



ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
IEE2413 - Electrónica

Proyecto

*Martín Díaz, Martín Moyano,
Benjamín Landeta, Sebastián Lorca*

Fecha de entrega: 25 de junio de 2025



1. Investigación previa

1.1. La Transformada de Fourier Discreta

La DFT de una señal discreta $x[n]$, de longitud N , está definida como:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1.1)$$

El cálculo directo de esta fórmula requiere $\mathcal{O}(N^2)$ operaciones complejas.

1.1.1. La Transformada de Fourier Rápida (FFT)

Idea general del algoritmo Cooley-Tukey: El algoritmo Cooley-Tukey se basa en el paradigma *divide and conquer*, y divide la DFT de tamaño N (donde N es potencia de dos, es decir, $N = 2^m$) en dos DFTs de tamaño $N/2$:

- Una que contiene los elementos en posiciones pares: $x[0], x[2], x[4], \dots$
- Otra con los elementos en posiciones impares: $x[1], x[3], x[5], \dots$

Utilizando esta separación, se puede reescribir la DFT como:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N/2-1} x[2n] \cdot W_N^{2kn} + \sum_{n=0}^{N/2-1} x[2n+1] \cdot W_N^{(2n+1)k} \quad (1.2)$$

donde $W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$ es la raíz N -ésima de la unidad.

Agrupando términos:

$$X[k] = E[k] + W_N^k \cdot O[k] \quad (1.3)$$

$$X[k + N/2] = E[k] - W_N^k \cdot O[k] \quad (1.4)$$

donde $E[k]$ es la FFT de los elementos pares y $O[k]$ la FFT de los impares. Esta descomposición se aplica recursivamente hasta que se obtienen DFTs de tamaño 1.

Etapas del algoritmo Radix-2:

1. **Bit-reversal:** Reordenamiento de los datos de entrada según el orden inverso de los bits del índice binario.



2. **Cálculo en etapas:** Se realizan $\log_2 N$ etapas, cada una combinando pares de subproblemas más pequeños usando operaciones llamadas *butterflies*.
3. **Butterfly operation:** Para cada par (a, b) y una raíz W_N^k , se computa:

$$a' = a + W_N^k \cdot b, \quad b' = a - W_N^k \cdot b \quad (1.5)$$

Complejidad computacional: Gracias a esta estructura recursiva, el algoritmo tiene una complejidad de:

$$\mathcal{O}(N \log_2 N) \quad (1.6)$$

lo que representa una mejora sustancial con respecto a la DFT directa.

Ejemplo para $N = 4$: Sea $x = [x_0, x_1, x_2, x_3]$, se procede como sigue:

- FFT de pares: $E[k] = x_0 + x_2 \cdot W_2^k$
- FFT de impares: $O[k] = x_1 + x_3 \cdot W_2^k$

Combinación:

$$X[0] = E[0] + W_4^0 \cdot O[0], \quad X[1] = E[1] + W_4^1 \cdot O[1] \quad (1.7)$$

$$X[2] = E[0] - W_4^0 \cdot O[0], \quad X[3] = E[1] - W_4^1 \cdot O[1] \quad (1.8)$$

1.2. Qué es y cómo funciona la transmisión y recepción con Amplitud Modulada (AM)

La modulación AM es una técnica de transmisión de datos que basa su funcionamiento en encriptación de información como modificaciones de amplitud de ondas de radio.

La modulación es el proceso en el cual se combina una señal de baja frecuencia (información) con una portadora de alta frecuencia para que pueda ser transmitida. Es así como se toma una señal portadora y se modifica su amplitud en base a las variaciones de la onda que se desea enviar. Esto da como resultado la misma onda portadora, pero con variaciones de amplitud en sus extremos superiores e inferiores que contienen la información.

Es así como la transmisión de información involucra la generación de una onda portadora, la modulación de la información en esta portadora, la eventual amplificación de esta señal y por último la transmisión de la onda a través de una antena.

En contraposición, la demodulación es el proceso de extraer la señal moduladora de la señal portadora. Este ejercicio puede abordarse de diversas formas, pero aquí trataremos con la de detección de envolvente. Este método es utilizado cuando trabajamos con señales con un índice de modulación $m \leq 1$ y



consiste en rectificar una onda de entrada, dejando solo el lado positivo y luego seguir la envolvente de la portadora, que efectivamente corresponde a la señal moduladora original.

De este modo, la recepción de una señal consiste en recibir una onda a través de una antena, rectificar usualmente a valores solo positivos, para finalmente filtrar para eliminar los elementos de alta frecuencia comúnmente de la portadora, dejando así una salida que corresponde a la señal moduladora original.

El índice de modulación es una medida de la variación de la amplitud de la onda portadora. Visto de otro modo, se ve como la variación introducida en una portadora por la modulación y se define como $m = \frac{A_m}{A_c}$, donde A_m es la amplitud de la señal de modulación y A_c la amplitud de la señal portadora. Dada la razón m siempre tomará valores positivos o 0, donde: $m = 0$ equivale a una portadora no modulada o una moduladora sin información. $0 < m < 1$ equivale a una portadora submodulada. Esto quiere decir que no se utilizó el total de la portadora para modular, pero sus consecuencias no son tan significativas más allá de un desaprovechamiento de potencial. $m = 1$ equivale a una modulación ideal, donde se utiliza todo el potencial de la portadora, variando su amplitud desde su máximo hasta 0. Finalmente $m > 1$ es una portadora sobremodulada, lo que resulta problemático dado que hay puntos en que la amplitud de la moduladora se invierte, dando una envolvente invertida la que es difícil de demodular e introduciendo distorsiones en la señal que se quiere transmitir.

Transmisor

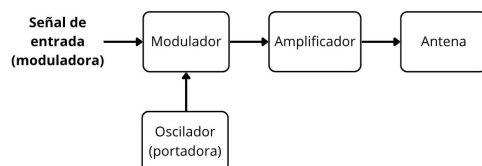


Imagen 1: Diagrama de bloques transmisor

Receptor

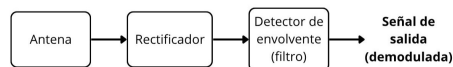


Imagen 2: Diagrama de bloques receptor

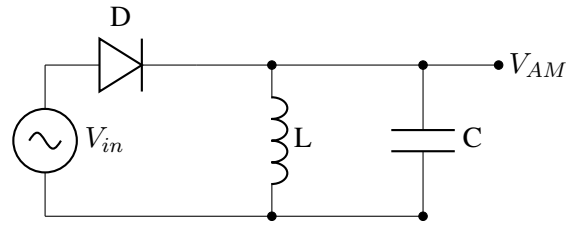
1.3. Modulación AM Tono Puro

MOYANO

1.4. Circuitos de Modulación y Demodulación AM

1.4.1. Moduladores AM

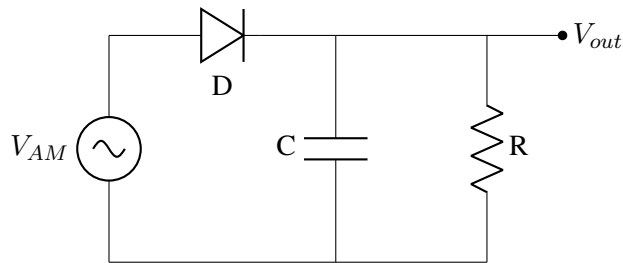
Hay diversas formas de lograr una modulación AM, como el circuito que se analizará, y tienen la característica de que la señal entrante será la envolvente de otra senoide. Otro ejemplo es el siguiente circuito.



Aquí la señal entrante V_{in} será la envolvente de la señal V_{AM} , que será la que viajará.

1.4.2. Demoduladores AM

Los circuitos demoduladores AM tienen que conseguir la información de la envolvente, por lo que un ejemplo de esto son los rectificadores, que recordando, considera los picos de la sinusoide, por lo que en nuestro contexto, lo que se recupera será la envolvente. Un ejemplo de circuito demodulador AM es:



En particular, la radio galena es un ejemplo simple y económico de un demodulador AM que además, tiene la misma forma que el circuito mostrado. En este caso, el voltaje AM es recibido por una antena y transmitido por un transformador que amplifica la señal, y la resistencia corresponde al audífono con el que escuchamos la señal de radio.

1.4.3. Espectro de frecuencia

Para entender esto, hay que recordar cómo se ve una onda con modulación AM:

$$V_{AM} = V_{in}(1 + m \cos(\omega_m t)) \cos(\omega_{in} t)$$

donde m es el índice de modulación. Dado esto, se puede encontrar una nueva expresión para esta onda:

$$V_{AM} = V_{in} \cos(\omega_{in} t) + m V_{in} \cos(\omega_m t) \cos(\omega_{in} t)$$

$$V_{AM} = V_{in} \cos(\omega_{in} t) + \frac{1}{2} m V_{in} [\cos([\omega_m + \omega_{in}]t) + \cos([\omega_m - \omega_{in}]t)]$$



De esta manera, se pueden identificar 3 ondas, la onda portadora, que es $V_{in} \cos(\omega_{in} t)$ y las ondas de banda lateral superior e inferior, que son aquellas cuya frecuencia queda determinada por $\omega_{sup} = \omega_m + \omega_{in}$ y $\omega_{inf} = \omega_m - \omega_{in}$ respectivamente. De esta manera, se puede determinar el ancho de banda de una onda modulada, que queda determinado por $BW = \omega_{sup} - \omega_{inf} = 2\omega_m$.

1.4.4. Tecnologías actuales que usan AM

Actualmente, las tecnologías que usan AM son bastante cotidianas, y se presentan en varias formas, como en el wifi, la comunicación por cable y por satélite, las redes móviles, la radio AM o la televisión.

1.4.5. Radiofusión AM utilizada en Chile y el espectro audible

La radiodifusión AM modula sonido en la amplitud de ondas de radio, sin embargo, los radios actuales prefieren la modulación FM, pues su calidad de audio y resistencia al ruido son mayores. Los radios actuales que usan la modulación AM en Chile usan un rango de frecuencias entre los 540 y los 1610KHz.

2. Modulación AM

Para el circuito de la figura entregada:

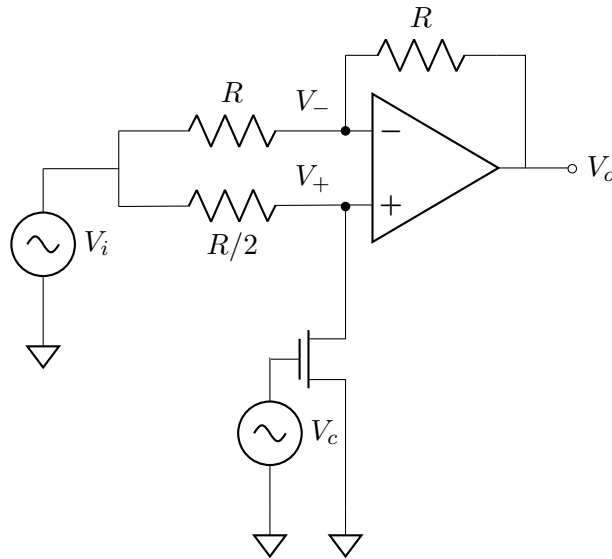


Imagen 3: Circuito de Modulación AM

2.1. Análisis Teórico

Se puede hacer un análisis según el estado del transistor, abierto y cerrado.

Transistor abierto (V_c Low)

Se tiene una fuente conectada a ambas entradas del op-amp. En el caso de V_+ , como no fluye corriente, va a ser igual a V_i , lo que significa (por cortocircuito virtual) que $V_- = V_i$. De esta manera, sabemos que no fluye corriente a través de R (ninguna), entonces V_o debe ser igual a V_i .

Transistor cerrado (V_c High)

Como el transistor cerrado significa un cortocircuito, se ve que $V_+ = 0$ (tierra) y de esta manera $V_- = 0$ y la corriente a través de R es $\frac{V_i}{R}$, por lo que $V_o = -V_i$.

De esta manera, cuando V_c^H , $V_o = -V_i$, y cuando V_c^L , $V_o = V_i$.

La onda cuadrada V_c segmenta así la señal de entrada V_i , y el amplificador operacional amplifica los segmentos cuando el interruptor está cerrado. El resultado V_o es una versión pulsada de V_i , donde la amplitud varía con el ciclo de trabajo de V_c . Este proceso de segmentación y amplificación es la base



de la Modulación por Amplitud (AM), ya que la envolvente de V_o sigue la amplitud de V_i modulada por la acción de conmutación de V_c .

2.1.1. Mecanismo de Generación AM

La modulación AM consiste en variar la amplitud de una señal portadora (en este caso, la acción de conmutación de V_c) en proporción a la señal de mensaje V_i .

La onda cuadrada V_c actúa como señal portadora, siendo su frecuencia la que determina la tasa de modulación. Cuando el interruptor está cerrado, V_i es muestreada y amplificada, creando una envolvente de amplitud que refleja la forma de onda de V_i .

La salida V_o contiene la frecuencia portadora (proveniente de V_c) y bandas laterales resultantes de la modulación de V_i . Para componentes ideales, el espectro incluye la frecuencia portadora y las bandas laterales superior e inferior centradas alrededor de ella.

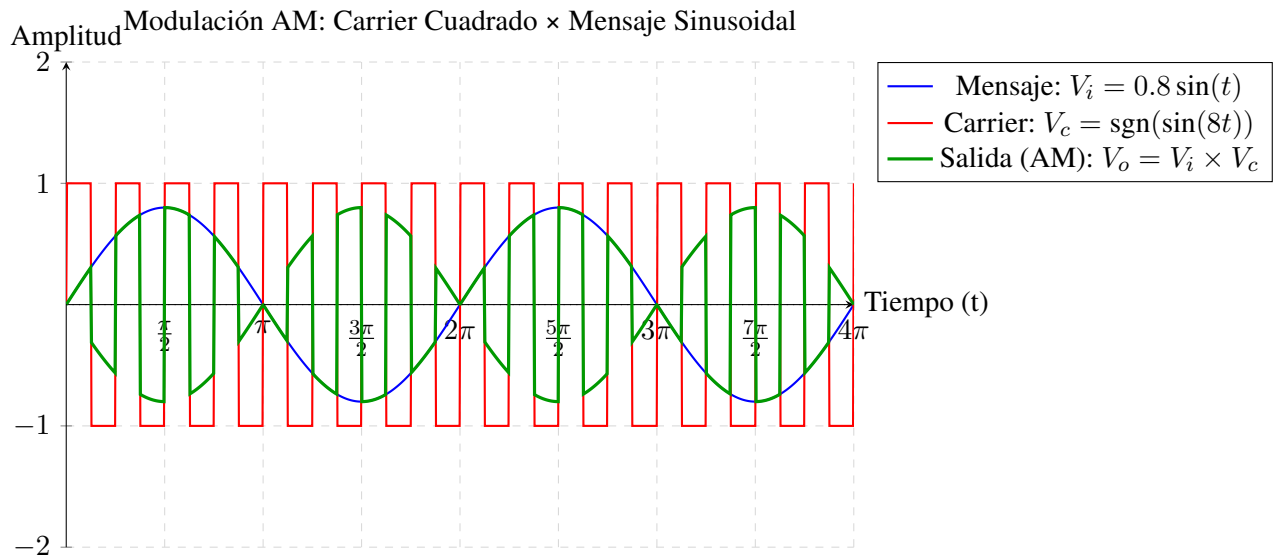
2.1.2. Relación de Frecuencias

Cualitativamente, la frecuencia de V_c (frecuencia portadora, f_c) debe ser significativamente mayor que la frecuencia de V_i (frecuencia del mensaje, f_m). Típicamente, se cumple que $f_c \gg f_m$ (por ejemplo, f_c debería ser al menos 10 veces f_m) para asegurar un muestreo y reconstrucción adecuados de la señal modulada sin distorsión significativa.

Esto garantiza que la acción de conmutación muestree adecuadamente a V_i , permitiendo que la envolvente represente con precisión la señal de entrada.

2.1.3. Roles en la Modulación

- **Señal de entrada V_i :** Es la señal moduladora (mensaje), como una onda senoidal o señal de audio, cuyas variaciones de amplitud se imponen sobre la portadora.
- **Pulso de control V_c :** Actúa como señal portadora, controlando la conmutación para segmentar V_i y así crear la salida modulada en amplitud.



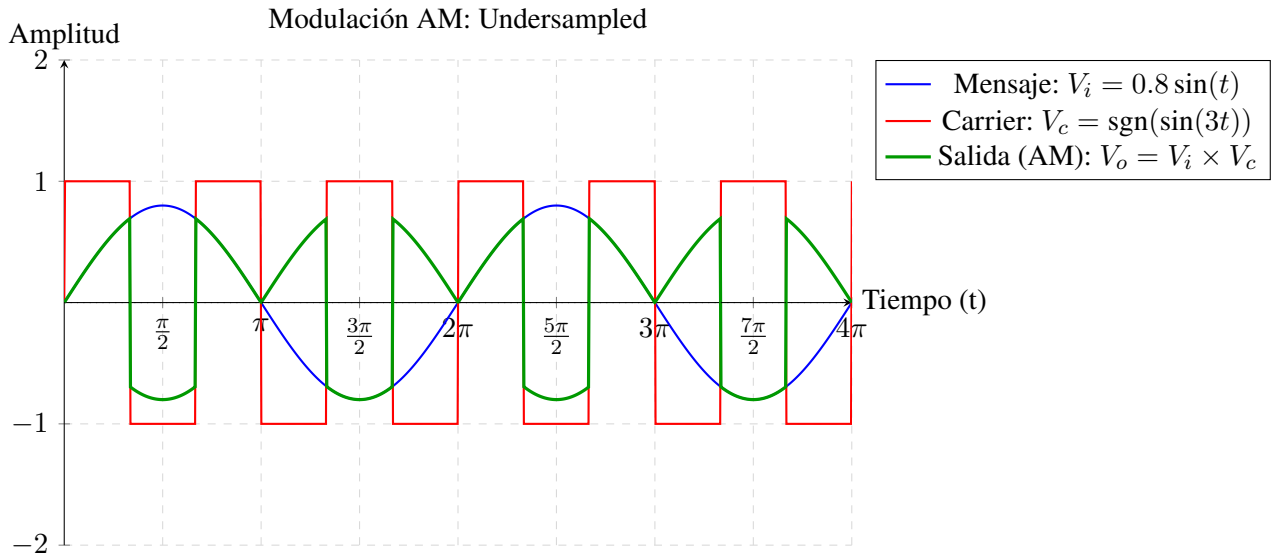
AM Modulation Process:

Message Signal: $V_i(t) = A_m \sin(\omega_m t)$

Square Wave Carrier: $V_c(t) = \text{sgn}(\sin(\omega_c t))$ where $\omega_c \gg \omega_m$

Modulated Output: $V_o(t) = V_i(t) \times V_c(t) = A_m \sin(\omega_m t) \times \text{sgn}(\sin(\omega_c t))$

Ahora, si tomamos un *carrier* de baja frecuencia:



3. Comparación entre Modulación AM Teórica y la Implementada en el Circuito

La forma de modulación AM implementada en el circuito difiere de la modulación AM teórica en los siguientes aspectos clave:

1. Mecanismo de Modulación:

En la modulación teórica, la señal de salida se expresa como:

$$V_{AM}(t) = V_{in} (1 + m \cos(\omega_m t)) \cos(\omega_{in} t)$$

donde m es el índice de modulación. Esta forma genera una portadora sinusoidal con bandas laterales bien definidas en el dominio de la frecuencia.

En cambio, el circuito implementa la modulación mediante un interruptor MOSFET controlado por una señal cuadrada V_c , que segmenta la señal V_i . El resultado es una señal cuya envolvente sigue a V_i , pero cuya portadora efectiva es un tren de pulsos de frecuencia f_c , no una senoide.

2. Naturaleza de la Portadora:

La portadora teórica es una senoide pura $\cos(\omega_{in} t)$, mientras que en el circuito es una onda cuadrada V_c . Esto implica que el espectro de la portadora del circuito incluye múltiples armónicos (componentes en $n f_c$), debido a la no linealidad del pulso cuadrado.

3. Espectro de Frecuencia:



La modulación teórica genera una portadora a ω_{in} y dos bandas laterales en $\omega_{in} \pm \omega_m$, con un ancho de banda de $2\omega_m$.

En el circuito, el espectro contiene la frecuencia fundamental de V_c , sus armónicos y las componentes moduladas de V_i . Esto produce un espectro más complejo que puede requerir filtrado para obtener una señal AM convencional.

4. Implementación Práctica:

Mientras que la teoría asume un modulador analógico ideal (como un mezclador lineal), el circuito implementa una modulación por conmutación. El amplificador operacional con ganancia (3x) amplifica los fragmentos de V_i cuando el switch está cerrado, introduciendo discontinuidades y posibles distorsiones no presentes en la teoría.

Resumen Comparativo:

Aspecto	Teórico vs. Circuito
1. Mecanismo	Modulación analógica continua / Conmutación con pulso cuadrado
2. Portadora	Sinusoidal pura / Pulso cuadrado con armónicos
3. Espectro	Portadora y bandas laterales definidas / Incluye armónicos de V_c
4. Implementación	Modulador ideal / Switch + op-amp con distorsión

3.1. Análisis Simulación

En base al circuito simulado en LTSpice, se obtienen las siguientes señales:

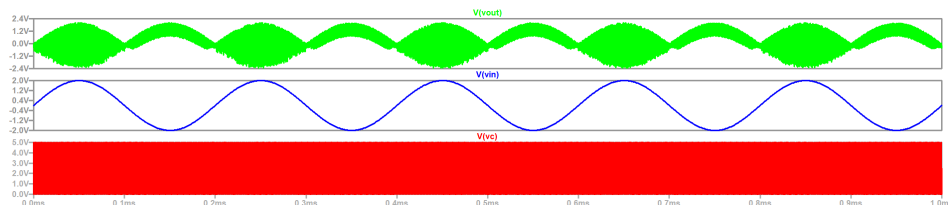


Imagen 4: Señales Modulador AM: V_o , V_i , V_c (De arriba hacia abajo)

La salida obtenida no se condice completamente con lo esperado de una modulación AM ideal. Si bien se observa una envolvente modulada que sigue parcialmente la forma de la señal de entrada V_{in} (de 5 kHz), se evidencia una asimetría importante: cuando la señal V_{in} es negativa, la salida V_{out} prácticamente sigue a la señal original (sin modulación).

Esto indica que el circuito no está modulando simétricamente en torno al eje horizontal, como se esperaría en una modulación por amplitud estándar. En una AM convencional, tanto los valores positivos como negativos de la señal de entrada deberían reflejarse en la envolvente de la señal modulada. En cambio, en esta simulación, el comportamiento es similar al de una *modulación por conmutación unidireccional*, en donde solo los valores positivos de la señal V_{in} producen una salida significativa.

3.1.1. FFT de V_o

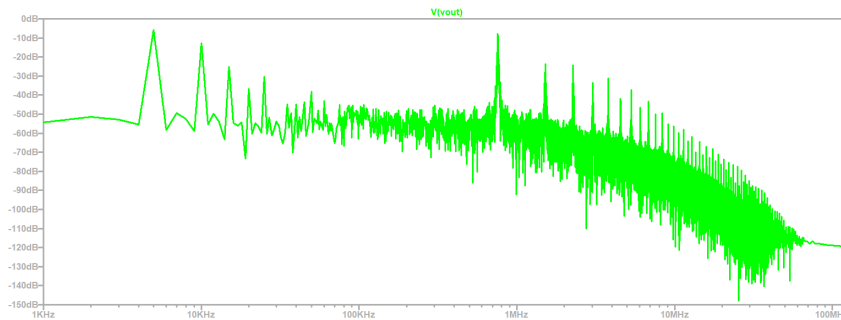
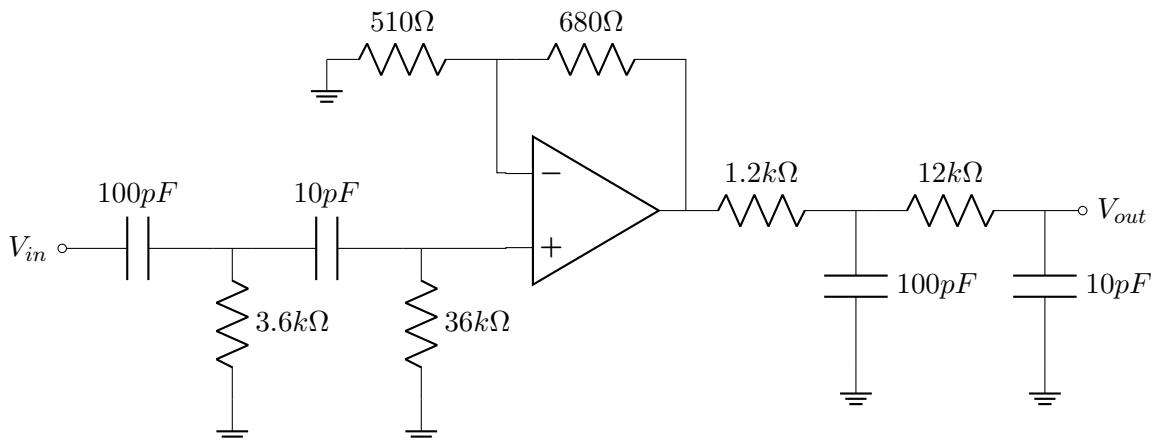


Imagen 5: FFT de V_o

El circuito propuesto para mejorar la salida del modulador es el siguiente:

El circuito utiliza una tipología de pasa banda pasivo, con un amplificador como aislador entre ambos filtros. Analizando por bloques, primero tenemos una etapa pasa altos de 2^{do} orden con $f_c = 745kHz$. Luego debíamos utilizar un op amp como buffer, cosa que cambiamos con tal de recuperar zonas de nuestro espectro que están levemente atenuadas. La ganancia del amplificador en este caso es de $A_v = 1 + \frac{680}{510} = 2.33 \frac{V}{V}$. Finalmente utilizamos un bloque pasa bajos con $f_c = 800kHz$. Esto sumado nos da un pasa banda con ganancia 0 en banda pasante y atenuación de las componentes no deseadas. A continuación se muestra al análisis transiente de la salida del modulador y de la salida del bloque



añadido de filtro. Además se agrega la fft de cada uno para comparar el resultado.

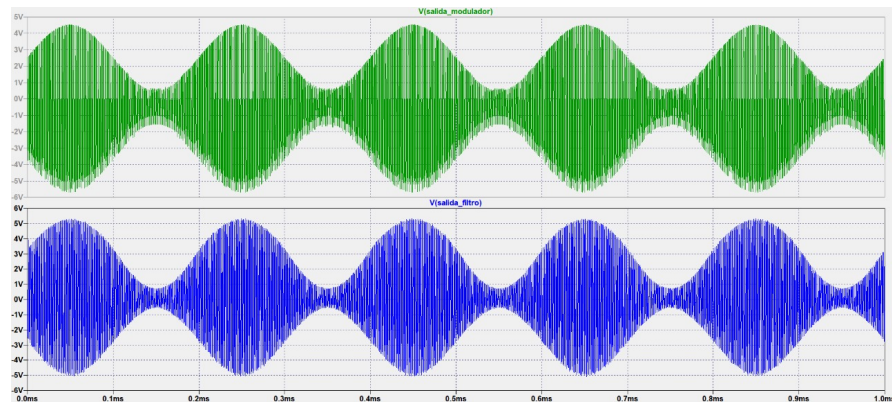


Imagen 6: Análisis transiente de la salida del modulador y del filtro

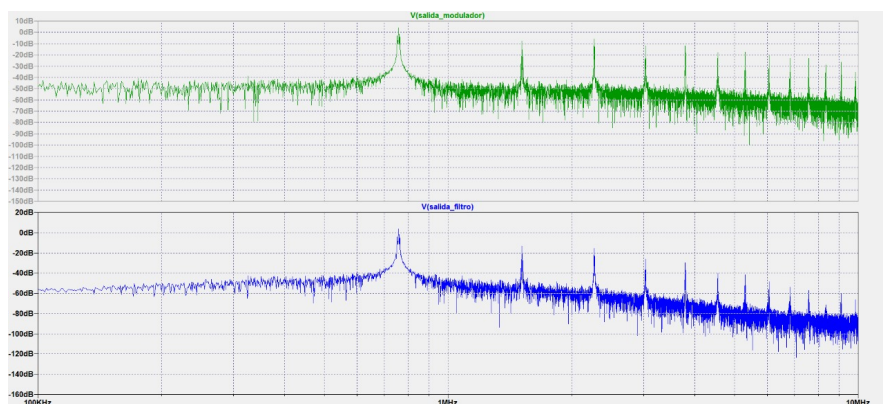


Imagen 7: FFT de la salida del modulador y del filtro

Del análisis transiente se puede ver como la señal después del bloque circuital agregado, es mas limpia, eliminando esos peaks de baja frecuencia hacia los negativos gracias al pasa altos. Además, de la fft podemos corroborar que con el pasa bajos logramos una atenuación extra de $10dB$ de los primeros armónicos, los que eran mas predominantes. De este modo, podemos afirmar que esta salida se condice mas con nuestra expectativa, obteniendo una señal mucho mas clara y limpia de perturbaciones.

4. Demodulación AM

Recordando el demodulador en la sección 1.4.2, este se puede aplicar para este contexto, y en particular cabe resaltar la constante $\tau = RC$ para la construcción del demodulador. Como el tono puro tiene 5KHz y la portadora, que tiene 760KHz. Ahora, como $\frac{1}{f_m} > \tau > \frac{1}{f_c} \iff \frac{1}{5000} > \tau > \frac{1}{760000}$, por lo que τ queda acotado, y en particular, se escoge $\tau = 33ns$ donde $R = 100k\Omega$ y $C = 330pF$. Se escogieron estos valores, pues un capacitor muy bajo no alcanza a demodular, y una resistencia menor haría que la corriente no pase por el capacitor, afectando el resultado. La salida de este demodulador entrega:

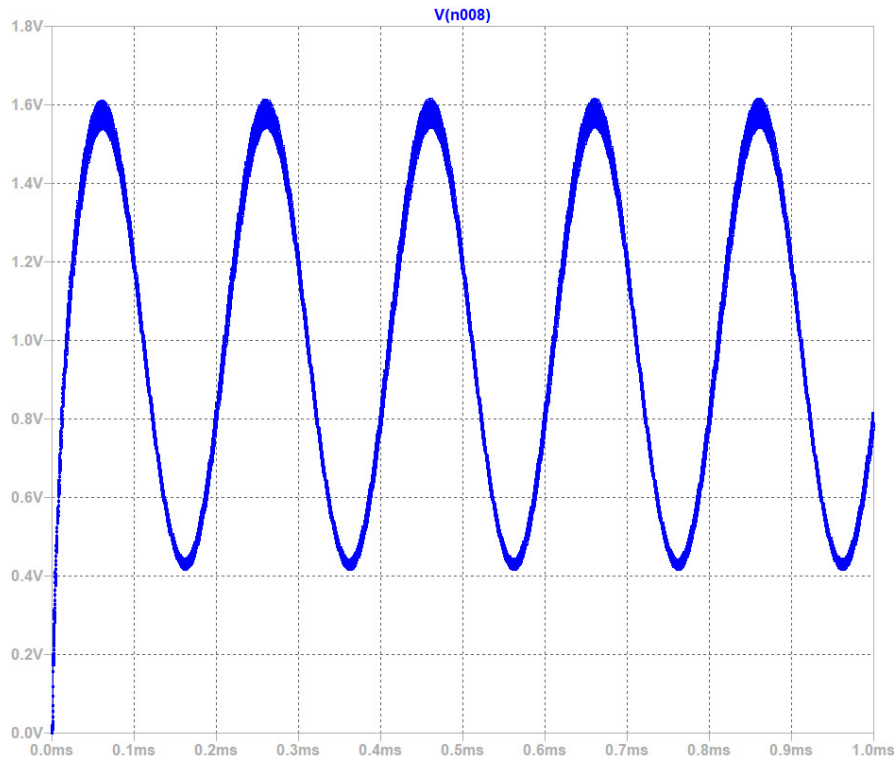


Imagen 8: Salida del demodulador

Luego, los requerimientos exigen que la amplitud pk-pk sea de a lo más 1 y que esté centrada en 0, así, viendo que la amplitud pk-pk resultante es de aproximadamente 1.2V, hay que atenuar la señal, cosa que se puede hacer con una configuración inversora con constante $\frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{1.2}$. En particular, no queremos que incluir este bloque afecte la demodulación, es por esto que su impedancia de entrada debe ser alta, es por esto que es preferible una impedancia de $2.4M\Omega$ y $2M\Omega$. Por último, hay que deshacerse del offset que tiene la señal, por lo que forzando un voltaje en el nodo - de 0.46V se cumple que la señal esté centrada en 0. Así, la señal de salida es:

Por último, el circuito propuesto es:

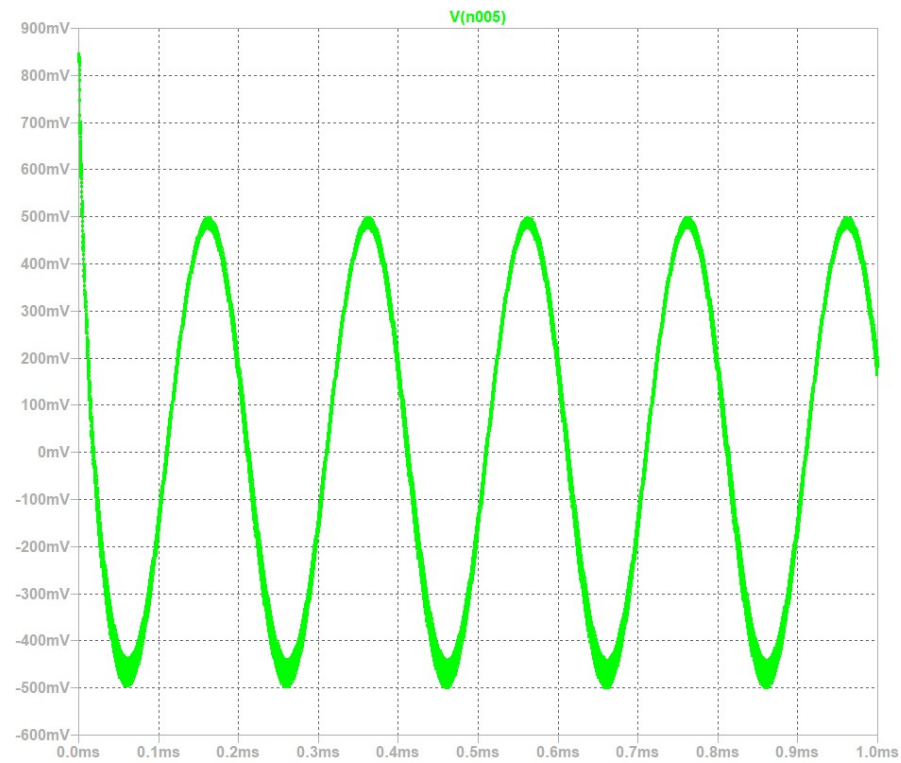


Imagen 9: Salida final

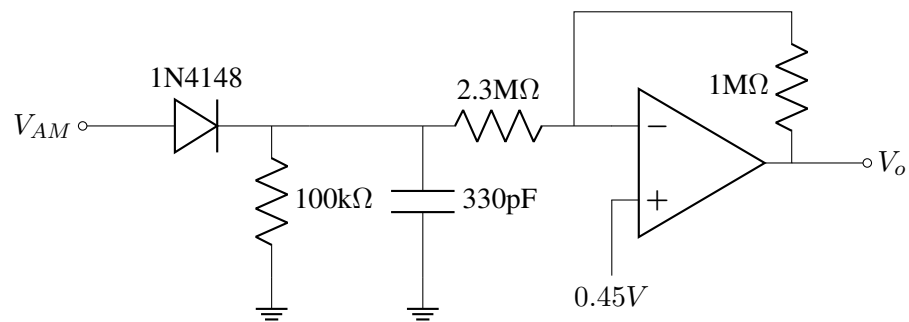


Imagen 10: Circuito Demodulador