

## МС-26 Аудиторное задание

### Сравнение генеральных средних и генеральных дисперсий двух и более нормальных совокупностей. Критерии независимости и однородности.

1. Для трех групп финансовых показателей **A**:  $(X_1, \dots, X_{27})$ , **B**:  $(Y_1, \dots, Y_{33})$ , **C**:  $(Z_1, \dots, Z_{39})$ , которые по предположению независимы и распределены, соответственно, по трем нормальным законам  $N(\mu_x, \sigma^2)$ ,  $N(\mu_y, \sigma^2)$ ,  $N(\mu_z, \sigma^2)$  (с одинаковой неизвестной дисперсией  $\sigma^2$ ) на уровне значимости  $\alpha = 0,01$  с помощью  $F$ -критерия (Фишера) проверяется гипотеза  $H_0: \mu_x = \mu_y = \mu_z$  о совпадении ожидаемых значений показателей. Конкретные значения всех показателей указаны ниже. 1) По данным значениям показателей найдите межгрупповую дисперсию. 2) По этим же данным найдите среднюю групповую дисперсию. 3) Найдите значение статистики  $F$ -критерия, критическое множество  $K_\alpha$  и проверьте гипотезу  $H_0$ . 4) Найдите  $P$ -значение критерия и сделайте выводы.

Значения показателей группы **A**:

(0,616; 1,046; 2,575; -0,344; 2,339; -0,68; 3,739; 2,251; -1,252; 3,536; -0,491; 5,556; 4,856; -1,68; 2,33; 1,345; 2,829; 2,539; 3,304; 3,497; 0,211; 3,563; 0,94; 3,642; 1,956; 3,919; 3,568).

Значения показателей группы **B**:

(2,834; 1,504; -0,678; 5,619; 0,97; 1,617; 3,768; -1,309; 3,343; -1,778; -0,854; 1,04; 2,83; -2,335; 4,853; 5,6; 4,341; 4,362; 3,52; 1,151; -0,621; -2,88; 1,697; 1,753; 0,211; 2,157; 1,989; 2,457; 1,399; 1,61; -0,558; 2,132; 2,293).

Значения показателей группы **C**:

(2,398; -2,77; 4,679; 1,924; 0,574; 5,329; 0,699; 4,457; -0,3; 1,682; -1,34; 0,046; -1,096; 1,935; 2,411; 4,134; 5,643; 3,071; 6,526; 4,941; 2,844; -0,43; -2,066; 0,22; 0,317; -1,923; 1,38; -2,485; 0,111; -0,542; 4,78; 1,93; 0,462; 5,487; -3,547; 2,933; -0,987; -0,21; 3,955).

**Ответ:** 1) Межгрупповая дисперсия = **0.0587**; 2) Средняя групповая дисперсия = **5.1669**; 3) Значение статистики критерия = **0.5452** 4)  $P$ -значение критерия = 0,5815.

2. Банк имеет по четыре отделения в трех городах. Текущие объемы денежных вкладов (в условных единицах) представлены в следующей таблице

Отделение/город	1	2	3
1	38	20	21
2	36	24	22
3	35	26	31
4	31	30	34

Можно ли утверждать на уровне значимости  $\alpha = 0,05$ , что в среднем дела идут одинаково хорошо во всех трех городах? Построить доверительные интервалы для средних по городам с надежностью 90%.

3. Фирма имеет 13 магазинов в трех округах Москвы: 4 – в Северном округе, 6 – во Южном, 3 – в Восточном. Объемы продаж за отчетный период (в условных единицах) по каждому магазину представлены в следующей таблице:

Филиал	Регион		
	Северный округ	Южный округ	Восточный округ
1	37	60	69
2	47	86	100
3	40	67	98
4	60	92	
5		95	
6		98	

Можно ли утверждать на уровне значимости  $\alpha = 0,01$ , что продажи во всех округах идут в среднем одинаково? Построить доверительные интервалы для средних по регионам с надежностью 95%.

4. По трем независимым выборкам, объемы которых  $n_1=9$ ,  $n_2 = 13$  и  $n_3 = 15$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии, соответственно равные 3,2; 3,8 и 6,3. Требуется: 1) на уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу о равенстве дисперсий; 2) оценить генеральную дисперсию. (Гмурман В.Е. «Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике», №592)

5. Инвестор имеет данные по доходности актива А за 5 лет, актива Б – за 7 лет, актива В – за 10 лет. Исправленные выборочные дисперсии доходностей равны 0,01; 0,02 и 0,03 соответственно. Можно ли утверждать на уровне значимости 5%, что риск вложений в эти активы одинаков?

6. Поступающие в институт абитуриенты разбиты на два потока по 300 человек в каждом. Итоги экзамена по одному и тому же предмету на каждом потоке оказались следующими: на 1-ом потоке баллы 2, 3, 4 и 5 получили соответственно 33, 43, 80 и 144 человека; соответствующие же данные для 2-го потока таковы: 39, 35, 72 и 154. Можно ли на уровне значимости 0,1 утверждать, что оба потока однородными?

7. По четырем независимым выборкам, объемы которых  $n_1=17$ ,  $n_2 = 20$ ,  $n_3 = 15$  и  $n_4 = 16$  извлеченным из нормальных генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии, соответственно равные 2,5; 3,6; 4,1; 5,8. Требуется: а) при уровне значимости 0,05 проверить гипотезу об однородности дисперсий; б) оценить генеральную дисперсию. (Гмурман В.Е. «Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике», №595)

8. Четыре исследователя параллельно определяют процентное содержание углерода в сплаве, причем первый исследователь произвел анализ 25 проб, второй — 33, третий — 29, четвертый — 33 проб. «Исправленные» выборочные средние квадратические отклонения оказались соответственно равными 0,05; 0,07; 0,10; 0,08. Требуется при уровне значимости 0,01 проверить гипотезу об однородности дисперсий, в предположении, что процентное содержание углерода в сплаве распределено нормально. (Гмурман В.Е. «Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике», №596)

9. Сравниваются четыре способа обработки изделий. Лучшим считается тот из; способов, дисперсия контролируемого параметра которого меньше. Первым способом обработано 15, вторым — 20, третьим — 20, четвертым — 14 изделий. Исправленные выборочные дисперсии  $s_i^2$  соответственно равны: 0,00053; 0,00078; 0,00096; 0,00062. Можно ли отдать предпочтение одному из способов, при уровне значимости 0,05? Предполагается, что контролируемый параметр распределен нормально. (Гмурман В.Е. «Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике», №597)

### Домашнее задание

1. Для трех групп финансовых показателей **A**, **B**, **C**, проверяется гипотеза о совпадении ожидаемых значений показателей. Предполагается, что все показатели  $X_{ij}$  независимы и распределены по нормальному закону  $N(\mu_j, \sigma^2)$  (с одинаковой неизвестной дисперсией  $Var(X_{ij}) = \sigma^2$ , причём для каждой группы  $E(X_{ij}) = \mu_j$ ,  $j = 1, 2, 3$ . 1) По данным значениям (файл MS-26\_hw\_task\_1.csv) найдите межгрупповую и среднюю дисперсию. 2) Найдите 90% доверительные интервалы для ожидаемых значений показателей  $\mu_j$ ,  $j = 1, 2, 3$ . 3) Найдите значение статистики критерия  $f_0 = F_{\text{набл.}}$ , критическое множество  $K_\alpha$  и на уровне значимости  $\alpha = 0,03$  проверьте гипотезу о совпадении ожидаемых значений показателей,  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ . 4) Найдите  $P$ -значение критерия и сделайте выводы.

**Ответ:**  $\delta^2 = 0,451683$ ;  $\overline{\sigma^2} = 2,55343$ ;  $f_0 = F_{\text{набл.}} = 9,64066$ ;  $K_\alpha = (3,62182; +\infty)$ ;  $PV = 0,00014$ ;  
 $\mu_1 \in (0,760894; 1,776541)$ ;  $\mu_2 \in (0,001104; 0,93665)$ ;  $\mu_3 \in (1,673157; 2,42571)$ .

2. Инвестор имеет данные за 10 лет по доходности активов А, Б, В и Г. Исправленные выборочные дисперсии доходностей равны 0,012; 0,021; 0,025; 0,032 соответственно. Можно ли утверждать на уровне значимости 5%, что риск вложений в эти активы одинаков?

3. В банке в течение двух дней проводилось исследование времени обслуживания клиентов, результаты которого следующие:

Номер интервала группирования $i$	Время обслуживания (мин)	$\mu_i$	$\nu_i$
		(1-й день)	(2-й день)
1	10-12	2	2
2	12-14	4	4
3	14-16	8	9
4	16-18	12	13
5	18-20	16	16
6	20-22	10	8
7	22-24	3	3

Требуется на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  гипотезу  $H_0$  о том, что обе выборки принадлежат одной генеральной совокупности.

4. Отношение зрителей к включению одной из телепередач в программу выразилось следующими данными:

	Положительное	Безразличное	Отрицательное
Мужчины	14	24	2
Женщины	29	36	15

Можно ли считать, что отношение к включению передачи в программу не зависит от пола зрителя на уровне значимости  $\alpha = 0,1$ ?

5. Четыре фасовочных автомата настроены на отвешивание одинакового веса. На каждом автомате отвесили 10 проб, затем эти же пробы взвесили на точных весах и нашли исправленные выборочные дисперсии отклонений от норматива: 0,012; 0,021; 0,025; 0,032. Можно ли утверждать на уровне значимости 5%, что автоматы обеспечивают одинаковую точность взвешивания? (Гмурман В.Е. «Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике», №603)