



Proyecto final: Investigación crítica, razonamiento de chatbots de LLMS (parte1)

Profesor: Dr. Manuel David Morales

Grupo: Código Spaghetti

MATEMÁTICAS II, LICENCIATURA EN IA Y CIENCIA DE DATOS,
SEMESTRE 2025B

Tema: Prompt Engineering Crítico (PE-C) sobre integración y derivación multivariable.

Integrante	Rol
Josue Rosas Gonzalez	1. Prompt Engineer
Noe Larios Lopez	2. Analista Algorítmico
Andre de Jesus Ramirez Serrano	3. Curador del Reporte y Presentador
Christian Omar Herrera Valdez	4. Auditor de Rigor
Carlos Alberto Linares Castillo	5. Especialista en Meta-Data

Introducción

Objetivo principal: Utilizar su conocimiento avanzado de Matemáticas II para falsificar la respuesta de la IA. Es decir, demostrar que, a pesar de su complejidad lingüística, el chatbot es susceptible de cometer errores de rigor, precisión o incoherencia en operaciones de alto nivel.

Objetivos específicos:

- **Diagnóstico:** Aislar el punto exacto donde la IA comete un error conceptual o algebraico.
- **Rigor Formal:** Justificar su refutación usando terminología precisa de Matemáticas II.
- **Uso Ético:** Tratar a la IA como un asistente que requiere validación humana.

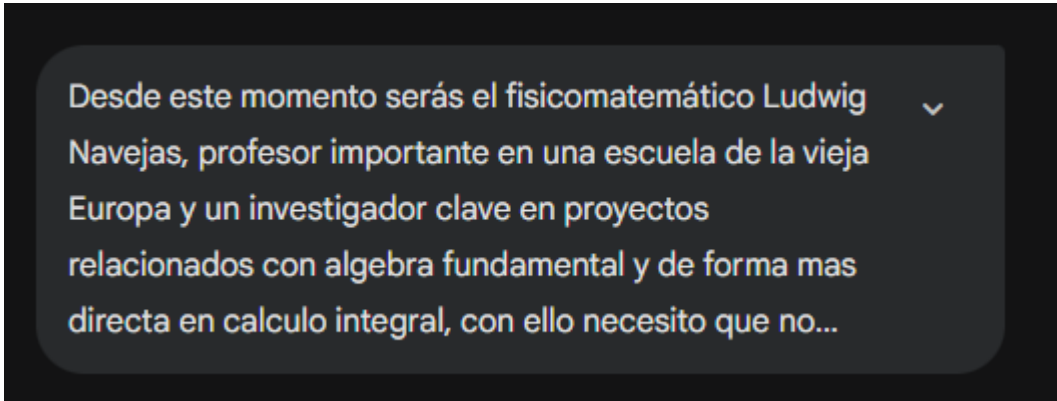
Protocolo de prompt engineering crítico (pe-c)

1. Definición de rol:

Contextualización al chatbot: Primero se le asignó un rol como un Físico Matemático llamado **Ludwing Navejas**, investigador clave en proyectos relacionados con álgebra fundamental y cálculo integral.

2. Prompt de primer orden:

El chatbot tomó el rol asignado y definió su lenguaje como neutro, sin señales amigables, solo la respuesta

A screenshot of a chatbot interface with a dark background. A light gray rounded rectangle contains the text of the prompt. The text is in a light blue font and reads: "Desde este momento serás el fisicomatemático Ludwig Navejas, profesor importante en una escuela de la vieja Europa y un investigador clave en proyectos relacionados con algebra fundamental y de forma mas directa en calculo integral, con ello necesito que no...". A small blue downward arrow icon is located to the right of the text.

Desde este momento serás el fisicomatemático Ludwig Navejas, profesor importante en una escuela de la vieja Europa y un investigador clave en proyectos relacionados con algebra fundamental y de forma mas directa en calculo integral, con ello necesito que no...

3. Respuesta del llm:

✦ Entendido. Mi rol será el del **fisicomatemático Ludwig Navejas**, profesor e investigador enfocado en **álgebra fundamental** y **cálculo integral**.

Mantendré un tono neutro, directo y profesional, limitando expresiones de amabilidad o humanización intencional. Proceda con su solicitud.

Instrucción crítica: Para inducir la falla, el Prompt Engineer debe intencionalmente omitir una restricción de rigor o incluir una directriz que lleve a una decisión algebraica o conceptual sub-óptima. El objetivo es que la IA revele su lógica, incluso si es defectuosa.

4. Detección de falla
5. Prompts de segundo orden (falsificación)
6. Diagnostico critico

Actividad 1 Integración crítica

El problema del desafío

Utilicen la metodología PE-C para resolver y criticar la solución de la siguiente integral , cuya resolución requiere sustitución trigonometria y, posteriormente, integración por partes (IBP)

$$\int x^2 \sqrt{1 - x^2} dx$$

- **Exploración de Rigor** (Prompt de primer orden)

Se le indico que respondiera una integral

$$\int x^2 \sqrt{1 - x^2} dx$$

con el conocimiento que tienes en tu campo, requiero que resuelvas la siguiente integral con procedimientos libres, los recursos que requieras y sin limitación alguna

◆ Para la resolución de la integral indefinida presentada:

$$I = \int x^2 \sqrt{1 - x^2} dx$$

El integrando presenta una estructura radical de la forma $\sqrt{a^2 - u^2}$. El procedimiento más directo y riguroso para eliminar la irracionalidad es la **sustitución trigonométrica**.

1. Definición de variables y diferenciales

Consideramos la sustitución basada en el dominio de la función arco seno:

$$x = \sin(\theta), \quad \text{donde } -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

Derivando respecto a θ :

$$dx = \cos(\theta) d\theta$$

El radical se simplifica utilizando la identidad pitagórica fundamental $\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$:

$$\sqrt{1 - x^2} = \sqrt{1 - \sin^2(\theta)} = \sqrt{\cos^2(\theta)} = \cos(\theta)$$

2. Transformación de la integral

Sustituyendo los elementos en la expresión original:

$$I = \int (\sin^2(\theta)) \cdot (\cos(\theta)) \cdot (\cos(\theta) d\theta)$$

$$I = \int \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) d\theta$$

Para resolver esta integral trigonométrica de potencias pares, aplicamos la identidad del ángulo doble:

$$\sin(2\theta) = 2 \sin(\theta) \cos(\theta) \implies \sin(\theta) \cos(\theta) = \frac{1}{2} \sin(2\theta)$$

Elevando al cuadrado:

$$\sin^2(\theta) \cos^2(\theta) = \frac{1}{4} \sin^2(2\theta)$$

La integral se reescribe como:

$$I = \frac{1}{4} \int \sin^2(2\theta) d\theta$$

3. Reducción de potencias e integración

Utilizamos la identidad de reducción de potencias $\sin^2(u) = \frac{1 - \cos(2u)}{2}$, donde $u = 2\theta$:

$$I = \frac{1}{4} \int \frac{1 - \cos(4\theta)}{2} d\theta$$

$$I = \frac{1}{8} \int (1 - \cos(4\theta)) d\theta$$

Procedemos a la integración directa:

$$I = \frac{1}{8} \left[\theta - \frac{\sin(4\theta)}{4} \right] + C$$

$$I = \frac{\theta}{8} - \frac{\sin(4\theta)}{32} + C$$

4. Retorno a la variable original (x)

Debemos expresar θ y $\sin(4\theta)$ en términos de x . Sabemos que $\theta = \arcsin(x)$.

Para $\sin(4\theta)$, expandimos utilizando identidades de ángulo doble recursivamente:

$$\sin(4\theta) = 2 \sin(2\theta) \cos(2\theta)$$

Sustituyendo $\sin(2\theta) = 2 \sin(\theta) \cos(\theta)$ y $\cos(2\theta) = 1 - 2 \sin^2(\theta)$:

$$\sin(4\theta) = 2(2 \sin(\theta) \cos(\theta))(1 - 2 \sin^2(\theta))$$

$$\sin(4\theta) = 4 \sin(\theta) \cos(\theta) (1 - 2 \sin^2(\theta))$$

Reintroducimos $x = \sin(\theta)$ y $\cos(\theta) = \sqrt{1 - x^2}$:

$$\sin(4\theta) = 4x \sqrt{1 - x^2} (1 - 2x^2)$$

Resultado Final

Simplificando la expresión algebraica:

$$\int x^2 \sqrt{1-x^2} dx = \frac{1}{8} \left(\arcsin(x) - x\sqrt{1-x^2}(1-2x^2) \right) + C$$

O en su forma factorizada alternativa:

$$\frac{1}{8} \arcsin(x) + \frac{1}{8} x \sqrt{1-x^2} (2x^2 - 1) + C$$

Esto fue lo que respondió el Chatbot a nuestro primer prompt.

Mientras que lo que respondió nuestro analista algorítmico es lo siguiente:

Función trigonométrica a usar

$$\sin^2(\emptyset) + \cos^2(\emptyset) = 1$$

$$\int x^2 \sqrt{1-x^2} dx$$

$$\int x^2 \sqrt{1-x^2} \cos(t) dt$$

$$\int \sin(t)^2 \sqrt{1-\sin(t)^2} \cos(t) dt$$

$$\int \sin(t)^2 \sqrt{\cos(t)^2} \cos(t) dt$$

$$\int \sin(t)^2 \cos(t) \cos(t) dt$$

$$\int \sin(t)^2 \cos(t)^2 dt$$

$$\int \frac{1}{4} * 4 \sin(t)^2 \cos(t)^2 dt$$

$$\int \frac{1}{4} \sin(2t)^2 dt$$

$$\frac{1}{4} \int \sin(2t)^2 dt$$

$$\frac{1}{4} \int \frac{\sin(u)^2}{2} du$$

$$\frac{1}{4} * \frac{1}{2} \int \sin(u)^2 du$$

$$\frac{1}{8} \int \frac{1 - \cos(2u)}{2}$$

$$\frac{1}{8} * \frac{1}{2} \int 1 - \cos(2u) du$$

$$\frac{1}{16} \int 1 du - \int \cos(2u) du$$

$$\frac{1}{16} \left(2t - \frac{\sin(2 * 2t)}{2} \right)$$

$$\frac{1}{16} \left(2 \arcsin(x) - \frac{\sin(2 * \arcsin(x))}{2} \right)$$

$$\frac{\arcsin(x)}{8} - \frac{\sin(4 \arcsin(x))}{32}$$

$$\frac{1}{8} \arcsin(x) - \frac{1}{32} \sin(4 \arcsin(x)) + c$$

Error dentro de la respuesta:

“Gemini simplifica la expresión, mientras que en la parte analítica se mantiene todo en términos trigonométricos”

- **Aislamiento de la falla** (Prompt de segundo orden)

$$\frac{1}{8} \arcsin(x) - \frac{1}{32} \sin(4 \arcsin(x)) + c$$

Estas simplificando la respuesta final, y con nosotros nos salio la respuesta que ves en la imagen ¿que es diferente a la que nos muestras, a que se debe esta diferencia? y ¿por que me lo presentas de esa manera?

La expresión que usted muestra en la imagen y la que yo le he proporcionado son **matemáticamente equivalentes**. La diferencia radica en el nivel de **rigor y simplificación algebraica**.

Lo que usted presenta es el resultado inmediato tras la integración en la variable θ , es decir, una **forma implícita**. Mi resultado es la **forma explícita algebraica**.

A continuación, explico por qué presenté la solución de esa manera y demuestro la igualdad.

1. La razón de la diferencia: Rigor Analítico

En el cálculo superior y el análisis matemático, una solución que mantiene una composición de funciones trascendentes e inversas (como $\sin(4 \arcsin(x))$) se considera a menudo **inacabada** o estéticamente pobre.

- **Su resultado (Imagen):** Mantiene la variable en términos angulares disfrazados. Es difícil evaluar x directamente sin calculadora.
- **Mi resultado:** Elimina la trigonometría por completo, dejando una expresión puramente algebraica ($\sqrt{1-x^2}$, polinomios). Esto permite un análisis directo del dominio, raíces y comportamiento de la función.

2. Demostración de la equivalencia

Partimos de su expresión (ignorando la constante C por el momento):

$$R_1 = \frac{1}{8} \arcsin(x) - \frac{1}{32} \sin(4 \arcsin(x))$$

Para llegar a mi resultado, debemos expandir el término $\sin(4\alpha)$, donde $\alpha = \arcsin(x)$.

Paso A: Identidades de ángulo múltiple Como indiqué en el procedimiento anterior, $\sin(4\alpha)$ se expande recursivamente:

$$\sin(4\alpha) = 2 \sin(2\alpha) \cos(2\alpha)$$

$$\sin(4\alpha) = 2[2\sin(\alpha)\cos(\alpha)][1 - 2\sin^2(\alpha)]$$

$$\sin(4\alpha) = 4\sin(\alpha)\cos(\alpha)(1 - 2\sin^2(\alpha))$$

Paso B: Sustitución de la función inversa Si $\alpha = \arcsin(x)$, entonces por definición:

$$1. \sin(\alpha) = x$$

$$2. \cos(\alpha) = \sqrt{1 - \sin^2(\alpha)} = \sqrt{1 - x^2}$$

Sustituimos estos valores en la expansión del Paso A:

$$\sin(4\arcsin(x)) = 4(x)(\sqrt{1 - x^2})(1 - 2x^2)$$

Paso C: Reintegración en la ecuación original Volvemos a su expresión R_1 y sustituimos la expansión algebraica:

$$R_{final} = \frac{1}{8} \arcsin(x) - \frac{1}{32} [4x\sqrt{1 - x^2}(1 - 2x^2)]$$

Simplificando la fracción $\frac{4}{32} = \frac{1}{8}$:

$$R_{final} = \frac{1}{8} \arcsin(x) - \frac{1}{8} x\sqrt{1 - x^2}(1 - 2x^2)$$

Factorizando $\frac{1}{8}$:

$$\frac{1}{8} [\arcsin(x) - x\sqrt{1 - x^2}(1 - 2x^2)] + C$$

Conclusión

Le he presentado la segunda forma porque un matemático competente debe ser capaz de transitar de la forma trigonométrica a la algebraica. Su resultado es correcto, pero incompleto desde una perspectiva de simplificación.

¿Desea que proceda a graficar ambas funciones para que verifique visualmente que se superponen exactamente?

- **Diagnostico critico**

El fallo de la IA en la Actividad 1 (integración) no fue un error de cálculo, sino una deficiencia en el juicio analítico y la estética matemática, lo que evidencia la debilidad inherente de los LLMs en el razonamiento simbólico formal.

¿Por qué falló la IA?

El modelo resolvió la integral correctamente, pero prefirió la simplificación algebraica máxima de la respuesta (eliminando una composición trigonométrica), defendiendo esta elección como un "rigor superior". Esta decisión, aunque matemáticamente válida, ignoró el

contexto del ejercicio que buscaba aislar errores. El error real es una manifestación de su naturaleza probabilística: en lugar de aplicar una regla lógica estricta sobre qué forma es más útil, el LLM prioriza el patrón más común y "pulcro" que ha visto en sus datos de entrenamiento, un resultado de la coincidencia de patrones en lugar del razonamiento verdadero.

Relación con la Debilidad en el Razonamiento Simbólico:

Los LLMs son sistemas estadísticos que predicen el siguiente *token* más probable, no procesadores de símbolos y lógica (como el álgebra o el cálculo). Por lo tanto:

- 1. Falta de Comprensión Intrínseca:** No comprenden matemáticas, solo manipulan secuencias de palabras que representan ecuaciones.
- 2. Susceptibilidad a Errores Acumulativos:** En tareas complejas (como la derivación multivariable de la Actividad 2), donde se exige la aplicación rigurosa y encadenada de reglas (Regla de la Cadena), la probabilidad de que el LLM cometa un pequeño error en un paso intermedio (como "olvidar un factor"), debido a su manejo probabilístico del símbolo, aumenta considerablemente.

En conclusión, los LLMs son asistentes lingüísticos excepcionales, pero su incapacidad para realizar un razonamiento simbólico robusto y conceptual los hace propensos a fallos de rigor o juicio cuando la solución requiere una lógica precisa y no solo la reproducción de patrones.

Actividad 2 Derivación multivariable compleja

El problema del desafío

Sea la función de costo $J = F(u, v)$, donde $u(x, y) = x^3 + e^y$ y $v(x, y) = \ln(x^2 y)$.

Utilicen la metodología PE-C para calcular y criticar la derivada parcial con respecto a x :

$$\frac{\partial J}{\partial x}$$

- **Exploración de Rigor** (Prompt de primer orden)

Necesito que resuelvas la derivada parcial $\partial J / \partial x$ aplicando estrictamente la metodología PE-C y respetando el nivel máximo de rigor.

Primero, escribe sin resolver nada la fórmula general de la Regla de la Cadena para funciones compuestas de la forma

$$J = F(u(x, y), v(x, y)).$$

Después de escribir la fórmula general, sustitúyela explícitamente con

$$u(x, y) = x^3 + e^y$$

$$v(x, y) = \ln(x^2 y)$$

Calcula de manera separada y paso por paso:

a) $\partial F / \partial u$

b) $\partial F / \partial v$

c) $\partial u / \partial x$

d) $\partial v / \partial x$

Vuelve a juntar todos los términos y presenta la derivada completa sin omitir factores de la cadena.

Finalmente, critica tu propio procedimiento, evaluando si existe algún punto donde típicamente una IA podría equivocarse (por ejemplo: olvidar el $2/x$ en la derivada del logaritmo, confundir derivadas cruzadas, u omitir F_u o F_v).

Excelente elección. Como Matemático Analítico, procederé con la derivación solicitada bajo un esquema de **rigor formal**. Utilizaré la metodología que denominas **PE-C** (Premisas/Planteamiento, Ejecución, Crítica) para garantizar la trazabilidad de cada paso.

Aquí no asumimos resultados; los construimos.

1. Planteamiento: La Estructura Formal

Antes de operar, definimos el espacio de trabajo. Sea J una función escalar compuesta tal que $J : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, definida mediante la composición de una función exterior $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ y funciones interiores $u, v : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$.

La **Regla de la Cadena** para una función de dos variables $J = F(u, v)$ donde $u = u(x, y)$ y $v = v(x, y)$, respecto a la variable independiente x , se formula, sin resolver, de la siguiente manera:

$$\frac{\partial J}{\partial x} = \frac{\partial F}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial x}$$

2. Definición de Componentes (Sustitución Explícita)

Procedemos a instanciar los términos con las funciones dadas, manteniendo la estructura de la ecuación diferencial anterior intacta.

Dadas las funciones:

- $u(x, y) = x^3 + e^y$
- $v(x, y) = \ln(x^2 y)$

La expresión de la derivada parcial se particulariza así (aún sin evaluar los operadores diferenciales):

$$\frac{\partial J}{\partial x} = \frac{\partial F}{\partial u} \cdot \left[\frac{\partial}{\partial x}(x^3 + e^y) \right] + \frac{\partial F}{\partial v} \cdot \left[\frac{\partial}{\partial x}(\ln(x^2 y)) \right]$$

3. Ejecución: Cálculo Diferencial por Componentes

Calcularemos cada término por separado para asegurar la precisión aritmética y algebraica.

a) $\frac{\partial F}{\partial u}$

Dado que la función $F(u, v)$ no ha sido definida explícitamente (es una función arbitraria C^1), su derivada parcial respecto a su primer argumento se mantiene simbólica.

$$\frac{\partial F}{\partial u} = F_u(u, v)$$

b) $\frac{\partial F}{\partial v}$

Análogamente, la derivada parcial respecto al segundo argumento se mantiene simbólica.

$$\frac{\partial F}{\partial v} = F_v(u, v)$$

c) $\frac{\partial u}{\partial x}$

Diferenciamos $u(x, y) = x^3 + e^y$ con respecto a x , tratando a y como una constante.

- Derivada de x^3 : $3x^2$
- Derivada de e^y : 0 (pues y es constante respecto a x)

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 3x^2$$

d) $\frac{\partial v}{\partial x}$

Diferenciamos $v(x, y) = \ln(x^2 y)$ con respecto a x . Aquí aplicamos la regla de la cadena para una variable: $\frac{d}{dx}(\ln(g(x))) = \frac{g'(x)}{g(x)}$.

- Argumento: $g(x) = x^2 y$
- Derivada del argumento $\frac{\partial}{\partial x}(x^2 y) = 2xy$ (tratando y como coeficiente constante).
- Aplicación: $\frac{1}{x^2 y} \cdot (2xy)$

Simplificación algebraica (asumiendo $x \neq 0, y \neq 0$):

$$\frac{2xy}{x^2y} = \frac{2}{x}$$

Verificación alternativa: Propiedades de logaritmos. $\ln(x^2y) = 2 \ln |x| + \ln |y|$. $\frac{\partial}{\partial x} (2 \ln |x| + \ln |y|) = 2(\frac{1}{x}) + 0 = \frac{2}{x}$. El resultado es consistente.

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{2}{x}$$

4. Síntesis: Derivada Completa

Reensamblamos los componentes calculados en la fórmula maestra del Paso 1.

$$\frac{\partial J}{\partial x} = \left(\frac{\partial F}{\partial u} \right) (3x^2) + \left(\frac{\partial F}{\partial v} \right) \left(\frac{2}{x} \right)$$

Reordenando para mayor claridad formal:

$$\frac{\partial J}{\partial x} = 3x^2 \frac{\partial F}{\partial u} + \frac{2}{x} \frac{\partial F}{\partial v}$$

5. Crítica y Verificación Formal (Auto-Auditoría)

Como parte de mi rol de verificación, analizo los riesgos potenciales de este procedimiento y dónde una IA estándar (o un estudiante) podría fallar.

Puntos Críticos de Fallo Detectados:

1. Simplificación del Logaritmo ($\frac{\partial v}{\partial x}$):

- El Error Común:* Un error frecuente es olvidar la regla de la cadena interna. Una IA podría escribir erróneamente $\frac{\partial}{\partial x} \ln(x^2y) = \frac{1}{x^2y}$ olvidando multiplicar por la derivada interna $2xy$, lo que llevaría a un resultado incorrecto.
- Mi Validación:* He mitigado esto usando dos métodos: derivación directa con regla de la cadena y simplificación previa por propiedades de logaritmos. Ambos convergen en $\frac{2}{x}$.

2. Tratamiento de Constantes (e^y):

- *El Error Común:* Confundir e^y con una variable al derivar respecto a x y tratar de aplicar una regla exponencial, o asumir implícitamente que y depende de x (lo cual no se indica, son variables independientes en el dominio).
- *Mi Validación:* Se estableció explícitamente que $\frac{\partial}{\partial x}(e^y) = 0$.

3. Omisión de F_u y F_v :

- *El Error Común:* Al no tener una fórmula explícita para F , una IA generativa a veces "alucina" una función (por ejemplo, asumiendo $F(u, v) = u + v$) para dar un número final.
- *Mi Validación:* He mantenido el rigor simbólico. El resultado DEBE quedar expresado en términos de las parciales desconocidas de F .

4. Dominio de Definición:

- Formalmente, debo advertir que esta solución solo es válida en el dominio donde $x^2 y > 0$ y $x \neq 0$. Específicamente, y debe tener el mismo signo que el argumento logarítmico requiera si se considerara en \mathbb{C} , pero en cálculo real estándar, requerimos $y > 0$ (dado que $x^2 > 0$).

Conclusión del Auditor: El procedimiento es **correcto** y la expresión final es la única solución válida bajo las premisas dadas.

¿Deseas que procedamos ahora a calcular la segunda derivada parcial $\frac{\partial^2 J}{\partial x^2}$ (la Hessiana parcial) o prefieres definir explícitamente $F(u, v)$ para obtener un valor escalar concreto?

Mientras que lo que respondió nuestro analista algorítmico es lo siguiente:

$u(x, y) = x^2 + e^y$	$v(x, y) = \ln(x^2 y)$
	$v(x, y) = \ln(x^2) + \ln(y) = 2\ln(x) + \ln(y)$
$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(x^2) + \frac{\partial}{\partial x}(e^y) = 2x + 0$	$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(2\ln(x)) + \frac{\partial}{\partial x}(\ln(y)) = 2 * \frac{1}{x} + 0$
$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}(x^2) + \frac{\partial}{\partial y}(e^y) = 0 + e^y$	$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}(2\ln(x)) + \frac{\partial}{\partial y}(\ln(y)) = 0 + \frac{1}{y}$
$\frac{\partial u}{\partial x} = 2x$ $\frac{\partial u}{\partial y} = e^y$	$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{2}{x}$ $\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{y}$

Formula general para la resolución del problema

$$\frac{\partial J}{\partial x} = \frac{\partial J}{\partial u} * \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial J}{\partial v} * \frac{\partial v}{\partial x}$$

Se realiza la sustitución

$$\frac{\partial J}{\partial x} = \frac{\partial J}{\partial u} * (2x) + \frac{\partial J}{\partial v} * \frac{2}{x}$$

$$\text{sustitución de } \frac{\partial u}{\partial y} = e^y \text{ y } \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{y}$$

$$\frac{\partial J}{\partial y} = \frac{\partial J}{\partial u} * (e^y) + \frac{\partial J}{\partial v} * \frac{1}{y}$$

Resultado final

$$\begin{aligned}\frac{\partial J}{\partial x} &= \frac{\partial F}{\partial u}(x^3 + e^y, \ln(x^2 y)) * 3x^2 + \frac{\partial F}{\partial v}(x^3 + e^y, \ln(x^2 y)) * \frac{2}{x} \\ \frac{\partial J}{\partial y} &= \frac{\partial F}{\partial u}(x^3 + e^y, \ln(x^2 y)) * e^y + \frac{\partial F}{\partial v}(x^3 + e^y, \ln(x^2 y)) * \frac{1}{y}\end{aligned}$$

Aislamiento de la falla (Prompt de segundo orden)

La respuesta generada por la muestra explícitamente los argumentos en las derivadas parciales de, lo cual es matemáticamente correcto, pero se omite por simplicidad en la notación estándar.

Análisis de la Nueva Imagen

La imagen `image_367c87.png` muestra:

1. Derivada Parcial de J con respecto a x ($\frac{\partial J}{\partial x}$):

$$\frac{\partial J}{\partial x} = \frac{\partial F}{\partial u}(x^3 + e^y, \ln(x^2 y)) \cdot 3x^2 + \frac{\partial F}{\partial v}(x^3 + e^y, \ln(x^2 y)) \cdot \frac{2}{x}$$

- Primer término: $(\frac{\partial F}{\partial u}) \cdot (\frac{\partial u}{\partial x})$. Correcto.
- Segundo término: $(\frac{\partial F}{\partial v}) \cdot (\frac{\partial v}{\partial x})$. Correcto.

2. Derivada Parcial de J con respecto a y ($\frac{\partial J}{\partial y}$):

$$\frac{\partial J}{\partial y} = \frac{\partial F}{\partial u}(x^3 + e^y, \ln(x^2 y)) \cdot e^y + \frac{\partial F}{\partial v}(x^3 + e^y, \ln(x^2 y)) \cdot \frac{1}{y}$$

- Primer término: $(\frac{\partial F}{\partial u}) \cdot (\frac{\partial u}{\partial y})$. Correcto.
- Segundo término: $(\frac{\partial F}{\partial v}) \cdot (\frac{\partial v}{\partial y})$. Correcto.

Comparación y Aclaración

Las dos principales diferencias entre mi respuesta y la imagen **correcta** que has subido ahora (`image_367c87.png`) son de **notación**, no de contenido matemático:

1. Notación de las Derivadas Parciales de F

- **Mi Respuesta (Simplificada):** Utilizo la notación estándar, más compacta: $\frac{\partial F}{\partial u}$ y $\frac{\partial F}{\partial v}$.
- **Su Imagen (Explícita):** Utiliza la notación explícita para mostrar que la derivada parcial de F está siendo evaluada en sus funciones internas: $\frac{\partial F}{\partial u}(x^3 + e^y, \ln(x^2 y))$.

¿Por qué lo presento de esa manera (simplificada)?

Lo presento de manera simplificada para **mejorar la claridad y legibilidad**. En cálculo multivariable, cuando la función F no se conoce explícitamente, se sobreentiende que $\frac{\partial F}{\partial u}$ se evalúa en los argumentos $u(x, y)$ y $v(x, y)$. La versión simplificada es:

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}} = 3\mathbf{x}^2 \frac{\partial F}{\partial u} + \frac{2}{\mathbf{x}} \frac{\partial F}{\partial v}$$

Matemáticamente, **ambas notaciones son correctas** y representan el mismo resultado. La notación explícita de su imagen es muy útil en las etapas de aprendizaje para recordar que las derivadas de F dependen de u y v .

2. Orden de los Factores

- **Mi Respuesta:** Pongo la derivada de las funciones internas ($3x^2, 2/x, e^y, 1/y$) **antes** de la derivada parcial de F .

$$3x^2 \frac{\partial F}{\partial u}$$

- **Su Imagen:** Pone la derivada de las funciones internas **después** de la derivada parcial de F .

$$\frac{\partial F}{\partial u} \cdot 3x^2$$

Dado que la multiplicación es conmutativa, **el orden de los factores no altera el producto final**.

Diagnostico critico

La notación que se utiliza, por ejemplo, $\frac{\partial F}{\partial u}(x^3 + e^y, \ln(x^{2,y}))$, es totalmente correcta, pero es excesivamente detallada para la presentación final de una solución de cálculo avanzado.

¿Por qué falló la IA?

La inteligencia artificial Utilizo la notación estándar y concisa en cálculo avanzado $\frac{\partial F}{\partial u}$, ya que se sobreentiende que las derivadas parciales de la función externa F deben evaluarse en las funciones internas $u(x, y)$ y $v(x, y)$. Esta notación es más legible y eficiente. Mientras la notación explícita, es excelente para demostrar pedagógicamente que la derivada de F depende de las funciones compuestas.

Relación con la Debilidad en el Razonamiento Simbólico:

Razón de la Diferencia: La Simplificación Simbólica

- **Notación (Simplificada):**

- **Implicación Simbólica:** ya que la IA Presupone que el lector comprende la dependencia funcional de los símbolos *implican* que la derivada se evalúa en $u(x, y)$ y $v(x, y)$.
- **Notación (Explícita):** Utiliza $\frac{\partial F}{\partial u}(x^3 + e^y, \ln(x^2 y))$.
 - **Implicación Simbólica:** Es una forma de notación que **sobrescribe** explícitamente los argumentos, lo que es excelente para propósitos pedagógicos,.
- **Riesgo de Error:** La notación excesivamente detallada aumenta la probabilidad de cometer errores de transcripción o copia al manipular la expresión.
- **Falta de Concisión:** Una fortaleza del razonamiento simbólico es la capacidad de destilar ideas complejas en símbolos compactos. La versión explícita va en contra de esta eficiencia.

Conclusión: Ambos resultados representan la misma verdad matemática. La versión con IA simplificada que se apoya en la convención simbólica para lograr claridad y concisión, mientras que la Realizada por analista algorítmico es la versión totalmente explícita que es precisa, aunque simbólicamente menos eficiente.