

imports

```
In [15]: import pandas as pd
import numpy as np
import seaborn as sns
import matplotlib.pyplot as plt
import scipy.stats as st
from sympy import *
import time as dt
import warnings
from IPython.display import Math, Latex
from pandas.errors import SettingWithCopyWarning

# sklearn
from sklearn.linear_model import LinearRegression
from sklearn.metrics import r2_score
from sklearn.preprocessing import PolynomialFeatures, StandardScaler, MinMaxScaler
from sklearn.decomposition import PCA

from statsmodels.api import *

from scipy.stats import jarque_bera, kstest, kstwobign
```

Задача 3.1.

Для оценки удовлетворенности населения жизнью проведен социологический опрос в 80 странах мира. В таблице представлены агрегированные результаты проведенного опроса в разрезе стран, единицей измерения показателей является доля (%) респондентов, положительно оценивающих параметр. В качестве основных параметров удовлетворенности жизнью выбраны следующие:

- x_1 – работа, %;
- x_2 – здоровье, %;
- x_3 – материальное благополучие, %;
- x_4 – достижение поставленных целей, %;
- x_5 – социальный статус, %;
- x_6 – социальные контакты, %.

Необходимо с помощью метода главных компонент выявить факторы удовлетворенности населения жизнью, ранжировать страны по уровню удовлетворенности населения жизнью.

Возьмем данные из Исходные данные для задачи 3.1.pdf

```

In [16]: def get_countries_back(text:str)->str:
          repladict = {
              'Буркина-фасо': 'Буркина-Фасо',
              'республика': ' Республика',
              'Тринидадитобаго': 'Тринидад и Тобаго',
              'Боснияигерцеговина': 'Босния и Герцеговина',
              'Сьерралеон': 'Сьерра Леон',
              '-африканская': '-Африканская',
          }
          text = text.capitalize()
          for key,value in repladict.items():
              text = text.replace(key,value)

          return text

# Скопируем таблицу из Исходные данные для задачи 3.1.pdf
text3_1 = '''№ Страна x1 x2 x3 x4 x5 x6 1 Израиль 80 80 71 88 81 85 2 Греция 80 8

# Преобразуем полученную строку в массив так, чтобы страна была одним элементом
strs3_1 = np.array(text3_1.lower().replace(' и ','и').replace(' ',' ').replace(

# Изменим размерность массива и запишем данные в pandas.DataFrame
df3_1 = pd.DataFrame(strs3_1.reshape(strs3_1.size//8,8))

# Обозначим первую строку как заголовок, первый столбец за индекс и выполним обр
df3_1.columns = df3_1.iloc[0]
df3_1 = df3_1.drop(0).reset_index(drop=True)
df3_1.set_index('№', inplace=True)
df3_1['страна'] = df3_1['страна'].apply(get_countries_back)

# Переименуем столбцы в удобный вид
df3_1.columns = ['Страна']+[f'x{i}' for i in range(1,7)]

# Трансформируем значения числовых столбцов в числовой тип данных
for i in range(1,7):
    df3_1[f'x{i}']=df3_1[f'x{i}'].transform(int)

df3_1

```

Out[16]:

	Страна	x1	x2	x3	x4	x5	x6
№							
1	Израиль	80	80	71	88	81	85
2	Греция	80	82	57	90	92	79
3	Словакия	76	72	47	85	78	93
4	Эстония	79	64	46	72	79	85
5	Венгрия	83	69	43	88	88	90
...
76	Чад	78	69	52	93	79	57
77	Мозамбик	74	82	46	93	89	75
78	Нигер	54	82	52	99	93	77
79	Конго	60	74	40	98	79	67
80	Зимбабве	49	72	27	91	81	81

80 rows × 7 columns

Перейдем к выполнению алгоритма главных компонент

1. Центрирование данных

```
In [17]: data_centered = df3_1.iloc[:,1:] - np.mean(df3_1.iloc[:,1:], axis=0)
data_centered
```

Out[17]:

	x1	x2	x3	x4	x5	x6
№						
1	10.8125	6.5375	24.425	-2.7	-1.4	8.65
2	10.8125	8.5375	10.425	-0.7	9.6	2.65
3	6.8125	-1.4625	0.425	-5.7	-4.4	16.65
4	9.8125	-9.4625	-0.575	-18.7	-3.4	8.65
5	13.8125	-4.4625	-3.575	-2.7	5.6	13.65
...
76	8.8125	-4.4625	5.425	2.3	-3.4	-19.35
77	4.8125	8.5375	-0.575	2.3	6.6	-1.35
78	-15.1875	8.5375	5.425	8.3	10.6	0.65
79	-9.1875	0.5375	-6.575	7.3	-3.4	-9.35
80	-20.1875	-1.4625	-19.575	0.3	-1.4	4.65

80 rows × 6 columns

2. Ковариационная матрица

```
In [18]: cov_matrix = np.cov(data_centered, rowvar=False)
cov_matrix
```

```
Out[18]: array([[177.14161392,  44.40585443, 118.89082278, -15.90506329,
        15.27848101,  46.90822785],
        [ 44.40585443,  83.41629747,  78.65474684,  27.45696203,
        16.52151899,  20.83607595],
        [118.89082278,  78.65474684, 205.36139241,  19.7443038 ,
        37.65316456,  34.08734177],
        [-15.90506329,  27.45696203,  19.7443038 ,  47.55443038,
        25.99493671, -10.61518987],
        [ 15.27848101,  16.52151899,  37.65316456,  25.99493671,
        55.07848101,  18.37721519],
        [ 46.90822785,  20.83607595,  34.08734177, -10.61518987,
        18.37721519, 109.39493671]])
```

3. Собственные значения и собственные векторы

```
In [19]: eigenvalues, eigenvectors = np.linalg.eigh(cov_matrix)
print('Собственные значения = ', eigenvalues, '\n')
print('Собственные векторы = ', eigenvectors)
```

Собственные значения = [13.04851148 43.29783624 47.54565899 91.62374906 119.19843693
363.23295919]

Собственные векторы = [[0.11985032 -0.48057759 -0.18402864 0.38369624 0.48113766 -0.58489168]
[-0.38267687 -0.44473463 0.63460139 -0.19194274 -0.33942831 -0.31780026]
[0.07171259 0.62146814 -0.01168077 0.12416326 -0.34038398 -0.69081144]
[0.74643291 -0.36258469 -0.15389928 -0.22000562 -0.48702893 -0.04566848]
[-0.49594227 -0.17519795 -0.72452153 -0.35322081 -0.22724366 -0.14836063]
[0.17587151 0.15123381 0.12108531 -0.79205508 0.49859489 -0.2357706]]

4. Сортировка собственных значений и векторов

```
In [20]: # Отсортируем по убыванию собственные значения
sorted_indices = np.argsort(eigenvalues)[::-1]
eigenvalues = eigenvalues[sorted_indices]

# И векторы
eigenvectors = eigenvectors[:, sorted_indices]

print('Собственные значения = ', eigenvalues, '\n')
print('Собственные векторы = ', eigenvectors)
```

Собственные значения = [363.23295919 119.19843693 91.62374906 47.54565899 43.29783624
13.04851148]

Собственные векторы = [[-0.58489168 0.48113766 0.38369624 -0.18402864 -0.48057759 0.11985032]
[-0.31780026 -0.33942831 -0.19194274 0.63460139 -0.44473463 -0.38267687]
[-0.69081144 -0.34038398 0.12416326 -0.01168077 0.62146814 0.07171259]
[-0.04566848 -0.48702893 -0.22000562 -0.15389928 -0.36258469 0.74643291]
[-0.14836063 -0.22724366 -0.35322081 -0.72452153 -0.17519795 -0.49594227]
[-0.2357706 0.49859489 -0.79205508 0.12108531 0.15123381 0.17587151]]

5. Проекция данных

```
In [21]: projected_data = np.dot(data_centered, eigenvectors)
projected_data
```

```

Out[21]: array([[ -2.69832360e+01,  6.15374714e-01,  1.63825443e-01,
    4.35084026e+00,  9.60808957e+00,  7.45950418e-01],
 [-1.82561566e+01, -1.76341356e+00, -1.53145527e+00,
 -3.22047344e+00, -3.54168322e+00, -6.04110777e+00],
 [-6.82587003e+00,  1.57070429e+01, -7.43209725e+00,
  3.89442707e+00,  2.99626006e+00,  2.26236217e+00],
 [-3.01583714e+00,  2.23216396e+01,  3.97366303e+00,
 -1.41530264e+00,  7.81946878e+00, -5.99492674e+00],
 [-8.11676515e+00,  1.62255194e+01, -6.48310804e+00,
 -7.32102359e+00, -4.81288672e+00,  7.14756170e-01],
 [-1.86872208e+01,  9.91811710e+00, -5.68191267e+00,
 -6.27679253e+00, -1.33631682e+01, -2.39048103e+00],
 [-2.52283917e+01,  5.86358434e+00, -4.51031597e+00,
 -7.65427989e+00,  8.93447929e+00, -1.24215390e+00],
 [-2.46712148e+01, -2.04509038e-01, -1.57591966e+00,
 -9.48458339e+00,  7.24623759e+00, -1.48078338e+00],
 [ 7.46486617e+00,  1.99594493e+01,  6.20260882e+00,
 -4.54746766e+00, -3.58680979e+00, -3.04652598e+00],
 [-8.88337487e+00,  1.50190405e+01, -3.27119549e+00,
  9.53032474e+00,  1.40515963e+00,  6.23679767e-01],
 [ 1.22953680e+01,  2.02280195e+01,  1.75951578e+00,
  1.98645191e+00, -3.26369063e+00, -5.06061021e+00],
 [-6.05545889e+00,  1.45368665e+00, -1.18226063e+01,
 -3.36109040e+00, -1.39902191e+01, -1.95530585e+00],
 [ 5.68824783e+00,  1.32385382e+01, -9.79255508e-01,
  4.76776602e+00, -4.59014863e+00, -1.52549400e+00],
 [ 1.63086046e+01,  2.74941043e+01,  1.12749818e-01,
  1.87305313e+00,  1.31924259e+01, -1.96715327e+00],
 [-9.32529848e+00, -2.47524714e+00, -2.54706644e+00,
 -7.17710430e+00,  2.74809887e-01,  2.81784552e+00],
 [ 2.42761577e+00,  1.28270539e+01,  6.12165506e+00,
  1.32083848e+01,  3.27129306e+00, -2.37972895e+00],
 [ 7.73870415e+00,  2.32128251e+01, -2.97999669e+00,
 -9.06728802e+00,  4.78036918e+00, -4.81013423e-01],
 [-1.12304991e+01,  1.39542540e+01, -1.62489966e+00,
 -3.03556241e+00,  2.00808860e+00,  4.67113629e+00],
 [ 4.36554840e+00,  5.65146887e+00,  7.40369336e+00,
 -1.60860034e+00, -9.66686568e-01,  3.78577525e-01],
 [ 4.08717153e+00,  1.28733518e+01,  1.10332720e+01,
  1.23302898e+01, -2.44303032e+00, -1.07772748e+00],
 [ 2.14122680e+01,  2.66150309e+01,  2.85725264e+00,
 -5.45344661e+00,  2.18027395e-01, -3.87370496e+00],
 [-5.83343591e+00, -9.92823069e+00,  1.27773341e+01,
  4.83213026e+00, -1.54643318e-02, -7.03693533e+00],
 [ 4.62726388e+00,  2.27517757e+00, -3.82300936e+00,
  6.09139574e+00, -1.28220625e+01, -1.25035798e+00],
 [ 3.34471957e+01,  4.36082767e+00,  1.76025489e+01,
 -1.58812461e+01, -3.64546564e+00, -1.26188302e+00],
 [ 2.31714143e+01,  1.02588072e+00,  3.42071729e+00,
 -1.75648266e+01, -4.85421829e-02,  2.53150545e+00],
 [-1.66272928e+01, -4.34891369e+00, -1.70100952e+00,
 -9.10488287e+00, -4.10038476e+00,  1.55460296e+00],
 [-2.46997542e+01, -8.11065604e-01,  2.21939822e+00,
  1.02591946e+01,  7.53507769e+00,  3.45142074e+00],
 [-1.79113289e+01,  4.35881091e+00, -9.81091832e+00,
  9.21693092e+00, -1.05050196e+01,  5.43377225e+00],
 [ 5.22077549e+00,  7.77978096e-01,  1.60109662e+01,
  1.11217595e+01, -8.77995762e-01, -2.23585852e-01],
 [-1.26396114e+01, -6.80627038e+00, -1.06485376e+01,
 -2.78333030e+00,  1.21480044e+00, -1.23615253e+00],

```

```

[-1.90869769e+01, -7.36106931e+00, 5.05632112e+00,
-4.64410334e+00, -4.82010039e+00, 6.60840984e-01],
[-1.92465270e+01, 7.12482420e+00, 4.90996115e+00,
4.29236815e+00, -6.85723646e-01, 5.87221488e+00],
[-2.62949564e+01, 5.42886395e+00, 6.53857152e+00,
4.69194831e+00, -2.14588102e+00, 9.54634960e+00],
[-2.65588097e+01, -2.70339920e+00, -1.11265185e+00,
-4.59646936e+00, 1.91922777e+00, 6.88830407e-01],
[-2.90492382e+01, 5.37001744e-01, -9.24533088e+00,
-5.09042933e+00, -3.38143944e+00, -3.76268959e+00],
[-2.61199471e+01, -6.74093349e+00, 1.50277784e+00,
-9.68866416e+00, 1.24803496e+00, 1.55635912e-01],
[1.07322738e+01, 1.25464071e+00, -9.50948804e+00,
-1.80673547e+00, 5.21510044e+00, 2.57476911e+00],
[1.05668782e+01, 1.77265961e+01, 1.81502814e+00,
1.18003585e+00, 8.74511109e+00, 1.56438007e+00],
[-2.62021906e+01, -4.52207662e-01, 1.50767398e-01,
9.83840672e+00, -1.76617502e+00, 5.07755347e+00],
[-2.53662368e+01, -3.43593029e+00, -3.26867140e+00,
2.76997210e+00, -6.44634883e+00, 2.46236250e+00],
[-2.69915381e+01, -4.11207426e+00, -1.52622442e+00,
-3.21823701e+00, -2.27224105e+00, -7.90832795e-01],
[-1.20774273e+01, -1.49178416e+01, -7.93339086e+00,
-4.06370723e-01, 5.32658466e+00, -4.54638412e+00],
[-8.89679642e+00, 6.92119573e+00, -4.73378648e+00,
-2.90435860e+00, -3.01985842e+00, 9.12508867e-01],
[1.41530307e-01, 7.48048182e-01, -1.36793712e+01,
4.16050153e+00, -4.40162214e+00, 3.62468396e+00],
[-1.75226186e+01, -8.26575740e+00, 1.70550089e+01,
2.30845573e+00, 8.31354117e+00, 3.47778878e+00],
[-1.43705930e+01, -9.17122934e+00, -5.53691544e+00,
-4.90660427e+00, -2.05998595e-02, 2.63008739e-01],
[-2.43700516e+01, -1.01845731e+01, -8.85815281e+00,
5.34799563e+00, 9.20981313e+00, -6.10849042e+00],
[-2.22346828e+01, -4.46108507e+00, -5.10179798e+00,
-4.57041153e+00, -1.66541767e+00, 2.25370053e+00],
[-1.24768910e+01, -9.45394976e+00, 1.32283186e+01,
1.25032018e+01, 1.66878579e+00, 7.57558695e-01],
[-9.53437686e+00, 1.17067216e+01, 1.58881011e+00,
-6.02924985e+00, 3.10401150e+00, -5.20715432e+00],
[2.28276225e+01, 1.42102699e+00, -8.84133402e+00,
2.68286043e+00, -7.48646967e+00, 6.41430956e+00],
[-1.05120912e+01, -1.64507779e+01, 2.08857376e+01,
-8.40706357e+00, 1.60561964e+00, -1.75335804e+00],
[2.19249189e+01, -1.19780834e+01, 1.03349081e+00,
-8.59116645e+00, -2.84430550e+00, 4.57512442e-01],
[9.87834258e+00, -2.60560872e+00, -1.10495196e+00,
-4.25979056e+00, -9.24043560e-01, 3.32787630e-01],
[-9.12665577e+00, -1.81221946e+00, 2.48759771e+00,
2.28084826e+00, -7.32803201e-01, -4.51052003e+00],
[2.87566796e+01, -5.36356144e+00, -1.19604702e+01,
9.31661407e+00, -4.89209230e+00, 1.37951563e+00],
[3.48784508e+00, -7.28064652e+00, -1.07938546e+01,
4.07731231e+00, 3.07222313e+00, -2.30412278e+00],
[6.08763793e+00, -4.47963610e+00, -2.39856707e-02,
5.28366759e+00, -5.86513697e+00, -2.57549264e+00],
[1.86942290e+01, 1.86758989e+00, -1.26483700e+01,
-1.95652186e-01, 4.77630410e+00, 8.01451634e+00],
[3.15106010e+01, -3.45161778e+00, -1.71922596e+01,
1.25842502e+00, 5.63567678e+00, -4.67196641e+00],

```

```
[ 3.15603138e+01,  5.10699131e+00,  1.36046046e+01,
  1.10706454e+00,  1.60594432e+01,  4.30706905e+00],
[-4.51156464e-01, -7.92523811e+00,  1.77177700e+01,
 -7.25432065e+00,  3.51042414e+00, -7.04716402e-01],
[ 3.50007290e+01, -1.09852740e+00, -8.91744843e+00,
 6.03065104e+00, -1.53636275e+00,  5.05414176e+00],
[ 2.28265820e+01, -1.58652810e+01,  8.61877048e-02,
 4.39924085e+00, -2.75997606e+00, -6.28203665e+00],
[ 3.18307229e+01, -1.46953631e+01,  8.43168553e+00,
 1.15809323e+00,  1.06514646e+01, -3.36011498e+00],
[-9.14196464e+00, -1.80738878e+01, -1.63191292e+00,
 -2.49733483e+00,  8.06155647e+00,  1.68752360e+00],
[-1.49617636e+01, -7.40754750e+00, -1.38589702e+01,
 -1.40769345e+00,  9.74076981e+00,  3.04808219e+00],
[ 1.09255723e+00, -6.40667906e+00,  2.63260527e+01,
 1.49154683e+01,  3.29463670e+00, -1.99401505e+00],
[ 1.72788244e+01, -6.97875225e+00,  8.91533902e+00,
 -4.22297440e+00, -1.76058842e+01, -3.19100184e+00],
[ 2.02469409e+01, -3.92841296e+00, -6.49228724e+00,
 1.35089510e+01,  3.57059551e-01, -2.55677550e+00],
[ 4.32313608e+01, -3.23254815e+00,  6.54023868e+00,
 -1.49659287e+01, -6.92031255e-01,  8.82154239e+00],
[ 9.01172901e+00, -3.83574728e+00,  1.79200579e+01,
 6.14971224e+00, -2.07942876e+01,  1.59785473e+00],
[ 3.45583692e+01, -1.79103959e+01, -1.86498108e+01,
 1.79341847e+00,  5.78262794e+00, -7.70354369e-01],
[ 2.87353024e+01, -6.73192718e+00, -8.94741722e+00,
 9.50291516e-01, -1.29023365e+00, -1.28129089e+00],
[ 1.84359022e+01, -2.28919384e+01,  4.70939428e+00,
 -1.47082555e+00,  5.76826605e+00,  2.53756565e+00],
[-2.52227648e+00, -6.08720782e+00,  2.09326570e+01,
 -4.75062517e+00, -2.04364304e+00,  3.15280292e+00],
[-5.89672172e+00, -3.67975112e+00, -1.63156271e+00,
 -7.60287610e-01, -8.66146260e+00, -4.52540867e+00],
[ 3.17248632e-01, -1.81787667e+01, -1.28775351e+01,
 -7.29110607e-01,  2.10506576e+00, -3.64556816e+00],
[ 1.21204613e+01, -9.80941528e+00,  2.55587285e+00,
 2.31642327e+00, -3.37512253e+00,  3.71244143e+00],
[ 2.48925887e+01, -6.30375935e-02, -1.31501962e+01,
 4.54683176e+00, -9.73415271e-01, -1.52753576e+00]]])
```

6. Результаты

```
In [22]: results = {
    "explained_variance": eigenvalues,
    "explained_variance_ratio": eigenvalues / np.sum(eigenvalues),
    "components": eigenvectors,
    "projected_data": projected_data
}

print("Объяснённая дисперсия:", results['explained_variance'], '\n' )
print("Доля объяснённой дисперсии:", results['explained_variance_ratio'], '\n')
print("Главные компоненты (векторы):\n", results['components'], '\n')
print("Проекция данных (первые строки):\n", results['projected_data'][:5], '\n')
```


Объяснённая дисперсия: [363.23295919 119.19843693 91.62374906 47.54565899 43.29783624 13.04851148]

Доля объяснённой дисперсии: [0.53578359 0.17582261 0.13514881 0.07013181 0.06386609 0.01924709]

Главные компоненты (векторы):

```
[[-0.58489168  0.48113766  0.38369624 -0.18402864 -0.48057759  0.11985032]
 [-0.31780026 -0.33942831 -0.19194274  0.63460139 -0.44473463 -0.38267687]
 [-0.69081144 -0.34038398  0.12416326 -0.01168077  0.62146814  0.07171259]
 [-0.04566848 -0.48702893 -0.22000562 -0.15389928 -0.36258469  0.74643291]
 [-0.14836063 -0.22724366 -0.35322081 -0.72452153 -0.17519795 -0.49594227]
 [-0.2357706  0.49859489 -0.79205508  0.12108531  0.15123381  0.17587151]]
```

Проекция данных (первые строки):

```
[[-26.98323599  0.61537471  0.16382544  4.35084026  9.60808957
  0.74595042]
 [-18.25615656 -1.76341356 -1.53145527 -3.22047344 -3.54168322
 -6.04110777]
 [-6.82587003 15.70704291 -7.43209725  3.89442707  2.99626006
 2.26236217]
 [-3.01583714 22.32163963  3.97366303 -1.41530264  7.81946878
 -5.99492674]
 [-8.11676515 16.2255194 -6.48310804 -7.32102359 -4.81288672
 0.71475617]]
```

Выведем полный алгоритм функцией

```
In [23]: def pca_manual(data, n_components=None, print_results=False):
        """
        Реализация PCA вручную.

        :param data: DataFrame или массив данных (каждая строка – наблюдение, столбе
        :param n_components: Число главных компонент (если None, используются все).
        :return: Словарь с результатами PCA.
        """
        import numpy as np
        import pandas as pd

        def fix_signs(vectors):
            for i in range(vectors.shape[1]):
                # Если первый элемент отрицательный, инвертировать знак всего вектор
                if vectors[0, i] < 0:
                    vectors[:, i] *= -1
            return vectors

        # 1. Центрирование данных
        data_centered = data - np.mean(data, axis=0)

        # 2. Ковариационная матрица
        cov_matrix = np.cov(data_centered, rowvar=False)

        # 3. Собственные значения и собственные векторы
        eigenvalues, eigenvectors = np.linalg.eigh(cov_matrix)
        eigenvectors = fix_signs(eigenvectors)

        # 4. Сортировка собственных значений и векторов
        sorted_indices = np.argsort(eigenvalues)[::-1]
        eigenvalues = eigenvalues[sorted_indices]
```

```

eigenvectors = eigenvectors[:, sorted_indices]

# 5. Выбор числа компонент
if n_components is not None:
    eigenvectors = eigenvectors[:, :n_components]
    eigenvalues = eigenvalues[:n_components]

# 6. Проекция данных
projected_data = np.dot(data_centered, eigenvectors)

loadings = pd.DataFrame(
    eigenvectors.transpose(),
    columns=[f'x{i+1}' for i in range(data.shape[1]-1)] + ['PCA_score'],
    index=[f'PC{i+1}' for i in range(len(eigenvectors.transpose()))]
)

# 7. Результаты
results = {
    "explained_variance": eigenvalues,
    "explained_variance_ratio": eigenvalues / np.sum(eigenvalues),
    "components": eigenvectors,
    "projected_data": projected_data,
    'loadings':loadings
}
if print_results:
    # Вывод результатов
    print("Объяснённая дисперсия:", results['explained_variance'], '\n' )
    print("Доля объяснённой дисперсии:", results['explained_variance_ratio'])
    print("Главные компоненты (векторы):\n", results['components'], '\n')
    print("Проекция данных (первые строки):\n", results['projected_data'], '\n'

return results

# Применение PCA
results = pca_manual(df3_1.iloc[:,1:].values, n_components=6)
results

```

```

Out[23]: {'explained_variance': array([363.23295919, 119.19843693, 91.62374906, 47.545
65899,
        43.29783624, 13.04851148]),
'explained_variance_ratio': array([0.53578359, 0.17582261, 0.13514881, 0.07013
181, 0.06386609,
        0.01924709]),
'components': array([[ 0.58489168,  0.48113766,  0.38369624,  0.18402864,  0.4
8057759,
        0.11985032],
[ 0.31780026, -0.33942831, -0.19194274, -0.63460139,  0.44473463,
-0.38267687],
[ 0.69081144, -0.34038398,  0.12416326,  0.01168077, -0.62146814,
0.07171259],
[ 0.04566848, -0.48702893, -0.22000562,  0.15389928,  0.36258469,
0.74643291],
[ 0.14836063, -0.22724366, -0.35322081,  0.72452153,  0.17519795,
-0.49594227],
[ 0.2357706 ,  0.49859489, -0.79205508, -0.12108531, -0.15123381,
0.17587151]]),
'projected_data': array([[ 2.69832360e+01,  6.15374714e-01,  1.63825443e-01,
-4.35084026e+00, -9.60808957e+00,  7.45950418e-01],
[ 1.82561566e+01, -1.76341356e+00, -1.53145527e+00,
3.22047344e+00,  3.54168322e+00, -6.04110777e+00],
[ 6.82587003e+00,  1.57070429e+01, -7.43209725e+00,
-3.89442707e+00, -2.99626006e+00,  2.26236217e+00],
[ 3.01583714e+00,  2.23216396e+01,  3.97366303e+00,
1.41530264e+00, -7.81946878e+00, -5.99492674e+00],
[ 8.11676515e+00,  1.62255194e+01, -6.48310804e+00,
7.32102359e+00,  4.81288672e+00,  7.14756170e-01],
[ 1.86872208e+01,  9.91811710e+00, -5.68191267e+00,
6.27679253e+00,  1.33631682e+01, -2.39048103e+00],
[ 2.52283917e+01,  5.86358434e+00, -4.51031597e+00,
7.65427989e+00, -8.93447929e+00, -1.24215390e+00],
[ 2.46712148e+01, -2.04509038e-01, -1.57591966e+00,
9.48458339e+00, -7.24623759e+00, -1.48078338e+00],
[-7.46486617e+00,  1.99594493e+01,  6.20260882e+00,
4.54746766e+00,  3.58680979e+00, -3.04652598e+00],
[ 8.88337487e+00,  1.50190405e+01, -3.27119549e+00,
-9.53032474e+00, -1.40515963e+00,  6.23679767e-01],
[-1.22953680e+01,  2.02280195e+01,  1.75951578e+00,
-1.98645191e+00,  3.26369063e+00, -5.06061021e+00],
[ 6.05545889e+00,  1.45368665e+00, -1.18226063e+01,
3.36109040e+00,  1.39902191e+01, -1.95530585e+00],
[-5.68824783e+00,  1.32385382e+01, -9.79255508e-01,
-4.76776602e+00,  4.59014863e+00, -1.52549400e+00],
[-1.63086046e+01,  2.74941043e+01,  1.12749818e-01,
-1.87305313e+00, -1.31924259e+01, -1.96715327e+00],
[ 9.32529848e+00, -2.47524714e+00, -2.54706644e+00,
7.17710430e+00, -2.74809887e-01,  2.81784552e+00],
[-2.42761577e+00,  1.28270539e+01,  6.12165506e+00,
-1.32083848e+01, -3.27129306e+00, -2.37972895e+00],
[-7.73870415e+00,  2.32128251e+01, -2.97999669e+00,
9.06728802e+00, -4.78036918e+00, -4.81013423e-01],
[ 1.12304991e+01,  1.39542540e+01, -1.62489966e+00,
3.03556241e+00, -2.00808860e+00,  4.67113629e+00],
[-4.36554840e+00,  5.65146887e+00,  7.40369336e+00,
1.60860034e+00,  9.66686568e-01,  3.78577525e-01],
[-4.08717153e+00,  1.28733518e+01,  1.10332720e+01,
-1.23302898e+01,  2.44303032e+00, -1.07772748e+00],
[-2.14122680e+01,  2.66150309e+01,  2.85725264e+00,

```

```

5.45344661e+00, -2.18027395e-01, -3.87370496e+00],
[ 5.83343591e+00, -9.92823069e+00, 1.27773341e+01,
-4.83213026e+00, 1.54643318e-02, -7.03693533e+00],
[-4.62726388e+00, 2.27517757e+00, -3.82300936e+00,
-6.09139574e+00, 1.28220625e+01, -1.25035798e+00],
[-3.34471957e+01, 4.36082767e+00, 1.76025489e+01,
1.58812461e+01, 3.64546564e+00, -1.26188302e+00],
[-2.31714143e+01, 1.02588072e+00, 3.42071729e+00,
1.75648266e+01, 4.85421829e-02, 2.53150545e+00],
[ 1.66272928e+01, -4.34891369e+00, -1.70100952e+00,
9.10488287e+00, 4.10038476e+00, 1.55460296e+00],
[ 2.46997542e+01, -8.11065604e-01, 2.21939822e+00,
-1.02591946e+01, -7.53507769e+00, 3.45142074e+00],
[ 1.79113289e+01, 4.35881091e+00, -9.81091832e+00,
-9.21693092e+00, 1.05050196e+01, 5.43377225e+00],
[-5.22077549e+00, 7.77978096e-01, 1.60109662e+01,
-1.11217595e+01, 8.77995762e-01, -2.23585852e-01],
[ 1.26396114e+01, -6.80627038e+00, -1.06485376e+01,
2.78333030e+00, -1.21480044e+00, -1.23615253e+00],
[ 1.90869769e+01, -7.36106931e+00, 5.05632112e+00,
4.64410334e+00, 4.82010039e+00, 6.60840984e-01],
[ 1.92465270e+01, 7.12482420e+00, 4.90996115e+00,
-4.29236815e+00, 6.85723646e-01, 5.87221488e+00],
[ 2.62949564e+01, 5.42886395e+00, 6.53857152e+00,
-4.69194831e+00, 2.14588102e+00, 9.54634960e+00],
[ 2.65588097e+01, -2.70339920e+00, -1.11265185e+00,
4.59646936e+00, -1.91922777e+00, 6.88830407e-01],
[ 2.90492382e+01, 5.37001744e-01, -9.24533088e+00,
5.09042933e+00, 3.38143944e+00, -3.76268959e+00],
[ 2.61199471e+01, -6.74093349e+00, 1.50277784e+00,
9.68866416e+00, -1.24803496e+00, 1.55635912e-01],
[-1.07322738e+01, 1.25464071e+00, -9.50948804e+00,
1.80673547e+00, -5.21510044e+00, 2.57476911e+00],
[-1.05668782e+01, 1.77265961e+01, 1.81502814e+00,
-1.18003585e+00, -8.74511109e+00, 1.56438007e+00],
[ 2.62021906e+01, -4.52207662e-01, 1.50767398e-01,
-9.83840672e+00, 1.76617502e+00, 5.07755347e+00],
[ 2.53662368e+01, -3.43593029e+00, -3.26867140e+00,
-2.76997210e+00, 6.44634883e+00, 2.46236250e+00],
[ 2.69915381e+01, -4.11207426e+00, -1.52622442e+00,
3.21823701e+00, 2.27224105e+00, -7.90832795e-01],
[ 1.20774273e+01, -1.49178416e+01, -7.93339086e+00,
4.06370723e-01, -5.32658466e+00, -4.54638412e+00],
[ 8.89679642e+00, 6.92119573e+00, -4.73378648e+00,
2.90435860e+00, 3.01985842e+00, 9.12508867e-01],
[-1.41530307e-01, 7.48048182e-01, -1.36793712e+01,
-4.16050153e+00, 4.40162214e+00, 3.62468396e+00],
[ 1.75226186e+01, -8.26575740e+00, 1.70550089e+01,
-2.30845573e+00, -8.31354117e+00, 3.47778878e+00],
[ 1.43705930e+01, -9.17122934e+00, -5.53691544e+00,
4.90660427e+00, 2.05998595e-02, 2.63008739e-01],
[ 2.43700516e+01, -1.01845731e+01, -8.85815281e+00,
-5.34799563e+00, -9.20981313e+00, -6.10849042e+00],
[ 2.22346828e+01, -4.46108507e+00, -5.10179798e+00,
4.57041153e+00, 1.66541767e+00, 2.25370053e+00],
[ 1.24768910e+01, -9.45394976e+00, 1.32283186e+01,
-1.25032018e+01, -1.66878579e+00, 7.57558695e-01],
[ 9.53437686e+00, 1.17067216e+01, 1.58881011e+00,
6.02924985e+00, -3.10401150e+00, -5.20715432e+00],
[-2.28276225e+01, 1.42102699e+00, -8.84133402e+00,

```

```

-2.68286043e+00, 7.48646967e+00, 6.41430956e+00],
[ 1.05120912e+01, -1.64507779e+01, 2.08857376e+01,
 8.40706357e+00, -1.60561964e+00, -1.75335804e+00],
[-2.19249189e+01, -1.19780834e+01, 1.03349081e+00,
 8.59116645e+00, 2.84430550e+00, 4.57512442e-01],
[-9.87834258e+00, -2.60560872e+00, -1.10495196e+00,
 4.25979056e+00, 9.24043560e-01, 3.32787630e-01],
[ 9.12665577e+00, -1.81221946e+00, 2.48759771e+00,
-2.28084826e+00, 7.32803201e-01, -4.51052003e+00],
[-2.87566796e+01, -5.36356144e+00, -1.19604702e+01,
-9.31661407e+00, 4.89209230e+00, 1.37951563e+00],
[-3.48784508e+00, -7.28064652e+00, -1.07938546e+01,
-4.07731231e+00, -3.07222313e+00, -2.30412278e+00],
[-6.08763793e+00, -4.47963610e+00, -2.39856707e-02,
-5.28366759e+00, 5.86513697e+00, -2.57549264e+00],
[-1.86942290e+01, 1.86758989e+00, -1.26483700e+01,
 1.95652186e-01, -4.77630410e+00, 8.01451634e+00],
[-3.15106010e+01, -3.45161778e+00, -1.71922596e+01,
-1.25842502e+00, -5.63567678e+00, -4.67196641e+00],
[-3.15603138e+01, 5.10699131e+00, 1.36046046e+01,
-1.10706454e+00, -1.60594432e+01, 4.30706905e+00],
[ 4.51156464e-01, -7.92523811e+00, 1.77177700e+01,
 7.25432065e+00, -3.51042414e+00, -7.04716402e-01],
[-3.50007290e+01, -1.09852740e+00, -8.91744843e+00,
-6.03065104e+00, 1.53636275e+00, 5.05414176e+00],
[-2.28265820e+01, -1.58652810e+01, 8.61877048e-02,
-4.39924085e+00, 2.75997606e+00, -6.28203665e+00],
[-3.18307229e+01, -1.46953631e+01, 8.43168553e+00,
-1.15809323e+00, -1.06514646e+01, -3.36011498e+00],
[ 9.14196464e+00, -1.80738878e+01, -1.63191292e+00,
 2.49733483e+00, -8.06155647e+00, 1.68752360e+00],
[ 1.49617636e+01, -7.40754750e+00, -1.38589702e+01,
 1.40769345e+00, -9.74076981e+00, 3.04808219e+00],
[-1.09255723e+00, -6.40667906e+00, 2.63260527e+01,
-1.49154683e+01, -3.29463670e+00, -1.99401505e+00],
[-1.72788244e+01, -6.97875225e+00, 8.91533902e+00,
 4.22297440e+00, 1.76058842e+01, -3.19100184e+00],
[-2.02469409e+01, -3.92841296e+00, -6.49228724e+00,
-1.35089510e+01, -3.57059551e-01, -2.55677550e+00],
[-4.32313608e+01, -3.23254815e+00, 6.54023868e+00,
 1.49659287e+01, 6.92031255e-01, 8.82154239e+00],
[-9.01172901e+00, -3.83574728e+00, 1.79200579e+01,
-6.14971224e+00, 2.07942876e+01, 1.59785473e+00],
[-3.45583692e+01, -1.79103959e+01, -1.86498108e+01,
-1.79341847e+00, -5.78262794e+00, -7.70354369e-01],
[-2.87353024e+01, -6.73192718e+00, -8.94741722e+00,
-9.50291516e-01, 1.29023365e+00, -1.28129089e+00],
[-1.84359022e+01, -2.28919384e+01, 4.70939428e+00,
 1.47082555e+00, -5.76826605e+00, 2.53756565e+00],
[ 2.52227648e+00, -6.08720782e+00, 2.09326570e+01,
 4.75062517e+00, 2.04364304e+00, 3.15280292e+00],
[ 5.89672172e+00, -3.67975112e+00, -1.63156271e+00,
 7.60287610e-01, 8.66146260e+00, -4.52540867e+00],
[-3.17248632e-01, -1.81787667e+01, -1.28775351e+01,
 7.29110607e-01, -2.10506576e+00, -3.64556816e+00],
[-1.21204613e+01, -9.80941528e+00, 2.55587285e+00,
-2.31642327e+00, 3.37512253e+00, 3.71244143e+00],
[-2.48925887e+01, -6.30375935e-02, -1.31501962e+01,
-4.54683176e+00, 9.73415271e-01, -1.52753576e+00]]),
'loadings':          x1          x2          x3          x4          x5  PCA_score

```

PC1	0.584892	0.317800	0.690811	0.045668	0.148361	0.235771
PC2	0.481138	-0.339428	-0.340384	-0.487029	-0.227244	0.498595
PC3	0.383696	-0.191943	0.124163	-0.220006	-0.353221	-0.792055
PC4	0.184029	-0.634601	0.011681	0.153899	0.724522	-0.121085
PC5	0.480578	0.444735	-0.621468	0.362585	0.175198	-0.151234
PC6	0.119850	-0.382677	0.071713	0.746433	-0.495942	0.175872

```
In [24]: # Применение PCA
results = pca_manual(df3_1.iloc[:,1:].values)
# Используем первую компоненту (или взвешенную сумму нескольких, если требуется)
df3_1['PCA_Score'] = results['projected_data'][:, 0] # Первая главная компонент

# Ранжирование стран
data_sorted = df3_1.sort_values(by='PCA_Score', ascending=False)

# Вывод результатов
print("Доля объясненной дисперсии (вклад каждой компоненты):")
print(results['explained_variance_ratio'])

print("\nФакторные нагрузки (вклад признаков в компоненты):")
print(results['loadings'])

print("\nРанжированные страны по удовлетворённости:")
data_sorted[['Страна', 'PCA_Score']]
```

Доля объясненной дисперсии (вклад каждой компоненты):

[0.53578359 0.17582261 0.13514881 0.07013181 0.06386609 0.01924709]

Факторные нагрузки (вклад признаков в компоненты):

	x1	x2	x3	x4	x5	PCA_score
PC1	0.584892	0.317800	0.690811	0.045668	0.148361	0.235771
PC2	0.481138	-0.339428	-0.340384	-0.487029	-0.227244	0.498595
PC3	0.383696	-0.191943	0.124163	-0.220006	-0.353221	-0.792055
PC4	0.184029	-0.634601	0.011681	0.153899	0.724522	-0.121085
PC5	0.480578	0.444735	-0.621468	0.362585	0.175198	-0.151234
PC6	0.119850	-0.382677	0.071713	0.746433	-0.495942	0.175872

Ранжированные страны по удовлетворённости:

Out[24]:

	Страна	PCA_Score
№		
35	Парагвай	29.049238
41	Гондурас	26.991538
1	Израиль	26.983236
34	Боливия	26.558810
33	Таиланд	26.294956
...
65	Руанда	-31.830723
24	Грузия	-33.447196
73	Мали	-34.558369
63	Танзания	-35.000729
71	Сьерра Леон	-43.231361

80 rows × 2 columns

In [25]: `data_sorted[['Страна', 'PCA_Score']].to_excel('ranged_countries.xlsx')`

Задача 3.2

Провести факторный анализ социальноэкономического развития регионов Российской Федерации по следующим показателям:

- x_1 – коэффициент Джини (индекс концентрации доходов), коэффициент;
- x_2 - коэффициент фондов (соотношение доходов 10% наиболее и 10% наименее обеспеченного населения), коэффициент;
- x_3 - доля населения с денежными доходами ниже величины прожиточного минимума, %;
- x_4 - среднедушевые денежные доходы, тыс. руб.;
- x_5 - дефицит дохода, %;
- x_6 - число родившихся в расчете на 1000 населения за год, ‰;
- x_7 - число умерших в расчете на 1000 населения за год, ‰;
- x_8 - демографическая нагрузка на население трудоспособного возраста, на 1000 человек трудоспособного возраста приходится лиц нетрудоспособных возрастов на начало года, ‰;
- x_9 - уровень безработицы по методологии МОТ, %;
- x_{10} - валовый региональный продукт на душу населения, тыс. руб.;
- x_{11} - инвестиции в основной капитал на душу населения, тыс. руб.

Данные для анализа представлены в следующей таблице. Распределение показателей по вариантам выполнения задания:

- Вариант 1 - x1; x3; x4; x6; x8; x9; x10;
- Вариант 2 - x1; x3; x4; x7; x8; x9; x11;
- Вариант 3 - x2; x4; x5; x6; x8; x9; x10;
- Вариант 4 - x2; x4; x5; x7; x8; x9; x11.

В моем случае:

- Вариант 3 - x2; x4; x5; x6; x8; x9; x10;

Возьмем данные из Исходные данные для задачи 3.2.pdf

```
In [26]: text = '''Регион Показатели x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8 x9 x10 x11 Белгородская обла

# Уберем номера страниц, заменим запятые на точки, а из строки сделаем список
text_split = text.replace(',', '.').replace(' 46 ', '').replace(' 44 ', '').replace

# В полученном списке преобразуем значения с плавающей точкой
table = []
for i in range(len(text_split)):
    try:
        table.append(float(text_split[i]))
    except:
        table.append(text_split[i])

# Зададим временные переменные
data = []
temp = []
k = 0
word = ''

# Пройдемся по всему списку
for i in range(len(table)):
    # Отсекаем слово показатели
    if table[i]=='Показатели':
        continue

    # Добавляем заголовки
    if i in list(range(13)):
        temp.append(table[i])
        continue
    if i == 13:
        data.append(temp)
        temp = []

    # Проверяем, строка это или нет
    if isinstance(table[i],str):
        # Если строка, то добавляем к слову
        word+= ' ' + table[i]
        continue

    elif isinstance(table[i],float):
        # Если не строка, то добавляем слово во временный список, а потом убирае
        if isinstance(table[i-1],str):
            temp.append(word)
```



```

        word = ''
        k+=1
        temp.append(table[i])
        k+=1

# Так как в каждой строке 12 значений
# в двумерный список будем добавлять каждые 12 значений
if k!=0 and k%12==0:
    data.append(temp)
    temp = []

df3_2 = pd.DataFrame(np.array(data))
# Обозначим первую строку как заголовок, первый столбец за индекс и выполним обр
df3_2.columns = df3_2.iloc[0]
df3_2 = df3_2.drop(0).reset_index(drop=True)
df3_2.columns = ['Регион']+[f'x{i+1}' for i in range(11)]
df3_2

```

Out[26]:

	Регион	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11
0	Белгородская область	0.4	14.3	10.2	14.0	0.9	11.0	14.4	605.33	4.8	209.62	67.85
1	Брянская область	0.39	12.8	15.3	11.39	1.7	11.1	16.9	628.6	10.7	97.4	18.8
2	Владимирская область	0.35	10.1	20.4	10.47	2.8	10.8	18.4	624.83	8.8	122.01	32.41
3	Воронежская область	0.4	14.6	21.2	11.78	2.8	10.4	17.0	640.78	8.6	127.16	40.5
4	Ивановская область	0.35	10.0	23.4	9.15	3.5	10.6	18.6	630.14	10.8	79.98	22.73
...
74	Амурская область	0.37	11.5	23.1	13.12	3.4	13.2	14.6	539.97	8.7	157.76	74.74
75	Магаданская область	0.4	14.6	16.3	23.69	1.8	12.1	13.3	455.89	6.6	255.17	72.88
76	Сахалинская область	0.42	15.9	12.0	27.55	1.1	12.1	14.5	506.55	10.0	650.26	291.14
77	Еврейская Автономная область	0.38	12.0	22.5	12.97	3.2	13.2	14.8	542.15	8.5	143.93	43.06
78	Чукотский Автономный округ	0.41	15.3	9.3	39.18	0.8	14.2	13.0	434.73	4.4	615.31	176.28

79 rows × 12 columns

- Вариант 3 - x2; x4; x5; x6; x8; x9; x10;

```
In [27]: df3_2_var_3 = df3_2[['Регион', 'x2', 'x4', 'x5', 'x6', 'x8', 'x9', 'x10']].copy()

for i in df3_2_var_3.columns[1:]:
    df3_2_var_3[i]=df3_2_var_3[i].transform(float)

df3_2_var_3
```

```
Out[27]:
```

	Регион	x2	x4	x5	x6	x8	x9	x10
0	Белгородская область	14.3	14.00	0.9	11.0	605.33	4.8	209.62
1	Брянская область	12.8	11.39	1.7	11.1	628.60	10.7	97.40
2	Владимирская область	10.1	10.47	2.8	10.8	624.83	8.8	122.01
3	Воронежская область	14.6	11.78	2.8	10.4	640.78	8.6	127.16
4	Ивановская область	10.0	9.15	3.5	10.6	630.14	10.8	79.98
...
74	Амурская область	11.5	13.12	3.4	13.2	539.97	8.7	157.76
75	Магаданская область	14.6	23.69	1.8	12.1	455.89	6.6	255.17
76	Сахалинская область	15.9	27.55	1.1	12.1	506.55	10.0	650.26
77	Еврейская Автономная область	12.0	12.97	3.2	13.2	542.15	8.5	143.93
78	Чукотский Автономный округ	15.3	39.18	0.8	14.2	434.73	4.4	615.31

79 rows × 8 columns

```
In [28]: # Применение PCA
results = pca_manual(df3_2_var_3.iloc[:,1:].values,7)

# Используем первую компоненту (или взвешенную сумму нескольких, если требуется)
df3_2_var_3['PCA_Score'] = results['projected_data'][:, 0] # Первая главная ком

# Ранжирование стран
data_sorted = df3_2_var_3.sort_values(by='PCA_Score', ascending=False)

# Вывод результатов
print("Доля объясненной дисперсии (вклад каждой компоненты):")
print(results['explained_variance_ratio'])

print("\nФакторные нагрузки (вклад признаков в компоненты):")
print(results['loadings'])
data_sorted[['Регион', 'PCA_Score']].to_excel('ranged_regions.xlsx')
data_sorted[['Регион', 'PCA_Score']]
```

Доля объясненной дисперсии (вклад каждой компоненты):

[9.26088181e-01 7.18164959e-02 1.33235626e-03 4.08136189e-04
1.80205529e-04 1.43967129e-04 3.06579631e-05]

Факторные нагрузки (вклад признаков в компоненты):

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	PCA_score
PC1	0.015968	0.035834	-0.003201	-0.000293	-0.210680	-0.011864	0.976690
PC2	0.016506	-0.007660	-0.008392	-0.016211	0.977118	-0.015468	0.210563
PC3	0.073979	0.158361	-0.137684	-0.285273	-0.015870	-0.931859	-0.022299
PC4	0.592966	0.779150	-0.042090	0.129238	0.007726	0.146844	-0.034930
PC5	0.350346	-0.344860	0.053958	0.819433	0.000025	-0.289712	0.003834
PC6	0.720007	-0.493762	-0.025452	-0.471008	-0.022723	0.121525	0.002694
PC7	0.035186	0.061443	0.987741	-0.091298	0.005150	-0.104849	0.000217

Out[28]:

	Регион	PCA_Score
56	Тюменская область	750.018358
17	г.Москва	608.757108
76	Сахалинская область	465.659411
78	Чукотский Автономный округ	447.129065
70	Республика Саха	137.767004
...
60	Республика Тыва	-116.367351
28	Республика Адыгея	-117.202040
4	Ивановская область	-118.135724
38	Республика Северная Осетия - Алания	-118.824398
35	Республика Ингушетия	-157.611623

79 rows × 2 columns