

МС-11 Аудиторное задание

Доверительная оценка параметров (Часть 1)

(оценка генеральной средней при известной и неизвестной дисперсии σ^2)

1. Менеджер по персоналу на основании своего опыта знает, что результат теста, который проходят кандидаты при приёме на работу, имеет нормальное распределение со стандартным распределением 32,4. В выборке из девяти результатов группы кандидатов среднее значение результата теста оказалось равным 187,9.

а) Найдите 80%-ный доверительный интервал для среднего значения теста.

б) Основываясь на данных этой выборки, менеджер построил следующий интервал для среднего значения результата теста: (165,8;210,0). Найдите уровень доверия, который отвечает этому интервалу.

2. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма $n=10$:

x_i	-2	1	2	3	4	5
n_i	2	1	2	2	2	1

Найти доверительный интервал (\hat{v}_1, \hat{v}_2) , который с надёжностью 0,95 покрывает неизвестное математическое ожидание μ рассматриваемой случайной величины, если известно, что последняя распределена по нормальному закону.

3. Найдите 0.94-доверительный интервал для генерального среднего нормально распределенного признака X , если выборочное среднее квадратичное отклонение равно 8, а выборочное среднее при объеме выборки 99 равно 33. Как изменится доверительный интервал, если бы было известно не выборочное, а генеральное среднее квадратичное отклонение, равное 8?

4. Обследуется средняя продолжительность телефонного разговора. Сколько телефонных разговоров должно быть зафиксировано, чтобы с вероятностью 0.90 можно было бы утверждать, что отклонение средней продолжительности зафиксированных разговоров от генеральной средней не превосходит 10 секунд, если генеральное среднее квадратичное отклонение длительности одного разговора равно 2 минутам?

5. Аудитор компании решил предпринять выборочную проверку и выбрал 24 финансовых отчётов с данными продаж некоторого товара. Стоимости этих товаров в каждом отчёте: 70, 91, 92, 83, 78, 115, 82, 30, 98, 116, 80, 150, 200, 88, 70, 90, 160, 100, 86, 76, 90, 140, 76, 68 (д.е.). Найти оценку средней стоимости товаров из всех отчётов и построить для нее доверительный интервал с надёжностью 0,92. Оценить, какой объём выборки необходим для достижения точности $\delta=4$ (д.е.).

6. Брокер на бирже желает найти 0.95-доверительный интервал для математического ожидания недельной доходности выбранной акции. Известно, что выборочная средняя недельная доходности за последний год (52 недели) составила 0.007. Найдите искомый доверительный интервал в предположении, что недельные доходности независимы и распределены нормально с постоянными параметрами, причем выборочное среднеквадратичное отклонение недельной доходности равно 0.04. С какой вероятностью брокер может ожидать, что средняя недельная доходность акции не будет убыточной?

7. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=12$:

x_i	-0.5	-0.4	-0.2	0	0.2	0.6	0.8	1	1.2	1.5
n_i	2	1	2	1	1	1	1	1	2	1

Найти доверительный интервал (\hat{v}_1, \hat{v}_2) , который с надёжностью 0,95 покрывает неизвестное математическое ожидание μ рассматриваемой случайной величины, если известно, что последняя распределена по нормальному закону.

(Ответ. (-0.04057; 0.873903))

8. Найти минимальный объем выборки, при котором с надёжностью 0,975 точность оценки математического ожидания α генеральной совокупности по выборочной средней равна $\delta = 0,3$, если известно среднее квадратическое отклонение $\sigma = 1,2$ нормально распределенной генеральной совокупности.

9. Производится выборочное обследование возраста читателей массовых библиотек. Сколько карточек необходимо взять для обследования, чтобы с вероятностью 0.95 можно было бы утверждать, что средний возраст в выборочной совокупности отклонится от генерального среднего не более, чем на 2 года? Генеральное среднее квадратичное принять равным 20 годам.

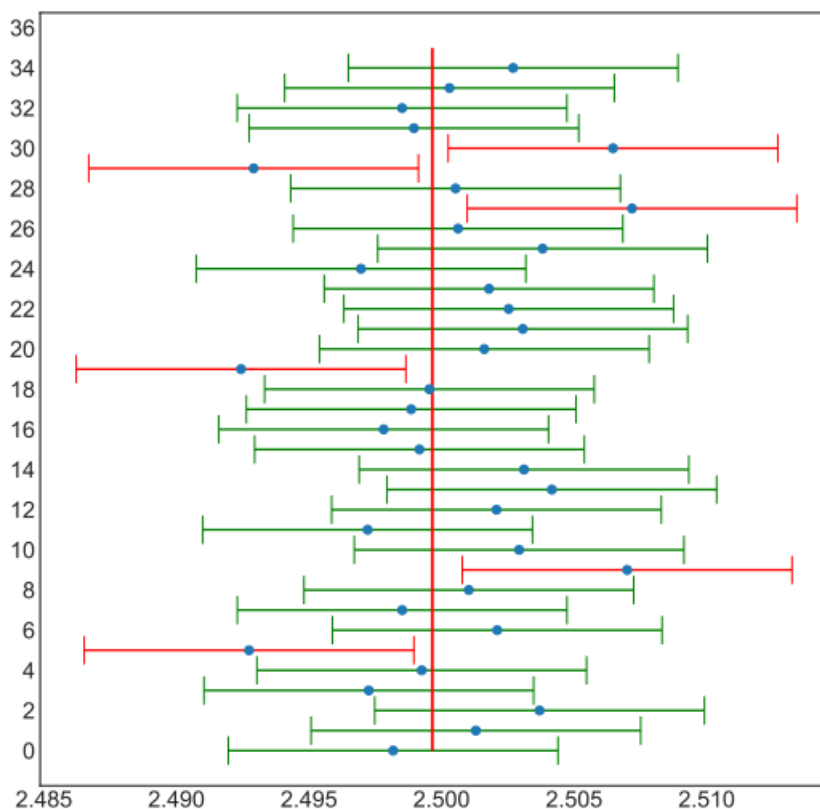
10. Выборка из большой партии электроламп содержит 120 ламп. Средняя продолжительность горения отобранных ламп оказалась равной 1200 ч. Найдите приближенный 0.95 -доверительный интервал для средней продолжительности горения лампы во всей партии, если известно, что стандартное отклонение продолжительности горения лампы в партии равно 145 ч. Как изменится ответ, если учесть, что выборка была произведена из партии, объема 1000 ламп? Предполагается, что продолжительность горения ламп распределена нормально.

Домашнее задание

1. Гмурман В.Е. «Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике», 501, 502, 503, 510.

2. Пусть X_1, \dots, X_n выборка объёма n из $N(\mu, \sigma^2)$. Написать программу моделирования методом Монте-Карло доверительной оценки параметра μ : а) при известной дисперсии; б) при неизвестной дисперсии.

Ответ. Для $N(\mu, \sigma^2)$, где $\sigma^2 = 0.1^2$ известна, картина для 96%-доверительной оценки примерно такова:



(см. файл `help_home_work_MS-10_task2.ipynb`)