

Kontakt

mpa @ dv.se

①

023 - 77 8234

073 - 460 7149

---

Funktioner

Låt  $A$  och  $B$  vara två  
Mängder. En funktion  $f$

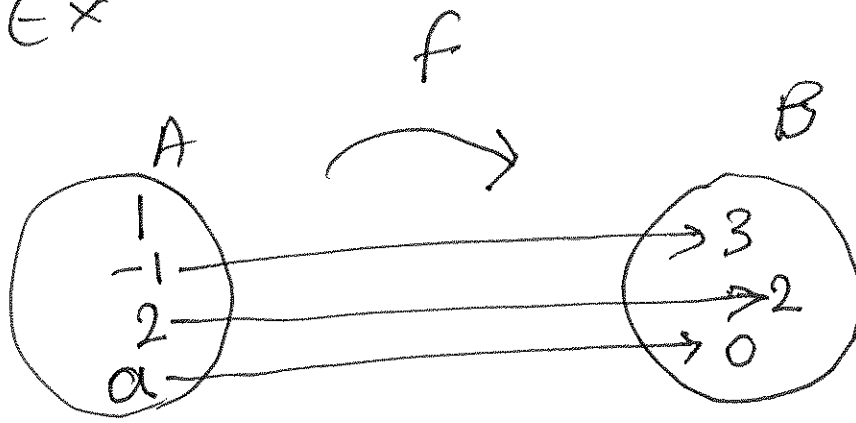
från  $A$  till  $B$  är en regel

som till Varje element i  $A$

ordnar exakt ett element i  $B$

Ex

(2)



är ej funktion

$$A = \{1, -1, 2, a\}$$

$$B = \{0, 2, 3\}$$

Strider mot Varje element i A

f har inte avbildat 1 någonstans

$$f(1) = ?$$

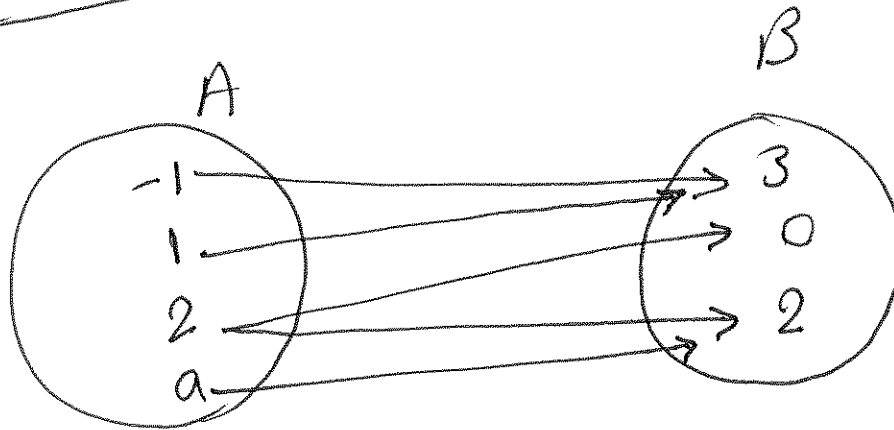
$$f(-1) = 3$$

Man säger att

{ f har skickat -1 till 3  
f " avbildat " "  
3 är bild av -1

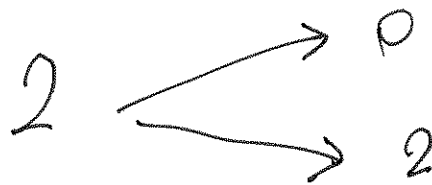
Ex 2

(3)

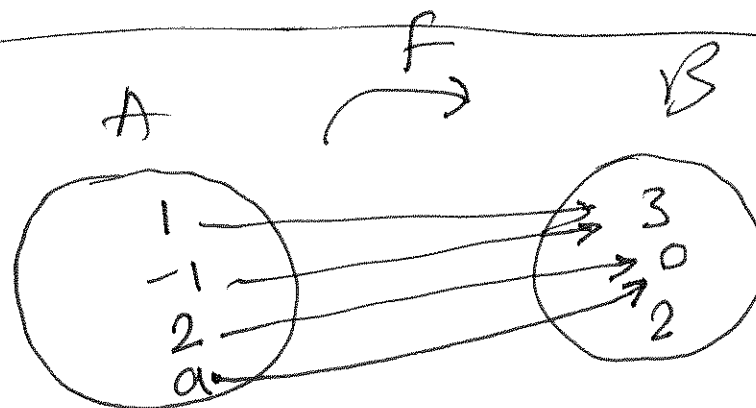


$f$  är ej funktion

Strider mot exakt ett element i  $B$



Ex 3



$f$  är funktion

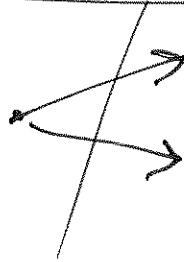
Anm

Många element i  $A$  kan skickas  
till ett element i  $B$  OK

Men



ett element i  $A$  kan ej  
skickas till två element  
i  $B$  ej OK

Def

$A$  kallas för definitions'  
mängd av  $f$

 $D_f$

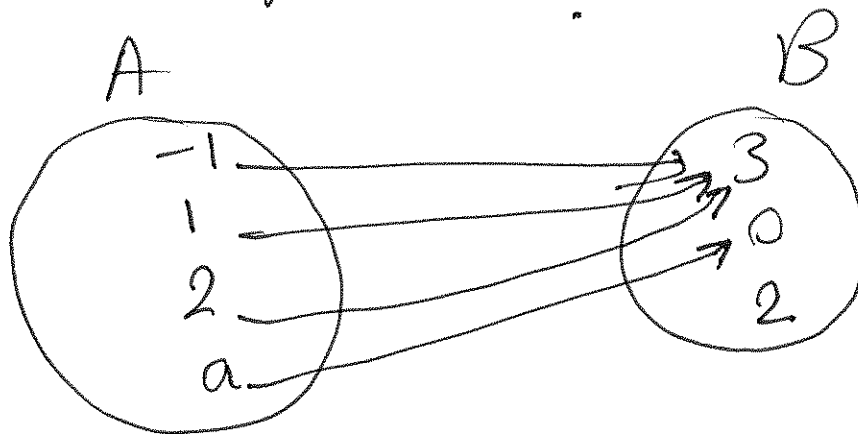
B kallas för målmängd av  $f$  (5)

$M_f$

---

Def Värdemängd av  $f$

$V_f = ?$



$$D_f = A = \{-1, 1, 2, a\}$$

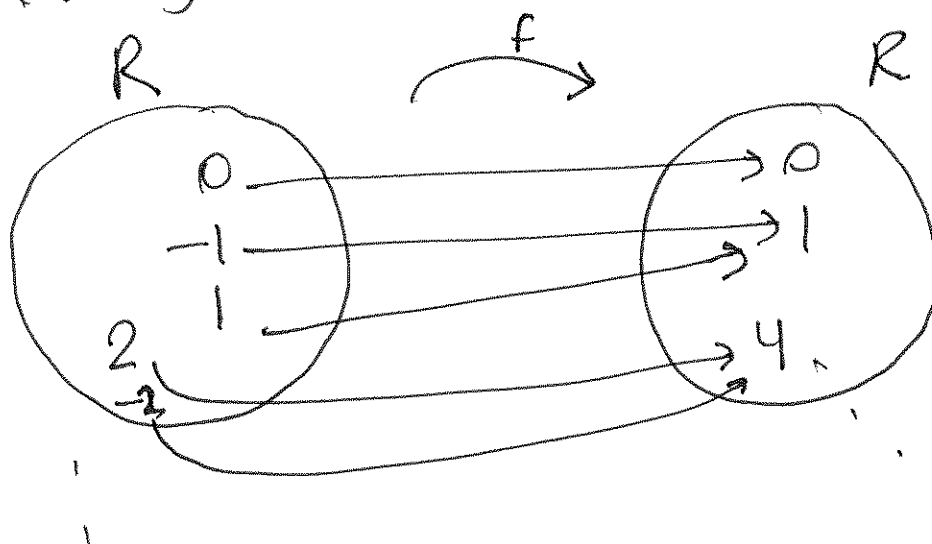
$$M_f = B = \{0, 2, 3\}$$

$$V_f = \{0, 3\}$$

(6)

Värde mängdBilden av alla element i  $A$ dvs  $f(A)$  Kallas för  
Värde mängd av ~~A~~  $f$  $V_f$ 

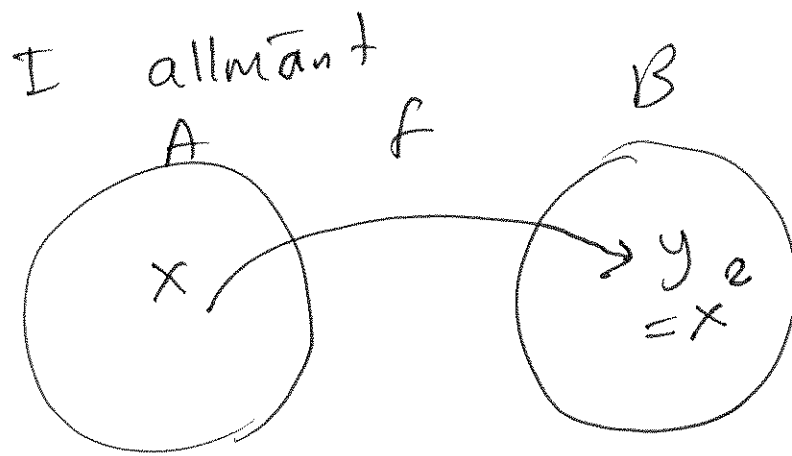
Vanlig skriv sätt för funktion



$$x \longrightarrow x^2$$

$$f(x) = x^2$$

(7)



$$f(x) = y$$

$$f(x) = x^2$$

$$y = x^2$$

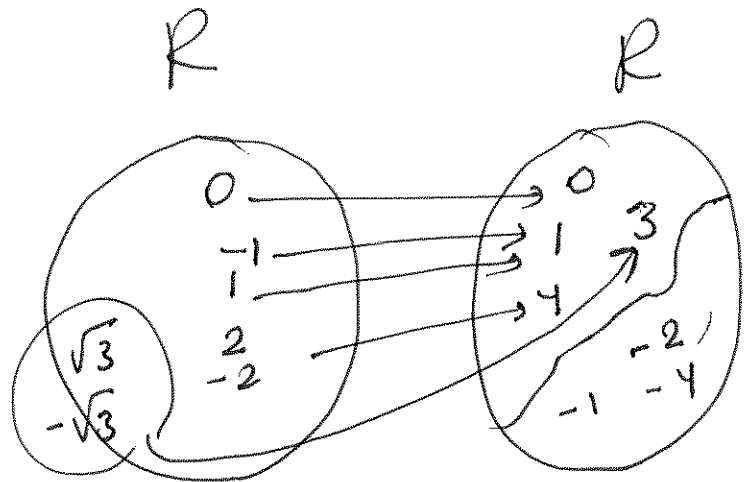
$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^2$$

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$M_f \subseteq \mathbb{R}$$

$$V_f = ?$$



$$V_f = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

$$V_f = \{y \geq 0\}$$

Ann

⑧

För att bestämma  $D_f$

Svarar vi på frågan

Vilka tal  $x$  kan anta?

För att bestämma  $V_f$

Svarar vi på frågan Vilka

tal  $y$  antar?

Ex  $f(x) = x^2$

$$\boxed{y = x^2}$$

Vilka tal  $x$  kan vara?

Svar: vilket som helst

$$D_f = \mathbb{R}$$



9

$V_f$

Vilka tal  $y$  antar?

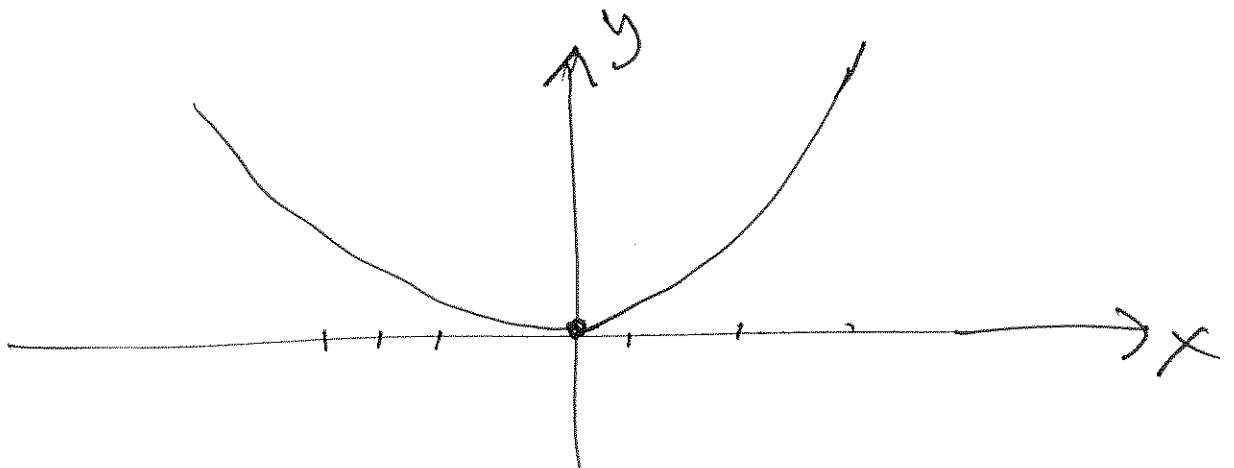
$y$  kan vara vad som helst  
utan negativa

$$V_f = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

---

Geometrisk

$$y = x^2$$



$V_f$  har  $x$  överallt  $\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

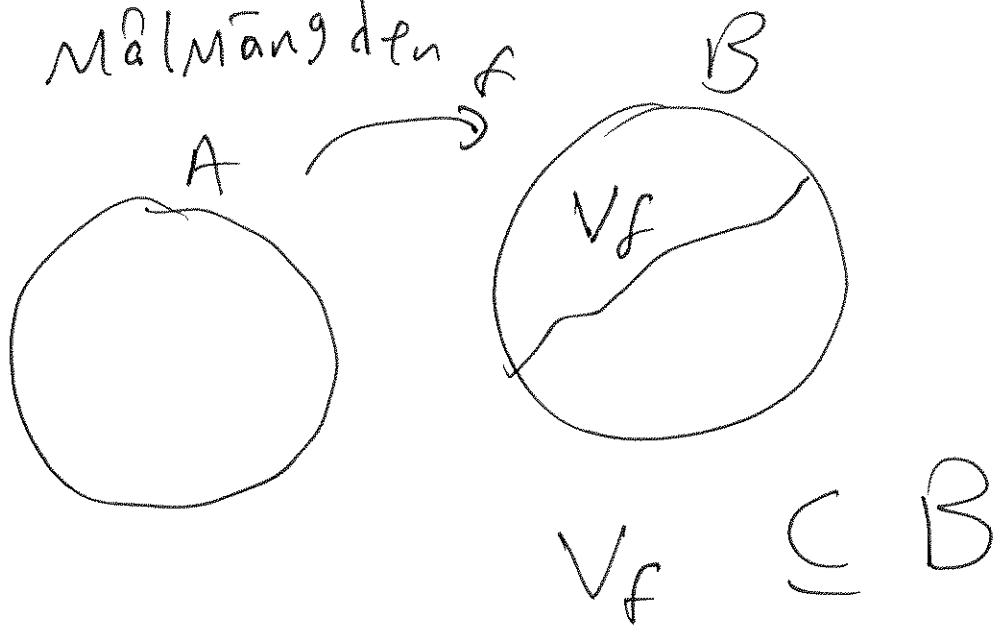
$V_f$  har  $y$  bara ovanför  $x$ -axeln

$$V_f = \{y \geq 0\}$$

Def

Värde mängd av  $f$  är en delmängd

av målmängden  $B$



$$\text{Om } V_f = B$$

Säger vi att  $f$  är

Surjektiv

Ex 1

①

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^2$$

$$y = x^2$$

e' surjektiv

$$M_f = \mathbb{R}$$

$$V_f = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

---

Ex 2

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = 3x + 1$$

$$y = 3x + 1$$

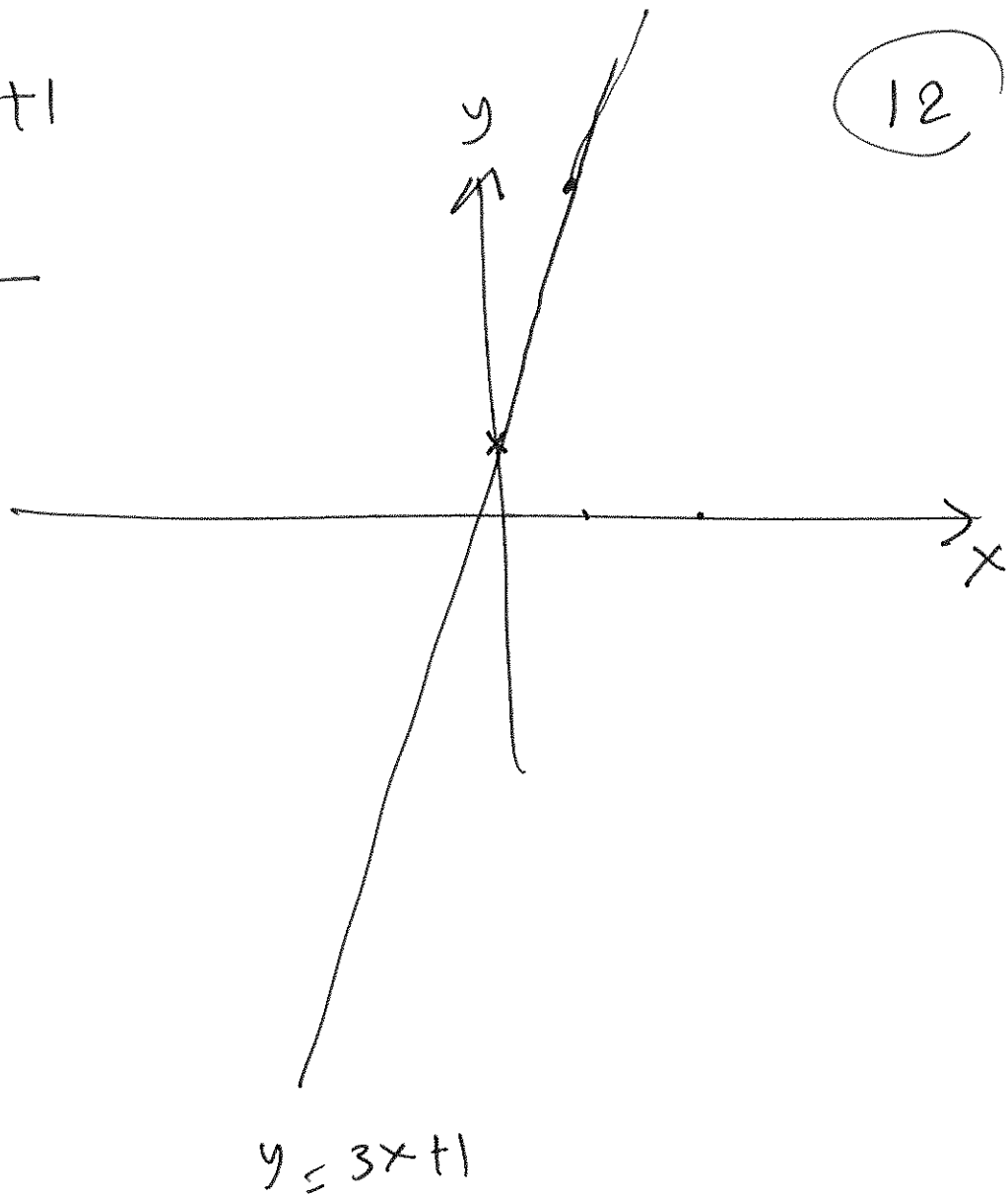
$$V_f = \mathbb{R} = M_f$$

$f$  är surjektiv

$$y = 3x + 1$$

12

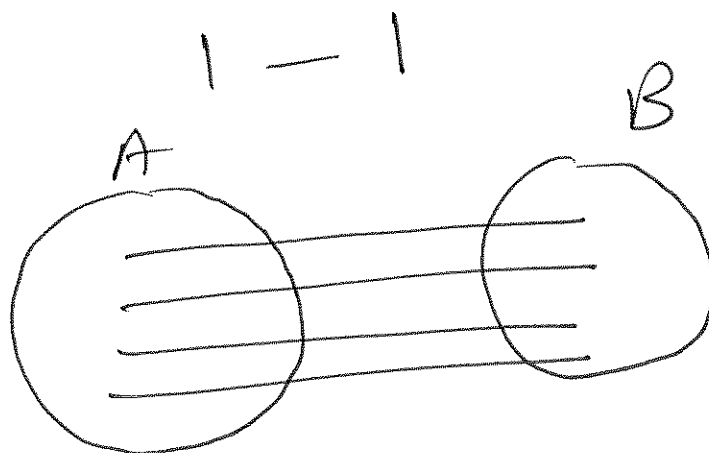
x	y
0	1
1	4



$$D_f = \mathbb{R}$$

$$V_f = \mathbb{R}$$

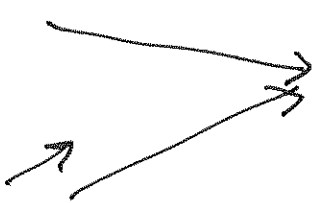
Def Injektiv funktion



Def

13

Om varje element i  $V_f$   
är bild av bara ett element  
i  $A$  kallas  $f$  för 1-1

dvs  
inte 

---

Ex

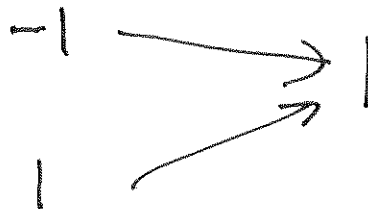
$$y = x^2$$

$$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^2$$

$$f(1) = 1$$

$$f(-1) = 1$$



$e_j$   
injektiv.

två funktioner

14

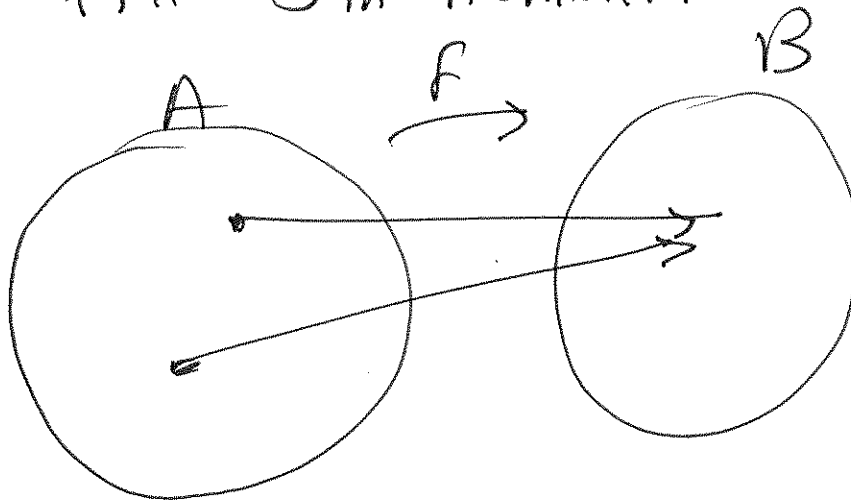
①

Låt  $A =$  Mängd av Lägenheter

$B =$  Mängd av naturliga tal.

Låt  $f$  vara den funktion

som bildar varje lägenhet  
till sin nummer.



① Varje lägenhet har ett nummer.

② möjlighet finns att några lägenheter  
bildas på samma nummer. (OK)

③ Ingen lägenhet bildas på 2: nummer.

(2)

(15)

$A$  = Mängd av bilar

$B$  = Registering nummer

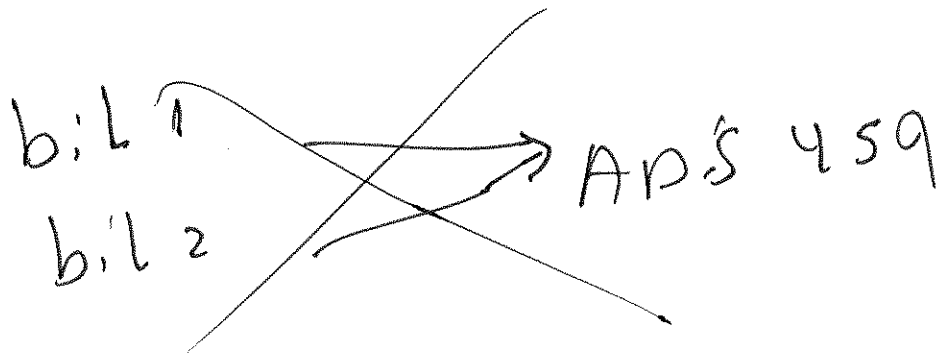
ADS 459

$f$  bildar varje bil till

Sin Reg nr:

$f$  är funktion som

är också injektiv.



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

# Geometrisk

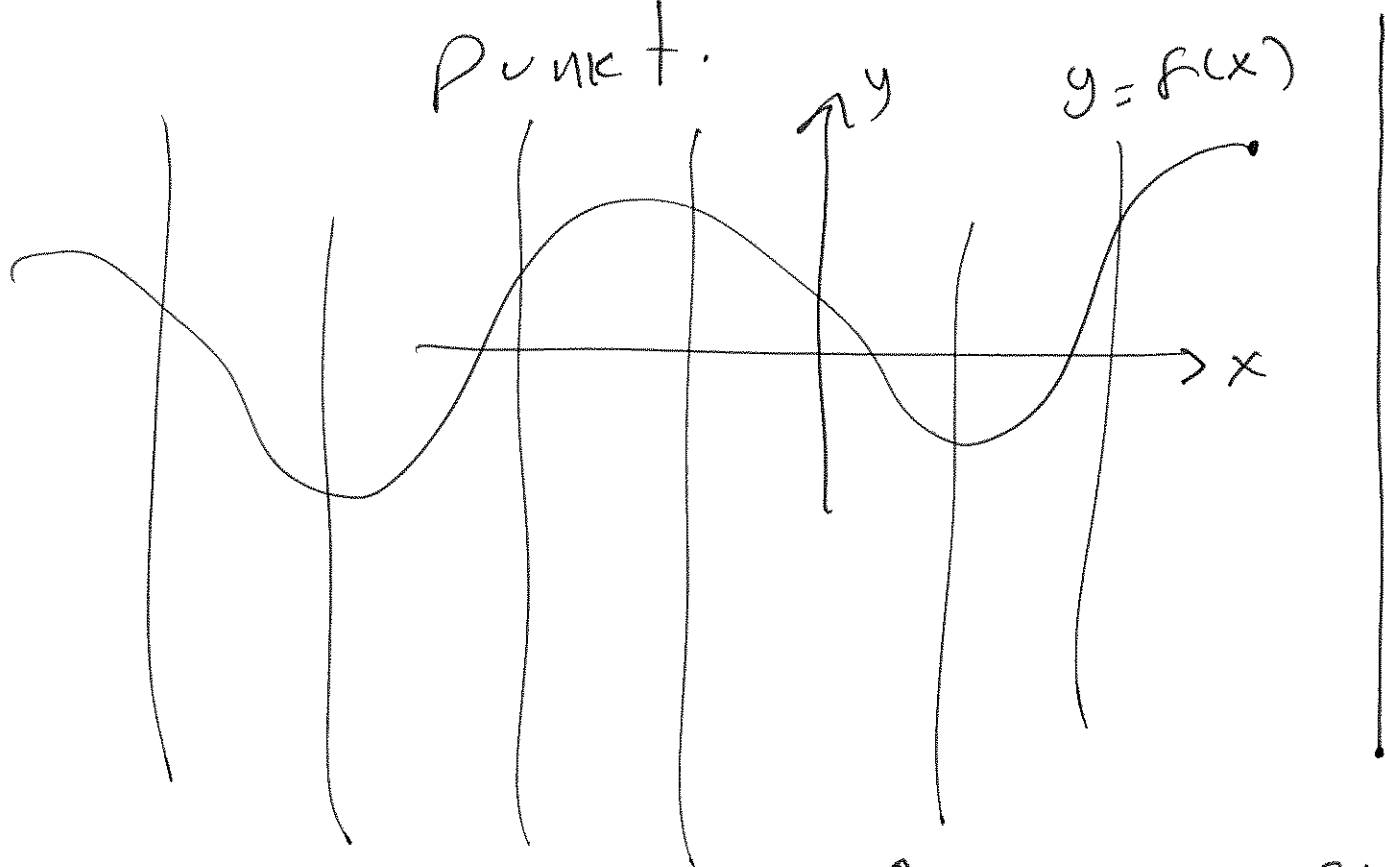
(16)

$f$  är en funktion om varje

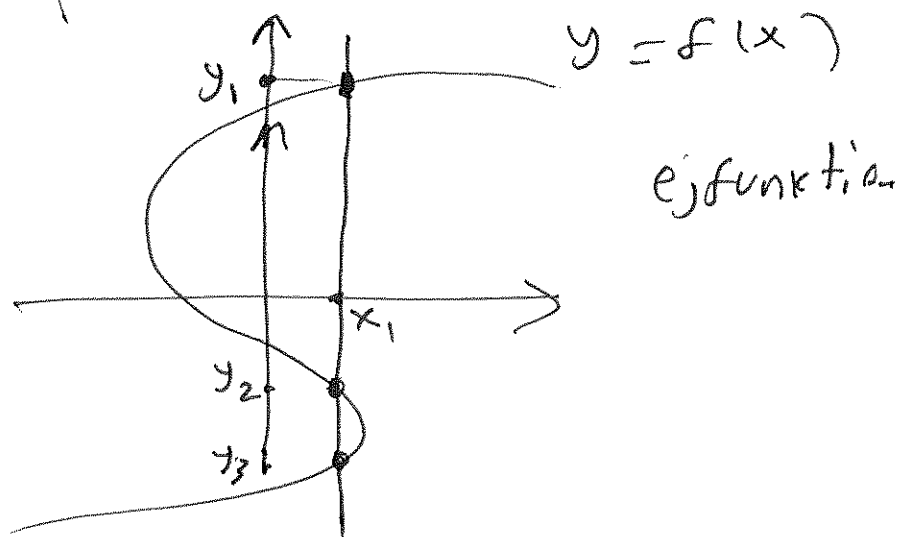
lodrät linje skär kurvan

av  $f$  i högst en

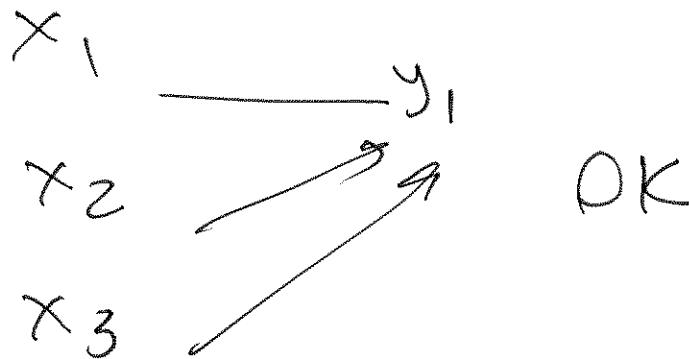
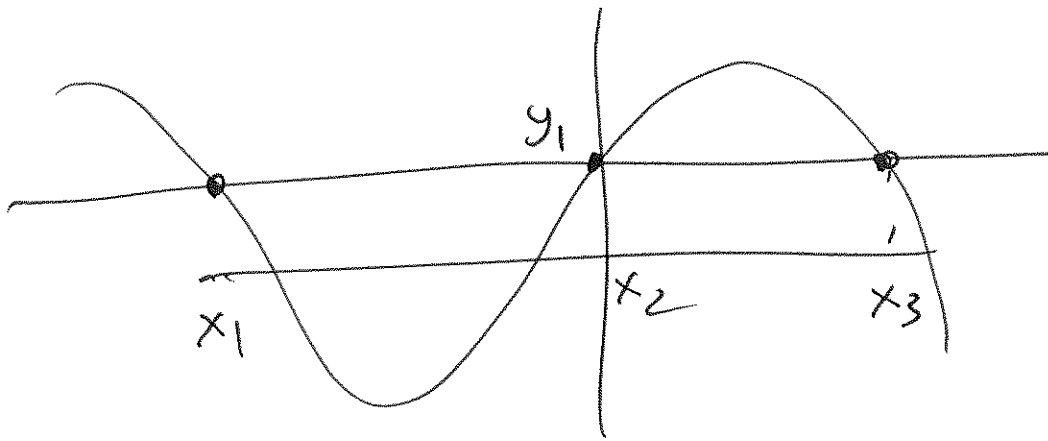
punkt.



$x_1$   $\begin{cases} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{cases}$





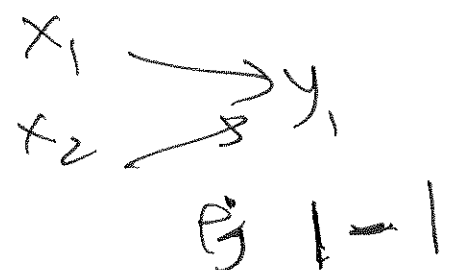
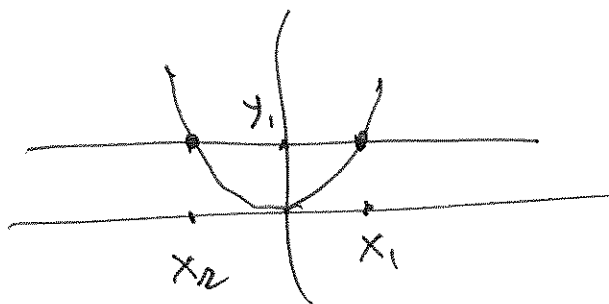


injektiv geometrisk.

~~4/8~~

Låt  $f$  vara en funktion  
 $f$  är injektiv om varje

vågrät linje skär kurvan  
 i högst en punkt

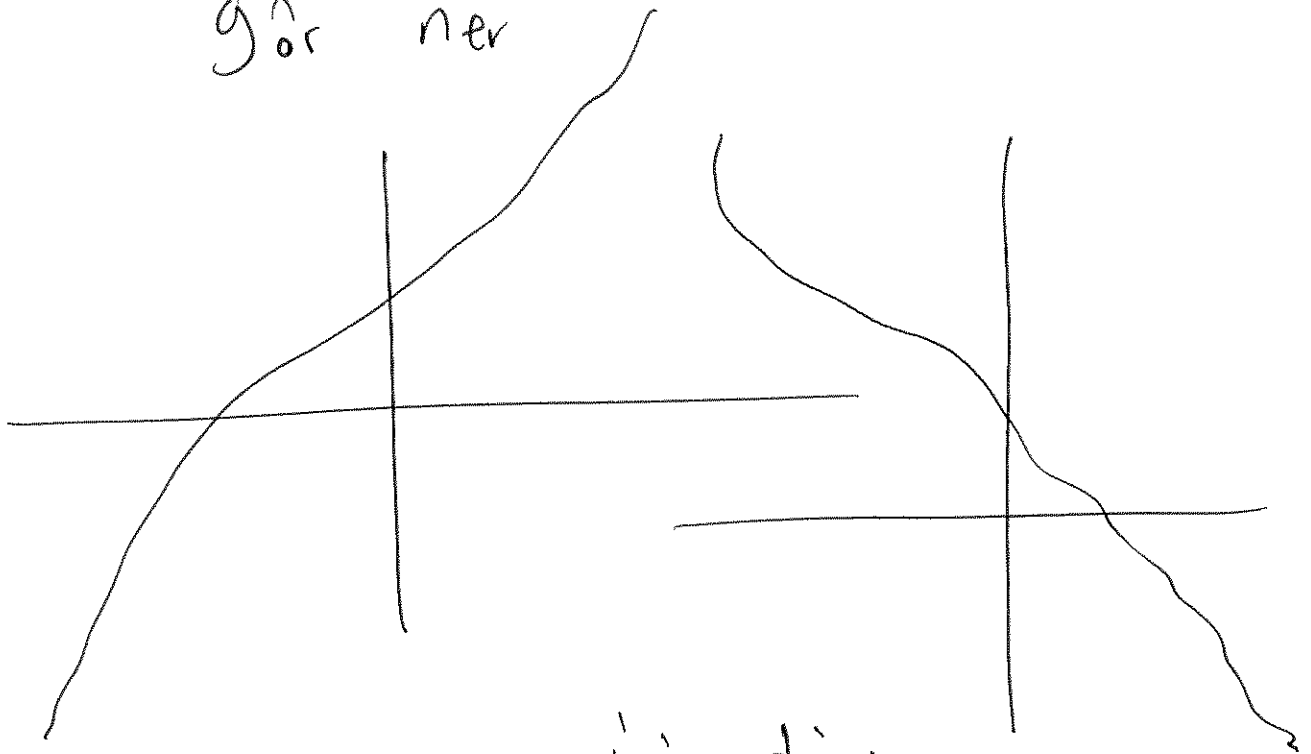


$f$  är injektiv om

(18)

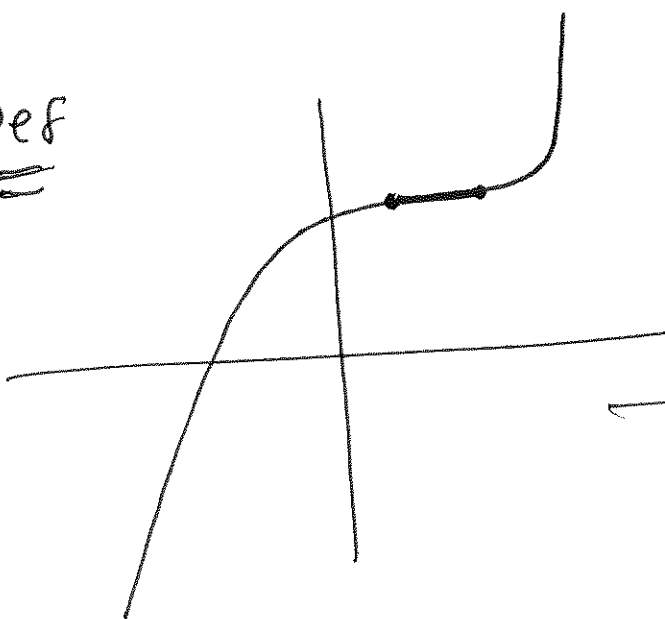
den bara gör upp eller

gör ner

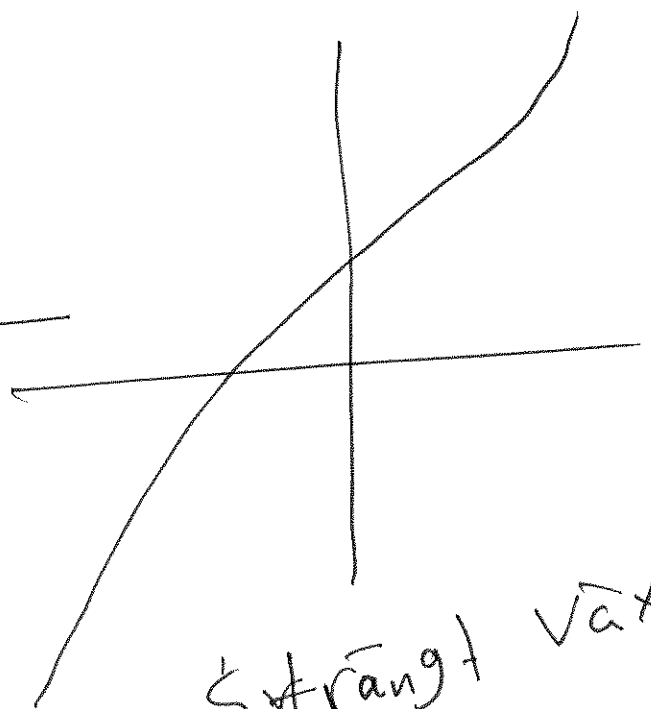


injektiv

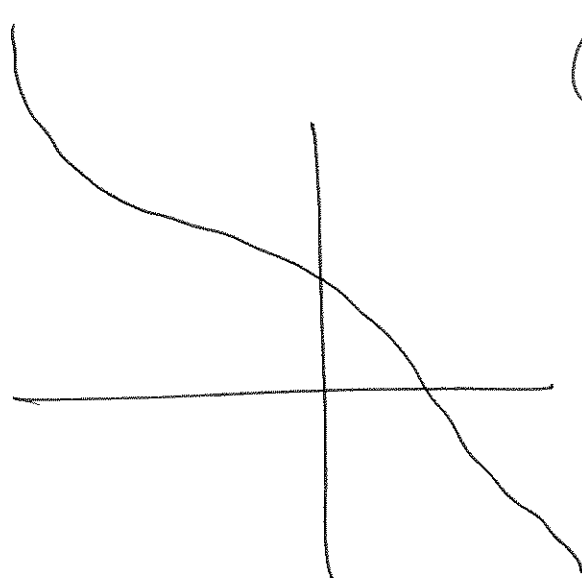
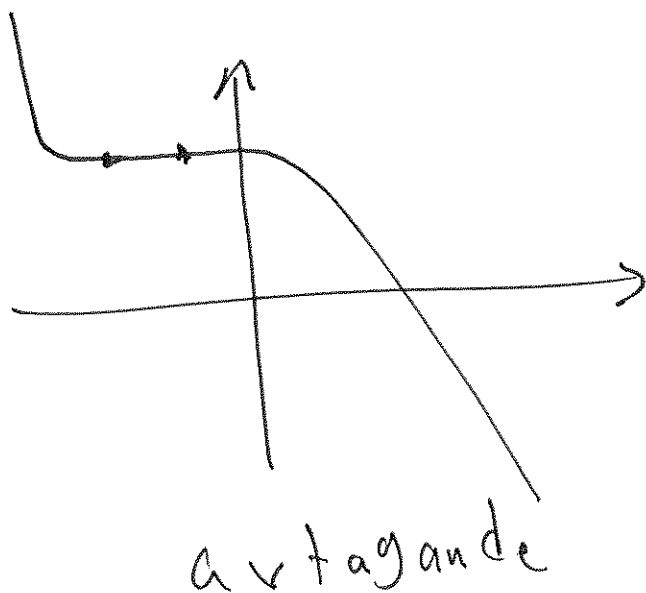
Def



Växande



Strängt växande  
injektiv

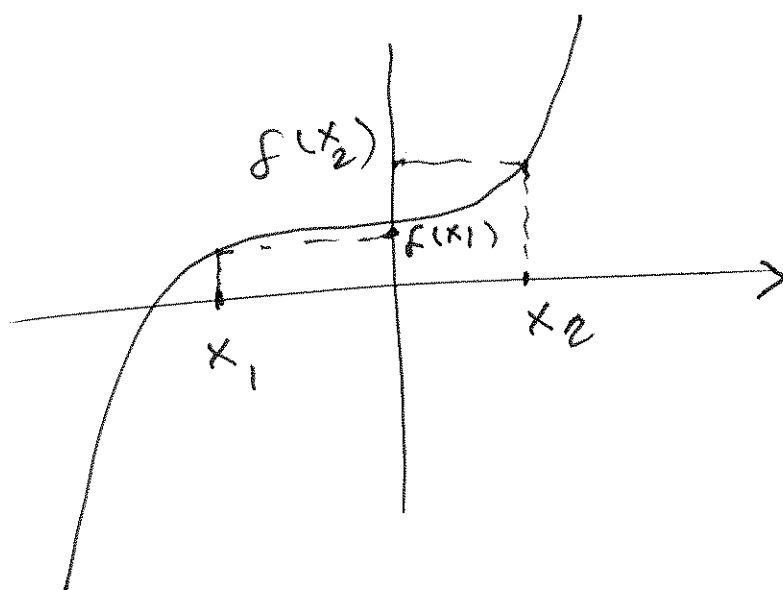


19

Strängt  
avtagande  
(Injektiv)

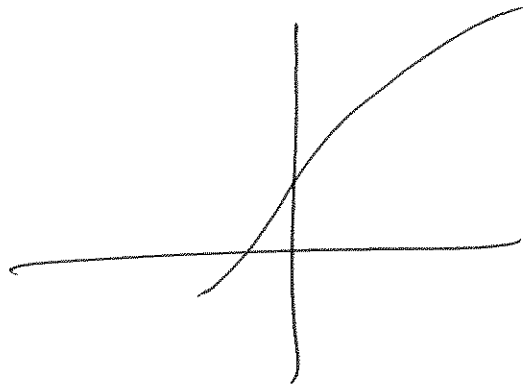
Anm

Växande  $x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) \geq f(x_1)$



§ - växande

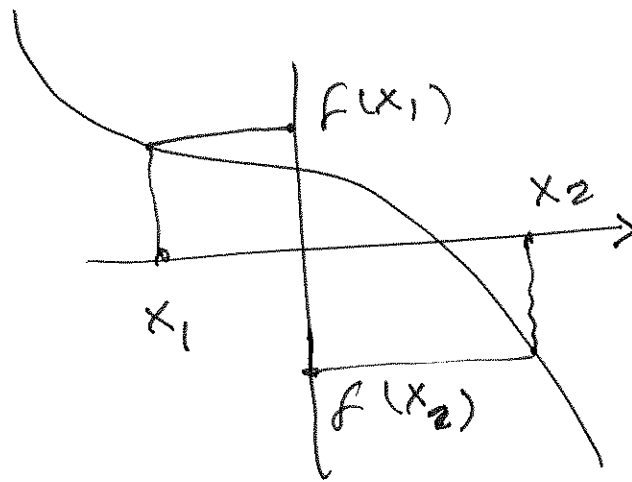
(20)



$$x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) > f(x_1)$$

Avtagande

$$x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) < f(x_1)$$



§ - avtagande

$$x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) < f(x_1)$$

Ann

(21)

$$\text{Växande} \Leftrightarrow f'(x) \geq 0$$

$$\text{\textit{S}} - \text{växande} \Leftrightarrow f'(x) > 0$$

$$\text{avtagande} \Leftrightarrow f'(x) \leq 0$$

$$\text{\textit{S}} - \text{avtagande} \Leftrightarrow f'(x) < 0$$

---

Injektiv ~~Matematisk~~

Derivat an = lutning

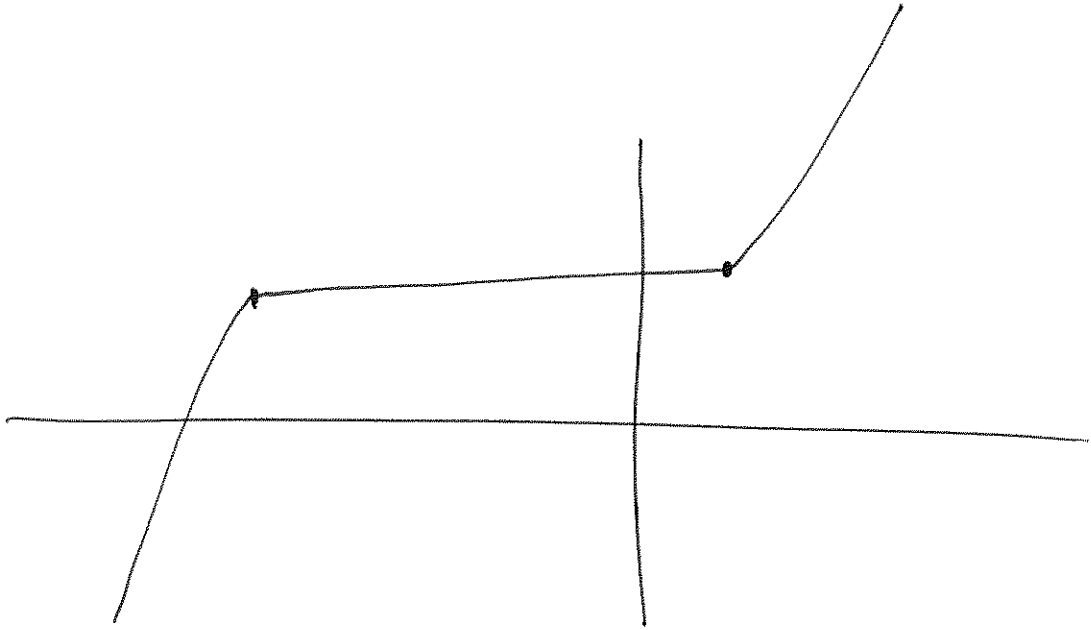
$$y = 2x + 1$$

$$k = 2$$

$$y' = 2$$

$$\text{Derivat an} = 0 \Leftrightarrow \text{lutning} = 0$$

$\Leftrightarrow f$  stannar



Injektiv matematisk

$\forall$ : vet att

$$\begin{array}{ccc} x_1 & \longrightarrow & f(x_1) = f(x_2) \\ x_2 & \nearrow & \end{array}$$

är ej injektiv

Den kan bli injektiv om

$x_2$  också sammanfaller med  
 $x_1$

för injektiv om

$$f(x_1) = f(x_2) \implies x_1 = x_2$$

Ex

Är  $f(x) = \frac{x+1}{3x-1}$  injektiv

Lösning:

$$f(x_1) = f(x_2) \stackrel{?}{\implies} x_1 = x_2$$

$$\frac{x_1+1}{3x_1-1} = \frac{x_2+1}{3x_2-1}$$

$$\implies (x_1+1)(3x_2-1) = (x_2+1)(3x_1-1)$$

$$\cancel{3x_1 x_2 - x_1 + 3x_2 - 1}$$

$$= \cancel{3x_1 x_2 - x_2 + 3x_1 - 1}$$

$$-x_1 + 3x_2 = -x_2 + 3x_1$$

$$\cancel{4x_2} = \cancel{4x_1}$$

$$x_1 = x_2 \quad \text{Ja}$$

$$\exists x \quad \forall y = x^2 \quad f(x) = x^2$$

injektiv?

$$f(x_1) = f(x_2) \stackrel{?}{\Rightarrow} x_1 = x_2$$

$$x_1^2 = x_2^2 \not\Rightarrow x_1 = x_2$$

$$(-2)^2 = 2^2 \not\Rightarrow -2 = 2$$