

## МС-7 Аудиторное задание

### Введение в математическую статистику

1. Имеется пять чисел:  $x$ , 9, 5, 4, 7. При каком значении  $x$  медиана будет равна среднему?
2. Измерен рост 25 человек. Средний рост оказался равным 160 см. Медиана оказалась равной 155 см. Машин рост в 163 см был ошибочно внесен как 173 см. Как изменится медиана и среднее после исправления ошибки?
3. В множестве  $A$  всего два числа,  $A = \{24, 42\}$ . Случайным образом из множества  $A$  выбираются 3 числа с возможностью повторений. Явно найдите закон распределения выборочного среднего, выборочной медианы и выборочной моды.
4. Деканат утверждает, что если студента  $N$  перевести из группы  $A$  в группу  $B$ , то средний рейтинг каждой группы возрастет. Возможно ли такое? Ответ обосновать.
5. Дана реализация случайной выборки: 1, 10, 7, 4, -2. Выпишите определения и найдите значения следующих характеристик: а) вариационного ряда, б) выборочного среднего, в) выборочной дисперсии, г) несмещенной оценки дисперсии, д) выборочного второго начального момента. е) Постройте выборочную функцию распределения.
6. Гмурман В.Е. «Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике», 441, 446, 450, 453, 455, 457, 459, 460, 463

### Домашнее задание

1. Гмурман В.Е. «Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике», 442 а), 444, 447 а), 454, 458, 470
2. Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_n$  – выборка объема  $n$  из распределения  $\mathcal{L}$  с моментами
$$\nu_1 = \nu_1(X) = E(X), \quad \mu_2 = \mu_2(X) = \sigma^2 = Var(X),$$
$$\mu_k = \mu_k(X) = E[(X - E(X))^k]; \quad k = 3, 4, 5.$$
Обозначим через

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k, \text{ (выборочное среднее);}$$

$$S^2 = \frac{n}{n-1} \hat{\sigma}^2 = \frac{n}{n-1} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (X_k - \bar{X})^2, \text{ (исправленная выборочная дисперсия);}$$

$$\hat{\mu}_3 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (X_k - \bar{X})^3, \text{ (выборочный момент третьего порядка);}$$

$$M_3 = \frac{n^2}{(n-1)(n-2)} \hat{\mu}_3 = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum (X_k - \bar{X})^3, \text{ (исправленный выборочный момент третьего порядка).}$$

Показать, что

$$\text{a) } E(\bar{X}) = E(X); \mu_2(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}; E(S^2) = \sigma^2;$$

$$\text{b) } \mu_3(\bar{X}) = \frac{\mu_3(X)}{n^2};$$

$$\text{c) } \mu_4(\bar{X}) = \frac{\mu_4(X)}{n^3} + \frac{3(n-1)}{n^3} \mu_2^2(X);$$

и найти

$$\text{d) } Cov(\bar{X}, S^2) \text{ и } Cov(\bar{X}, M_3).$$