Regla de los signos de Descartes

La regla de los signos de Descartes nos ayuda a identificar el número posible de raíces reales de un polinomio $p(x)$ sin graficar o resolverlas realmente. Dese cuenta por favor que esta regla no proporciona el *número exacto de raíces* del polinomio ni *identifica las raíces* del polinomio.

La regla establece que el número posible de las raíces positivas de un polinomio es igual al número de cambios de signo en los coeficientes de los términos o menor que los cambios de signo por un múltiplo de 2.

Por ejemplo, si hay 3 cambios de signo en los coeficientes de los términos del polinomio, entonces el número posible de raíces positivas del polinomio es 3 o 1.

[Antes de aplicar la regla de los signos de Descartes, asegúrese de arreglar los términos del polinomio en orden descendente de exponentes .]

Ejemplo:

Encuentre el número de las raíces positivas del polinomio.

$x^3 + 3x^2 - x - x^4 - 2$

Arregle los términos del polinomio en orden descendente de los exponentes:

$-x^4 + x^3 + 3x^2 - x - 2$

Cuente el número de cambios de signo:

$$\overbrace{-x^4 + x^3}^{1} + \overbrace{3x^2 - x}^{2} - 2$$

Hay 2 cambios de signo en el polinomio, así que el número posible de raíces positivas del polinomio es 2 o 0.

Corolario de la regla de los signos de Descartes:

Primero reescriba el polinomio dado al sustituir $-x$ por x. Esto es igual a anular los coeficientes de los términos de las potencias impares.

La regla del corolario establece que el número posible de las raíces negativas del polinomio original es igual al número de cambios de signo (en los coeficientes de los términos después de anular los términos de las potencias impares) o menor que los cambios de signo por un múltiplo de 2.

Ejemplo2

Encuentre el número posible de raíces reales del polinomio y verifique.

$x^3 - x^2 - 14x + 24$

Los términos del polinomio ya están en el orden descendente de exponentes.

Cuente el número de cambios de signo:

$$+\overbrace{x^3 -}^{1} x^2 \overbrace{-14x +}^{2} 24$$

Hay 2 cambios de signo en el polinomio y el número posible de raíces positivas del polinomio es 2 o 0.

Digamos que el polinomio dado es $f(x)$ y sustituya $-x$ por x en el polinomio y simplifique:

$$\begin{aligned} f(-x) &= (-x)^3 - (-x)^2 - 14(-x) + 24 \\ &= -x^3 - x^2 + 14x + 24 \end{aligned}$$

Cuente el número de cambios de signo:

$$-x^3 \overbrace{- x^2 +}^{1} 14x + 24$$

Hay 1 cambio de signo en el segundo polinomio. Así, del corolario de la regla de los signos de Descartes, el número posible de raíces negativas del polinomio original es 1.

El polinomio puede ser reescrito como: $(x - 2)(x - 3)(x + 4)$

Podemos verificar que hay 2 raíces positivas y 1 raíz negativa del polinomio dado.

Dese cuenta por favor que las raíces repetidas de un polinomio son contadas por separado.

Por ejemplo, el polinomio

$(x - 2)^2$, que puede ser escrito como $x^2 - 2x + 1$, tiene 2 cambios de signo. Por lo tanto, el polinomio tiene 2 raíces positivas.