \$

Stos: 1 ( 3 L 5 , 8 S 9  
Akcja: r4

stan	(	)	x	,	\$	S	L
1	s3		s2			g4	
2	r2	r2	r2	r2	r2		
3	s3		s2			g7	g5
4					a		
5		s6			s8		
6	r1	r1	r1	r1	r1		
7	r3	r3	r3	r3	r3		
8	s3		s2			g9	
9	r4	r4	r4	r4	r4		

- 0.  $S' \rightarrow S \$$
- 1.  $S \rightarrow ( L )$
- 2.  $S \rightarrow x$
- 3.  $L \rightarrow S$
- 4.  $L \rightarrow L , S$

wejście: ( x , x ) \$ 

Stos: 1 ( 3 L

Akcja: g5

stan	(	)	x	,	\$	S	L
1	s3		s2			g4	
2	r2	r2	r2	r2	r2		
3	s3		s2			g7	g5
4					a		
5		s6			s8		
6	r1	r1	r1	r1	r1		
7	r3	r3	r3	r3	r3		
8	s3		s2			g9	
9	r4	r4	r4	r4	r4		

- 0.  $S' \rightarrow S \$$
- 1.  $S \rightarrow ( L )$
- 2.  $S \rightarrow x$
- 3.  $L \rightarrow S$
- 4.  $L \rightarrow L , S$



wejście: ( x , x ) \$

Stos: 1 ( 3 L 5

Akcja: s6

stan	(	)	x	,	\$	S	L
1	s3		s2			g4	
2	r2	r2	r2	r2	r2		
3	s3		s2			g7	g5
4					a		
5		s6			s8		
6	r1	r1	r1	r1	r1		
7	r3	r3	r3	r3	r3		
8	s3		s2			g9	
9	r4	r4	r4	r4	r4		

- 0.  $S' \rightarrow S \$$
- 1.  $S \rightarrow ( L )$
- 2.  $S \rightarrow x$
- 3.  $L \rightarrow S$
- 4.  $L \rightarrow L , S$

wejście:  $( x , x ) \$$

Stos: 1 ( 3 L 5 ) 6  
Akcja: r1

stan	(	)	x	,	\$	S	L
1	s3		s2			<b>g4</b>	
2	r2	r2	r2	r2	r2		
3	s3		s2			<b>g7</b>	<b>g5</b>
4					<b>a</b>		
5		<b>s6</b>			<b>s8</b>		
6	r1	r1	r1	r1	r1		
7	r3	r3	r3	r3	r3		
8	s3		s2			<b>g9</b>	
9	r4	r4	r4	r4	r4		

- 0.  $S' \rightarrow S \$$
- 1.  $S \rightarrow ( L )$
- 2.  $S \rightarrow x$
- 3.  $L \rightarrow S$
- 4.  $L \rightarrow L , S$

wejście:  $( x , x ) \$$

Stos: 1 **S**  
Akcja: g4

stan	(	)	x	,	\$	S	L
1	s3		s2			g4	
2	r2	r2	r2	r2	r2		
3	s3		s2			g7	g5
4					a		
5		s6			s8		
6	r1	r1	r1	r1	r1		
7	r3	r3	r3	r3	r3		
8	s3		s2			g9	
9	r4	r4	r4	r4	r4		

- 0.  $S' \rightarrow S \$$
- 1.  $S \rightarrow ( L )$
- 2.  $S \rightarrow x$
- 3.  $L \rightarrow S$
- 4.  $L \rightarrow L , S$



wejście: ( x , x) \$

Stos: 1 S 4  
Akcja: accept

# Dziękuję za uwagę