

## МС-21 Аудиторное задание

### Проверка гипотезы об определенном значении генерального среднего при известной и неизвестной дисперсии (часть 2).

#### Лемма Неймана-Пирсона.

1. Проектный контролируемый размер изделий, изготавливаемых станком-автоматом,  $\mu = \mu_0 = 35$  мм. Измерения 20 случайно отобранных изделий дали следующие результаты:

Контролируемый размер	$x_i$	34,8	34,9	35	35,1	35,3
Частота (число изделий)	$n_i$	2	3	4	6	5

Требуется при уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу

$H_0 : \mu = \mu_0 = 35$  при конкурирующей гипотезе  $H_1 : \mu \neq 35$ .

2. Взаимный форт рекламирует, что в среднем в течение первого года компания получает доход, равный 11,9% от первоначальной инвестиции. Доходы за случайно выбранные десять лет составили (млн.руб):

10.9934; 11.0554; 10.6147; 12.1088; 10.5254; 11.738; 12.6294; 10.937; 11.9128; 9.99537

Проверьте на а) 5%-ном уровне; б) 10%-ном уровне справедливость утверждения компании, предполагая нормальность распределения доходов; в) найдите Р-значение.

3. Пусть выборка состоит из одного единственного наблюдения  $X_1$  с плотностью  $f(x) = \frac{1}{\pi(1+(x-\theta)^2)}$  (плотность распределения Коши). Что собой представляет при разных значениях  $c$  критическое множество критерия Неймана-Пирсона для проверки гипотезы  $H_0 : \theta = 0$  против альтернативной гипотезы  $H_1 : \theta = 1$ ? Найти в явном виде критическое множество и вероятности ошибок  $\alpha$  и  $\beta$  в случае выбора: а)  $c = 1$ ; б)  $c = 2$ .

4. Построить оптимальный критерий Неймана-Пирсона для параметра  $\mu$  нормального закона распределения с известной дисперсией  $\sigma^2$  для простых гипотез  $H_0 : \mu = \mu_0$ ,  $H_1 : \mu = \mu_1$ , где  $\mu_0$  и  $\mu_1$  – некоторые заданные значения, связанные неравенством  $\mu_1 > \mu_0$ .

5. Имеется игральный кубик с вероятностью выпадения единицы, равной  $p$ , и мы хотим проверить гипотезу  $H_0 : p = 1/6$  при альтернативной гипотезе  $H_1 : p \neq 1/6$ . Монета подбрасывается 10 раз, и если единица выпадет 1 или 2 раза из 10, то принимается гипотеза  $H_0$ , в противном случае принимается гипотеза  $H_1$ . Найдите значение вероятности ошибки первого рода; значения вероятности ошибки второго рода при альтернативной вероятности выпадения единицы, равной  $p' = 0; 0,1; 0,2; \dots; 1$ ; значения мощности критерия при  $p' = 0; 0,1; 0,2; \dots; 1$ . Постройте график функции мощности.

6. По выборке объема  $n = 16$ , извлечённой из нормальной генеральной совокупности с известным средним квадратичным отклонением  $\sigma = 4$ , при уровне значимости  $0,05$  проверяется нулевая гипотеза  $H_0: \mu = \mu_0 = 2$  о равенстве генеральной средней гипотетическому значению  $\mu_0 = 2$  при конкурирующей гипотезе  $H_1: \mu \neq 2$ . Требуется: 1) найти мощность правостороннего критерия проверки рассматриваемой гипотезы для гипотетического значения генеральной средней  $\mu_1 = 23$ ; 2) найти объем выборки  $n_1$ , при котором мощность критерия равна  $0,6$ .

## Домашнее задание

1. Чиновник из администрации региона утверждает, что средний месячный доход в регионе составляет не менее  $35590,8$  руб. В случайной выборке  $10$  жителей региона данные о доходах составили

$35633.3, 35425.1, 35451.3, 35204.8, 35351.4, 35484.1, 35526.2, 35553.4, 35594.9, 34937.6$

Согласуется ли этот результат с утверждением представителя администрации на  $2\%$ -ном уровне значимости? Найдите  $P$ -значение.

2. Построить оптимальный критерий Неймана-Пирсона для параметра  $\mu$  нормального закона распределения с известной дисперсией  $\sigma^2$  для простых гипотез  $H_0: \mu = \mu_0$ ,  $H_1: \mu = \mu_1$ , где  $\mu_0$  и  $\mu_1$  – некоторые заданные значения, связанные неравенством  $\mu_1 < \mu_0$ .

3. Имеется нормальная генеральная совокупность  $N(\mu; 2)$ . Для проверки основной гипотезы  $H_0: \mu = 1$  против альтернативной  $H_1: \mu \neq 1$  на основе выборки объема  $10$  предложена следующая процедура:

1) вычисляем среднее  $\bar{x}$ ;

2) если  $\bar{x} \in [0; 2]$ , то  $H_0$  – принимается, если  $\bar{x} \notin [0; 2]$ , то  $H_0$  отвергается в пользу  $H_1$ .

Найдите уровень значимости предложенного теста. Найдите мощность теста при  $\mu = 2$ .