电子科技大学 2009 年研究生试题

一、(10 分)化下面方程为标准形并写出其通解。

$$3u_{xx}+10u_{xy}+3u_{yy}=0$$

二、(10 分) 求下面固有值问题:

$$\begin{cases}X''+\lambda X=0\\ X'(0)=0, X'(l)=0\end{cases}$$

三、(15 分) 已知一矩形薄板上下两面绝热，板的两边(x=0, x=a) 始终保持零度，另外两边(y=0,y=b)的温度分别为 $f(x)$ 与 $g(x)$。求板稳恒状态下的温度分布(用分离变量法求解)。

四、(15 分) 求下面定解问题:

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = x + at, (-\infty < x < +\infty, t > 0) \\ u(x,0) = x, u_t(x,0) = \sin x \end{cases}$$

五、(1)、(8 分) 求函数 $f(x)$ 的傅立叶变换:

$$f(t)=\begin{cases}\sin t, |t|\le \pi \\ 0, |t|>\pi\end{cases}$$

(2)、(7 分) 求证:

$$\int_0^{+\infty}\frac{\sin\varpi\pi\sin\varpi t}{1-\varpi^2}d\varpi=\begin{cases}\frac{\pi}{2}\sin t,|t|\le\pi\\0,|t|>\pi\end{cases}$$

六、(10 分)、求证：$L\left(\int_0^t f(\tau)d\tau\right)=\frac{1}{s}L(f(\tau))$，其中 L 是拉普拉斯变换。

七、(10 分)、写出上半空间的 $Dirichlets$ 问题对应的 $Green$ 函数及其积分表达式。

八、(10 分)、用母函数证明整数阶 $Bessel$ 函数的加法公式：

$$J_n(x+y)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_k(x)J_{n-k}(y)$$

九、(5 分)、计算 $I=\int_{-1}^{+1}\left[5P_3(x)+x\right]dx$。

电子科技大学 2010 年研究生试卷

1．化方程$u_{xx}+2u_{xy}-3u_{yy}=0$为标准形并写出其通解．(10分)

2. 求下面固有值问题：(10 分)

$$\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0 \\ X(0)=0, X'(l)=0 \end{cases}.$$

3．求稳恒状态下由直线 $x=0, x=l_1$ 与 $y=0, y=l_2$ 围成的矩形板各点的温度分布。已知 $x=0, x=l_1$ 及 $y=0$ 三边温度保持零度，而 $y=l_2$ 边上温度为 $\varphi(x)$，其中 $\varphi(0)=0$，$\varphi(l_1)=0$.(20 分)

4．求下面的定解问题：（15 分）

$$\begin{cases} u_{tt}-u_{xx}=t\sin x,(x\in R,t>0) \\ u\big|_{t=0}=0,u_t\big|_{t=0}=\sin x \end{cases}.$$

5．求证 $F^{-1}\left[e^{-a^2\omega^2 t}\right]=\dfrac{1}{2a\sqrt{\pi t}}e^{-\frac{x^2}{4a^2 t}}$，其中 $F^{-1}(\bullet)$ 表示 Fourior 逆变换.（15 分）

6．求 $L^{-1}\left(\dfrac{s}{s^2-2s+5}\right)$，其中 L^{-1} 为 Laplace 逆变换.（10 分）

7．写出平面的第一象限的 Dirichlets 问题对应的 Green 函数及其定解问题.（10 分）

8．计算$\int x^4 J_1(x)dx$．（10 分）

电子科技大学2011年研究生试卷

1．化方程 $x^2u_{xx}+2xyu_{xy}+y^2u_{yy}+xu_x+yu_y=0$ 为标准形．(10分)

2. 把定解问题：(10 分)

$$\begin{cases} u_{tt}=a^2u_{xx}(0<x<l) \\ u_x(0,t)=h_1(t),u_x(l,t)=h_2(t) \\ u(x,0)=\varphi(x),u_t(x,0)=\psi(x),(0<x<l) \end{cases}$$

的非齐次边界条件化为齐次边界条件．

3．有一带状的均匀薄板（$0 \le x \le a, 0 \le y < +\infty$），边界 $y=0$ 上的温度为 u_0，其余边界上的温度保持零度，并且当 $y \to +\infty$ 时，温度极限为零．求解板的稳定温度分布．(用分离变量法求解).(20 分)

4．求下面的定解问题：（10 分）

$$\begin{cases} u_{tt} - 9u_{xx} = 0, (x \in R, t > 0) \\ u\big|_{t=0} = 0, u_t\big|_{t=0} = \sin x \end{cases}.$$

5．求 $F\left(f(x)\right), f(x)=\begin{cases}1-x^2, |x|\le 1\\ 0, |x|>1\end{cases}$，其中 $F(\cdot)$ 表示 Fourior 变换．（10 分）

Word 资料

6．求 $L\left(f(t)\right), f(t)=\sin(t-\frac{2\pi}{3}), t\geq 0$，其中 $L\left(\cdot\right)$ 为 Laplace 变换.（10 分）

7．写出球形域的 Dirichlets 问题对应的 Green 函数及其定解问题.（10 分）

8．证明：$\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(xJ_1(x)\right)=xJ_0(x)$．（10 分）

9．（1）写出 Legendre 方程和 Legendre 多项式；

（2）将函数 $f(x)=2+3x,|x|\le 1$ 用 Legendre 多项式展开．（10 分）