**波束形成**

樊涛

2019年8月1日

1. 常规波束形成

1.1 阵列信号理解

考虑一个时域波形为的单频平面波入射到一位均匀线阵上，如图1所示。如果此平面的AOA（到达角）为（相对于阵列的法线方向），则第个阵元所接收的信号为



式中，相位偏移量表示第个阵元的绝对相位。单个阵元信号在公共时刻的采样为





图1 入射到一位均匀线阵的波前

把个真元的采样排列到一个列矢量中，得到矩阵在时刻的一次快拍，即



式中，为投影在阵列平面的归一化空域频率（单位rad/采样）；为空域导向矢量。因此，平面波的AOA域阵列面上的空域频率存在一一对应关系。，。为便于使用，定义归一化空域频率为，单位为周/采样。如果阵元间距为，那么，因此。如果相位中心对应其子阵列，那么间隔将增大，和的范围也将扩大。

常规的非自适应波束形成时对阵元信号的加权求和，即，为复权矢量，即



对于某些特定情况，具有如下形式：



式中，符号代表两个矢量的哈达玛(Hadamard)积（对应元素相乘）。式把表示成两个矢量的哈达玛积的形式：**窗矢量提供旁瓣控制的数据加权，导向矢量的共轭提供对来自方向的信号的最大相干积累。**

假设阵列的波束形成权矢量域到达角匹配，即阵列“导向”方向，则对于来自方向的入射波前，波束形成的输出为



标量输出恰好为权序列的离散傅里叶变换(DFT)，其空域频率中心便宜到处，幅度被相乘。当所有权系数的幅度时，波束形成的输出是以为变量的标准asinc函数形式，即



通常是通过选择合适的窗函数加权矢量来降低天线旁瓣，但同时也会导致分辨率降低，即加宽天线主瓣。



图2 未加窗和加汉明窗情况下的天线方向图

图2给出了利用汉明窗加权和未加权情况下的天线方向图，其中，天线导向，相位中心个数。

1.2 矢量匹配滤波理解

由匹配滤波其的矢量数学模型，有



式中，为个相位中心（阵元）输出的干扰协方差矩阵；为期望的目标信号矢量的模型（即信号的导向矢量）；为任意常数。

协方差矩阵为共轭对称矩阵，即。如果目标信号为来自到达角方向的单频平面波，则目标信号模型可精确地表示为式定义的空域导向矢量。如果每一阵元的干扰为独立同分布且方差为的白噪声，即。取，得到



滤波器输出为



从上式可以看出，天线方向图（即空域相应）为数据快拍的离散时间傅里叶变换(DTFT)，。如果观测信号为来自到达角平面波的一次快拍，则就是式在时的形式，同样也可由式得到。当滤波器的导向矢量与实际目标导向矢量匹配时，输出达到峰值，即的值最大且正好为幅度的倍。

2. 自适应波束形成

矢量匹配滤波方法可以用来设计阵列权矢量，使其天线方向图的零点（通常称为凹口）指向某些方向，以抑制来自这些方向的干扰源。

当接收信号中包含干扰时，每一列相位中心接收的干扰信号的时域波形可表示为



式中，为干扰信号的功率；为单位方差（即方差为1）的零均值白噪声随机过程。对干扰信号进行一次阵列快拍，得到



用矢量形式表示，即为



干扰信号阵列快拍的协方差矩阵可以表示为



显然，是一个埃尔米特共轭矩阵，即。还是秩为1的半正定矩阵，因为所有列都线性相关，事实上，每一列都是第一列的简单倍数。

对于接收机噪声和个互不相关的干扰信号之和的总干扰协方差矩阵可表示为



利用上式的干扰模型，可以使得由式得到的匹配滤波器输出信噪比(SNR)达到最大化。

仿真：天线相位中心数目。存在两个干扰源，一个干扰源的AOA为+18°，干扰信号比(JSR)为+50 dB，另一个干扰源AOA为-33°，JSR为+30 dB。SNR为0 dB使得阵元水平上整体SIR为-50.04 dB。仿真结果图3所示。



**(a) (b)**

图3 存在两个干扰源情况下的天线方向图。(a)非自适应；(b)自适应

最优波束形成获得的SIR可以表示为



对于干扰仅为噪声的情况，，，且，则式可以写为



上式再次表明，相干积累增益是在白噪声中用单元的快拍获得的，然而对于一个更普遍的干扰环境，增益是式的SIR除以每个波束形成的SIR。对于图2的例子，在不存在干扰源的情况下，预波束形成所获得的SIR即为单个阵元的SNR，，后形成的增益为16（即12.04 dB），SIR的增益也为。

对于干扰源存在情况，预波束形成的SIR为-50.04 dB（干扰源功率之和），后波束形成的SIR为11.94 dB，因此得到的增益为61.98 dB。**干扰存在时，后波束形成的SIR略微减少是由于部分自由度被抑制干扰消耗，而没能全部用于对目标信号的相干积累**。

在期望目标信号方向上，波束峰值增益的变化可以通过约束来补偿，由此约束得到的波束形成通常称为无失真波束形成。有



因为是一个标量，所以它的取值不会影响天线方向图的形状，而仅仅向上或向下定标幅度，使其满足。**此方法可以扩展为约束多个到达角方向的波束增益。**

**一个N相位中心天线可以对消最多*N*-1干扰源。且如果干扰源到达角位于天线方向图的主瓣，则自适应滤波器的性能会严重降低。**图4是干扰源1的AOA变为-2°的方向图，目标峰值偏离了目标的0°到达角。



图4 干扰位于天线主瓣时的方向图