

1) Sea $A = \{1,2,3,4\}$

$$R = \{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(3,4),(4,3),(4,4)\}$$

a) R es una relación: **Sí, R es una relación definida sobre el conjunto A.**

b) Si su respuesta en A) es afirmativa, entonces determinar si R es:

- b.1) Reflexiva: Una relación es reflexiva si cada elemento del conjunto A está relacionado consigo mismo. En el caso de R, todos los elementos de A tienen pares en R que los relacionan consigo mismos, por lo tanto, R es reflexiva.
- b.2) Simétrica: Una relación es simétrica si para cada par (a,b) en R, también existe el par (b,a) en R. En el caso de R, podemos observar que si (a,b) está en R, entonces (b,a) también está en R. Por lo tanto, R es simétrica.
- b.3) Transitiva: Una relación es transitiva si para cada par (a,b) y (b,c) en R, también existe el par (a,c) en R. En el caso de R, podemos verificar que si (a,b) y (b,c) están en R, entonces (a,c) también está en R. Por ejemplo, si tenemos $(1,2)$ y $(2,1)$ en R, entonces también tenemos $(1,1)$ en R. Por lo tanto, R es transitiva.

2) Si A es el conjunto de los enteros y la relación R esta sobre A definida como

$$aRb \iff a - b = 1, \text{ determinar si R es}$$

Reflexiva: Para que R sea reflexiva, cada elemento del conjunto A debe estar relacionado consigo mismo. Sin embargo, en este caso, no todos los enteros cumplen con la relación $a - a = 1$, por lo tanto, R no es reflexiva.

Simétrica: Para que R sea simétrica, si aRb , entonces también debe ser cierto que bRa . En este caso, si tenemos $a - b = 1$, no necesariamente implica que $b - a = 1$, por lo tanto, R no es simétrica.

Transitiva: Para que R sea transitiva, si aRb y bRc , entonces también debe ser cierto que aRc . En este caso, si tenemos $a - b = 1$ y $b - c = 1$, podemos sumar ambas ecuaciones y obtener $a - c = 2$, que no cumple con la relación $a - c = 1$, por lo tanto, R no es transitiva.

Relación de orden: Para que R sea una relación de orden, debe cumplir con las propiedades de reflexividad, antisimetría y transitividad. Como hemos visto anteriormente, R no cumple con ninguna de estas propiedades, por lo tanto, R no es una relación de orden.

Relación de equivalencia: Para que R sea una relación de equivalencia, debe cumplir con las propiedades de reflexividad, simetría y transitividad. Como hemos visto anteriormente, R no cumple con la simetría, por lo tanto, R no es una relación de equivalencia.