

Лабораторная работа № 4

РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ И ИХ СИСТЕМ

Цель работы: получить навык численного решения нелинейных уравнений и систем таких уравнений.

Индивидуальное задание включает в себя решение одного нелинейного уравнения и одной системы нелинейных уравнений, выбираемых из таблиц в соответствии с номером варианта.

Задания на лабораторную работу

Задача 1. (5 баллов максимум)

- 1) Написать вычислительную программу на языке программирования C++ для решения нелинейного уравнения на указанном отрезке с заданной точностью методом
 - а) бисекции (дихотомии) (1 балл),
 - б) хорд (1 балл),
 - в) простых итераций (1 балл),
 - г) касательных (Ньютона) (1 балл),
 - д) секущих (1 балл).

Программа должна предусматривать возможность нахождения всех корней уравнения с заданной точностью.

- 2) С использованием написанной программы решить нелинейное уравнение согласно индивидуальному заданию.
- 3) Выполнить сравнительный анализ реализованных методов.

Задача 2. (2 балла)

- 1) Написать вычислительную программу на языке программирования C++ для решения системы двух нелинейных уравнений методом простых итераций с заданной точностью.
- 2) С использованием написанной программы найти численно минимум заданной функции двух переменных $F(x, y)$ в указанной области путем численного решения системы двух нелинейных уравнений, получающихся на основе необходимых условий экстремума.

Задача 3. (3 балла)

- 1) Написать вычислительную программу на языке программирования C++ для решения системы двух нелинейных уравнений методом Ньютона. При этом предусмотреть две возможности: а) точное задание всех производных, б) приближенное вычисление производных по точно заданным функциям с заданной точностью.

- 2) С использованием написанной программы решить задачу о поиске минимума функции двух переменных $F(x,y)$ сведением к системе двух нелинейных уравнений с использованием необходимого условия экстремума. Выполнить сравнительный анализ двух указанных в п.1) реализаций метода.

Теоретическая часть

<i>Номер задачи</i>	<i>Литература</i>
1	[1] (Глава 7, §1, §2), [2] (Глава V, §2)
2	[1] (Глава 7, §1, §2), [2] (Глава V, §3 п.1)
3	[1] (Глава 6, §1, §2), [2] (Глава V, §3, п.2)

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы.
2. Калиткин Н.Н. Численные методы.

По каждой решенной задаче в обязательном порядке оформляется отчет. Лабораторная работа считается выполненной, если набрано 6 и более баллов.

Индивидуальные задания к лабораторной работе №4

Для Задачи 1

Вариант	Уравнение	Область поиска корней	Абсолютная погрешность для корня
1	$x + 4\sin(x) = 1$	$[0, 2\pi]$	10^{-6}
2	$e^x - x^3 - 2x = 0$	$[-2, 3]$	10^{-4}
3	$1 - 2x \cos(x) = 0$	$[0, 2]$	10^{-5}
4	$5(x - 1)^3 - \ln(x) = 0$	$(0, 2]$	10^{-6}
5	$2e^{\sin(x)} - x = 2$	$[-4, 4]$	10^{-4}
6	$20 \ln(2 + \cos(x)) - x = 10$	$[-5, 5]$	10^{-5}
7	$tg(x) - 2x^3 = 0$	$[-3/2, 3/2]$	10^{-6}
8	$x^4 - 6x^2 + 2x + 1 = 0$	$[-3, 3]$	10^{-7}
9	$x - \sqrt{x} + \frac{1}{(3x + 1)^2} = 0$	$[0, 1]$	10^{-6}
10	$2 \sin(x^2) = 1$	$[4, 6]$	10^{-6}
11	$10 \sin(x) \cos(2x) - x + 1 = 0$	$[0, 5]$	10^{-5}
12	$\sin(\ln(x)) - x^2 + 1 = 0$	$(0, 1]$	10^{-6}
13	$\sin(x + \sin(x)) = 0$	$[1, 7]$	10^{-7}
14	$xe^{-0.2x^2} - \sin(x) = 0$	$[0, 10]$	10^{-6}
15	$2 \ln(x) + 2x^2 - 8x + 5 = 0$	$(0, 3]$	10^{-5}

Для Задачи 2

Вариант	$F(x, y)$	Область поиска $x \times y$	Абсолютная погрешность
1	$\sin(xy) + y^2 + x^4$	$[-2, 2] \times [-2, 2]$	10^{-5}
2	$\cos(x^2) + \sin(y^2) + x^2y$	$[-2, 2] \times [1, 3]$	10^{-6}
3	$1 - (x^2 - 1)(y^2 - 1)(xe^y + ye^x)$	$[0, 1] \times [0, 1]$	10^{-5}
4	$(x^2 + y^2)^{\frac{2}{3}} + y - x$	$[0, 2] \times [-2, 0]$	10^{-7}
5	$3x^2 + y^2 - 2y + \sin(x) \cos(y)$	$[-1, 1] \times [0, 2]$	10^{-5}
6	$1 - \sin(x + \ln(y)) + x^2 + 12x$	$[-7, -5] \times [2, 6]$	10^{-7}
7	$x^2 + y^2 + (x + 2y)^{-1}$	$(0, 1] \times (0, 1]$	10^{-6}
8	$\sqrt{x^4 + y^2} + xy + 2$	$[-1, 1] \times [-1, 1]$	10^{-5}
9	$y^2 - 3y - \sin(y) \ln(\sin(x) + 1)$	$[0, 3] \times [0, 3]$	10^{-6}
10	$x^2 + y^2 + (x + y + 1)tg(x + y)$	$[-1/2, 0] \times [-1/2, 0]$	10^{-6}
11	$e^{x^2+y^2} + \sin(x + y)$	$[-1, 1] \times [-1, 1]$	10^{-5}
12	$1 + x \ln(y^3 + x^2) - y/2$	$[0, 1] \times [0, 1]$	10^{-6}
13	$1 - (1 - x^2 - y^2)\sin(x + y)$	$[0, 1] \times [0, 1]$	10^{-5}
14	$x^3 + y^3 - 2xy - x$	$[0, 2] \times [0, 2]$	10^{-5}
15	$x^2e^{1-y} + y^2e^{1-x} + x$	$[-1, 1] \times [-1, 1]$	10^{-6}