Universidad Católica Argentina
Santa María de los Buenos Aires
FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS AGRARIAS

FÍSICA I

*TRABAJO PRÁCTICO n° 1 "**VECTORES**"*

VECTORES: *Concepto de Magnitud.*

La observación de los objetos de la naturaleza permite identificar características medibles y comparables, independientes entre sí.

Si además de la igualdad puede definirse la suma, se dice que esa característica común observada es una magnitud.

Para poder medir una magnitud es preciso disponer de una unidad de medida, que es una parte de la misma magnitud. Por ejemplo, el metro es un segmento tomado como unidad para medir longitudes. La "medición" da lugar a la cantidad, que es el número que expresa cuántas veces la unidad está contenida en la porción de la magnitud medida.

Tipos de magnitudes.

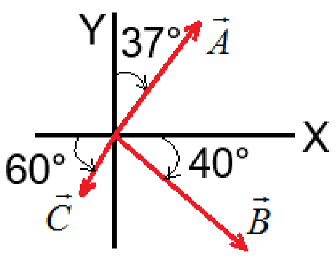
Las magnitudes cuyas cantidades pueden ordenarse en forma creciente y pueden representarse por los puntos de una recta, se llaman ESCALARES. Por ejemplo, las masas de distintos cuerpos.

Hay magnitudes que no pueden ordenarse de ese modo. Por ejemplo, la posición de un punto en el espacio respecto de otro punto de referencia no sólo depende de la distancia que separa a ambos puntos (longitud), sino también de la dirección relativa del primero respecto del segundo. Estas magnitudes se denominan VECTORIALES.

La notación vectorial aporta una mayor sencillez en la descripción matemática de los fenómenos físicos.

Muchas de las magnitudes que estudia la Física son vectoriales. Velocidades de los cuerpos, fuerzas actuantes en los mismos son ejemplos de aplicación de vectores.

1) Calcule las componentes de los vectores $\vec{A}, \vec{B}\ y\ \vec{C}$ de la figura



$$\left\{ \begin{array}{l} |\vec{A}| = 12{,}0\ \text{m} \\ |\vec{B}| = 15{,}0\ \text{m} \\ |\vec{C}| = 6{,}0\ \text{m} \end{array} \right\}$$

2) El vector $\vec{A}$ tiene una magnitud de 8, y forma un ángulo de 45° con el eje positivo de *x*. El vector $\vec{B}$ también tiene una magnitud de 8 unidades y su dirección es a lo largo del eje negativo de *x*. Utilizando métodos gráficos, encontrar:

a) El vector suma $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$

b) El vector de la diferencia $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$

3) Un perro camina 3,50 m al sur buscando un hueso, luego corre 8,20 m con un ángulo 30° al noreste y finalmente camina 15 m al oeste.

- **a)** Ubicar los vectores que definen cada tramo de la trayectoria en un sistema de coordenadas cartesianas ortogonales, cuyo origen es donde comienza a caminar el perro.
- **b)** Encuentre el vector diferencia entre la posición final e inicial (inicio del recorrido).

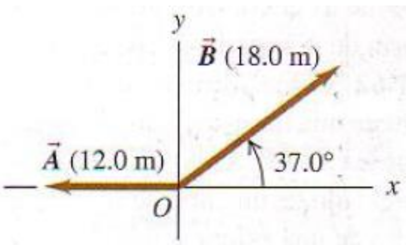
4) Sea el ángulo θ el que forma el vector $\vec{A}$ con el semieje positivo de las *x*, medido en sentido anti-horario a partir de este eje. Obtenga el ángulo θ para un vector cuyas componentes son:

- **a)** $\boldsymbol{A}_x = 2.00\boldsymbol{m}; \quad \boldsymbol{A}_y = -1.00\boldsymbol{m}$
- **b)** $\boldsymbol{B}_x = 2.00\boldsymbol{m}; \quad \boldsymbol{B}_y = 1.00\boldsymbol{m}$
- **c)** $\boldsymbol{C}_x = -2.00\boldsymbol{m}; \quad \boldsymbol{C}_y = 1.00\boldsymbol{m}$
- **d)** $\boldsymbol{D}_x = -2.00\boldsymbol{m}; \quad \mathrm{D}_y = -1.00\boldsymbol{m}$

5) Considere los siguientes vectores posición: $\vec{A} = (3.0\hat{i} - 3.0\hat{j})m$; $\vec{B} = (\hat{i} - 4.0\hat{j})m$ y $\vec{C} = (-2.0\hat{i} + 5.0\hat{j})m$. Utilice el método de componentes para determinar las magnitudes y direcciones de los vectores:

- **a)** $\vec{E} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$;
- **b)** $\vec{F} = -\vec{A} - \vec{B} + \vec{C}$

6) Para los vectores de la figura, calcule magnitud y dirección de **a)** $\vec{A} + \vec{B}$, **b)** $\vec{A} - \vec{B}$ y **c)** $\vec{B} - \vec{A}$. Corrobore sus cálculos, resolviendo gráficamente la suma (con un gráfico a escala aproximada).



7) Calcule magnitud y dirección del vector representado por los siguientes pares de componentes:

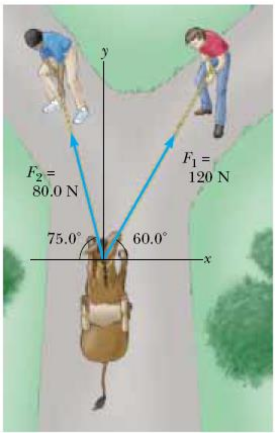
- **a)** $A_x = -8.60cm; \quad A_y = 5.20cm$
- **b)** $A_x = -9.70m; \quad A_y = -2.45m$
- **c)** $A_x = 7.75km; \quad A_y = -2.70km$

8) El vector $\vec{M}$ tiene componentes (x, y, z) de (4; 6; 3) unidades, respectivamente. Calcular la magnitud de $|\vec{M}|$.

9) La vista aérea de la figura muestra dos personas empujando una mula "empacada". Encuentre:

- **a)** La fuerza neta equivalente (representada por un vector resultante, suma de los vectores dados)
- **b)** La fuerza que una tercera persona debería ejercer para que la fuerza resultante sea igual a cero.

Nota: Las fuerzas están expresadas en Newton.



10) El vector $\vec{A}$ mide *2.80 cm* y está *60°* sobre el eje *x* en el primer cuadrante. El vector $\vec{B}$ mide *1.90 cm* y está *60°* bajo el eje *x* en el cuarto cuadrante. Calcule

- **a)** La magnitud y dirección del vector suma
- **b)** La magnitud y dirección del vector diferencia
- **c)** En cada caso, corrobore sus resultados realizando gráficamente las operaciones.
- **d)** Escriba cada uno de los vectores $\vec{A}$, $\vec{B}$, la suma y la diferencia, en términos de los versores (vectores unitarios) $\hat{i}, \hat{j}$.

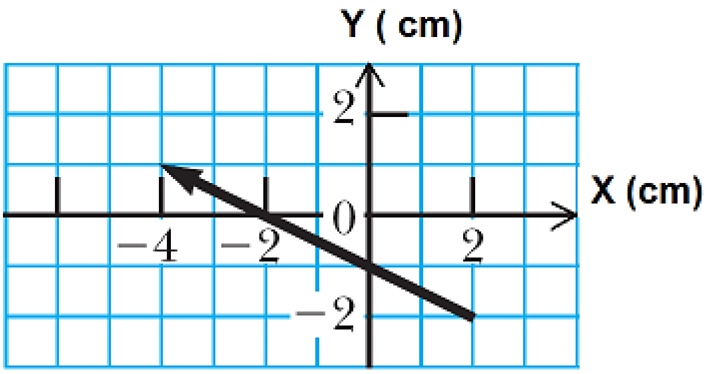
11) Analice los siguientes ítems:

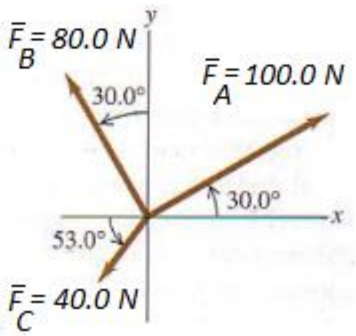
- **a)** el vector $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ es unitario? Justifique su respuesta
- **b)** un vector unitario, puede tener alguna componente con magnitud mayor que la unidad? Justifique su respuesta
- **c)** un vector unitario, puede tener alguna componente negativa? Justifique su respuesta
- **d)** si $\vec{A} = a.(3.0\hat{i} + 4.0\hat{j})$, donde a es una constante, determine el valor de a que convierte al vector $\vec{A}$ en un vector unitario.

12) ¿Cuál es la componente x del vector que se muestra en la siguiente figura ?

a) 1 cm, b) 2 cm, c) 3 cm, d) 4 cm, e) 6 cm, f) - 1 cm, g) - 2 cm, h) - 3 cm, i) - 4 cm, j) - 6 cm, k) ninguna de estas respuestas.

ii) ¿Cuál es la componente y de este vector? (Elija de entre las mismas respuestas.)





13) Tres cuerdas horizontales tiran de una piedra grande medio enterrada en el suelo, produciendo sobre ella las fuerzas esquematizadas en la figura. Obtenga la magnitud y dirección de una cuarta fuerza aplicada a la piedra, que haga que la suma de las cuatro fuerzas sea cero.

- **Productos entre vectores**.

Producto escalar.

El producto escalar de dos vectores **u** y **v** que forman un ángulo α entre sí es el número dado por

$$\mathbf{u} \bullet \mathbf{v} = u.v.\cos\alpha$$

Relaciones entre los versores de una terna: **i•i** = **j•j** = **k•k** = 1   **i•j** = **j•k** = **k•i** = 0

Expresión cartesiana del producto escalar: **u•v** = $u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z$

14) Calcular el producto escalar de los siguientes vectores: $W = \vec{F} \bullet \vec{r}$

a) $\vec{\boldsymbol{F}} = \left(4.0\hat{\boldsymbol{i}} + 1.0\hat{\boldsymbol{j}}\right)$ N

b) $\vec{\boldsymbol{r}} = \left(2.0\hat{\boldsymbol{i}} + 5.0\hat{\boldsymbol{j}}\right)$ ***m***

15) Calcular el ángulo comprendido entre ambos vectores:

a) $\vec{\boldsymbol{F}} = \left(4.0\hat{\boldsymbol{i}} + 1.0\hat{\boldsymbol{j}}\right)$ N

b) $\vec{\boldsymbol{r}} = \left(2.0\hat{\boldsymbol{i}} + 5.0\hat{\boldsymbol{j}}\right)$ ***m***

16) Calcule el ángulo entre estos pares de vectores (recuerde que para ello debe calcular primero su producto escalar)

a) $\vec{A} = -2.0\hat{i} + 6.0\hat{j}$ y $\vec{B} = 2.0\hat{i} - 3.0\hat{j}$

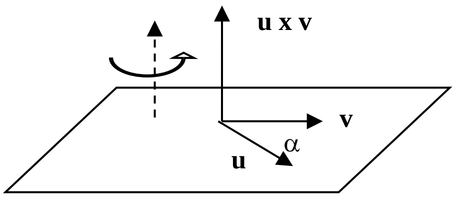
b) $\vec{A} = 3.0\hat{i} + 5.0\hat{j}$ y $\vec{B} = 10.0\hat{i} + 6.0\hat{j}$

Producto vectorial.

El producto vectorial de dos vectores **u** y **v** que forman un ángulo α entre sí es el vector cuyo módulo vale:

|**u x v**| = *u . v .* sen α

su dirección es perpendicular al plano definido por **u** y **v** y su sentido es el de avance de un tornillo de rosca derecha al girar **u** el ángulo α sobre **v**.



Para los versores de una terna: **i x i** = **j x j** = **k x k** = 0   **i x j** = **k** ; **j x k** = **i** ; **k x i** = **j**

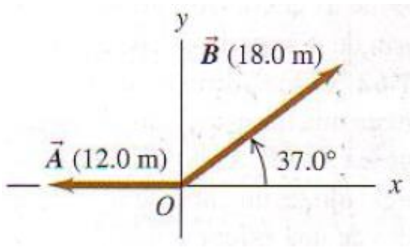
Expresión cartesiana del producto vectorial

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix} = (u_y.v_z - u_z.v_y)\,\mathbf{i} + (u_z.v_x - u_x.v_z)\,\mathbf{j} + (u_x.v_y - u_y.v_x)\,\mathbf{k}$$

17) Calcular el producto vectorial de los siguientes vectores: $\vec{V} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

a) $\vec{\omega} = \left(5.0\hat{i} + 1.0\hat{j}\right)\mathrm{s}^{-1}$

b) $\vec{r} = (3.0\hat{i} + 4.0\hat{j})m$



18) Para los vectores de la figura, calcule magnitud; dirección y sentido del producto vectorial:

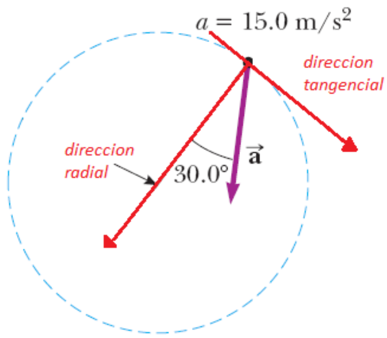
a) $\vec{M}_1 = \vec{A} \times \vec{B}$

b) $\vec{M}_2 = \vec{B} \times \vec{A}$

19) Dados los vectores $\vec{A} = 4.0\hat{i} + 3.0\hat{j}$ y $\vec{B} = 5.0\hat{i} - 2.0\hat{j}$, calcule el producto $\vec{A} \times \vec{B}$ expresado en vectores unitarios. Qué magnitud tiene el vector producto vectorial?

20) Tiene sentido decir que un vector es *negativo*? Por qué? Tiene sentido decir que un vector es el negativo de otro? Por qué? Encuentra alguna contradicción en sus respuestas?

21) Le dan los vectores $\vec{A} = 5.0\hat{i} - 6.5\hat{j}$ y $\vec{B} = -3.5\hat{i} + 7.0\hat{j}$. Un tercer vector $\vec{C}$ está en el plano xy y es perpendicular al vector $\vec{A}$. El producto escalar de $\vec{C}$ con $\vec{B}$ es *15.0*. Con esta información, obtenga las componentes del vector $\vec{C}$



22) En la figura está representada la aceleración de una partícula que se mueve en el sentido de las agujas del reloj, en un cierto instante.

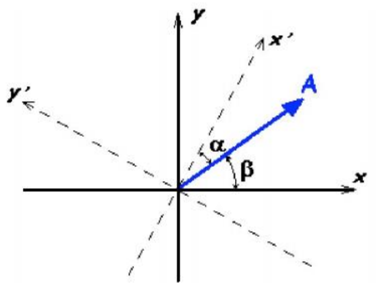
a) Calcular la componente del vector aceleración en la dirección radial.

b) Calcular la componente del vector aceleración en la dirección tangencial.

23) El vector **A** en el dibujo tiene una magnitud de 750 unidades. Determinar la magnitud de las componentes x e y del vector, relativas a:

a) Los ejes x ; y

b) Los ejes x' ; y'



siendo el ángulo α = 30° y el ángulo β = 40°