座位号

学院________ 姓名________ 学号________

密……封……线……以……内……答……题……无……效

电子科技大学研究生试卷

（考试时间：_14:00_至_16:00_，共_2_小时）

课程名称__最优化理论与应用__ 教师 □张晓伟 □张文星 学时_50_学分_2.5_

教学方式__堂上授课__ 考核日期_2017_年_12_月_20_日 成绩__________

考核方式：_□考试 □考查_（注：在□处填写✓）

一、名词解释（10 分）

1、凸集

2、局部最优解

二、填空题（20 分，每空 2 分）

1、判断 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{X}) = 2\boldsymbol{x}_1^2 + \boldsymbol{x}_2^2 - 2\boldsymbol{x}_1\boldsymbol{x}_2$ 的凹凸性，__________（填是或否）.

2、在大 $\boldsymbol{M}$ 法中，若辅助线性规划无解，则原规划最优解的情况为__________.

3、对 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{x}_1^2 + 2\boldsymbol{x}_2 - \boldsymbol{x}_1\boldsymbol{x}_2$ 在 $\boldsymbol{X}^0 = (1,0)^T$ 处做二阶 $\boldsymbol{Taylor}$ 展开式：

____;

在 $\boldsymbol{X}^0$ 处沿 $\boldsymbol{P}^0 = (0,2)^T$ 的方向导数为__________;与 $\boldsymbol{P}^0$ 关于 $\nabla^2\boldsymbol{f}(\boldsymbol{X}^0)$ 共轭的单位向量(方向) $\boldsymbol{P}^1$ 为__________;在 $\boldsymbol{X}^0$ 处沿方向 $\boldsymbol{P}^0$ 精确一维搜索后得 $\boldsymbol{X}^1 = \boldsymbol{X}^0 + \boldsymbol{t}_0\boldsymbol{P}^0$，则最优步长 $\boldsymbol{t}_0 =$__________;$\nabla\boldsymbol{f}(\boldsymbol{X}^1)^T\boldsymbol{P}^0 =$__________.

4、若用三点二次（抛物线）插值法求解 $\min_{x\geq 0} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}^3 - 3\boldsymbol{x}$，初始三个点 $\boldsymbol{t}_1, \boldsymbol{t}_2, \boldsymbol{t}_3$ 分别取 $0,1,2$，则第一次迭代后，$\boldsymbol{t}_1 =$__________;$\boldsymbol{t}_3 =$__________.

5、点列 $\{\boldsymbol{X}^k\} = (\boldsymbol{k}!)^{-1}$，则收敛速度为__________.

三、（25 分）已知下面线性规划的最优解 $\boldsymbol{X}^* = (4,2)^T$，

$$
\begin{aligned}
&\max\ \boldsymbol{x}_1 + 2\boldsymbol{x}_2 \\
\boldsymbol{s.t.}& \\
&\boldsymbol{x}_1 \le 4 \\
&\boldsymbol{x}_2 \le 3 \\
&\boldsymbol{x}_1 + 2\boldsymbol{x}_2 \le \boldsymbol{\alpha} \\
&\boldsymbol{x}_i \ge 0, \boldsymbol{i} = 1,2.
\end{aligned}
$$

1、用图解法说明 $\boldsymbol{\alpha} = 8$；　　2、写出 $\boldsymbol{X}^*$ 处的下降可行方向;

3、写出其对偶线性规划;　　4、求其对偶规划的最优解.

四、（15 分）根据最优性理论（条件），求下面问题的最优解：

$$\min \, \boldsymbol{x}_1^2 + \boldsymbol{x}_2^2$$

$$\textbf{\textit{s.t.}}$$

$$\boldsymbol{x}_1 + \boldsymbol{x}_2 - 4 \geq 0$$

$$2\boldsymbol{x}_1 + \boldsymbol{x}_2 - 5 \geq 0.$$

(10,5)

五、（15 分）用 $\boldsymbol{FR}$ 共轭梯度法求解 $\min\ \ \boldsymbol{x}_1^{\ 2}+2\boldsymbol{x}_2^{\ 2}$，从 $\boldsymbol{X}^0=(5,5)^{\boldsymbol{T}}$ 出发进行第一次迭代后得到 $\boldsymbol{X}^1=(20/9,-5/9)^{\boldsymbol{T}}$，

1、请写出后续迭代过程;　　　　2、说明 $\boldsymbol{X}^1$ 处的搜索方向 $\boldsymbol{P}^1$ 与牛顿方向 $\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{N}}^1$ 共线。

六、（15 分）考虑下面约束优化问题，这里 $\boldsymbol{X}^0=(2,2)^T$，

$$
\begin{aligned}
&\min \boldsymbol{f}(\boldsymbol{X})=(\boldsymbol{x}_1-3)^2+(\boldsymbol{x}_2-1)^2\\
\boldsymbol{s.t.}\quad&\\
&6-\boldsymbol{x}_1-2\boldsymbol{x}_2\geq 0\\
&2-\boldsymbol{x}_1\geq 0
\end{aligned}
,
$$

1、若用外部惩罚函数法求解此问题，请写出惩罚函数 $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{X}^m,\boldsymbol{m})$，不必求解;

2、用 $\boldsymbol{Rosen}$ 梯度投影法求解此问题。