**Programiranje I: 1. izpit**

24. januar 2018

Čas reševanja je 150 minut. Veliko uspeha!

### 1. naloga

**a)** Definirajte funkcijo `izpisi_vsa_stevila`, ki sprejme seznam celih števil in zaporedoma izpiše vse njegove elemente.

```
# izpisi_vsa_stevila [1; 2; 3; 4];;
1234- : unit = ()
# izpisi_vsa_stevila [];;
- : unit = ()
```

**b)** Definirajte funkcijo `map2_opt`, ki sprejme funkcijo dveh argumentov in dva seznama. Vrne naj seznam rezultatov, ko dano funkcijo zaporedoma uporabimo na istoležnih elementih seznamov. Funkcija naj vrne rezultat le, kadar sta oba vhodna seznama enake dolžine, zato uporabite tip `option`.

```
# map2_opt (+) [1; 2; 3] [7; 5; 3];;
- : int list option = Some [8; 7; 6]

# map2_opt (+) [1; 2; 3] [7; 5];;
- : int list option = None
```

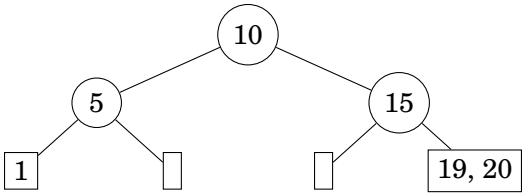
Za maksimalno število točk naj bo funkcija **repno rekurzivna**.

**2. naloga**

*Filtracijsko drevo* ima dve vrsti osnovnih gradnikov:

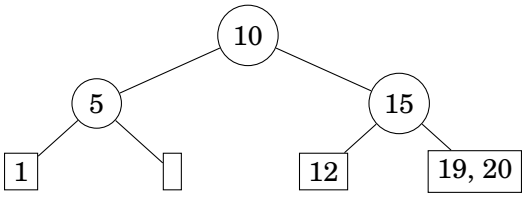
- Vozlišča imajo celoštevilsko vrednost, levo poddrevo in desno poddrevo.
- Listi oz. škatle vsebujejo seznam celoštevilskih vrednosti.

**a)** Definirajte tip filtracijskih dreves `filter_tree` ter drevo `primer : filter_tree`, ki predstavlja sledeče filtracijsko drevo:



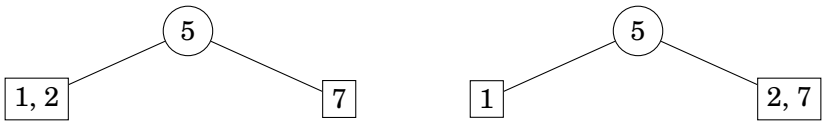

**b)** Filtracijsko drevo razvršča števila v škatle glede na njihovo vrednost. Vozlišče z vrednostjo $k$ razvrsti število $n$ v levo poddrevo, če velja $n \leq k$, oz. v desno poddrevo, če velja $n > k$. Ko število doseže škatlo, ga dodamo v seznam števil v škatli. Škatle lahko vsebujejo ponovitve in niso nujno urejene.

Napišite funkcijo `vstavi`, ki sprejme število in filtracijsko drevo in vrne filtracijsko drevo z vstavljenim številom. Na primer, `vstavi 12 primer` vrne drevo:




**c)** Napišite funkcijo `vstavi_seznam`, ki sprejme seznam celih števil in filtracijsko drevo ter vrne filtracijsko drevo z vstavljenimi elementi seznama. Vrstni red vstavljanja ni pomemben.

**d)** Definirajte funkcijo, ki sprejme filtracijsko drevo in preveri, ali so vsa števila v pravilnih škatlah glede na način razvrščanja. Na primer, v levem drevesu so števila razvrščena pravilno, v desnem pa ne:



**3. naloga**

Linearne preslikave na $\mathbb{Z}^2$ lahko predstavimo tako z matrikami kot s funkcijami, obe predstavitvi pa zadoščata signaturi `Linearna`, ki določa:

- `type t` — tip linearnih preslikav;
- `val id : t` — identiteta;
- `val uporabi : t -> vektor -> vektor` — dano preslikavo uporabi na vektorju;
- `val iz_matrike : matrika -> t` — vrne linearno preslikavo, določeno z matriko;
- `val iz_funkcije : (vektor -> vektor) -> t` — vrne linearno preslikavo, določeno s funkcijo (predpostavite lahko, da je funkcija linearna);
- `val kompozitum : t -> t -> t` — vrne kompozitum danih preslikav.

Pri tem vektorje in matrike predstavimo s pari oz. četvorci celih števil:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = (x, y) \qquad \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = (a, b, c, d)$$

Tako definiramo tipa

```
type vektor = int * int
type matrika = int * int * int * int
```

**a)** Napišite modul `Matrika : Linearna`, ki linearne preslikave predstavi z matrikami tipa `matrika`.

**b)** Napišite modul `Funkcija : Linearna`, ki linearne preslikave predstavi s funkcijami tipa `vektor -> vektor`.

**4. naloga (Nalogo lahko rešite v OCamlu ali Pythonu)**

Lisjaček krade jabolka v sadovnjaku, kjer so jablane razporejene v vrstah. Okrade lahko zgolj $N$ jablan, preden ga prežene lastnik sadovnjaka.

Ker je lisjaček še mlad in nevešč kraje jabolk, v vsaki vrsti obira jablane eno za drugo in pri tem nobene ne preskoči. Ko se odloči, da se bo lotil naslednje vrste, se ne vrne več nazaj. V primeru, da se znajde na koncu zadnje vrste, svojo pustolovščino zaključi, ne glede na to, koliko časa mu je še preostalo.

Sadovnjak predstavimo z matriko, kjer vrstice predstavljajo vrste sadovnjaka, vrednosti pa števila jabolk na jablanah. Pri tej predstavitvi se lisjaček v vsakem koraku premakne bodisi v desno bodisi na začetek naslednje vrstice.

**a)** Napišite algoritem, ki **učinkovito** izračuna največje število jabolk, ki jih lisjaček lahko ukrade. Na primer, če je $N = 6$ in je sadovnjak oblike

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 5 \\ 8 & 0 & 7 & 2 \end{bmatrix},$$

lahko lisjaček ukrade največ 24 jabolk, kar stori tako, da izbere sledeče jablane:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{4} & 1 & 1 \\ \mathbf{3} & 2 & 0 & 5 \\ \mathbf{8} & \mathbf{0} & \mathbf{7} & 2 \end{bmatrix}$$

**b)** V komentarju napišite in utemeljite časovno zahtevnost vašega algoritma.