座位号

电子科技大学研究生试卷

（考试时间：14:00 至 18:00，共 2 小时）

课程名称最优化理论与方法教师学时 50 学分 2.5

教学方式堂上授课考核日期 2016 年 12 月 20 日成绩

考核方式：☐考试☐考查（学生填写✓）

一、填空题（30 分，每空 3 分）

1、$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{X})=\alpha \boldsymbol{x}_1^2+\boldsymbol{x}_2^2+\boldsymbol{x}_1-\beta \boldsymbol{x}_2$是凸函数的充要条件是（关于$\alpha,\beta$）.

2、$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{X})=\boldsymbol{x}_1^2\boldsymbol{x}_2-5\boldsymbol{x}_2^2-\boldsymbol{x}_2+1$的极值点为，在$\boldsymbol{X}^0=(1,2)^{\boldsymbol{T}}$处关于$\boldsymbol{P}^0=(1,0)^{\boldsymbol{T}}$的方向导数为.

3、在大$\boldsymbol{M}$法中，若辅助线性规划有解，则原规划最优解的情况为.

4、β取值为时，线性规划$\min \boldsymbol{x}_1+\beta \boldsymbol{x}_2$; $\boldsymbol{s.t.}\ -\boldsymbol{x}_1+\boldsymbol{x}_2\le 1$; $\boldsymbol{x}_i\ge 0, \boldsymbol{i}=1\sim 2$. 有无穷多个最优解；并写出$\boldsymbol{X}^0=(0,1)^{\boldsymbol{T}}$处的所有可行方向.

5、用黄金分割法求解$\min \varphi(\boldsymbol{t})=\boldsymbol{t}^2-4\boldsymbol{t}+1$，设初始搜索区间为$[0,3]$，则第一次迭代后得到的搜索区间为.

6、算法具有二次收敛性是指：.

7、点列$\{\boldsymbol{X}^k\}=(\boldsymbol{k}!)^{-1}$，则收敛速度为.

8、与$\boldsymbol{P}^0=(1,2)^{\boldsymbol{T}}$关于$\boldsymbol{Q}=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}$共轭的单位向量(方向)$\boldsymbol{P}^1$为.

二、（10 分）考虑：

$$
\begin{aligned}
&\max\ x_1 - 2x_2 - x_3 \\
s.t.\ & \\
&-2x_1 + x_2 - x_3 \le 4 \\
&x_1 + 2x_2 = 6 \\
&x_i \ge 0, i = 1,2,3.
\end{aligned}
$$

（1）写出上述线性规划的标准型；（2）用两阶段法求其最优解 X^*；（3）最优解 X^* 是否唯一？请说明理由.

三、（10 分）已知下面线性规划的最优解为 $(2,2,4,0)^T$，（1）写出其对偶线性规划；

（2）求对偶线性规划的最优解.

$$\max\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4$$

$$s.t.$$

$$\begin{aligned}
& x_1 + 3x_2 + x_4 \le 8 \\
& 2x_1 + x_2 \le 6 \\
& x_2 + x_3 + x_4 \le 6 \\
& x_1 + x_2 + x_3 \le 9 \\
& x_i \ge 0, i = 1, \cdots, 4.
\end{aligned}$$

四、（15 分）（1）叙述惩罚函数法的基本思想及其优缺点；（2）用外部罚函数法求解下面问题的最优解：

$$\begin{aligned} &\min \ x_1^2 + 2x_2^2 \\ s.t.\ &-(x_1-1)^2 + x_2 + 1 \geq 0 \\ &x_1 \geq 0 \end{aligned}.$$

（3）验证最优解为 KT 点.

五、（15 分）用 FR 共轭梯度法求解 $\min \ x_1^2 + 2x_2^2 + 1$，从 $X^0 = (5,5)^T$ 出发进行第

一次迭代后得到 $\boldsymbol{X}^1 = (20/9, -5/9)^{\boldsymbol{T}}$，请写出后续迭代过程.

六、（20 分）叙述 $\boldsymbol{Rosen}$ 梯度投影法的基本思想，并用其求解下面优化问题，这

里 $\boldsymbol{X}^0=(1,0)^{\boldsymbol{T}}$，

$$
\begin{aligned}
&\min \quad \boldsymbol{f}(\boldsymbol{X})=\boldsymbol{x}_1^2+2\boldsymbol{x}_1+\boldsymbol{x}_2^2 \\
&\boldsymbol{s.t.} \\
&2\boldsymbol{x}_1+\boldsymbol{x}_2\geq 2 \\
&\boldsymbol{x}_1\geq 0 \\
&\boldsymbol{x}_2\geq 0
\end{aligned}
$$

.