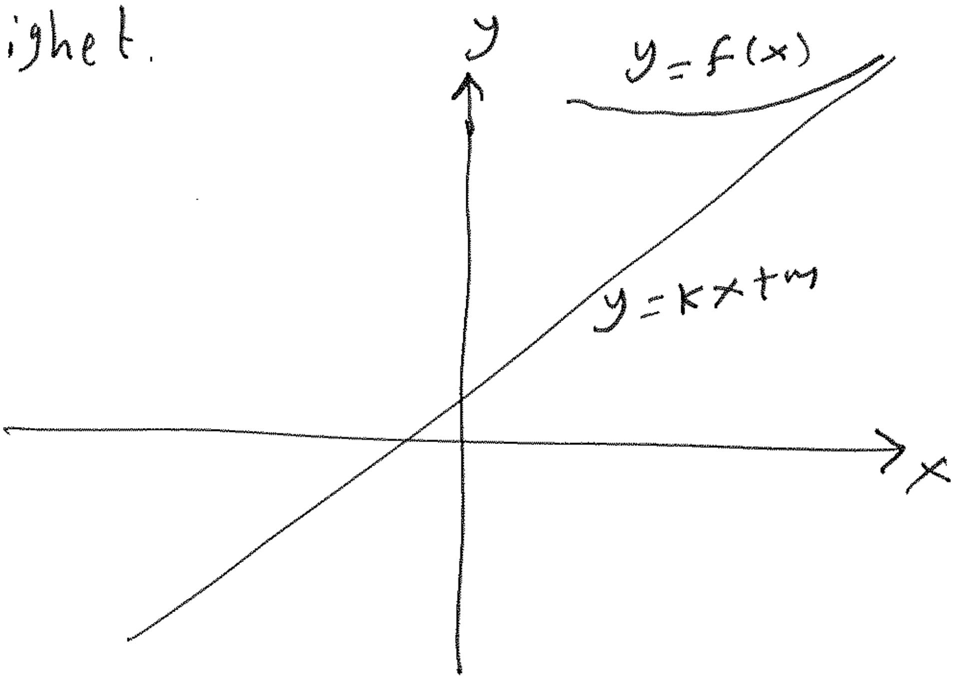
Tillämpning av derivator

Kurvritning

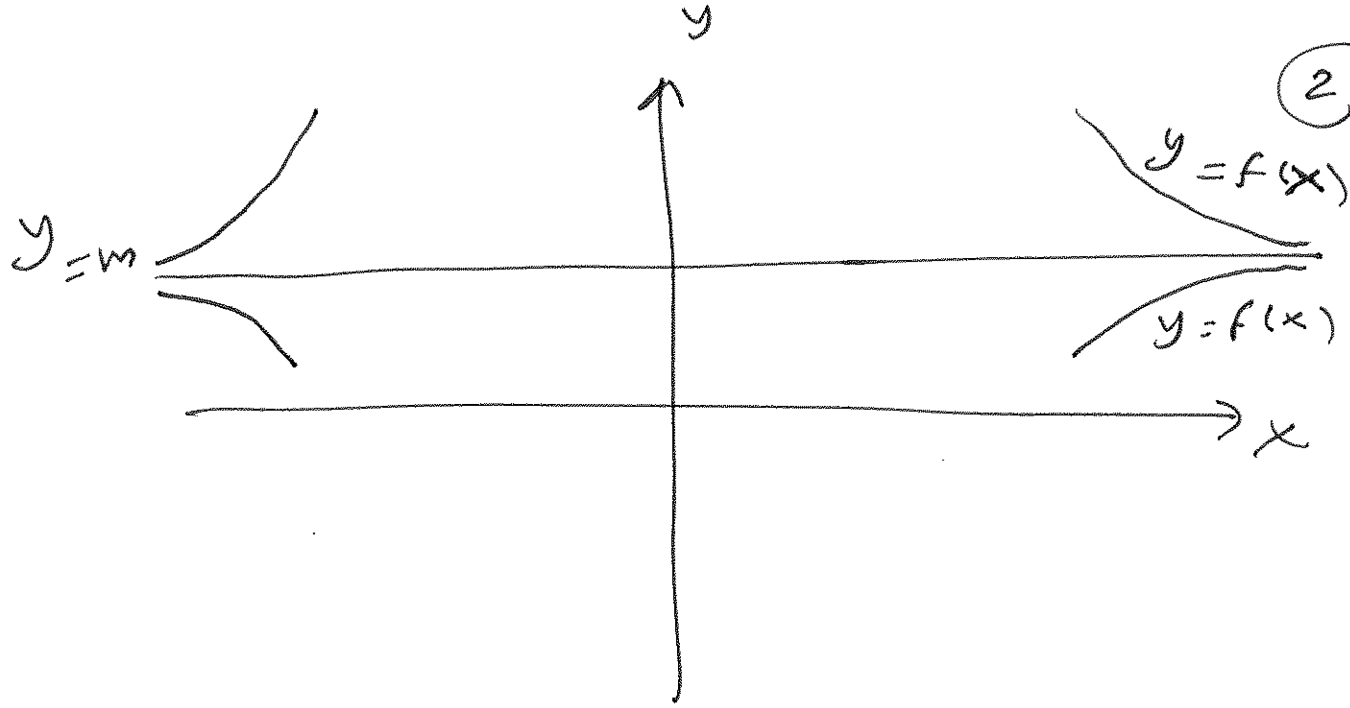
Def **Asymptot**

linjen $y = kx + m$ kallas för asymptot till kurvan $y = f(x)$ om de ligger bredvid varandra i oändlighet.



Def vågrät aysmptot

om $k = 0$ dvs. linjen är $y = m$ kallas denna för vågrät asymptot.



Anm linjen $y = m$ blir vågrät asymptot

innebär att $x \to \pm\infty$ men

$y \to$ ett tal $= m$

Vilka funktioner har vågrät asymptot?

Typ 1 rationella funktioner där

Täljare har grad $\leq$ Nämnare

Ex $y = \dfrac{x^2+1}{x^4+x^3+2x}$ $\qquad y = \dfrac{x^2+1}{3x^2+3x+5}$

$$y = \frac{x^2+1}{x^4+x^3+2x}$$

$$\lim_{x \to \pm\infty} y = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^2+1}{x^4+x^3+2x} \quad \left(\frac{\infty}{\infty}\right)$$

$$= \lim_{x \to \pm\infty} \frac{2x}{4x^3+3x^2+2} \quad \left(\frac{\infty}{\infty}\right)$$

$$= \lim_{x \to \pm\infty} \frac{2}{12x^2+6x} = \frac{2}{\infty} = 0$$

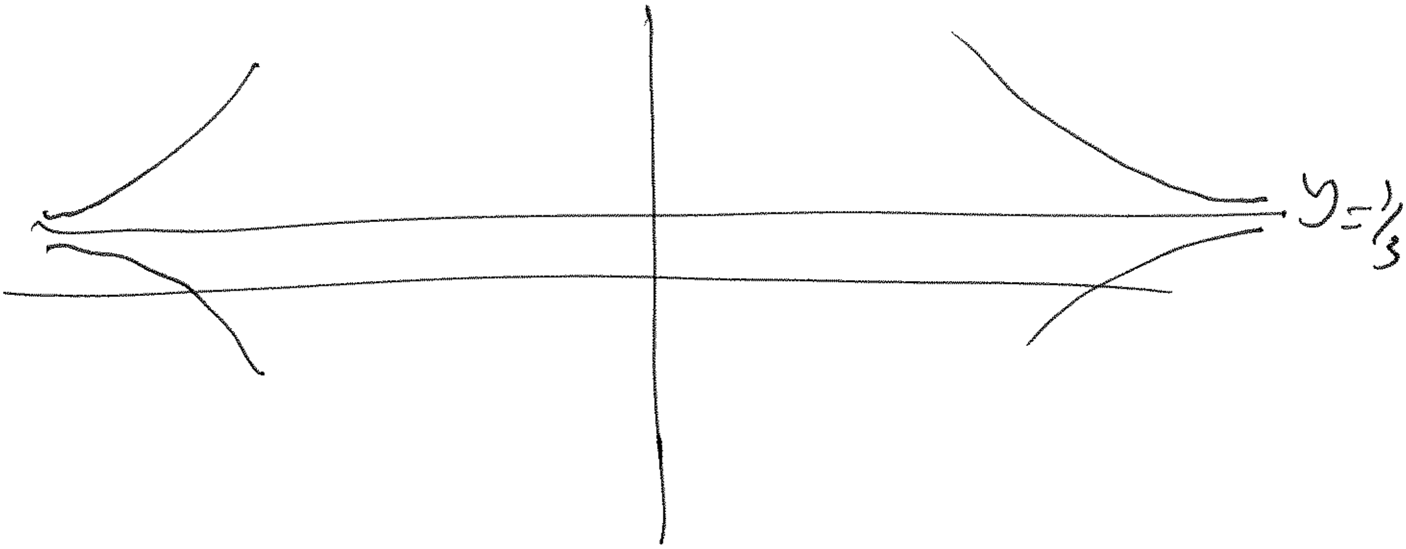
Anm Det är alltid så att $\boxed{y=0}$ blir vågrät asymptot

Om grad T < grad N.

Om T och N har samma grad

$$\lim_{x \to \pm\infty} y = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^2+1}{3x^2+3x+5} = 1/3$$

$\boxed{y = 1/3}$ är vågrät assymptot

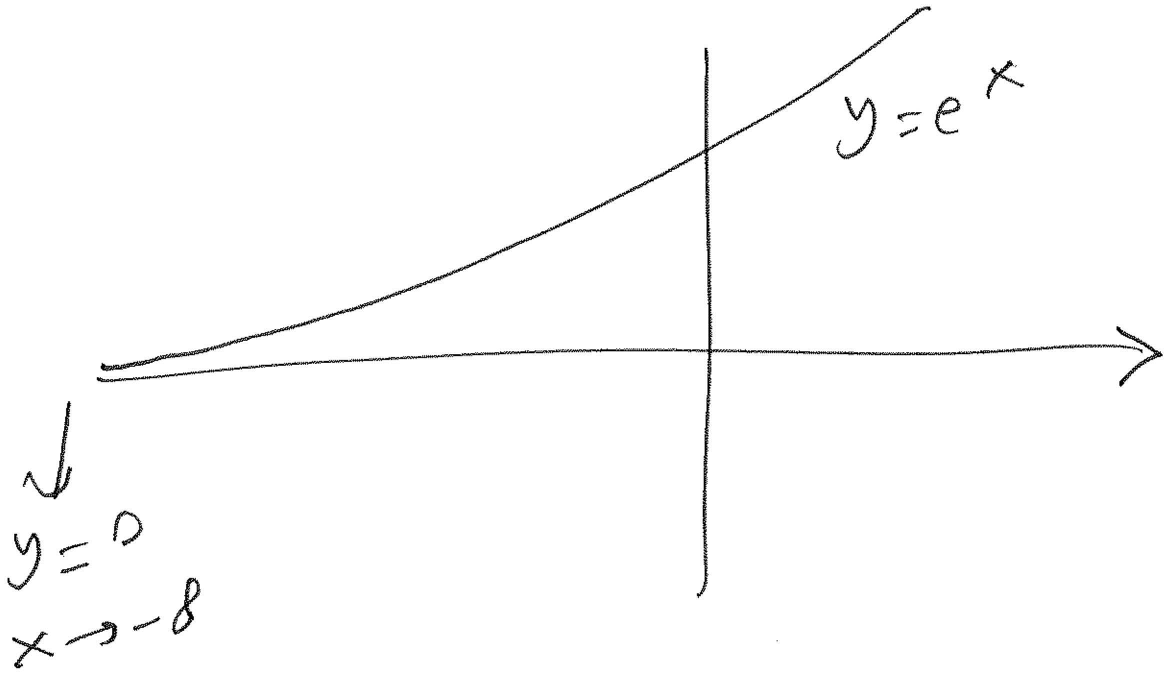


Typ 2

exponential funktion $y = e^x$

$x \to -\infty \quad y = e^{-\infty} = 1/e^{\infty} = 0$

$\boxed{y = 0}$ är vågrät

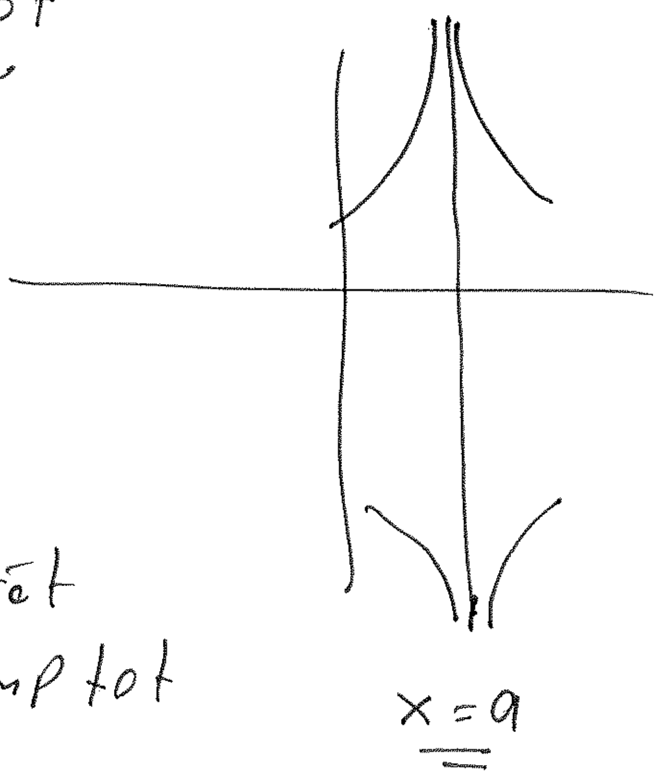


$y = 0$ är x-axeln

Def **lodrät asymptot**

Om $y \to \pm\infty$

$x \to \underbrace{\text{ett tal}}_{=a}$



$x = a$ kallas för lodrät asymptot

Vilka funktioner har lodrät asymptot?

Typ 1 rationella funktioner

rötterna till Nämnare blir lodrät asym.

$$y = \frac{x-1}{x^2-4}$$

$x = 2$

$x = -2$

$x = 2 \rightarrow y = \infty$

$x = -2 \rightarrow y = -\infty$

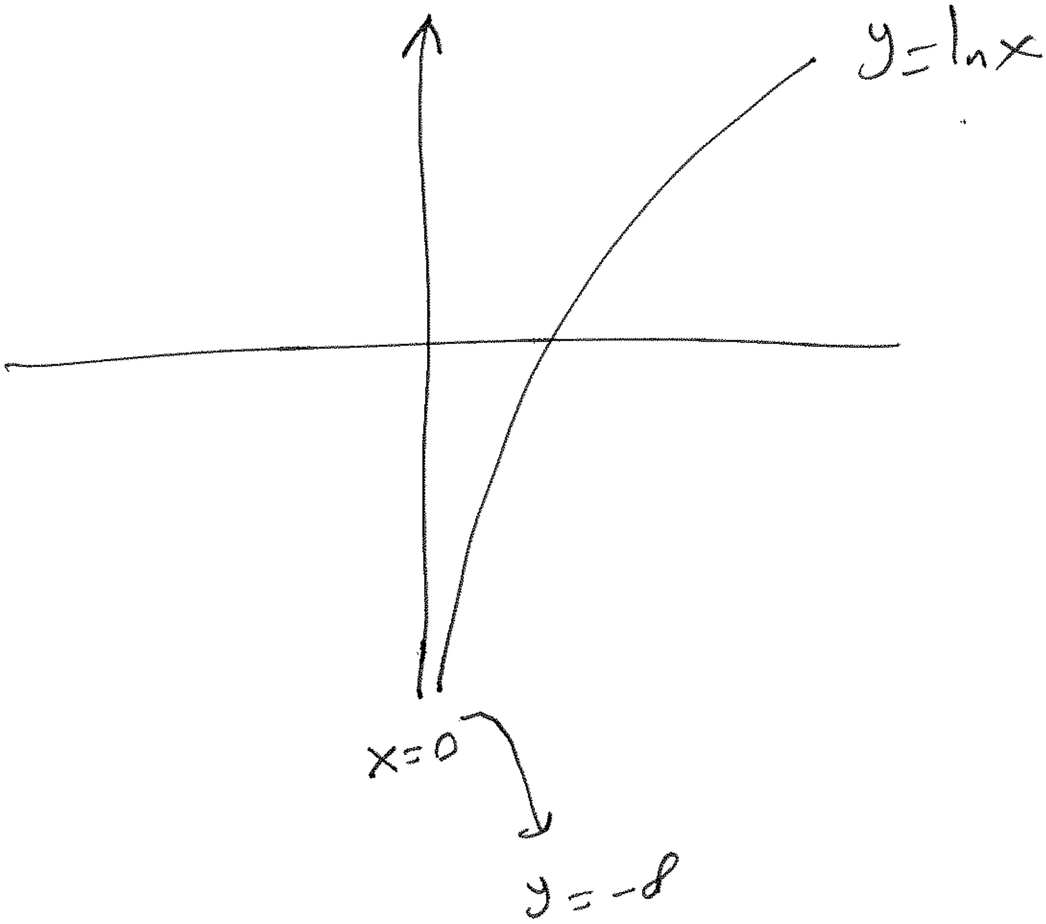
Ex $y = \dfrac{x-1}{x^2+1}$ Saknar lodrät

Typ2

logaritmer

$$y = \ln x$$

$$x = 0 \Rightarrow y = \ln 0 = -\infty$$



Sned asymptot

rationella funktioner där T har

grad = N + 1

Ex $y = \dfrac{x^3 + 2x}{x^2 - 5}$

har lodrät och sned

lodrät ~~y=~~ $x = \sqrt{5}$ och $x = -\sqrt{5}$

För att bestämma sned använder vi

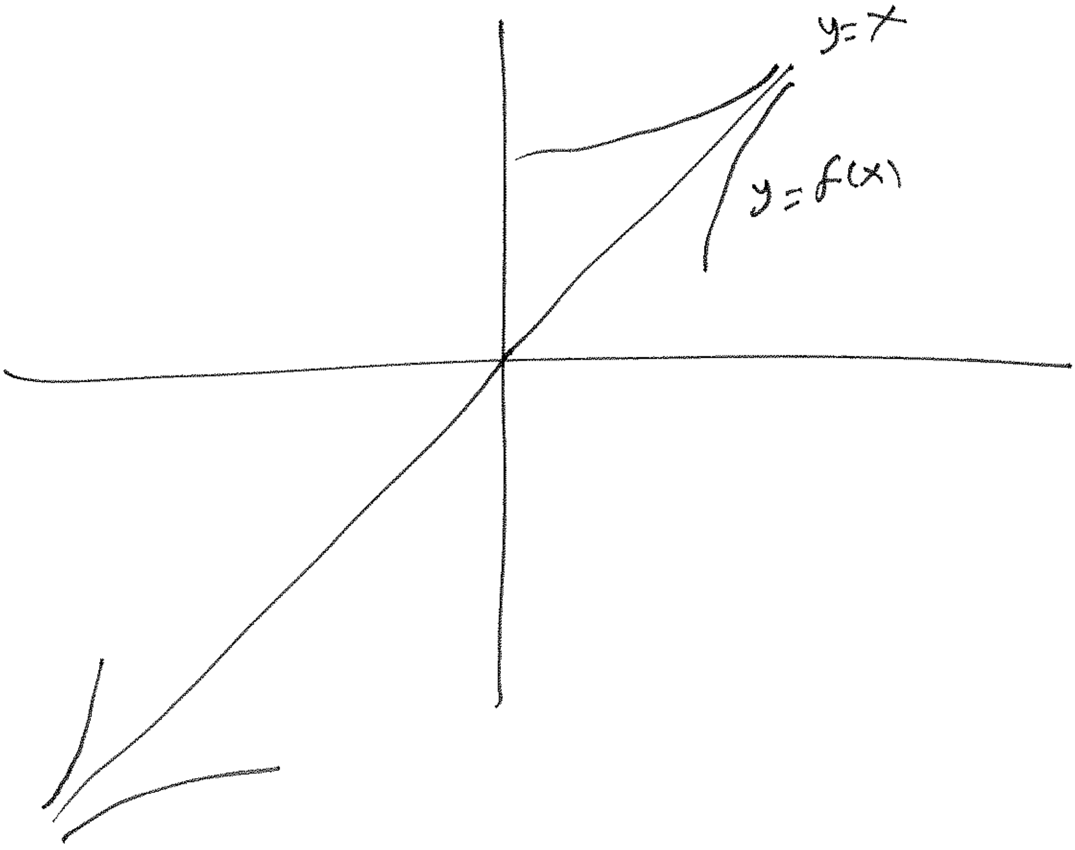
D.A.

⑨

$$\begin{array}{l} \quad x \\ \hline x^3 + 2x \;\Big|\; x^2 - 5 \\ x^3 - 5x \\ \underline{- \quad +} \\ 7x \end{array}$$

$$\frac{x^3+2x}{x^2-5} = x + \frac{7x}{x^2-5}$$

$\boxed{y = x}$ är sned asymptot



Kurv ritning

För att rita kurvan till $y = f(x)$ gör vi följande:

1. Bestäm D_f

2. Bestäm $f'(x)$, lös $f'(x) = 0$ och bestäm de punkter där f' inte existerar (Singulära punkter)

3. Bestäm alla möjliga asymptoter.

4. Gör tecken tabell för derivatan

5. rita kurvan med hjälp av tabellen 4

Anm 1

Tecken tabell för f' (första raden)

Måste innehålla lodrät,

Stationära punkter och eventuella
$f' = 0$

Singulära punkter

Anm 2 För att kurvan ritas
noggrannare

Kan vi ha några andra punkter

hjälp punkter och inflaxion punkt

Ex

rita kurvan $y = \dfrac{x^3}{(x+1)^2}$ (12)

① $D_f = R - \{-1\}$

② $f' = \dfrac{3x^2 \cdot \cancel{(x+1)^2} - 2\cancel{(x+1)}x^3}{\cancel{(x+1)^4}}$

$$= \frac{x^3 + 3x^2}{(x+1)^3}$$

$f' = 0 \iff x^3 + 3x^2 = 0 \iff$ $x = 0$, $x = -3$

Stationära Punkter.

Singulära Punkter $x = -1$

③ asymptot

lodrät rötterna till N

$(x+1)^2 = 0 \iff x+1 = 0$

$\iff \boxed{x = -1}$

$$y = \frac{x^3}{(x+1)^2} = \frac{x^3}{x^2+2x+1}$$

Sned finns! T grad 3 $3 = 2+1$

N grad 2

$$\begin{array}{l} x - 2 \\ \hline x^3 \;\Big|\; x^2+2x+1 \\ x^3+2x^2+x \\ - \quad - \quad - \\ \hline -\cancel{2x^2} - x \\ -\cancel{2x^2} - 4x - 2 \\ + \quad + \quad + \\ \hline 3x + 2 \end{array}$$

$$\frac{x^3}{x^2+2x+1} = x-2 + \frac{3x+2}{x^2+2x+1}$$

$\boxed{y = x-2}$ Sned

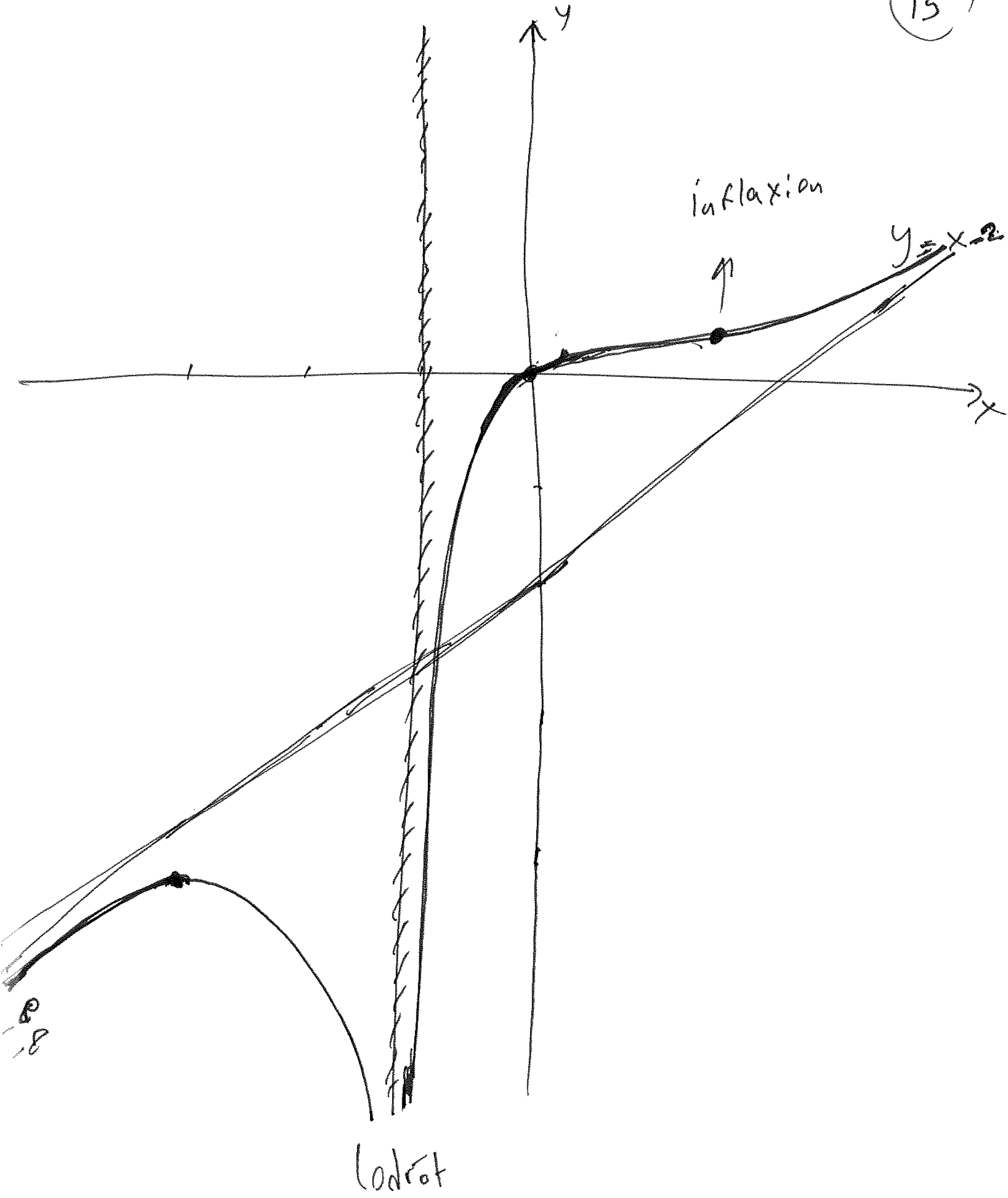
Tabell

Lodrät Singulär D_f

x	$-\infty$		-3		-1		0		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$-\frac{27}{4}$ -6.75 Max	↘ $-\infty$	‖	$-\infty$ ↗	0 Terrass punkt	↗	$+\infty$

$$f' = \frac{x^3 + 3x^2}{(x+1)^3}$$

bredvid lodrät båda höger och vänster blir $y = +\infty$ eller $-\infty$


y
x
inflaxion
y = x - 2
-8
lodrät

Betrakta funktionen

$$f(x) = 1{,}2x^5 - 4x^3$$

(a) Bestäm funktionen nollställe
(hjälp punkter)

(b) Bestäm stationära punkter ($f' = 0$)
och klassificera dem som <u>Max</u> $\cap$
<u>Min</u> $\cup$ eller <u>terrasss</u>

(c) Bestäm de intervall där
$f(x)$ är konvex, konkav.
Ange eventuella <u>inflexionspunkter</u>

~~(d)~~

Begränsa nu funktionens definitions
område till <u>$-2 \le x \le 1{,}5$</u>

d Bestäm största, Minsta
Och Värde Mängden

Värde Mängd
Minsta $\leq y \leq$ största

e Rita funktionens graf

Funktionens Karakteristiska
enligt ovan skall
framgå i figuren.