ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
IEE2413 - Electrónica

Proyecto

Martín Díaz, Martín Moyano,
Benjamín Landeta, Sebastián Lorca

Fecha de entrega: 18 de junio de 2025

1. Investigación previa

1.1. La Transformada de Fourier Discreta

La DFT de una señal discreta $x[n]$, de longitud N, está definida como:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad k = 0, 1, ..., N-1 \tag{1.1}$$

El cálculo directo de esta fórmula requiere $\mathcal{O}(N^2)$ operaciones complejas.

Idea general del algoritmo Cooley-Tukey: El algoritmo Cooley-Tukey se basa en el paradigma *divide and conquer*, y divide la DFT de tamaño N (donde N es potencia de dos, es decir, $N = 2^m$) en dos DFTs de tamaño $N/2$:

- Una que contiene los elementos en posiciones pares: $x[0], x[2], x[4], \ldots$
- Otra con los elementos en posiciones impares: $x[1], x[3], x[5], \ldots$

Utilizando esta separación, se puede reescribir la DFT como:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N/2-1} x[2n] \cdot W_N^{2kn} + \sum_{n=0}^{N/2-1} x[2n+1] \cdot W_N^{(2n+1)k} \tag{1.2}$$

donde $W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$ es la raíz N-ésima de la unidad.

Agrupando términos:

$$X[k] = E[k] + W_N^k \cdot O[k] \tag{1.3}$$

$$X[k + N/2] = E[k] - W_N^k \cdot O[k] \tag{1.4}$$

donde $E[k]$ es la FFT de los elementos pares y $O[k]$ la FFT de los impares. Esta descomposición se aplica recursivamente hasta que se obtienen DFTs de tamaño 1.

Etapas del algoritmo Radix-2:

1. **Bit-reversal:** Reordenamiento de los datos de entrada según el orden inverso de los bits del índice binario.

2. **Cálculo en etapas:** Se realizan $\log_2 N$ etapas, cada una combinando pares de subproblemas más pequeños usando operaciones llamadas *butterflies*.
3. **Butterfly operation:** Para cada par (a, b) y una raíz W_N^k, se computa:

$$a' = a + W_N^k \cdot b, \quad b' = a - W_N^k \cdot b \tag{1.5}$$

Complejidad computacional: Gracias a esta estructura recursiva, el algoritmo tiene una complejidad de:

$$\mathcal{O}(N \log_2 N) \tag{1.6}$$

lo que representa una mejora sustancial con respecto a la DFT directa.

Ejemplo para $N = 4$: Sea $x = [x_0, x_1, x_2, x_3]$, se procede como sigue:

- FFT de pares: $E[k] = x_0 + x_2 \cdot W_2^k$
- FFT de impares: $O[k] = x_1 + x_3 \cdot W_2^k$

Combinación:

$$X[0] = E[0] + W_4^0 \cdot O[0], \quad X[1] = E[1] + W_4^1 \cdot O[1] \tag{1.7}$$

$$X[2] = E[0] - W_4^0 \cdot O[0], \quad X[3] = E[1] - W_4^1 \cdot O[1] \tag{1.8}$$

1.2. Qué es y cómo funciona la transmisión y recepción con Amplitud Modulada (AM)

La modulación AM es una técnica de transmisión de datos que basa su funcionamiento en encriptación de información como modificaciones de amplitud de ondas de radio.

La modulación es el proceso en el cual se combina una señal de baja frecuencia (información) con una portadora de alta frecuencia para que pueda ser transmitida. Es así como se toma una señal portadora y se modifica su amplitud en base a las variaciones de la onda que se desea enviar. Esto da como resultado la misma onda portadora, pero con variaciones de amplitud en sus extremos superiores e inferiores que contienen la información.

Es así como la transmisión de información involucra la generación de una onda portadora, la modulación de la información en esta portadora, la eventual amplificación de esta señal y por último la transmisión de la onda a través de una antena.

En contraposición, la demodulación es el proceso de extraer la señal moduladora de la señal portadora. Este ejercicio puede abordarse de diversas formas, pero aquí trataremos con la de detección de envolvente. Este método es utilizado cuando trabajamos con señales con un índice de modulación $m \leq 1$ y consiste en rectificar un la onda de entrada, dejando solo el lado positivo y luego seguir la envolvente de la portadora, que efectivamente corresponde a la señal moduladora original.

De este modo, la recepción de una señal consiste en recibir una onda a través de una antena, rectificar usualmente a valores solo positivos, para finalmente filtrar para eliminar los elementos de alta frecuencia comúnmente de la portadora, dejando así una salida que corresponde a la señal moduladora original.

El índice de modulación es una medida de la variación de la amplitud de la onda portadora. Visto de otro modo, se ve como la variación introducida en una portadora por la modulación y se define como $m = \frac{A_m}{A_c}$, donde A_m es la amplitud de la señal de modulación y A_c la amplitud de la señal portadora. Dada la razón m siempre tomará valores positivos o 0, donde: $m = 0$ equivale a una portadora no modulada o una moduladora sin información. $0 < m < 1$ equivale a una portadora submodulada. Esto quiere decir que no se utilizó el total de la portadora para modular, pero sus consecuencias no son tan significativas más allá de un desaprovechamiento de potencial. $m = 1$ equivale a una modulación ideal, donde se utiliza todo el potencial de la portadora, variando su amplitud desde su máximo hasta 0. Finalmente $m > 1$ es una portadora sobremodulada, lo que resulta problemático dado que hay puntos en que la amplitud de la moduladora se invierte, dando una envolvente invertida la que es difícil de demodular e introduciendo distorsiones en la señal que se quiere transmitir.

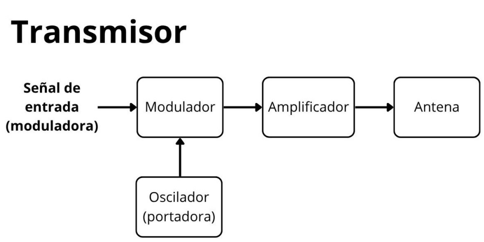

Imagen 1: Diagrama de bloques transmisor

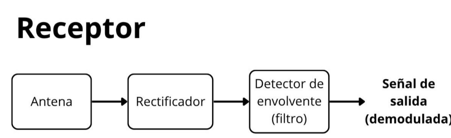

Imagen 2: Diagrama de bloques receptor

2. Modulación AM

Para el circuito de la figura entregada:

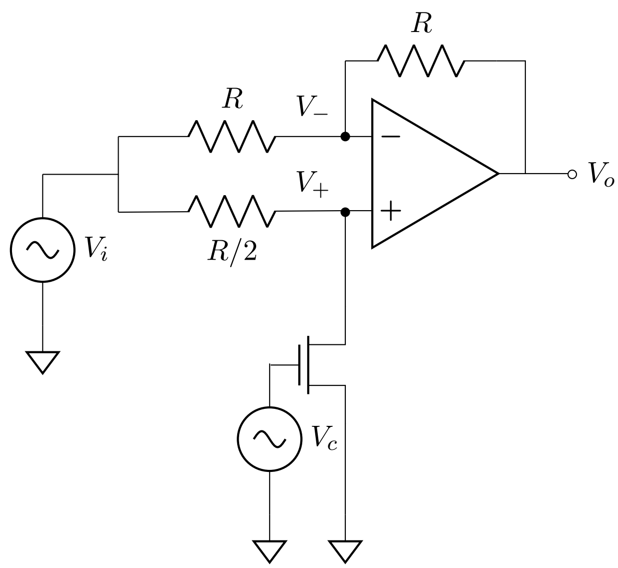

Imagen 3: Circuito de Modulación AM

Se puede hacer un análisis según el estado del transistor, abierto y cerrado.

Transistor abierto Como el transistor abierto significa que no fluye corriente por $R/2$, entonces $V_+ = V_i = V_-$ (asumiendo cortocircuikto virtual).

De lo anterior, como V_- y V_i tienen igual voltaje, no hay corriente pasando por R, lo que significa que V_o va a ser igual a V_i.

Transistor cerrado Como el transistor cerrado significa un cortocircuito, se ve que $V_+ = 0$ (tierra) y de esta manera $V_- = 0$ y la corriente a través de R es

3. Demodulación AM