МС-22 Аудиторное задание

Проверка гипотезы об определенном значении генеральной дисперсии при известном и неизвестном генеральном среднем μ и гипотеза о неизвестной вероятности успеха в испытаниях Бернулли на уровне значимости α (часть 3)

1. По данным за последние n=12 месяцев найдена средняя доходность по некоторой акции $\bar{x}$=65% и соответствующее исправленное выборочное стандартное отклонение s=7,3111%. Считая, что доходность акции распределена по нормальному закону, проверьте на уровне значимости α=0,05 гипотезы о том, что в генеральной совокупности средняя доходность равна 60%, а дисперсия равна 50%. Рассчитайте также вероятности неправильных выводов. Постройте график для вероятности β неправильных выводов при различных конкретных значениях альтернативного среднего, а затем при различных значениях альтернативной дисперсии.

2. Пусть $\vec{x} = (x_1, \dots, x_n)$ – реализация случайной выборки $\vec{X} = (X_1, \dots, X_{30})$ из нормального распределения $N(1{,}18; \sigma^2)$. Проверяется на уровне значимости $\alpha = 0{,}02$ основная гипотеза $H_0 : \sigma = 1{,}14$ против альтернативной гипотезы $H_1 : \sigma \neq 1{,}14$ с критическим множеством вида $K_\alpha = (0, A) \cup (B, +\infty)$.

1) Найдите значение статистики критерия χ_0^2.

2) Найдите границы A и B критического множества и проверьте гипотезу H_0 .

3) Найдите P-значение критерия.

4) Найдите вероятность ошибки второго рода β для σ_1 =1,24.

Исходные данные:

$\vec{x}$ = (0,889; 1,514; 2,846; 2,811; 0,84; 0,945; 0,02; -0,441; -0,796; 3,739; 0,688; 0,777; -0,233; 2,284; -0,681; 1,056; 0,21; 1,8; 0,687; -0,144; 1,285; 1,851; 1,402; 1,695; 0,533; 0,87; 0,486; 0,874; 0,312; -0,821).

3. Компания не осуществляет инвестиционных вложений в ценные бумаги с дисперсией годовой доходности более чем 0,04. Выборка из 52 наблюдений по активу А показала, что выборочная дисперсия ее доходности равна 0,045. Выяснить, допустимы ли для данной компании инвестиционные вложения в актив А на уровне значимости 0,01.

4. Партия изделий принимается, если среднее квадратическое отклонение контролируемого размера не превышает 0,2 мкм. Стандартное отклонение, вычисленное по выборке из n изделий, оказалось равным 0,25 мкм. Определите, можно ли принять партию на 5%-ном уровне значимости, если: а) n=40; б) n=400.

4. Фирма рассылает рекламные каталоги возможным заказчикам. Как показал опыт, вероятность того, что организация, получившая каталог, закажет рекламируемое изделие, равна 0,08. Фирма разослала 1000 каталогов новой, улучшенной, формы и получила 100 заказов. На уровне значимости 0,05 выяснить, можно ли считать, что новая форма рекламы существенно лучше прежней.

6. Продюсер некоторой телепередачи утверждает, что она должна привлечь внимание не менее, чем трети телезрителей. При этом из 64 опрошенных только 16 заявили о своем намерении посмотреть эту передачу. Оцените утверждение продюсера на 5%-ном уровне значимости.

7. Статистика страхового брокера утверждает, что только 3 из 10 визитов страхово го агента к потенциальным страхователям заканчиваются заключением договора о страховании. Агент Иванов заключил m=40 договоров за n=100 встреч с потенциальными клиентами. Определите, случайны ли результаты Иванова, или они свидетельствуют о его высокой квалификации.

8. Партия изделий принимается, если вероятность того, что изделие окажется бракованным, не превышает 0,02. Среди случайно отобранных 480 изделий оказалось 12 дефектных. Можно ли принять партию? (Гмурман В.Е. «Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике», №588)

9. Партия изделий принимается, если вероятность того, что изделие окажется брак ованным, не превышает 0,02. Среди случайно отобранных 480 изделий оказалось 10 дефектных. Определите, можно ли на 1%-ном уровне значимости принять парт ию. Вычислите вероятность вынесения ошибочного заключения, если альтернатив ное значение вероятности брака равно 0,022.

10. Из нормальной генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 31$:

варианты x_i	10,1	10,3	10,6	11,2	11,5	11,8	12,0
частоты n_i	1	3	7	10	6	3	1

Требуется при уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу $H_1{:}\ \sigma^2 = 0{,}18$, приняв в качестве конкурирующей гипотезы $H_1{:}\ \sigma^2 > 0{,}18$. (Гмурман В.Е. «Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике», №562)

11. Точность работы станка-автомата проверяется по дисперсии контролируемого размера изделий, которая не должна превышать $\sigma_0^2 = 0{,}1$. Взята проба из 25 случайных отобранных изделий, причем получены следующие результаты измерений:

контролируемый размер изделий пробы x_i	3,0	3,5	3,8	4,4	4,5
частота n_i	2	6	9	7	1

Требуется при уровне значимости 0,05 проверить, обеспечивает ли станок требуемую точность. (Гмурман В.Е. «Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике», №563)

12. Партия изделий принимается, если дисперсия контролируемого размера значимо не превышает 0,2. Исправленная выборочная дисперсия, найденная по выборке объема $n = 121$, оказалась равной σ_X^2= 0,3. Можно ли принять партию при уровне значимости 0,01? (Гмурман В.Е. «Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике», №565)

Домашнее задание

1. Менеджер нового отделения банка желает выяснить, что время ожидания клиентами обслуживания не является слишком длительным. Опросив 30 клиентов, он выяснил, что среднее значение времени ожидания равнялось 8 минутам, а исправленная выборочная дисперсия времени ожидания равна 16 мин., в то время как в других отделениях банка ее значение равно 9. Предполагая, что время ожидания распределено нормально, при 5%-ном уровне значимости проверить гипотезу о равенстве генеральной дисперсии σ^2 числу 9. Найдите P-значение критерия. Найдите вероятность ошибки второго рода β для σ_1 =4,5.

2. Гмурман В.Е. «Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике», №560, №564, №589, №591.