Apunte – **Fuerza elástica**

Laboratorio de Física I
Facultad de Ciencias Fisicomatemáticas e Ingeniería
Universidad Católica Argentina

I. Ley de Hooke

Para estirar o comprimir un resorte una distancia x (más allá de su longitud sin estiramiento) debemos aplicar una fuerza de magnitud F. Si el alargamiento x no es excesivo, vemos que la fuerza aplicada al extremo libre (mientras el otro extremo está sujeto) es directamente proporcional a la distancia de estiramiento x. Los resortes helicoidales se pueden estirar o comprimir aplicando fuerzas, por ejemplo por medio de pesas. En los resortes se verifica la proporcionalidad citada, que se escribe

$$F \propto x$$

Es decir,

$$\mathrm{F} = \mathrm{K} \cdot \mathrm{x} \tag{1}$$

donde la constante de proporcionalidad K representa a la constante del resorte. Se la puede interpretar como el módulo de la fuerza que habría que aplicar al resorte para obtener una deformación unitaria (x = 1m). En el Sistema Internacional de Medidas se mide en Newton/metro (N/m).

Esta ley se conoce como Ley de Hooke. Dicha ley está representada matemáticamente por una recta que pasa por el origen y que tiene pendiente m, o sea y(x)= *m* x, donde la pendiente *m* es la constante *k* del resorte.

Existen diferentes arreglos de resortes, cuyo comportamiento es equivalente al de un resorte de constante K_{eq}. El valor de Keq dependerá de las constanstes características de los resortes que componen el sistema y de la forma en que estos resortes individuales se combinan.

II. Resortes en serie

Consideremos dos resortes con constantes k_1 y k_2 respectivamente y con deformaciones iniciales x_{01} y x_{02}. .Si ambos se unen uno a continuación del otro y se aplica una fuerza $\vec{F}$ al sistema, ésta se trasmitirá a través de cada resorte hasta el punto de suspensión. Por lo tanto, como cada resorte soporta la misma fuerza de módulo F, sus deformaciones serán:

$$x_1 = \frac{F}{k_1} \qquad\qquad x_2 = \frac{F}{k_2} \tag{2}$$

y el alargamiento total estará dado por la suma de ambos:

$$x = x_1 + x_2 = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} = F\left[\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right] \tag{3}$$

Sacando denominador común y operando:

$$F\left[\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right] = F\,\frac{k_1 + k_2}{k_1 k_2}$$

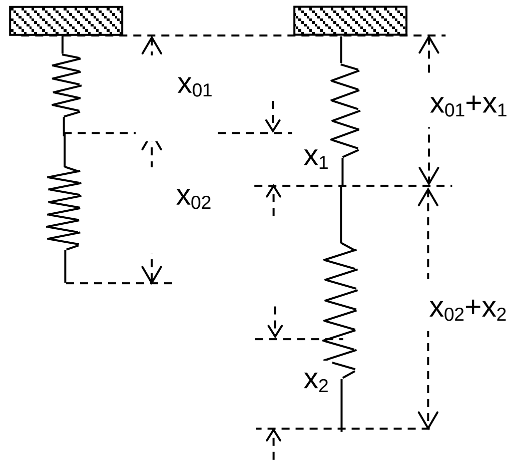

Figura 1. Arreglo de resortes en serie.

O sea $$F = x\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} = xk_S \quad (4)$$

Esto muestra que el sistema dado de dos resortes en serie se comporta como otro equivalente compuesto por un solo resorte de constante elástica k_S, cumpliendo con la igualdad:

$$\frac{1}{k_S} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \quad (5)$$

de donde resultará que:

$$k_s = \frac{k_1 . k_2}{k_1 + k_2}$$

III. Resortes en paralelo

En este caso uno de los extremos de ambos resortes están unidos al soporte y los otros extremos a una barra de la cual pende la masa en un punto tal que asegure que ambos resortes tengan la misma deformación en todo momento. Por lo tanto, se debe cumplir la condición de que la elongación de ambos resortes sea la misma para que lo sea también la del resorte equivalente:

$$x = x_1 = x_2 \tag{6}$$

Entonces:

$$F_1 = k_1\, x$$
$$F_2 = k_2\, x \tag{7}$$

Cuya suma será la fuerza que se trasmite a los puntos de suspensión

Sumando $F_1 + F_2$:

$$F_1 + F_2 = (\, k_1 + k_2 \,)\, x = k_p\, x \tag{8}$$

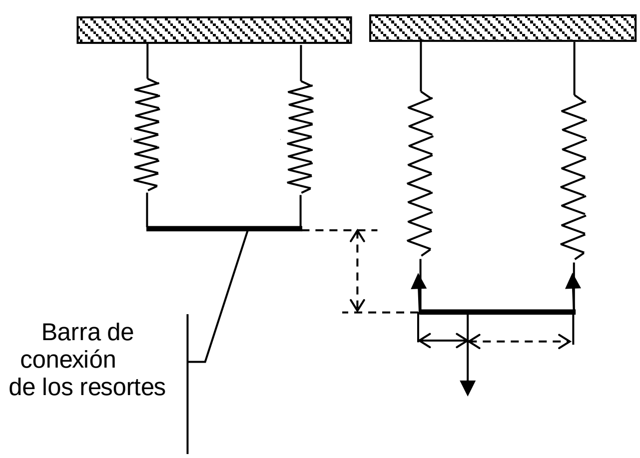

Figura 2. Arreglo de resortes en paralelo.

El sistema se comporta como otro equivalente compuesto por un solo resorte de constante elástica k_p , donde:

$$k_p = k_1 + k_2 \qquad (9)$$

Para que las extensiones x_1 y x_2 sean iguales entre sí, siendo los resortes de constantes k_1 y k_2 distintas, la fuerza **F** debe estar aplicada en un punto de la barra tal que ésta no experimente un giro. Ello se logra si es cero la suma de momentos de las fuerzas aplicadas a la barra respecto de cualquier punto del espacio.

Tomando momentos con respecto al punto de aplicación de **F** (figura 2b):

$$\mathbf{F}_1 d_1 - \mathbf{F}_2\, d_2 = \mathbf{F}_1 d_1 - \mathbf{F}_2\,(d - d_1) = 0$$

Sacando factor común y ordenando

$$(\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2)\, d_1 = \mathbf{F}_2\, d \qquad (10)$$

reemplazando (7) y (8) en (10)

$$(k_1 + k_2)\, d_1 = k_2\, d$$

y despejando d_1

$$d_1 = \frac{k_2}{k_1 +_2} d \qquad (11)$$

Ejemplo de Medición

(*Los datos de la tabla* ***no*** *corresponden a los resortes que se utilizan en el trabajo práctico*.)

M [g]	x_1 [mm]	x_2 [mm]
0	0	0
50	22	5
100	45	11
150	70	14
200	89	23
250		
…		

Tabla I. Valores experimentales.

Calculando el valor de K:

M [g]	x_1 [mm]	F [g mm/s^2]
0	0	0
50	22	490.5
100	45	981
150	70	1471.5
200	89	1962
250	100	2452.5

Tabla II. Cálculo de la fuerza elástica.

Con los valores de la Tabla II se puede realizar un gráfico de puntos de puntos experimentales y la aproximación lineal F= Kx que sigue:

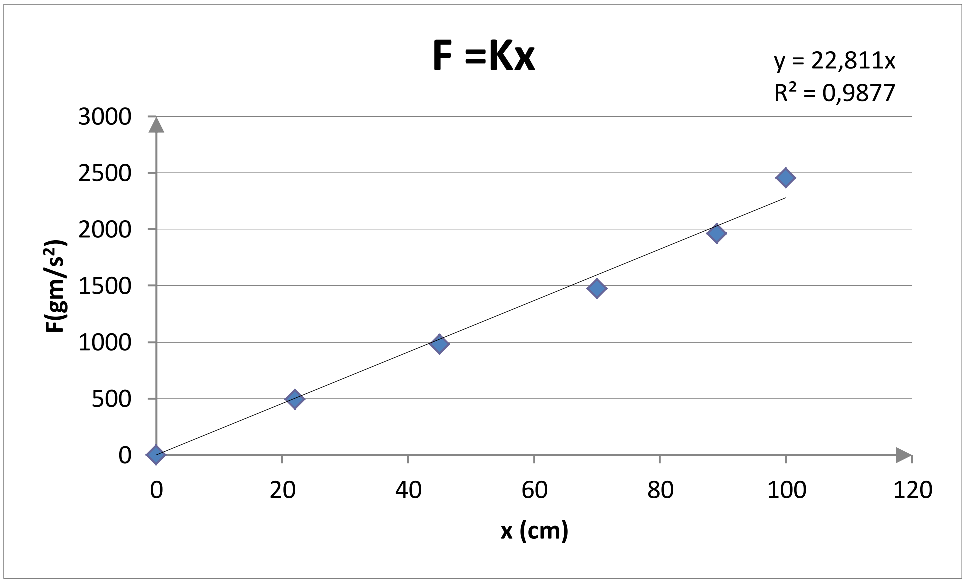

Figura 3. Gráfico de la fuerza elástica en función del estiramiento del resorte R1.

Según la ecuación obtenida por el Excel (que aplica el método de cuadrados mínimos) la pendiente de la recta representa a la constante del resorte K_1 y es: $K_{1=}$ 22.81 g m/mm s^2= 22,81 N/m. Dicho valor es el valor óptimo de K_1 según el método de cuadrados mínimos. ¿Cuál será el valor de K_2? ¿Qué error acompaña a estos valores de las constantes de los resortes?