Ex3.确定求解方程 $f(x)=0$ 的割线法计算公式

$$x_{n+1}=x_n-\frac{(x_n-x_{n-1})}{f(x_n)-f(x_{n-1})}f(x_n)\qquad (n=0,1,2,\cdots\cdots)$$

的收敛阶

Ex4.证明矩阵A的谱半径与A的范数有如下关系

$$\rho(A)\le \|A\|$$

其中，$\|A\|$为A的任何一种算子范数。

Ex5.若方程$f(x)=0$有m重根$a(m\in Z)$,证明牛顿迭代法是线性收敛的,而改用修改的格式

$$x_{k+1}=x_k-m\frac{f(x_k)}{f'(x_k)}(k\ge 0)$$是局部平方收敛的.

Ex 6.

1.已知矩阵$A=\begin{pmatrix}3&2&1\\2&3&0\\1&0&3\end{pmatrix}$,试计算

(1)A的谱半径$\rho(A)$,

(2)A的谱条件数$cond(A)_2$,

2.已知向量$x=(1,4,-3,0)^T$, $y=(3,6,1,2)^T$,

求x,y之间的距离$\rho(x,y)$.

Ex 7. 对下列矩阵做LU分解

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 1 & -2\\ 2 & 5 & 3 & -2\\ -2 & -2 & 3 & 5\\ 1 & 3 & 2 & 3\end{bmatrix}\qquad B=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 2 & 3 & 4 & 5\\ 3 & 4 & 4 & 5\\ 4 & 5 & 5 & 7\end{bmatrix}$$

Ex 8. 求上三角(下三角)矩阵的条件数

$$\begin{bmatrix}1 & 2 & 1 & -2\\ & 1 & 1 & 2\\ & & 3 & -3\\ & & & 3\end{bmatrix}\qquad \begin{bmatrix}1 & & & \\ 2 & 1 & & \\ -2 & 2 & 1 & \\ 1 & 1 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

Ex9. 对任意x，$y \in R^n$，利用向量范数的三角形不等式证明：

$$\left| \| x \| - \| y \| \right| \le \| x - y \|$$

Ex10. 常用的插值法有哪些，特点是什么?几种插值法的关系怎么样？

Ex11. 拟合的基本思想、插值、拟合、函数逼近三者的区别的联系？

Ex12. 试构造一个不高于4次的*Hermite*插值多项式 $H_4(x)$,使其满足条件

$$H_4(0)=0, \quad H_4(1)=1, \quad H_4(2)=1,$$

$$H_4'(0)=0, \quad H_4'(1)=1,$$

EX13. 已知$f(x)=e^x$ 的数据点如下：

x_i	0	1	2	3
e^{xi}	1	2.7183	7.3891	20.0855

（1）用x_1, x_2, x_3构造二次Lagrange插值多项式$L_2(x)$，并计算$e^{1.5}$的近似值$L_2(1.5)$ 。

（2）用事后误差估计方法估计$L_2(1.5)$的误差。

Ex14. 求经过A（0，1），B（1，2），C（2，3）三个样点的插值多项式

Ex 15. 已知函数$y=f(x)$的数据如下表

x	−1	0	1
y	-1	0	1
y'		0	

确定三次插值多项式$P_3(x)$及其插值误差$R(x)$

Ex16.求证:两点Hermite插值的误差

$$R(x)=f(x)-H_3(x)=\frac{f^{(4)}(\xi)}{4!}[(x-x_0)(x-x_1)]^2$$

Ex17．已知函数$f(x)$在三个相异结点x_0，x_1，x_2，处的函数值y_0，y_1，y_2，且函数在点x_1处的导数值为m_1，推导三次插值多项式$P(x)$及其插值余项$R(x)$的表达式.

Ex 18. 已知实验数据如下：

x	1	2	3	4
y	10	30	50	80

求二次多项式拟合函数$P(x) = a + b\,x^2$

Ex 19 利用数据表

t	–2	–1	0	1	2
y	y_{k-2}	y_{k-1}	y_k	y_{k+1}	y_{k+2}

求线性拟合函数$P(t) = a_0 + a_1 t$的常数项系数a_0。

Ex20. 已知数据表$x_i = x_0, x_1, \cdots, x_m$,

$$y_i = y_0, y_1, \cdots, y_m,$$

用公式$s(x)=ae^{bx}$拟合所给数据。

Ex21.推导左矩形求积公式

$$\int_a^b f(x)dx = (b-a)f(a) + \frac{f'(\eta)}{2}(b-a)^2$$

Ex22. 求复合中矩形公式

$$\int_a^b f(x)dx \approx h\sum_{j=0}^{n-1} f(a+(j+0.5)h)$$

的截断误差

返回

Ex23.取$h=(b-a)/3$，令$x_0=a$，$x_j=a+jh$（$j=0$，1，2，3）。利用两点插值公式求下面开型数值求积公式的系数A_1、A_2

$$\int_a^b f(x)dx \approx A_1 f(x_1) + A_2 f(x_2)$$

Ex24.给定积分 $\int_1^3 e^x \sin x dx$

当要求误差小于10^{-3}时用复合梯形公式计算时, 需要计算多少次函数值?

Ex25. 验证，复合梯形公式与复合Simpson 公式之间有如下关系

$$S_m = \frac{1}{3}[4T_{2m} - T_m]$$

Ex26.试推导数值微分公式

$$f'(x_0) \approx \frac{1}{12h}[f(x_0-2h)-8f(x_0-h)+8f(x_0+h)-f(x_0+2h)]$$

的截断误差。

Ex 27 将积分上限函数

$$f(x)=\exp(-x^2)\int_0^x \exp(t^2)dt$$

转化为常微分方程初值问题。并确定一种可求解的二阶方法

第一章 思考题

1.在科学计算中，一般误差的来源有几种？列出部分数值分析课中主要讨论误差。

2.有效数字的概念是如何抽象而来的，简单给予叙述

3.什么样的算法被称为是不稳定的算法？试举一个例子说明

第二章 思考题

1.二分法收敛定理对于迭代数列的误差是如何估计的？

2. 牛顿迭代法和割线法各有什么特点？

3. 描述将牛顿迭代法推广到二元非线性方程组求解问题的算法，以手机定位问题为例子，写出数学描述和求解方法。

第三章 思考题

1. 高斯消元法消元过程的目标是什么？消元过程需用多少次乘除法？有何数学理论支持
2. 解三对角方程组的消元过程有何特点？
3. 矩阵的范数和向量的范数有何联系，条件数是如何定义的

第四章 思考题

1. 解线性方程组的迭代法有何特点？它与解方程组的直接法有何不同？
2. 解线性方程组的迭代法收敛定理对迭代产生的向量序列的误差是如何估计的？
3. 迭代法求解线性方程组的本质是什么？

第五章 思考题

1. 代数插值问题的存在唯一性定理是如何叙述的
2. 拉格朗日插值和牛顿插值方法各有何特点?
3. Runge反例主要说明一个什么样的问题?

第六章 思考题

1. 多项式拟合与代数插值问题有何差异？拟合函数有何特点?
2. 曲线拟合的最小二乘法有何特点?
3. 求一个超定方程组的最小二乘解有哪些主要方法?

第七章 思考题

1. 插值型求积公式有何特点?
2. 复合梯形公式有何特点?
3. 高斯型求积公式是如何构造的?

第八章 思考题

1. 求解常微分方程的数值方法有几种主要方法，列出主要几种，它们各有何特点?
2. 求常微分方程初值问题的数值求解公式的局部截断误差指什么?
3. 如何用龙格-库塔方法求解高阶常微分方程(组)初值问题?

谢谢您的观看！