

座位号

电子科技大学研究生试卷

(考试时间: _____ 至 _____, 共 2 小时)

课程名称 图论及应用 教师 _____ 学时 60 学分 3

教学方式 堂上授课 考核日期 2020 年 _____ 月 _____ 日 成绩 _____

考核方式: _____ (学生填写)

一. 填空题 (每题 3 分, 共 15 分)

1. 图 G 是 3 正则图且其补图包含 16 条边, 则 G 包含 _____ 个点。
2. 设 n 阶图 G 是具有 m 条边的森林, 则 G 具有 _____ 个连通分支。
3. 若图 G 包含一条哈密尔顿路, 则 G 最多包含 _____ 个度数为 1 的点。
4. 设图 G 是一个 10 阶极大平面图, 则 G 包含 _____ 个面。
5. 设图 G 是 n 阶完全图, 则图 G 的色多项式 $P_k(G) = ______$ 。

二. 单项选择题 (每题 3 分, 共 15 分)

1. 关于简单图 G 的邻接矩阵 A , 下列说法错误的是(C)
(A) 矩阵 A 的行和等于该行对应顶点的度数;
(B) 矩阵 A 的所有特征值的平方和等于图 G 边数的 2 倍;
(C) 矩阵 A^2 的所有元素之和等于图 G 边数的 2 倍;
(D) 矩阵 A^2 的主对角线上的元素之和等于图 G 边数的 2 倍。

2. 下面说法正确的是(B)
(A) 若图 G 是 k 连通的, 则 G 中必存在 k 点割;
(B) 若图 G 是 k 连通的, 则 G 也是 k 边连通的;
(C) 若图 G 是 k 边连通的, 则 G 也是 k 连通的;
(D) 存在最小度为 3 的 4 连通图。

3. 下列说法错误的是(B)
(A) 三正则哈密尔顿图一定可以 1-因子分解;
(B) 三正则二部图不一定包含完美匹配;
(C) 无割边的三正则图一定包含完美匹配;
(D) 有割边的三正则图一定不可以 1-因子分解。

4. 关于完全图 K_n , 下列说法错误的是(B)
(A) 点色数为 n ;

- (B) 边色数为 n ;
- (C) 点连通度为 $n-1$;
- (D) 边连通度为 $n-1$ 。

5. 对于有向图 D , 下列说法错误的是(D)
- (A) 任意顶点只能处于 D 的一个强连通分支中;
 - (B) 顶点 v 可能处于 D 的不同的单向连通分支中;
 - (C) 若 D 为有向欧拉图, 各点的度数必为偶数;
 - (D) 顶点的出度之和等于边数的两倍。

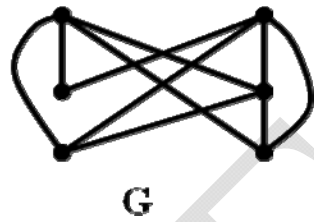
✓ (10 分) 假定 T 是树, 每个点的度数不是 1 就是 4, 其中度数为 4 的点有 k 个。树 T 包含多少个度数为 1 的点?

✓ (10 分) 求证: 若连通图 G 的每个顶点的度数均为偶数, 则 G 没有割边。

✓ (10 分) 亚瑟王在王宫中召见他的 $2n$ 位骑士, 其中某些骑士之间互有怨仇。已知每个骑士的仇人不超过 $n-1$ 个, 亚瑟王的谋士摩林能否让这些骑士围着圆桌坐下, 使得每一个骑士不与他的仇人相邻? 用图论方法求解并说明具体理由。

六. (10 分) 假定 G 是具有 m 条边的简单二部图，顶点的最大度为 Δ 。证明： G 包含一个至少有 m/Δ 条边的匹配。

七. (10 分) 一个连通平面图有 11 个点、12 个面，其中有 7 个面是三角形、4 个面是四边形，剩下的那个面具有多少条边？



九. (10 分) 七名学生 Amy、Ben、Charles、David、Edward、Frank、George 要参加 Math、Art、Science、History、French、Physics 这六门课程的考试，具体信息如下：

	Amy	Ben	Charles	David	Edward	Frank	George
Math	√		√		√		√
Art		√		√		√	
Science	√	√					√
History			√			√	
French					√	√	
Physics	√	√		√	√		√

最少需要安排几场考试？用图论方法求解。