

电子科技大学研究生数值分析期末试卷

2016.12.30

一、(15 分) (1) 牛顿迭代法的主要思想是什么？如何将其推广到二维问题的求解？

(2) 求证：迭代公式 $x_{k+1} = \frac{x_k(x_k^2 + 3a^2)}{3x_k^2 + a^2}$, $a > 0$, 是计算 a 的三阶方法。

二、(15 分) 已知实验数据如下：

x_i	-2	-1	0	1	2
y_i	-0.1	0.1	0.4	0.9	1.6

(1) 求二次拟合函数 $y(x) = ax^2 + bx + c$ 。

(2) 请简单叙述插值、拟合、函数逼近三者之间的区别与联系。

三、(15 分) (1) 拉格朗日插值与牛顿插值有何异同？

(2) 已知函数 $f(0)=1$, $f(1)=3$, $f(2)=9$, $f(3)=25$, 求 3 次插值多项式 $P_3(x)$, 并计算 $P_3(0.5)$ 。

四、(10 分) 用列主元高斯消元法求解下面的线性方程组:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = -4 \\ 5x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -12 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 11 \end{cases}$$

五、(15 分) 给定求积公式 $\int_0^1 f(x)dx = Af(0) + Bf(0.5) + Cf'(0)$, 试确定 A、B、C, 使其代数精度尽可能的高, 并指明此时求积公式的代数精度。

六、(15 分) 给定方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 5 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

- (1) 用 LU 分解法求此方程组;
- (2) 写出解此方程组的雅克比迭代公式, 说明收敛性; 并取初始向量 $x_0 = (0,0,0)^T$, 求其满足 $\|x_{k+1} - x_k\| < 10^{-1}$ 的近似解。

七、(15 分) 设微分方程

$$\begin{cases} y''' = 6y^2y' \\ y(0) = 1, y'(0) = -1, y''(0) = 2 \end{cases}$$

- (1) 把该微分方程写为一阶常微分方程的初值问题;
- (2) 写出用二阶 R-K 法: $K_1 = f(x_n, y_n)$, $K_2 = f(x_n + h, y_n + hK_1)$, $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}(K_1 + K_2)$ 求解的迭代公式。