2005 年研究生期末试题(120 分钟)

《图论及其应用》

一、填空(15 分，每空 1 分)

1、 已知图 G 有 10 条边，4 个度数为 3 的顶点，其余顶点的度数均小于 2，则 G 中至少有 ___8___ 个顶点 .

2、 m 条边的简单图 G 中所有不同的生成子图(包括 G 和空图)的个数为 __2^m____.

3、 4 个顶点的非同构的简单图有 __11___ 个.

4、 图 G_1 的最小生成树各边权值之和为 __28___.

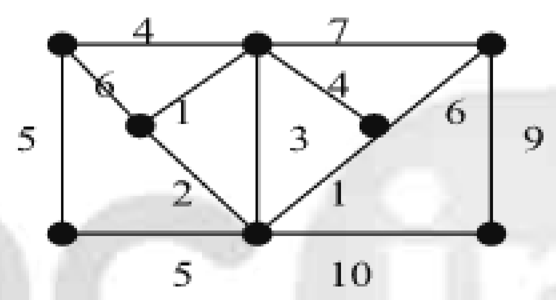


图 G_1

5、若 W 是图 G 中一条包含所有边的闭通道，则 W 在这样的闭通道中具有最短长度的充要条件是：

(1) 每一条边最多重复经过 _1__ 次；

(2) 在 G 的每一个圈上，重复经过的边的数目不超过圈的长度的 _一半___.

6、5 阶度极大非哈密尔顿图族有 __C_2^5, __C_1^5 ___.

7、在图 G_2 中，图的度序列为(44443322)，频序列为(422)，独立数为 3，团数为 4，点色数为 4，边色数为 4，直径为 3.

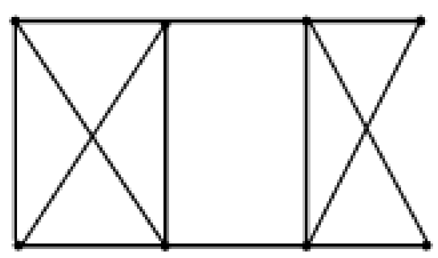


图 G_2

二、选择(15 分)

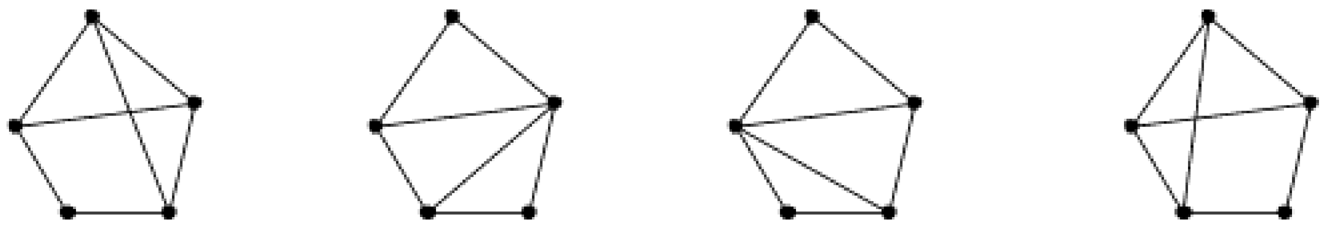
(1)下列序列中，能成为某简单图的度序列的是(C)

(A) (54221)　　(B) (6654332)　　(C) (332222)

（2）已知图 G 有 13 条边，2 个 5 度顶点，4 个 3 度顶点，其余顶点的的度数为 2，则图 G 有(A)个 2 度点。

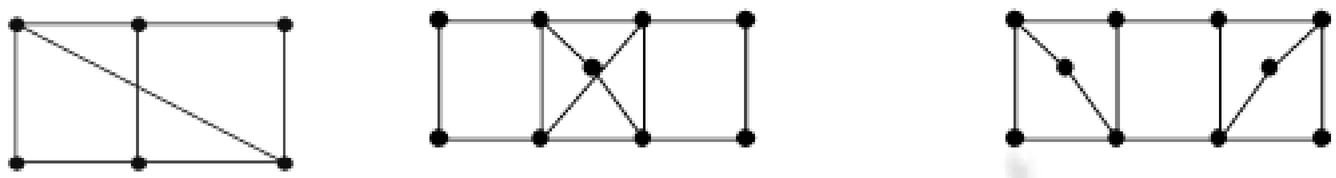
(A) 2　　　(B) 4　　　(C) 8

(3) 图 **G** 如**(a)**所示，与 **G** 同构的图是**(C)**



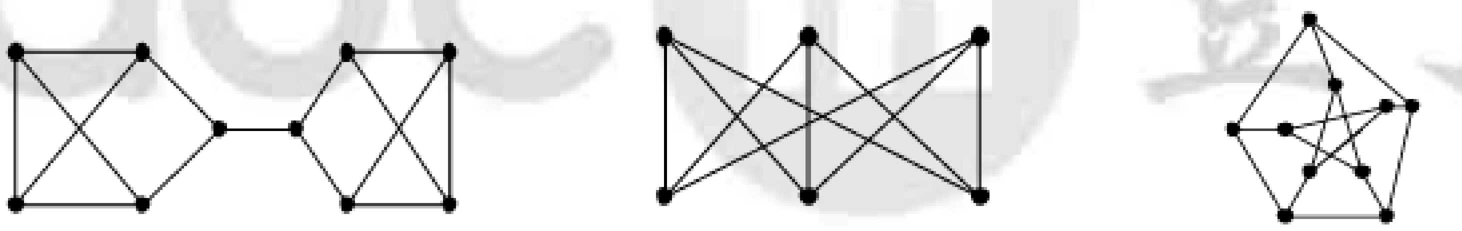
(a)　　(A)　　(B)　　(C)

(4) 下列图中为欧拉图的是**(B),**为 **H** 图的是**(AB),**为偶图的是**(BC).**



(A)　　(B)　　(C)

5．下列图中可 **1-**因子分解的是**(B)**



(A)　　(B)　　(C)

三、设Δ和δ分别是(n,m)图 **G** 的最大度与最小度，求证：$\delta \le \dfrac{2m}{n} \le \Delta$ **(10** 分**).**

证明：$n\delta \le 2m = \sum_{v\in V(G)} d(v) \le n\Delta \Rightarrow \delta \le \dfrac{2m}{n} \le \Delta.$

四、正整数序列$(d_1,d_2,\cdots,d_n)$是一棵树的度序列的充分必要条件是$\sum_{i=1}^{n} d_i = 2(n-1)$

(10 分**).**

证明："⇒" 结论显然

"⇐"　设正整数序列$(d_1,d_2,\cdots,d_n)$满足$\sum_{i=1}^{n} d_i = 2(n-1)$，易知它是度序列。

设 **G** 是这个度序列的图族中连通分支最少的一个图，知 **m**=$|E(G)|=n-1$．

假设 **G** 不连通，则$\omega(G)\ge 2$，且至少有一个分支G_1含有圈 **C**，否则，**G** 是森林，

有 **m**= $\left|E(G)\right|=n-\omega<n-1$ 矛盾！从 **C** 中任意取出一条边 $e_1=u_1v_1$。并在另一分支 G_2 中任意取出一条边 $e_2=u_2v_2$，作图

$$G'=G-\{u_1v_1,u_2v_2\}+\{u_1v_2,u_2v_1\}$$

则 G' 的度序列仍然为 $(d_1,d_2,\cdots,d_n)$ 且 $\omega(G')=\omega(G)-1$，这与 **G** 的选取矛盾！所以

G 是连通的，**G** 是树。即 $(d_1,d_2,\cdots,d_n)$ 一棵树的度序列。

五、求证：在简单连通平面图 **G** 中，至少存在一个度数小于或等于 **5** 的顶点 **(10 分).**

证明：若不然，$2m=\sum_{v\in V(G)}d(v)\geq 6n>6n-12\Rightarrow m>3n-6$, 这与 **G** 是简单连通平面图矛盾。

六、证明：**(1)** 若 **G** 恰有两个奇度点 **u** 与 **v**，则 **u** 与 **v** 必连通；
(2) 一棵树至多只有一个完美匹配 **(10 分).**

证明；**(1)** 因为任意一个图的奇度点个数必然为偶数个，若 **G** 恰有两个奇度点 **u** 与 **v**，且它们不连通，那么就会得出一个连通图只有一个奇度点的矛盾结论。所以若 **G** 恰有两个奇度点 **u** 与 **v**，则 **u** 与 **v** 必连通。

(2) 若树 T 有两个相异的完美匹配 M_1,M_2，则 $M_1\Delta M_2\neq\Phi$ 且 $T[M_1\Delta M_2]$ 中的每个顶点的度数为 **2**，则 T 中包含圈，这与 T 是数矛盾！

七、求图 **G** 的色多项式 $P_k(G)$ **(15 分).**

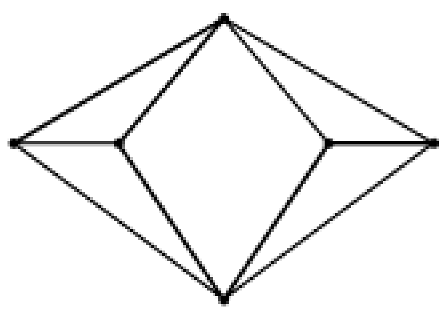
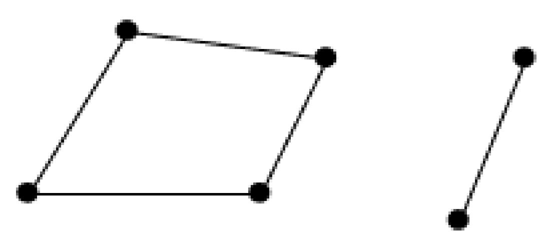


图 G



H_1 H_2

$\bar{G}$

解：图 **G** 的补图如图 $\bar{G}$，则

$h(H_1,x)=r_1x+r_2x^2+r_3x^3+r_4x^4$，其中，$r_1=N_1(H_1)=0$，$r_2=N_2(H_1)=2$

$r_3=N_3(H_1)=4$，$r_4=N_4(H_1)=1$；

$h(H_2,x)=r_1x+r_2x^2$，其中，$r_1=N_1(H_2)=1$，$r_2=N_2(H_2)=1$

$P_k(G)=(x+x^2)(2x^2+4x^3+x^4)=[k]_6+5[k]_5+6[k]_4+2[k]_3$。

八、求图 **G** 中 **a** 到 **b** 的最短路**(15 分).**

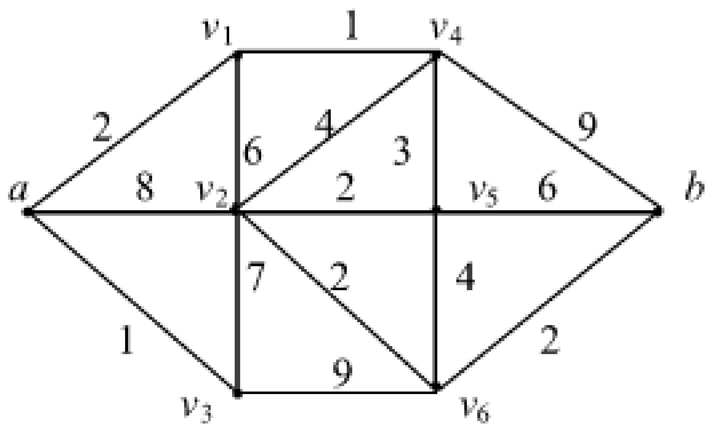


图 G

解 1. $A_1=\{a\}$，$t(a)=0$，$T_1=\Phi$

2. $b_1^{(1)}=v_3$

3. $m_1=1,\ a_2=v_3,\ t(v_3)=t(a)+l(av_3)=1$ (最小),

$T_2=\{av_3\}$

2. $A_2=\{a, v_3\}$, $b_1^{(2)}=v_1, b_2^{(2)}=v_2$

3. $m_2=1,\ a_3=v_1,\ t(v_1)=t(a)+l(av_1)=2$ (最小),

$T_3=\{av_3, av_1\}$

2. $A_3=\{a, v_3, v_1\}$, $b_1^{(3)}=v_2, b_2^{(3)}=v_2, b_3^{(3)}=v_4$

3. $m_3=3,\ a_4=v_4,\ t(v_4)=t(v_1)+l(v_1v_4)=3$ (最小),

$T_4=\{av_3, av_1, v_1v_4\}$

2. $A_4=\{a, v_3, v_1, v_4\}$，$b_1^{(4)}=v_2$，$b_2^{(4)}=v_2$，$b_3^{(4)}=v_2$, $b_4^{(4)}=v_5$

3. $m_4=4,\ a_5=v_5,\ t(v_5)=t(v_4)+l(v_4v_5)=6$ (最小),

$T_5=\{av_3, av_1, v_1v_4, v_4v_5\}$

2. $A_5=\{a, v_3, v_1, v_4, v_5\}$，$b_1^{(5)}=v_2$，$b_2^{(5)}=v_2$，$b_3^{(5)}=v_2$, $b_4^{(5)}=v_2$, $b_5^{(5)}=v_2$

3. $m_5=4,\ t(v_2)=t(v_4)+l(v_4v_2)=7$ (最小),

$T_6=\{av_3, av_1, v_1v_4, v_4v_5, v_4v_2\}$

2. $A_6=\{a, v_3, v_1, v_4, v_5, v_2\}$, $b_2^{(6)}=v_6$, $b_4^{(6)}=b$，$b_5^{(6)}=v_6$，$b_6^{(6)}=v_6$

3. $m_6=6,\ a_7=v_6,\ t(v_6)=t(v_2)+l(v_2v_6)=9$ (最小),

$T_7=\{av_3, av_1, v_1v_4, v_4v_5, v_4v_2, v_2v_6\}$

2. $A_7=\{a, v_3, v_1, v_4, v_5, v_2, v_6\}$, $b_4^{(7)}=b$，$b_5^{(7)}=b$，$b_7^{(7)}=b$

3. $m_7=7,\ a_8=b,\ t(b)=t(v_6)+l(v_6b)=11$ (最小),

$T_8=\{av_3, av_1, v_1v_4, v_4v_5, v_4v_2, v_2v_6, v_6b\}$

于是知 a 与 b 的距离

$$d(a, b)=t(b)=11$$

由 T_8 导出的树中 a 到 b 路 $av_1v_4v_2v_6b$ 就是最短路。

2006研究生图论期末试题(120分钟)

一、填空题(15分，每空1分)

1、若两个图的顶点与顶点之间，边与边之间都存在 ________ 对应，而且它们的关联关系也保持其 ________ 关系，则这两个图同构。

2、完全图 K_4 的生成树的数目为 ________ ；阶为 6 的不同构的树有 ________ 棵。

3、设无向图 G 有 12 条边，已知 G 中度为 3 的结点有 6 个，其余结点的度数均小于 3，则 G 中至少有 ________ 个结点。

4、具有 5 个结点的自补图的个数有 ________ 。

5、已知图 G 的邻接矩阵 $A(G)=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$，顶点集合 $V(G)=\{v_1,v_2,v_3,v_4,v_5\}$，

则由 v_2 到 v_5 的途径长度为 2 的条数为 ________ 。

6、若 K_n 为欧拉图，则 n= ________ ；若 K_n 仅存在欧拉迹而不存在欧拉回路，则 n= ________ 。

7、无向完全图 K_n (n 为奇数)，共有 ________ 条没有公共边的哈密尔顿圈。

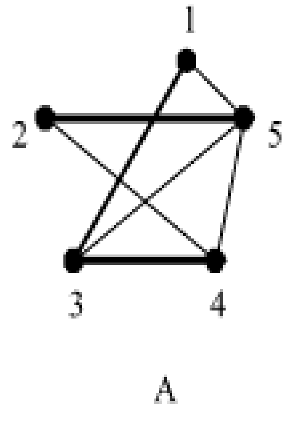
8、设 G 是具有二分类 (X,Y) 的偶图，则 G 包含饱和 X 的每个顶点的匹配当且仅当 ________ ，对所有 $S \subseteq X$ 。

9、在有 6 个点。12 条边的简单连通平面图中，每个面均由 ________ 条边组成。

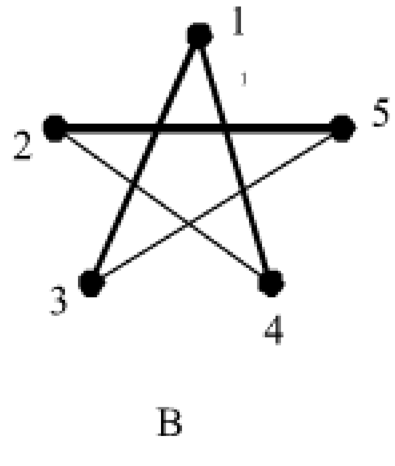
10、彼德森图的点色数为 ________ ；边色数为 ________ ；点独立数为 ________ 。

二、单选或多选题(15分，每题3分)

1、设 $V=\{1,2,3,4,5\}$，$E=\{(1,2),(2,3),(3,4),(4,5),(5,1)\}$，则图 $G=<V,E>$ 的补图是( ).

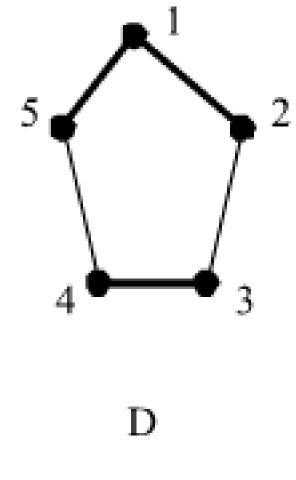


A



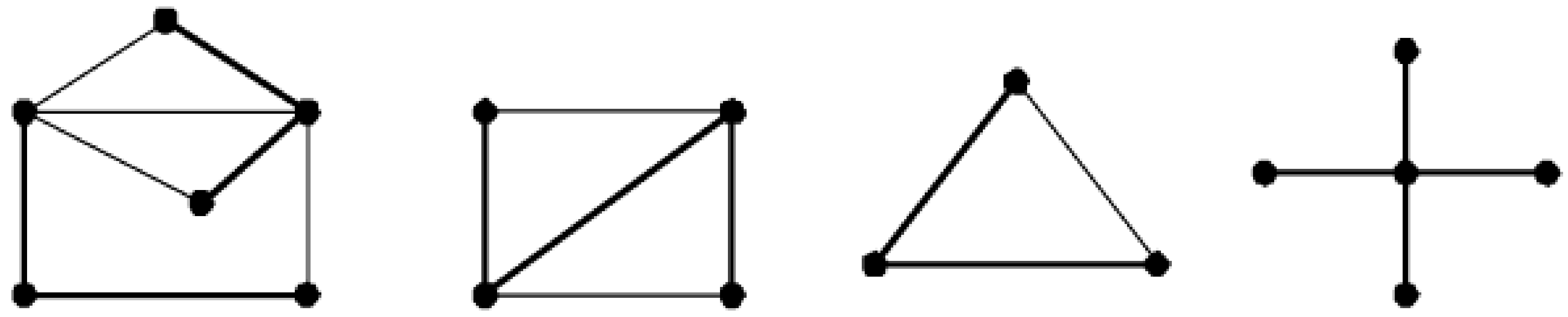
B

C



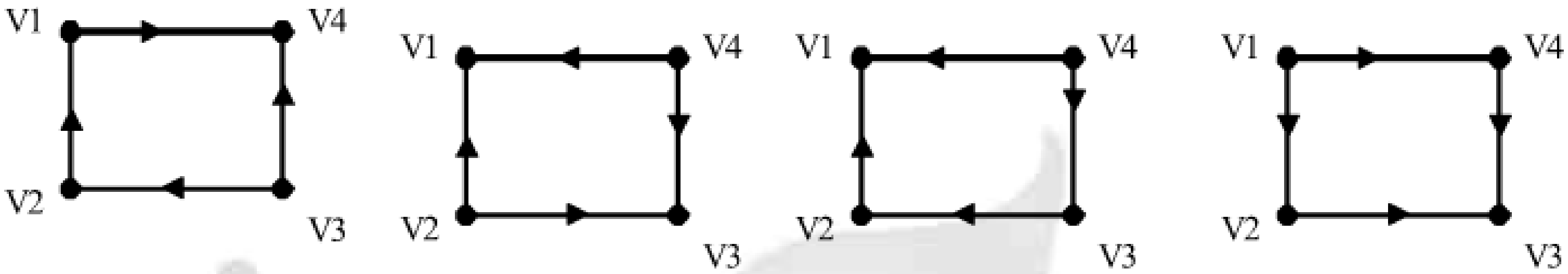
D

2、在下列图中，既是欧拉图又是哈密尔顿图的是(   ).



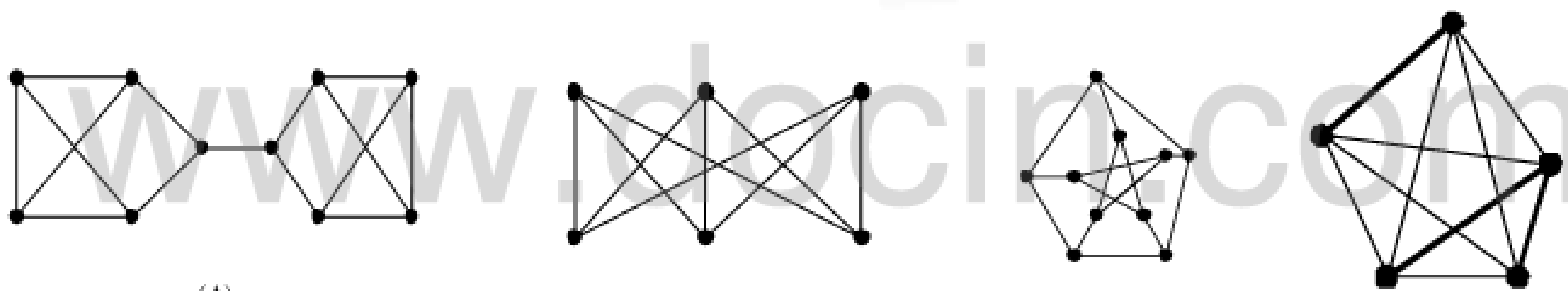
A B C D

3、下列图中的(   )图，V_2 到 V_4 是可达的。



A B C D

4、下列图中，可 1—因子分解的是(   ).



(A) (B) (C) (D)

5、下列优化问题中，存在好算法的是(   )

(A) 最短路问题；(B) 最小生成树问题；(C) TSP 问题；(D) 最优匹配问题.

三、作图题(10 分)

1、分别作出满足下列条件的图

(1)、E 图但非 H 图；(2) H 图但非 E 图；(3) 既非 H 图又非 E 图；(4) 既是 H 图又是 E 图

2、画出度序列为(3,2,2,1,1,1)的两个非同构的简单图。

四、求下图的最小生成树，并给出它的权值之和(10 分)。

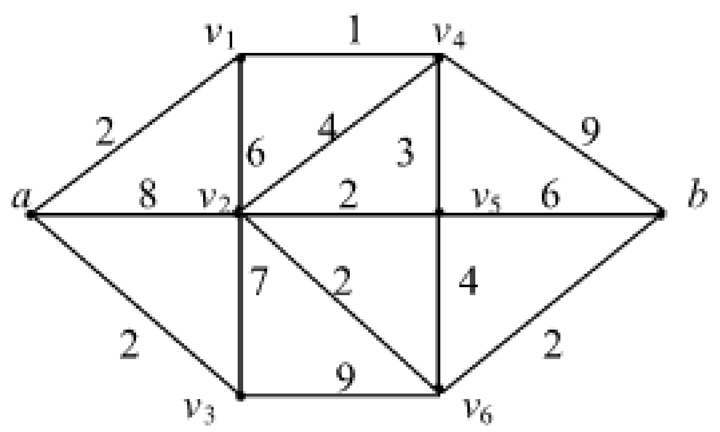
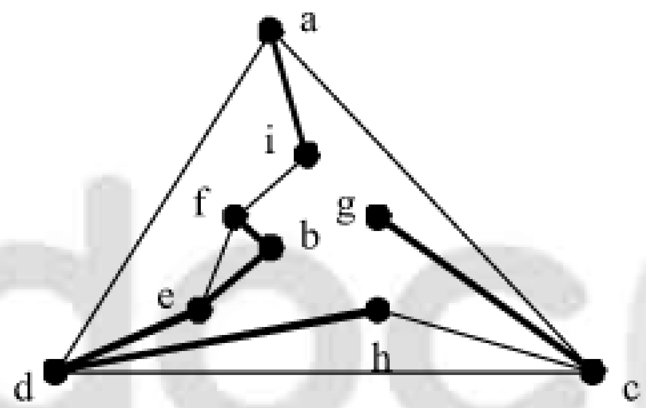
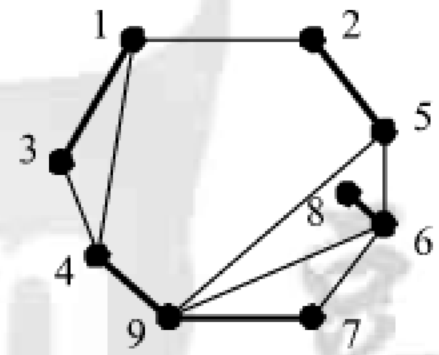


图 G

五、给出一个同构函数证明 $G_1 \cong G_2$ (10 分)



G1



G2

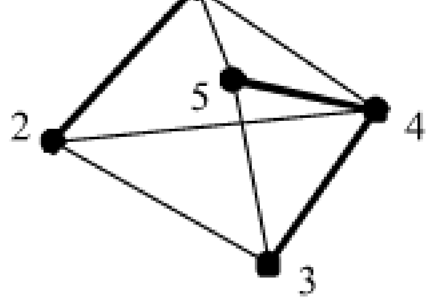
六、若图 G 为自补图，那么，它的阶 n 一定能够表示为 $4k$ 或者 $4k+1$ 的形式，其中 k 为非负整数。而且，图 G 的边有 $\frac{n(n-1)}{4}$ 条。(5 分)

七、设 T 为一棵非平凡树，度为 i 的顶点记为 n_i，则 $n_1 = 2 + n_3 + 2n_4 + \cdots + (k-2)n_k$。(10 分)

八、证明：阶数为 8 的简单偶图至多有 16 条边(5 分)

九、设图 G 有 10 个 4 度顶点和 8 个 5 度顶点，其余顶点度数均为 7。求 7 度顶点的最大数量，使得 G 保持其可平面性(10 分)

十、求图 G 的色多项式(10 分）



G

学院________ 姓名________ 学号________

密……………封……………线……………以……………内……………答……………题……………无……………效

电子科技大学研究生试卷

（考试时间：____至_____，共_____小时）

课程名称 图论及其应用 教师_______ 学时 60 学分____

教学方式 讲授 考核日期 2007__年___月____日 成绩______

考核方式：__________（学生填写）

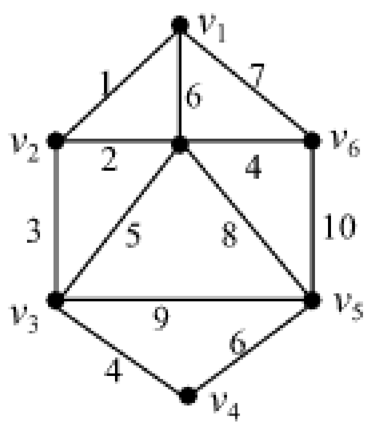
一. 填空题(每题 2 分，共 12 分)

1. 简单图 G=(n,m)中所有不同的生成子图(包括 G 和空图)的个数是_____个;

2. 设无向图 G=(n,m)中各顶点度数均为 3,且 2n=m+3,则 n=_____; m=_____;

3. 一棵树有n_i个度数为 i 的结点，i=2,3,…,k,则它有____个度数为 1 的结点;

4. 下边赋权图中，最小生成树的权值之和为_______;



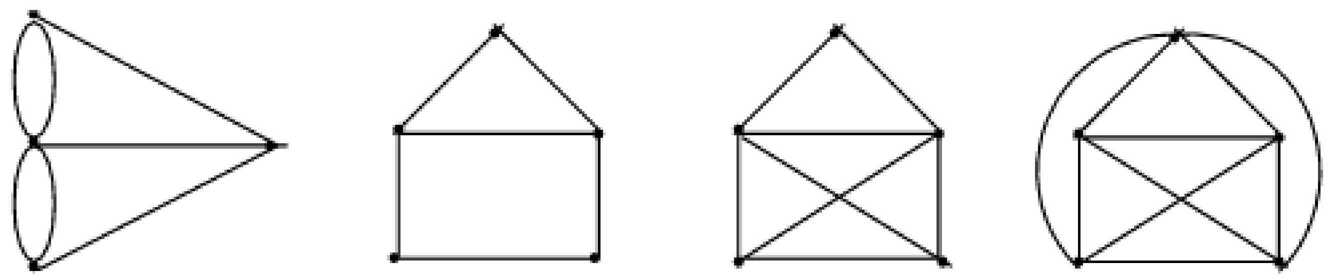
5、某年级学生共选修 9 门课。期末考试时，必须提前将这 9 门课先考完，每天每人只在下午考一门课，则至少需要______天才能考完这 9 门课。

二. 单项选择(每题 2 分，共 10 分)

1. 下面给出的序列中，不是某简单图的度序列的是( )

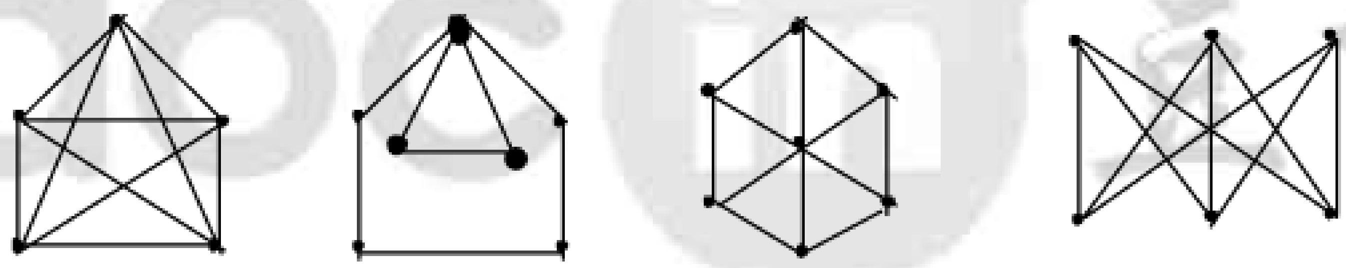
(A) (11123); (B) (22222); (C) (3333); (D) (1333).

2. 下列图中，是欧拉图的是（ ）



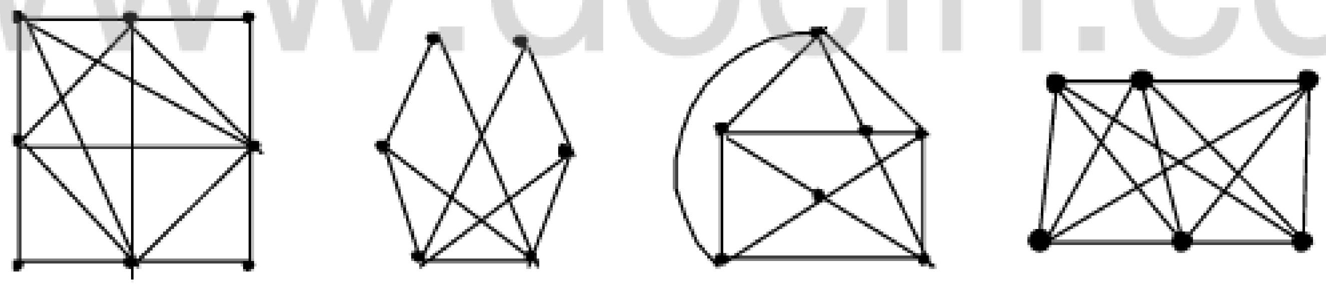
A B C D

3. 下列图中，不是哈密尔顿图的是（ ）



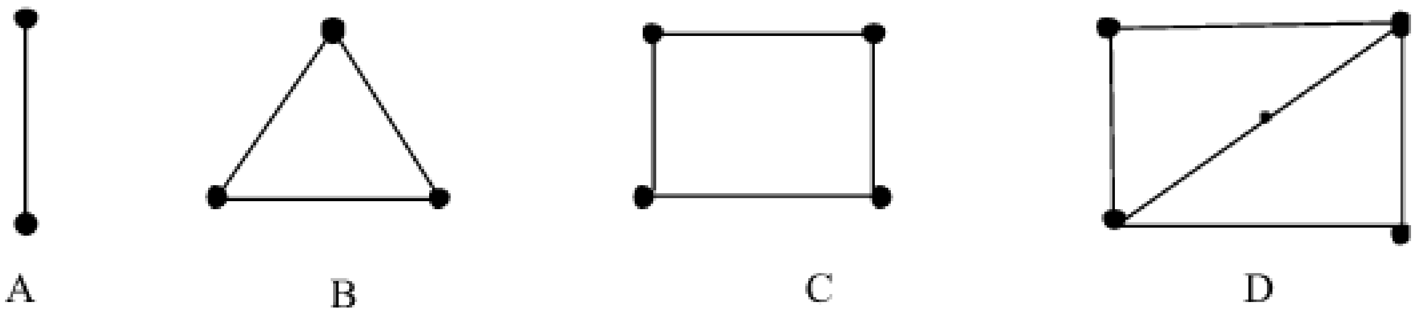
A B C D

4. 下列图中，是可平面图的图的是（ ）



A B C D

5. 下列图中，不是偶图的是（ ）



A B C D

三、 (8 分)画出具有 7 个顶点的所有非同构的树

四， 用图论的方法证明：任何一个人群中至少有两个人认识的朋友数相同(10 分)

五．(10 分) 设 G 为 n 阶简单无向图，n>2 且 n 为奇数，G 与 G 的补图 $\overline{G}$ 中度数为奇数的顶点个数是否相等？证明你的结论

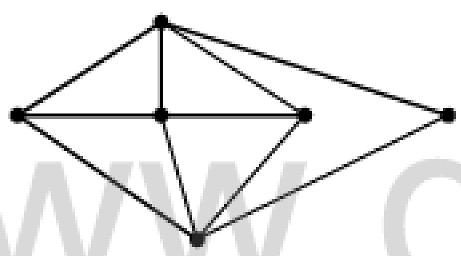
六．(10 分)设 G 是具有 n 个顶点的无向简单图，其边数 $m=\frac{1}{2}(n-1)(n-2)+2$，证明(1) 证明 G 中任何两个不相邻顶点的度数之和大于等于 n。(2)给出一个图，使它具有 n 个顶点，$m=\frac{1}{2}(n-1)(n-2)+1$ 条边，但不是哈密尔顿图。

七、(10分)今有赵、钱、孙、李、周五位教师，要承担语文、数学、物理、化学、英语五门课程。已知赵熟悉数学、物理、化学三门课程，钱熟悉语文、数学、物理、英语四门课程，孙、李、周都只熟悉数学和物理两门课程。问能否安排他们 5 人每人只上一门自己所熟悉的课程，使得每门课程都有人教，说明理由

八、(10分)设G是具有n个顶点，m条边，p($P \ge 2$)个连通分支的平面图，G的每个面至少由k（$k \ge 3$）条边所围成，则

$$m \le \frac{k(n-p-1)}{k-2}$$

九. (10分)求下图G的色多项式$P_k(G)$.



图G

十、(10 分) (1)、在一个只有 2 个奇度点的边赋权图中，如何构造一个最优欧拉环游？说明理由;

(2)、在一个边赋权的哈密尔顿图中，如何估计其最优哈密尔顿圈的权值之和的下界？

学院________ 姓名________ 教……无……题……答……内……以

电子科技大学研究生试卷

（考试时间：____至____，共__2_小时）

课程名称__图论及其应用__ 教师______ 学时_50_ 学分____

教学方式__讲授__ 考核日期_2008__年___月____日 成绩______

考核方式：__________（学生填写）

一．填空题(每题 2 分，共 20 分)

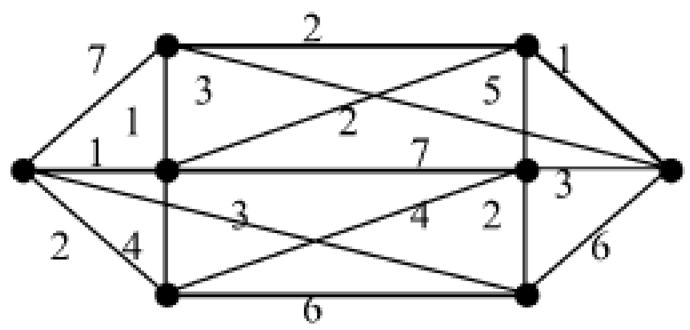
1．若 n 阶单图 G 的最大度是Δ，则其补图的最小度$\delta(\bar{G})$=-----;

2．若图$G_1=(n_1, m_1)$，$G_2=(n_2, m_2)$，则它们的联图$G=G_1\vee G_2$的顶点数=-----; 边数=-----;

3. G 是一个完全l部图，n_i是第 i 部的的顶点数 i=1，2, 3, …, l。

则它的边数为____;

4. 下边赋权图中，最小生成树的权值之和为_______;



5. 若$G=K_n$,则 G 的谱$spec(G)=$_______;

6. 5 个顶点的不同构的树的棵数为_______;

7. 5 阶度极大非哈密尔顿图族是_______;

8. G 为具有二分类(X,Y)的偶图，则 G 包含饱和 X 的每个顶点的匹配的充分必要条件是______

9．3 阶以上的极大平面图每个面的次数为_______; 3 阶以上的极大外平面图的每个内部面的次数为_______;

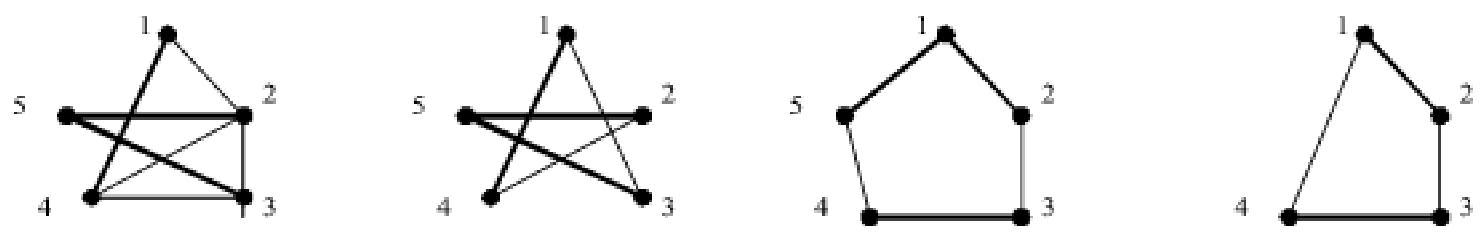
10. n 方体的点色数为_______; 边色数为_______。

二. 单项选择 (每题 3 分，共 12 分)

1. 下面给出的序列中，不是某图的度序列的是（ ）

(A) (33323); (B) (12222); (C) (5533); (D) (1333).

2．设 V(G)$=\{1,2,3,4,5\}$，$E(G)=\{(1,2),(2,3),(3,4),(4,5),(5,1)\}$ 则图 $G=(V,E)$ 的补图是（ ）



(A) (B) (C) (D)

3. 下列图中，既是欧拉图又是哈密尔顿图的是(　　)

(A)　　(B)　　(C)　　(D)

4. 下列说法中不正确的是(　　)

(A) 每个连通图至少包含一棵生成树;

(B) k 正则偶图 (k>0) 一定存在完美匹配;

(C) 平面图 $G \cong (G^*)^*$, 其中 G^* 表示 G 的对偶图;

(D) 完全图 K_{2n} 可一因子分解。

三、 (10 分) 设图 G 的阶为 14，边数为 27，G 中每个顶点的度只可能为 3，4 或 5，且 G 有 6 个度为 4 的顶点。问 G 中有多少度为 3 的顶点？多少度为 5 的顶点?

四，(10) 证明：每棵非平凡树至少有两片树叶(10 分)

五. (10分)　今有a, b, c, d, e, f, g七个人围圆桌开会，已知：a会讲英语，b会讲英语和汉语，c会讲英语、意大利语和俄语，d会讲日语和汉语，e会讲德语和意大利语，f会讲法语、日语和俄语，g会讲法语与德语。给出一种排座方法，使每个人能够和他身边的人交流（用图论方法求解）。

六. (10分)设l是赋权完全偶图G=(V, E)的可行顶点标号，若标号对应的相等子图G_l含完美匹配M^*，则M^*是G的最优匹配。

七.(10 分) 求证：在 n 阶简单平面图 G 中有$\phi \le 2n-4$，这里ϕ是 G 的面数。

八、(10 分)来自亚特兰大，波士顿，芝加哥，丹佛，路易维尔，迈阿密，以及纳什维尔的 7 支垒球队受邀请参加比赛，其中每支队都被安排与一些其它队比赛(安排如下所示)。每支队同一天最多进行一场比赛。建立一个具有最少天数的比赛时间表。

亚特兰大：波士顿，芝加哥，迈阿密，纳什维尔

波士顿：亚特兰大，芝加哥，纳什维尔

芝加哥：亚特兰大，波士顿，丹佛，路易维尔

丹佛：芝加哥，路易维尔，迈阿密，纳什维尔

路易维尔：芝加哥，丹佛，迈阿密

迈阿密：亚特兰大，丹佛，路易维尔，纳什维尔

纳什维尔：亚特兰大，波士顿，丹佛，迈阿密

(要求用图论方法求解)

九. (8 分)求下图 G 的色多项式 $P_k(G)$.

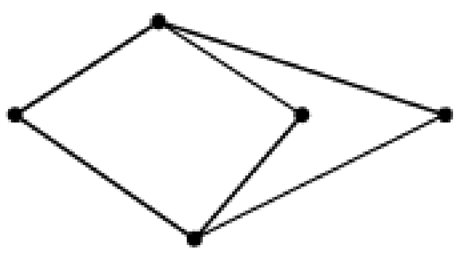


图 G

电子科技大学研究生试卷

（考试时间：____至____，共__2_小时）

课程名称__图论及其应用_ 教师_______ 学时_60_ 学分____

教学方式__讲授_ 考核日期_2009__年___月____日 成绩______

考核方式：__________（学生填写）

一．填空题(每题 2 分，共 20 分)

1．若自补图 G 的顶点数是 10，则 G 的边数 $m(G)$ =-----;

2．若图 $G_1=(n_1,m_1)$，$G_2=(n_2,m_2)$，则它们的积图 $G=G_1\times G_2$ 的顶点数 =-----; 边数=-----;

3．具有 m 条边的简单图的子图个数为----;

4. 设 $G=K_{n,n}$,则其最大特征值为_______;

5. 设 G 是 n 阶的完全 l 等部图，则其边数 m(G)=_______;

6. 下图 G_1 中最小生成树的权值为_______;

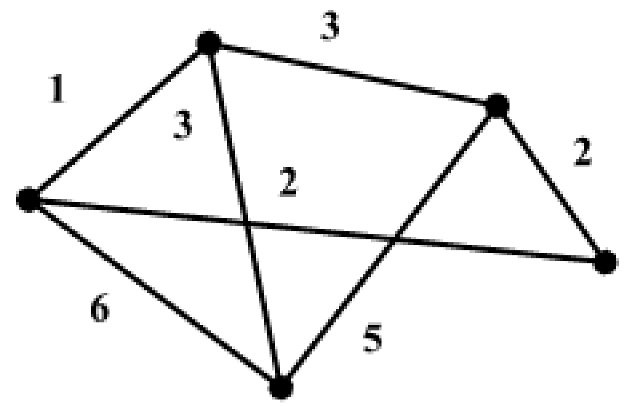


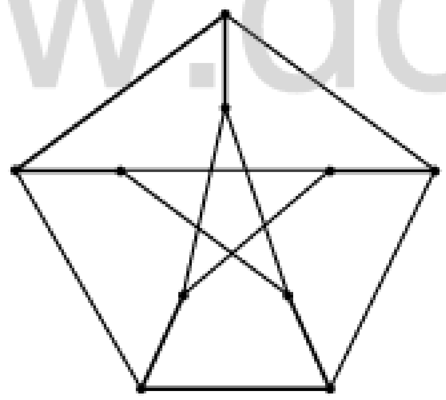
图 G_1

7. 6 阶度极大非哈密尔顿图族是_______;

8. K_9 的 2 因子分解的数目是______;

9. n（n⩾3）阶极大外平面图内部面个数为_______; 3 阶以上的极大平面图的边数 m 和顶点数 n 的关系为_______;

10. 下图 G_2 的点色数为_______; 边色数为_______。



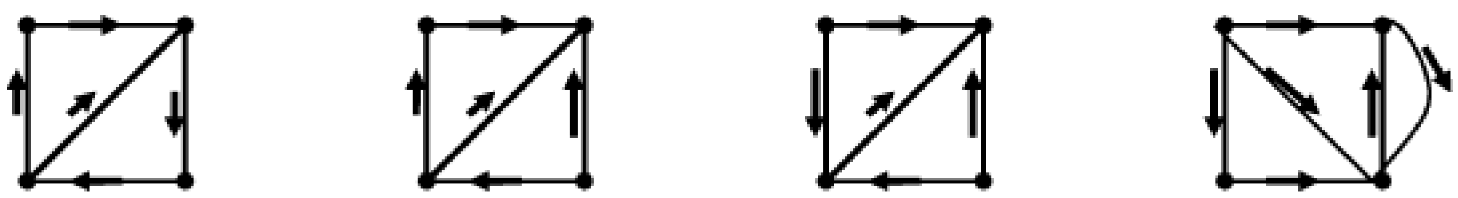
G_2

二. 单项选择(每题 3 分，共 12 分)

1. 下面给出的序列中，不是某图的图序列的是( )

(A) (11123); (B) (22222); (C) (3333); (D) (1333).

2. 下列有向图中是强连通图的是( )



(A) (B) (C) (D)

3. 关于 n 方体 $Q_n(n\geqslant 3)$，下面说法不正确的是（ ）

(A) Q_n是正则图； (B) Q_n是偶图； (C) Q_n存在完美匹配； (D) Q_n是欧拉图。

4. 关于平面图 G 和其几何对偶图 G^*的关系，下列说法中不正确的是（ ）

(A)平面图 G 的面数等于其对偶图的顶点数；

(B)平面图 G 的边数等于其对偶图的边数；

(C)平面图$G\cong(G^*)^*$，其中G^*表示 G 的对偶图；

(D)平面图的对偶图是连通平面图。

三、 (10 分)设根树 T 有 17 条边，12 片树叶，4 个 4 度内点，1 个 3 度内点，求 T 的树根的度数。

四，(10 分)证明：若图 G 的每个顶点的度数为偶数，则 G 没有割边。

五．(10 分)　设 G 是一个边赋权完全图。如何求出 G 的最优哈密尔顿圈的权值的一个下界？为什么？

六．(10 分)求证：偶图 G 存在完美匹配的充要条件是对任意的 $S\subseteq V(G)$，有 $|S|\le|N(S)|$

七．(10 分) 求证：若 G 是连通平面图，且所有顶点度数不小于 3，则 G 至少有一个面 f，使得 $\deg(f)\le 5$。

八、(10 分)一家公司计划建造一个动物园，他们打算饲养下面这些动物：狒狒(b)、狐狸(f)、山羊(g)、土狼(h)、非洲大羚羊(k)、狮子(l)、豪猪(p)、兔子(r)、鼩鼱(s)、羚羊(w)和斑马(z)。根据经验，动物的饮食习惯为：狒狒喜欢吃山羊、非洲大羚羊(幼年)、兔子和鼩鼱；狐狸喜欢吃山羊、豪猪、兔子和鼩鼱；土狼喜欢吃山羊、非洲大羚羊、羚羊和斑马；狮子喜欢吃山羊、非洲大羚羊、羚羊和斑马；豪猪喜欢吃鼩鼱和兔子；而其余的则喜欢吃虫子、蚯蚓、草或其它植物。公司将饲养这些动物，希望它们能自由活动但不能相互捕食。求这些动物的一个分组，使得需要的围栏数最少。(要求用图论方法求解)

九. (8 分)求下图 G 的色多项式 $P_k(G)$.

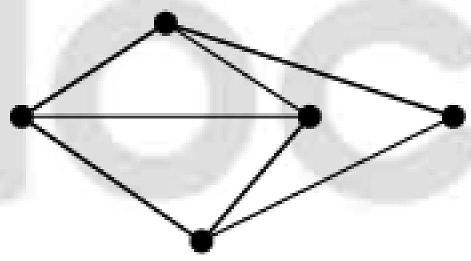


图 G

学院________ 姓名________ 学号________

密……封……线……以……内……答……题……无……效

电子科技大学研究生试卷

（考试时间：____至_____，共__2_小时）

课程名称__图论及其应用__ 教师_______ 学时_60_ 学分____

教学方式__讲授__ 考核日期_2010__年___月____日 成绩______

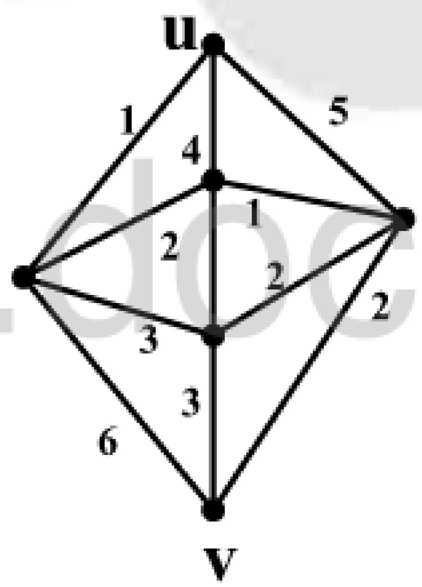
考核方式：__________（学生填写）

一. 填空题(每题 2 分，共 20 分)

1. 若自补图 G 的顶点数是 n，则 G 的边数 $m(G)$ =-----;

2. 若图 $G_1=(n_1,m_1)$， $G_2=(n_2,m_2)$，则它们的联图 $G=G_1\vee G_2$ 的顶点数=-----; 边数=-----;

3. 下图 G_1 中 u 与 v 间的最短路的长度为----;



$\mathbf{G_1}$

4. 设 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 是图 G 的推广的邻接矩阵,则 $A^k=(a_{ij}^{(k)})_{n\times n}$ (k 是正整数)

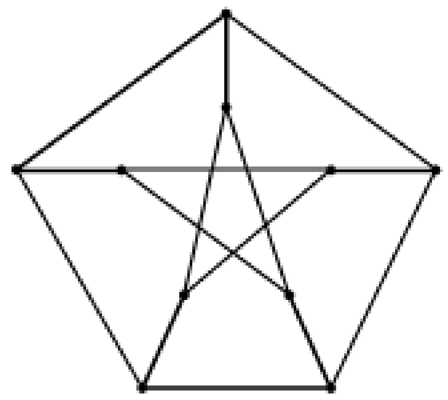
的 $a_{ij}^{(k)}$ 表示的意义为---------------------------------;

5. 设 $G=K_n$，则 G 的谱 $SpecA(G)$=-------;

6. 设 8 阶图 G 中没有三角形，则 G 能够含有的最多边数为

-------;　7. 三角形图的生成树的棵数为-------;

8. G_2的点连通度与边连通度分别为------;



$\mathbf{G_2}$

9. n=5 的度极大非 H 图族为-------;

10. n 方体($n\geq 1$)的点色数为-------;边色数为-------。

二. 单项选择(每题 3 分, 共 12 分)

1. 下面命题正确的是( )

(A) 任意一个非负整数序列均是某图的度序列;

(B) 设非负整数序列$\pi=(d_1,d_2,\cdots,d_n)$, 则π是图序列当且仅当$\sum_{i=1}^{n}d_i$为偶数;

(C) 若非负整数序列$\pi=(d_1,d_2,\cdots,d_n)$是图序列, 则π对应的不同构的图一定唯一;

(D) n 阶图 G 和它的补图$\bar{G}$有相同的频序列.

2. 下列有向图中是强连通图的是( )

(A)　(B)　(C)　(D)

3. 关于欧拉图与哈密尔顿图的关系, 下面说法正确的是(　)

(A) 欧拉图一定是哈密尔顿图;

(B) 哈密尔顿图一定是欧拉图;

(C) 存在既不是欧拉图又不是哈密尔顿图的图;

(D) 欧拉图与哈密尔顿图都可以进行圈分解。

4. 下列说法中正确的是(　)

(A) 任意一个图均存在完美匹配;

(B) k($k \geq 1$)正则偶图一定存在完美匹配;

(C) 匈牙利算法不能求出偶图的最大匹配，只能用它求偶图的完美匹配;

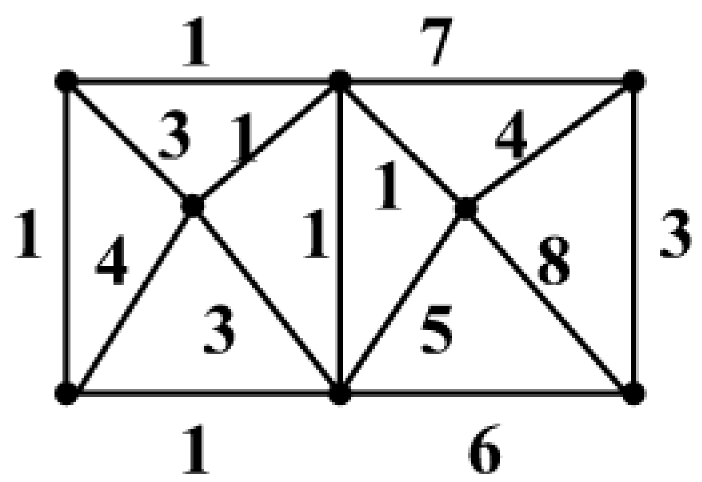
(D) 图 G 的一个完美匹配实际上就是它的一个 1 因子。

三、 (10 分)若阶为 25 且边数为 62 的图 G 的每个顶点的度只可能为 3，4，5 或 6，且有两个度为 4 的顶点，11 个度为 6 的顶点，求 G 中 5 度顶点的个数。

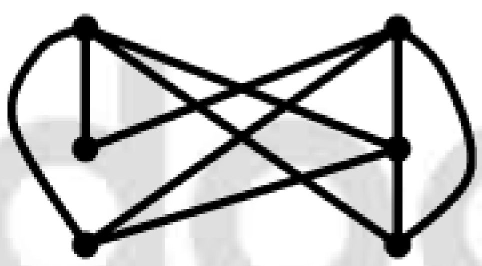
四，(8 分)求下图的最小生成树（不要求中间过程，只要求画出

最

小生成树，并给出 T 的权和）。



五．(8 分)求下图的 k 色多项式。



G

六．(8 分)　设 G 是一个边赋权完全图。如何求出 G 的最优哈密尔顿圈的权值的一个下界？为什么？

七．(8 分)求证：设G_l是赋权完全偶图$G=K_{n,n}$的可行顶点标号l对应的相等子图，若M是G_l的完美匹配，则它必为 G 的最优匹配。

八.(8 分) 求证：若 n 为偶数，且$\delta(G)\geq\frac{n}{2}+1$，则 G 中存在 3 因子。

九、(10 分)一家公司计划建造一个动物园，他们打算饲养下面这些动物：狒狒(b)、狐狸(f)、山羊(g)、土狼(h)、非洲大羚羊(k)、狮子(l)、豪猪(p)、兔子(r)、鼩鼱(s)、羚羊(w)和斑马(z)。根据经验，

动物的饮食习惯为：狒狒喜欢吃山羊、非洲大羚羊(幼年)、兔子和鼩鼱；狐狸喜欢吃山羊、豪猪、兔子和鼩鼱；土狼喜欢吃山羊、非洲大羚羊、羚羊和斑马；狮子喜欢吃山羊、非洲大羚羊、羚羊和斑马；豪猪喜欢吃鼩鼱和兔子；而其余的则喜欢吃虫子、蚯蚓、草或其它植物。公司将饲养这些动物，希望它们能自由活动但不能相互捕食。求这些动物的一个分组，使得需要的围栏数最少。(要求用图论方法求解)

十．(8分) 求证，每个5连通简单可平面图至少有12个顶点。

学院________ 姓名________ 学号________

……密……封……线……以……内……答……题……无……效……

电子科技大学研究生试卷

（考试时间：____至_____，共__2_小时）

课程名称__图论及其应用__ 教师_______ 学时_60_ 学分____

教学方式__讲授__ 考核日期_2011__年___月____日 成绩______

考核方式：__________（学生填写）

一．填空题(每空 1 分，共 22 分)

1. 若 n 阶单图 G 的最小度是δ，则其补图的最大度$\Delta(\overline{G})$=_____。

2. 若图$G_1=(n_1,m_1)$，$G_2=(n_2,m_2)$，则它们的积图$G=G_1\times G_2$的顶点数=_____；边数=_____。

3. 设A是图G的推广邻接矩阵，则A^n的i行j列元$a_{ij}^{(n)}$等于由G中顶点v_i到顶点v_j的长度为______的途径数目。

4. 完全图K_n的邻接矩阵的最大特征值为_______。

5. 不同构的 3 阶单图共有_______个。

6. 设n阶图G是具有k个分支的森林，则其边数$m(G)=$_______。

7. n阶树($n\geq 3$)的点连通度为______；边连通度为_______；点色数为_______；若其最大度为Δ，则边色数为________。

8. 图G是k连通的，则G中任意点对间至少有______条内点不交路。

9. 5 阶度极大非哈密尔顿图族为______和_______。

10. 完全图K_{2n}能够分解为______个边不相交的一因子之并。

11. 设连通平面图G具有 5 个顶点，9 条边，则其面数为_______；n（$n \geq 3$）阶极大平面图的面数等于__________；n（$n \geq 3$）阶极大外平面图的顶点都在外部面边界上时，其内部面共有_______个。

12. 完全偶图$K_{m,n}$的点独立数等于________，点覆盖数等于______。

13. 完全m元根树有t片树叶，i个分支点，则其总度数为_______。

14. 对具有m条边的单图定向，能得到______个不同的定向图。

二. 单项选择(每题 3 分，共 15 分)

1. 下面给出的序列中，不是某图的度序列的是( )

(A) (1, 3, 5, 4, 7)； (B) (2, 2, 2, 2, 2)； (C) (3, 2, 3, 3)； (D) (1, 5, 7, 1).

2. 下列无向图$G=(n,m)$一定是树的是（ ）

(A) 连通图; (B) 无回路但添加一条边后有回路的图;

(C) 每对结点间都有路的图;

(D) 连通且$m=n-1$。

3. 以下必为欧拉图的是( )

(A) 顶点度数全为偶数的连通图;

(B) 奇数顶点只有 2 个的图;

(C) 存在欧拉迹的图;

(D) 没有回路的连通图。

4. 设G是n（$n \geq 3$）阶单图，则其最小度$\delta \geq \frac{n}{2}$是G为哈密尔顿图的( )

(A) 必要条件； (B) 充分条件； (C) 充分必要条件。

5. 下列说法正确的是(　　)

(A) 非平凡树和$n(n \geq 2)$方体都是偶图；

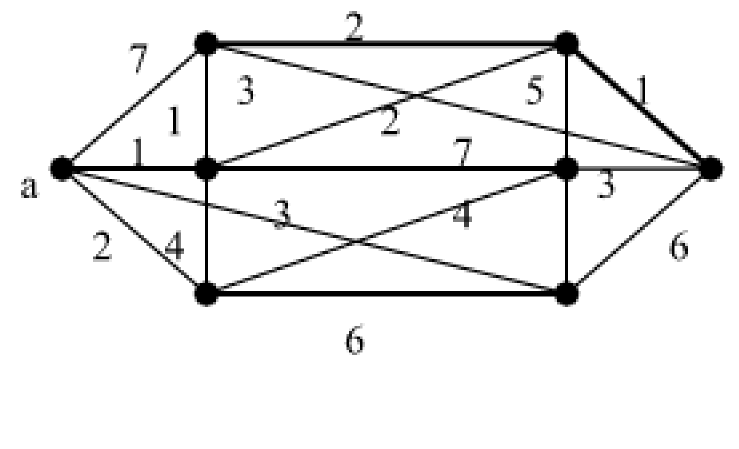
(B) 任何一个 3 正则图都可 1-因子分解；

(C) 可 1-因子分解的 3 正则图中一定存在哈密尔顿圈；

(D) 平面图G的对偶图的对偶图与G是同构的。

三、 (10 分) 设无向图G有 12 条边，且度数为 3 的结点有 6 个，其余结点的度数小于 3，求 G 的最少结点个数。

四，(12 分) 在下面边赋权图中求：(1) 每个顶点到点a的距离(只需要把距离结果标在相应顶点处，不需要写出过程)；(2) 在该图中求出一棵最小生成树，并给出最小生成树权值(不需要中间过程，用波浪线在图中标出即可).



五. (10 分)　今有赵、钱、孙、李、周五位教师，要承担语文、数学、物理、化学、英语五门课程。已知赵熟悉数学、物理、化学三门课程，钱熟悉语文、数学、物理、英语四门课程，孙、李、周都只熟悉数学、物理两门课程。问能否安排他们都只上他们熟悉的一门课程，使得每门课程都有人教（用图论方法求解）。

六. (6 分)设l是赋权完全偶图 G=(V,E)的可行顶点标号，若标号对应的相等子图G_l含完美匹配M^*，则M^*是 G 的最优匹配。

七.(6 分) 求证：在 n 阶简单平面图 G 中有$\delta(G) \leq 5$，这里$\delta(G)$是 G 的最小度。

八、(10 分) 课程安排问题：某大学数学系要为这个夏季安排课程表。所要开设的课程为：图论(GT)，统计学(S)，线性代数(LA)，高等微积分(AC)，几何学(G)，和近世代数(MA)。现有 10 名学生(学生用 A_i 表示，如下所示）需要选修这些课程。根据这些信息，确定开设这些课程所需要的最少时间段数，使得学生选课不会发生冲突。(要求用图论方法求解)

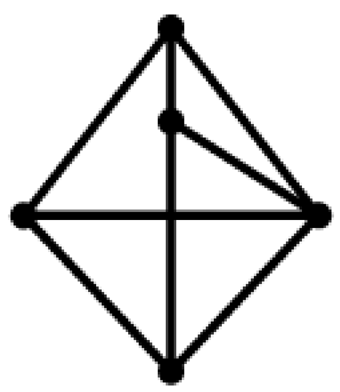
A_1： LA，S ；　A_2： MA，LA，G ；　A_3： MA，G，LA ；

A_4： G，LA，AC ；　A_5： AC，LA，S ；　A_6： G，AC;

A_7： GT，MA，LA ；　A_8： LA,GT，S ；　A_9： AC，S，LA;

A_{10}： GT，S。

九. (9 分)求下图 G 的色多项式 $P_k(G)$.



电子科技大学研究生试卷

（考试时间：____至_____，共__2_小时）

课程名称__图论及其应用__ 教师_______ 学时_60_ 学分____

教学方式__讲授_ 考核日期_2012__年___月____日 成绩______

考核方式：__________（学生填写）

一、填空题（填表题每空 1 分，其余每题 **2** 分，共 **30** 分)

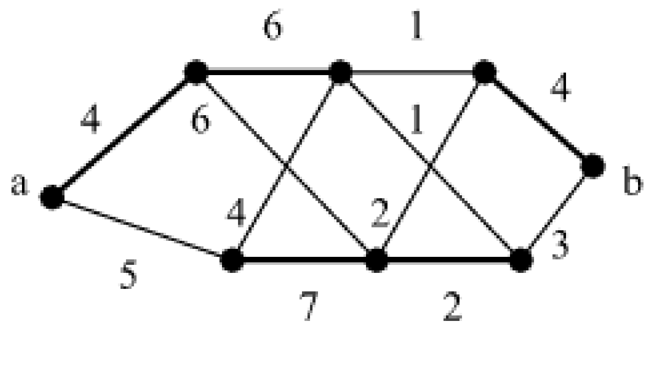
1．n阶k正则图G的边数$m(G)=$___$\frac{nk}{2}$___；

2．3 个顶点的不同构的简单图共有___4___个；

3．边数为m的简单图G的不同生成子图的个数有__2^m___个；

4. 图 $G_1=(n_1,m_1)$ 与图 $G_2=(\ n_2,\ n$ 的积图 $G_1\times G_2$ 的边数为 _$n_1\ m_2+\ n_2\ m_1$_；

5. 在下图G_1中，点a到点b的最短路长度为__13__；



G_1

6. 设简单图G的邻接矩阵为A，且$A^2=\begin{pmatrix}3&1&1&2&0\\1&2&1&1&1\\1&1&3&0&2\\2&1&0&2&0\\0&1&2&0&2\end{pmatrix}$，则图$G$的边数为

__6__；

7. 设 G 是 n 阶简单图，且不含完全子图 K_3，则其边数一定不会超过

__$\left\lfloor \dfrac{n^2}{4} \right\rfloor$__；

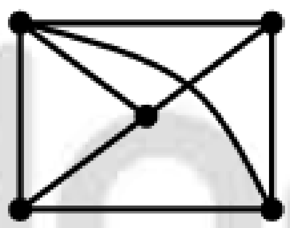
8．K_3 的生成树的棵数为 __3__；

9．任意图 G 的点连通度 $k(G)$、边连通度 $\lambda(G)$、最小度 $\delta(G)$ 之间的关系为

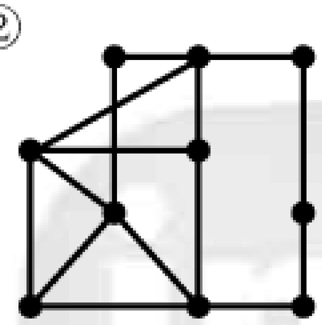
__$k(G) \le \lambda(G) \le \delta(G)$__；

10. 对下列图，试填下表（是××类图的打〝√〞，否则打〝×〞）。

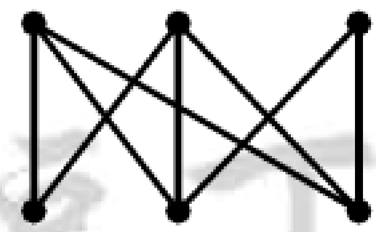
①



②



③



	能一笔画的图	Hamilton 图	偶图	可平面图
①	×	√	×	√
②	×	×	×	√
③	×	√	√	√

二、单项选择(每题 2 分，共 10 分)

1．下面命题正确的是（B）

对于序列 $(7,5,4,3,3,2)$，下列说法正确的是：

(A) 是简单图的度序列；
(B) 是非简单图的度序列；
(C) 不是任意图的度序列；
(D) 是图的唯一度序列.

2．对于有向图，下列说法不正确的是（D）

(A) 有向图 D 中任意一顶点 v 只能处于 D 的某一个强连通分支中；
(B) 有向图 D 中顶点 v 可能处于 D 的不同的单向分支中；
(C) 强连通图中的所有顶点必然处于强连通图的某一有向回路中；
(D) 有向连通图中顶点间的单向连通关系是等价关系。

3.下列无向图可能不是偶图的是（D）

(A) 非平凡的树；

(B) 无奇圈的非平凡图；

(C) n $(n \geq 1)$ 方体；

(D) 平面图。

4.下列说法中正确的是（C）

(A) 连通 3 正则图必存在完美匹配；

(B) 有割边的连通 3 正则图一定不存在完美匹配；

(C) 存在哈密尔顿圈的 3 正则图必能 1 因子分解；

(D) 所有完全图都能作 2 因子分解。

5. 关于平面图，下列说法错误的是(B)

(A) 简单连通平面图中至少有一个度数不超过 5 的顶点；

(B) 极大外平面图的内部面是三角形，外部面也是三角形；

(C) 存在一种方法，总可以把平面图的任意一个内部面转化为外部面；

(D) 平面图的对偶图也是平面图。

三、 (10 分) 设 G 与其补图 $\overline{G}$ 的边数分别为 m_1, m_2，求 G 的阶数。

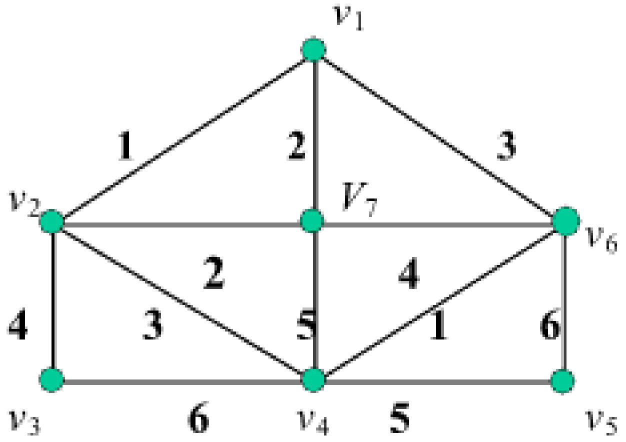
解：设 G 的阶数为 n。

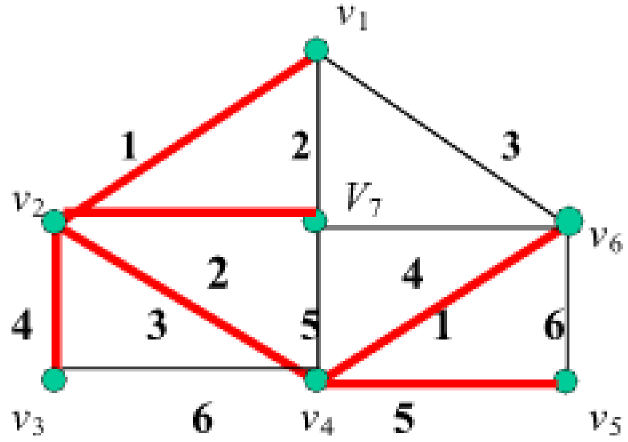
因 $m_1 + m_2 = \dfrac{n(n-1)}{2}$ ……………………………………4 分

所以：$n^2 - n - 2m_1 - 2m_2 = 0$ ……………………….**2** 分

得：$n = \dfrac{1+\sqrt{1+8(m_1+m_2)}}{2}$ ………………………….**4** 分

四、(10 分) 求下图的最小生成树（不要求中间过程，只要求画出最小生成树, 并给出 T 的权和)。

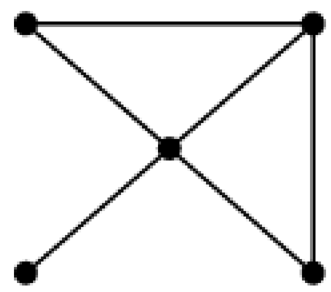




$w(T) = 16$

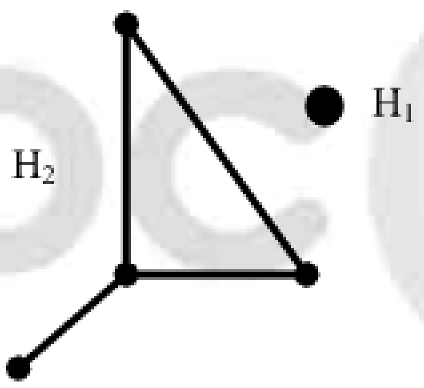
五、(10 分)　(1). 求下图 G 的 k 色多项式；　　　(2). 求出 G 的点色数 χ；

(3). 给出一种使用 χ 种颜色的着色方法。



G

解：(1)、图 G 的补图为：(2 分)



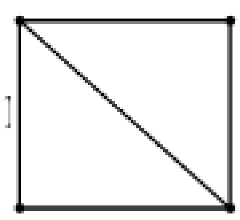
$h(H_1, x) = x$ ……………………………………………………..1 分

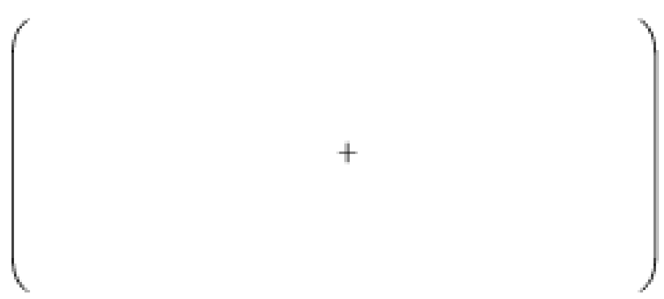
对于 H_2： $r_1 = 0, r_2 = 2, r_3 = 4, r_4 = 1$，所以，其伴随多项式为：
$h(H_2, x) = 2x^2 + 4x^3 + x^4$ ………………………………………..1 分
所以： $h(\bar{G}, x) = 2x^3 + 4x^4 + x^5$ ………………………………………1 分
于是色多项式 $P_G(x) = 2[k]_3 + 4[k]_4 + [k]_5$

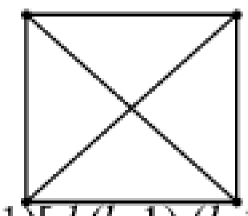
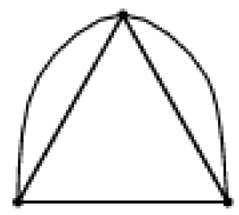
$$= 2k(k-1)(k-2) + 4k(k-1)(k-2)(k-3) + k(k-1)(k-2)(k-3)(k-4)$$

$$= k\,(k\text{-}1)\,(k\text{-}2)[2+4(k\text{-}3) +(k\text{-}3)\,(k\text{-}4)] = k(k\text{-}1)^2\,(k\text{-}2)^2$$

2 分

解法 2　$P_k(G)=(k-1$ 　　2 分



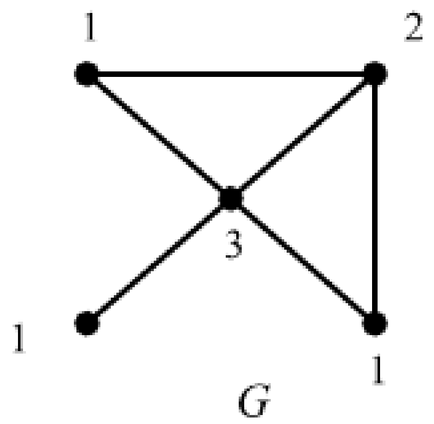
$= (k\text{-}1)$   3 分

$= (k\text{-}1)[\, k(k\text{-}1)\,(k\text{-}2)^2]$

$= k(k\text{-}1)^2\,(k\text{-}2)^2$ 2 分

(2)、由于 $P_1(G)=P_2(G)=0, P_3(G)=12$，所以，点色数 χ =3；……..**2** 分

(3)、 χ 点着色：(**1** 分)

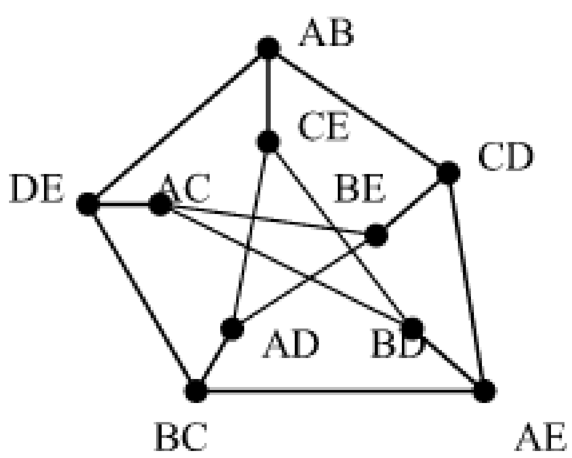


G

六、(10 分) 5 个人 A,B,C,D,E 被邀请参加桥牌比赛。桥牌比赛规则是每一场比赛由两个 2 人组进行对决。要求每个 2 人组 $\{X,Y\}$ 都要与其它 2 人组 $\{W,Z\}$（$W,Z \notin \{X,Y\}$）进行对决。若每个人都要与其他任意一个人组成一个 2 人组，且每个组在同一天不能有多余一次的比赛，则最少安排多少天比赛（每一天可以有多场比赛）？请给出相应的一个时间安排表。(用图论方法求解)

解：(1)、建模：5 个人能够组成 10 个 2 人组：AB, AC, AD, AE, BD, BC, BE, CD, CE, DE。

以每个 2 人组作为顶点，因要求每个 2 人组 $\{X,Y\}$ 都与其它 2 人组 $\{W,Z\}$ 比赛，所以，得到比赛状态图如下：

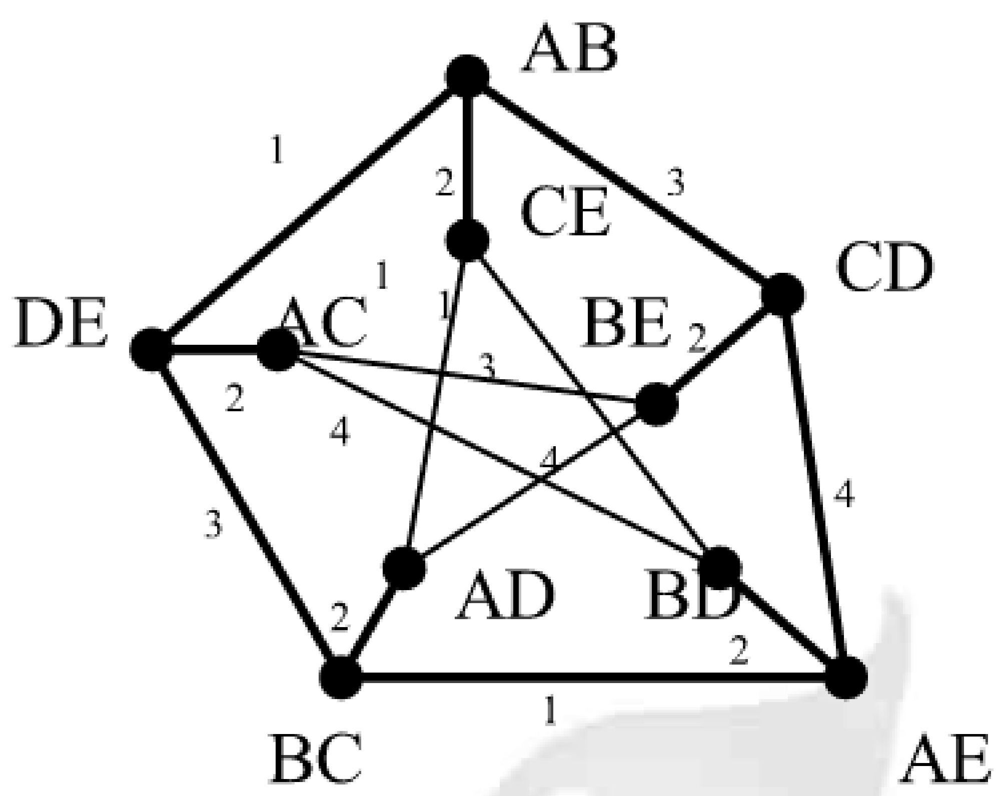


4 分

(2)、最少安排多少天比赛转化为求状态图的边色数 χ'。

因为彼得森图不可 1 因子分解，于是可推出 $\chi' \geq 4$，又可用 4 种色对其正常边着色(见下图)，所以：$\chi' \leq 4$。

所以：$\chi' = 4$。 **2** 分

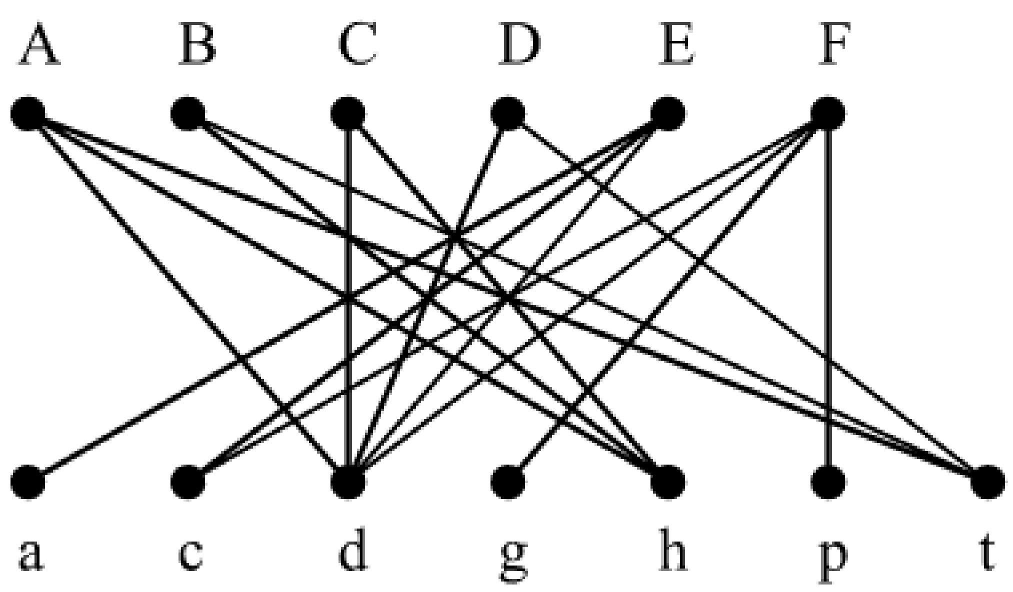


(3)、安排时间表：
第一天：AB---DE, AE---BC, AC---BE, AD---CE;
第二天：AB---CE, AC---DE, AE---BD, AD---BC, BE---CD;
第三天：AB---CD, BC---DE, BD---CE;
第四天：AC---BD, AD---BE, AE---CD。

4 分

七、(10 分) 由于在考试中获得好成绩，6 名学生 A, B, C, D, E, F 将获得下列书籍的奖励，分别是：代数学(a)，微积分(c)，微分方程(d)，几何学(g)，数学史(h)，规划学(p)，拓扑学(t)。每门科目只有 1 本书，而每名学生对书的喜好是：
A：d, h, t ；B： h, t ；C：d, h ；D：d, t ；E：a, c, d ； F:：c, d, p, g 。
每名学生是否都可以得到他喜欢的书？为什么？(用图论方法求解)

解：由题意,得模型图：(**4** 分)



问题转化为是否存在饱和 A,B,C,D,E,F 的匹配存在。 2 分

取顶点子集合 $S=\{A,B,C,D\}$，因 $N(S)=\{d,h,t\}$，所以 $|N(S)|<|S|$

由霍尔定理知：不存在饱和 A,B,C,D,E,F 的匹配。
故每名学生不能都得到他喜欢的书。 4 分

八、(10 分) 若 n 为偶数，且单图 G 满足：$\delta(G)\geq\frac{n}{2}+1$，求证：$G$ 中有 3 因子。

证明：因单图 G 满足：$\delta(G)\geq\frac{n}{2}+1$，所以 G 中存在哈密尔顿圈 C_n。 **2** 分

又因 n 为偶数，所以，C_n 可分解为两个 1 因子 H_1,H_2，它们显然也是图 G 的两个 1 因子。 **3** 分

考虑 $G_1=G-H_1$，则 $\delta(G_1)\geq\frac{n}{2}$，于是，$G_1$ 中存在哈密尔顿圈 C_n'。 2 分

作 $H=H_1\cup C_n'$，则 H 为 G 的一个 3 因子。 **3** 分

电子科技大学研究生试卷

（考试时间：____至_____，共__2_小时）

课程名称__图论及其应用_ 教师_______ 学时_60_ 学分____

教学方式__讲授_ 考核日期_2013__年_6__月__20__日 成绩______

考核方式：__________（学生填写）

一．填空题(每空 2 分，共 20 分)

1. n 阶k正则图 G的边数m=-----。

2. 4 个顶点的不同构单图的个数为--------。

3. 完全偶图$K_{r,s}$（$r,s\geq 2$且为偶数)，则在其欧拉环游中共含----条边。

4. 高为h的完全 2 元树至少有-------片树叶。

5. G由 3 个连通分支K_1,K_2,K_4组成的平面图，则其共有-------个面。

6. 设图G与K_5同胚，则至少从G中删掉-------条边，才可能使其成为可平面图。

7. 设G为偶图，其最小点覆盖数为α，则其最大匹配包含的边数为--------。

8. 完全图K_6能分解为_______个边不重合的一因子之并。

9. 奇圈的边色数为______。

10. 彼得森图的点色数为______。

二．单项选择(每题 3 分，共 15 分)

1. 下面说法错误的是（ ）

(A) 图G中的一个点独立集，在其补图中的点导出子图必为一个完全子图;

(B) 若图G连通，则其补图必连通;

(C) 存在 5 阶的自补图;

(D) 4 阶图的补图全是可平面图.

2. 下列说法错误的是（ ）

(A) 非平凡树是偶图;

(B) 超立方体图(n方体, $n \geq 1$)是偶图;

(C) 存在完美匹配的圈是偶图;

(D) 偶图至少包含一条边。

3. 下面说法正确的是（ ）

(A) 2 连通图的连通度一定为 2;

(B) 没有割点的图一定没有割边;

(C) $n(n \geq 3)$阶图G是块，则G中无环，且任意两点均位于同一圈上;

(D) 有环的图一定不是块。

4. 下列说法错误的是（ ）

(A) 设$n(n \geq 3)$阶单图的最小度满足$\delta \geq \frac{n}{2}$，则其闭包一定为完全图;

(B) 设 $n(n \geq 3)$ 阶单图的任意两个不邻接顶点 u 与 v 满足 $d(u)+d(v\geq)$ ，则其闭包一定为完全图;

(C)有割点的图一定是非哈密尔顿图;

(D) 一个简单图G是哈密尔顿图的充要条件是它的闭包是哈密尔顿

图。

5. 下列说法错误的是(　　)

(A) 极大平面图的每个面均是三角形;

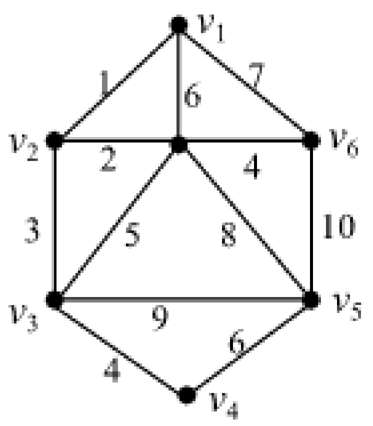
(B) 极大外平面图的每个面均是三角形;

(C) 可以把平面图的任意一个内部面转化为外部面;

(D) 连通平面图G的对偶图的对偶图与G是同构的。

三、　(10 分) 设 $d_1, d_2, \cdots d_n$ 是 n 个不同的正整数，求证：序列 $\pi = (d_1, d_2, \cdots, d_n)$ 不能是简单图的度序列。

四，(15 分) 在下面边赋权图中求：(1)每个顶点到点v_1的距离(只需要把距离结果标在相应顶点处，不需要写出过程)；(2) 在该图中求出一棵最小生成树，并给出最小生成树权值(不需要中间过程，用波浪线在图中标出即可)；(3)，构造一条最优欧拉环游。



五. (10 分)　设T是完全m元树，i是分支点数，t是树叶数，求证:

$$(m-1)i = t-1$$

六. (10 分) 某大型公司 7 个不同部门有些公开职位，分别是(a):广告设计，(b): 营销，(c):计算师，(d)规划师，(e):实验师，(f):财政主管，(g):客户接待。有 6 名应聘者前来申请这些职位，分别是:

Alvin(A):a, c, f;　Beverly(B): a, b, c, d, e, g;

Connie(C): c, f;　Donald(D): b,c,d,e,f,g;

Edward(E): a, c, f:　Frances(F): a, f.

(1)　用偶图为此问题建模;

(2)　这 6 名应聘者是否可以得到他们申请的职位？为什么？

(注: 要求每位申请者只能获得一个职位，每个职位只能被一位申请者获得)

七、(10 分)　有 6 名博士生要进行论文答辩，答辩委员会成员分别是

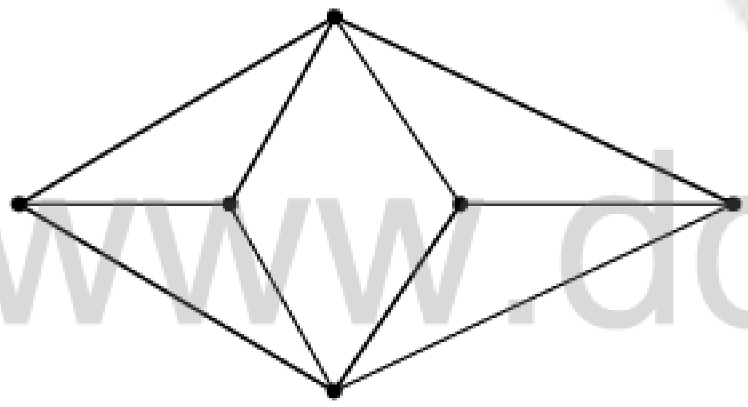
A_1 =.{张教授，李教授，王教授}；A_2 =.{赵教授，李教授，刘教授}；

A_3 =.{张教授，王教授，刘教授}；A_4 =.{赵教授，王教授，刘教授}；

A_5 =.{张教授，李教授，孙教授}；A_6 =.{李教授，王教授，刘教授}。

要使教授们参加答辩会不至于发生时间冲突，至少安排几次答辩时间段？请给出一种最少时间段下的安排。

八. (10 分)求下图 G 的色多项式 $P_k(G)$.并求出点色数。



学院________ 姓名________ 学号________

密……封……线……以……内……答……题……无……效

电子科技大学研究生试卷

（考试时间：____至_____，共__2_小时）

课程名称__图论及其应用__ 教师_______ 学时_60_ 学分____

教学方式__讲授__ 考核日期_2014__年_6__月__20__日 成绩______

考核方式：__________（学生填写）

一．填空题(每空 2 分，共 20 分)

1. n 阶简单k正则图 G的补图的边数为-----。

2. 4 个顶点的不同构树的个数为--------。

3. 具有 m 条边的简单图的不同生成子图的个数为----。

4. 彼得森图的点连通度为-------。

5. n 点圈的 2—宽直径为-------。

6. 2n 阶完全图共有-------个不同的完美匹配。

7. 设G的阶数为 n，点覆盖数为β，则其点独立数为--------。

8. 完全图K_{2n+1}能分解为_______个边不重合的二因子之并。

9. 拉姆齐数$R(3,3)=$______。

10. n 完全图的不同定向方式有______种。

二．单项选择(每题 3 分，共 15 分)

1. 下面说法错误的是（ ）

(A) 在正常点着色下，图G中的一个色组，在其补图中的点导出子图必为一个完全子图;

(B) 若图G不连通，则其补图必连通;

(C) 存在 14 阶的自补图;

(D) 6 阶图的补图可能是可平面图.

2. 下列说法错误的是（ ）

(A) 一个非平凡图是偶图，当且仅当它不含有奇圈;

(B) 超立方体图(n方体, $n\geq 1$)是偶图;

(C) 非平凡森林是偶图;

(D) 不含三角形的图都是偶图。

3. 下面说法正确的是（ ）

(A) k 连通图的连通度一定为 k;

(B) 完全图一定没有割边;

(C) $n(n\geq 3)$阶图G是块，则G中无环，且任意两点均位于同一圈上;

(D) 非平凡树一定有割点。

4. 下列说法错误的是（ ）

(A) 若图 G 是哈密尔顿图，则其闭包一定为完全图;

(B) 设 $n(n\geq 3)$ 阶单图的任意两个不邻接顶点 u 与 v 满足 $d(u)+d(v)\geq$ ，则其闭包一定为完全图;

(C) 若 (n, m) 单图 G 的边数$m>\binom{n-1}{2}+1$，且$n\geq 3$，则 G 是哈密尔顿图;

(D) 若 G 是$n\geq 3$的非 H 单图，则 G 度弱于某个$C_{m,n}$图。

5. 下列说法错误的是（ ）

(A) 若 (n, m) 图 G 是极大可平面图，则$m=3n-6$;

(B) 极大外平面图的外部面边界一定为圈;

(C) 平面图的外部面只有一个;

(D)平面图G的对偶图的对偶图与G是同构的。

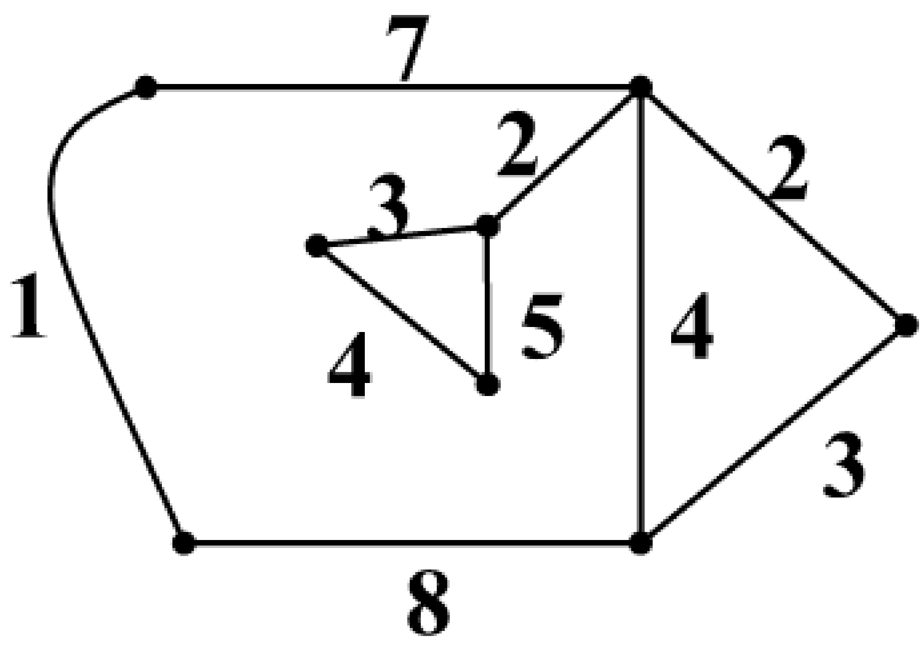
三、 (10分)求证：任意图中奇度点个数一定为偶数。

四，(10分) 求证：非平凡树至少有两片树叶。

五．(10分) 求证：(1)、若G中每个顶点度数均为偶数，则G没有割边；

(2)、若G为$k\geq 2$的k正则偶图，则G没有割边。

六．(10 分)求出下图的最小生成树，并计算权值(不要中间过程，在原图中用波浪边标出最小生成树)



七、(8 分) 设图G有 10 个 4 度顶点和 8 个 5 度顶点，其余顶点度数均为 7。求 7 度顶点的最大数量，使得G保持其可平面性。

解：分两种情况讨论：(1)、若 G 是非简单图，则容易知道，满足条件的 7 度顶点数可以为无穷多；　　2 分

(2)、若 G 是简单图

设 7 度顶点的数量是x。由握手定理：

$$2m(G)=10\times 4+8\times 5+7x$$ 2 分

另一方面：欲使G保持其可平面性，必有

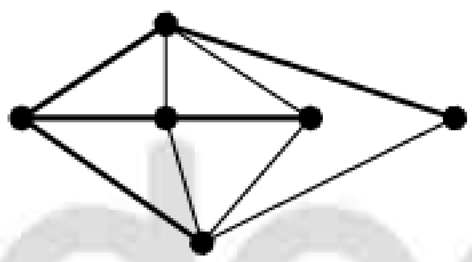
$$m(G)\le 3n-6$$ 2 分

即：$\frac{1}{2}(10\times 4+5\times 8+7x)\le 3(10+8+x)-6$ ，得$x\le 16$。　　2 分

八、(7 分) 如果边赋权图中只有两个奇度顶点，如何构造一条最优欧拉环游？说明构造理由。

号______
姓　　　名
学院____

九. (10分)求下图G的色多项式$P_k(G)$.并求出点色数。



图G