LABORATORIO DE DISEÑO LOGICO

SESIÓN 2
Reducción de circuitos

Cuestionario Previo

1. Se utiliza para representar magnitudes lógicas puede tener el valor de 0 o 1

a) Literal.
b) Complemento.
c) Variable.

2. Es el inverso de una variable y se indica mediante una barra encima de la misma

a) Literal.
b) Complemento.
c) Variable.

3. Creado en 1950 para evitar hacer cálculos, usando representaciones bidimensionales de la tabla de verdad.

a) Mapas de Karnaugh.
b) Algebra de Boole.
c) Álgebra binaria.

4. Creado en 1847, para describir las operaciones mentales, mediante las cuales se realizan razonamientos.

a) Mapas de Karnaugh.
b) Algebra de Boole.
c) Álgebra binaria.

5. ¿Cuál es la solución del siguiente mapa?

a) Z' X' + Z' X' + X Y'.

b) Z' + X Y'

c) Z' X + X Y'.

X \ YZ	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	1	1	0	1

6. Es la mejor optimización del mapa

a) Cierto.

b) Falso.

C \ AB	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1

7. ¿Cuál es la solución del siguiente mapa?

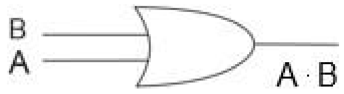
a) C'D'B'+D'B'.

b) B' + D'.

c) B' D'.

A B \ C D	00	01	11	10
0 0	1	0	0	1
0 1	0	0	0	0
1 1	0	0	0	0
1 0	1	0	0	1

8. La representación de la ley conmutativa de la suma es correcta



a) Cierto.
b) Falso.

9. Simplifica la expresión por el álgebra de Boole A B' C + A B' C'
a) A B' (C + C').
b) A B'.
c) A' B'.

10. El sistema algebraico cerrado contiene un conjunto de dos elementos.
a) {+,*}.
b) {0,1}.
c) {AND, OR}.

Objetivo general

Construir un circuito de control para una lámpara ahorradora de luz utilizando compuertas básicas.

Aprendizajes esperados

Saber conocer
Identifica las variables de entrada y salida, para poder utilizar los métodos de reducción para la simulación de la lámpara ahorradora de luz.

Saber Hacer
Uso de la protoboard.
Uso del multímetro.
uso de la fuente de poder.

Saber Ser
Desarrollan habilidades de investigación, analíticas, críticas, motrices, y compromiso ético.

INTRODUCCION

En 1847, George Boole desarrolla el álgebra, que lleva su nombre, como un análisis matemático. Su objetivo era describir las operaciones mentales mediante las cuales se realizan razonamientos.

En 1938, Shannon emplea el álgebra de Boole en circuitos de conmutación. Su objetivo era describir la conducta de circuitos digitales mediante un álgebra binaria.

El álgebra de Boole es una estructura algebraica consistente de un conjunto **B**,
de dos elementos, y dos operaciones binarias; tales que se cumplen los axiomas de clausura, conmutatividad, asociatividad, distribuitividad, identidad y complementariedad.

El algebra de Boole son las matemáticas de los sistemas digitales.

Es indispensable tener unos conocimientos básicos del álgebra booleana para estudiar y analizar los circuitos lógicos.

Una **variable** es un símbolo que se utiliza para representar magnitudes lógicas

Una variable puede tener el valor 0 o 1.

El **complemento** es el inverso de una variable y se indica mediante una barra encima de la misma.Así,

el complemento de A es A

Una **literal** es una variable o el complemento de una variable.

Operadores y expresiones Booleanas

Adición

0 + 0 = 0
0 + 1 = 1
1 + 0 = 1
1 + 1 = 1

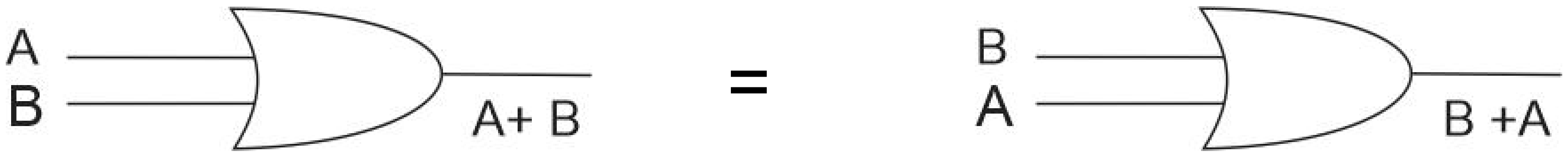
Multiplicación

0 * 0 = 0
0 * 1 = 1
1 * 0 = 1
1 * 1 = 1

Leyes y reglas del algebra de Boole

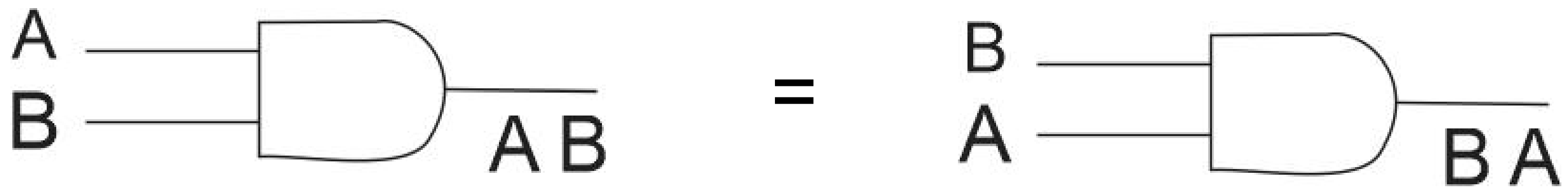
Ley conmutativa de la suma

A + B = B + A



Ley conmutativa de multiplicación

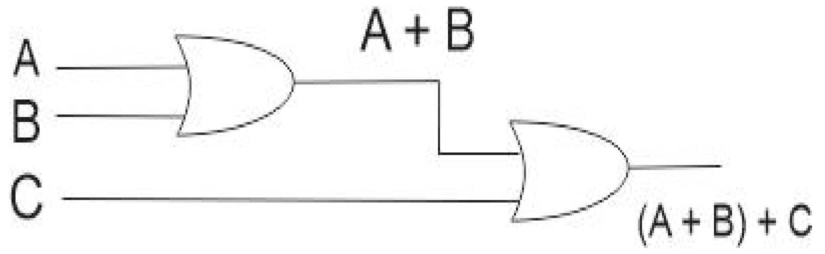
A * B = B * A



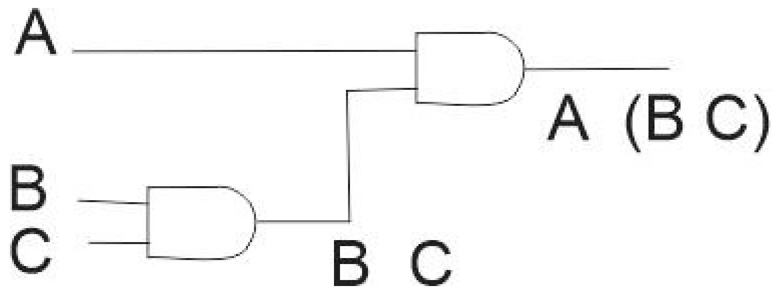
Ley asociativa de la suma

$$A + (B + C) = (A + B) + C$$

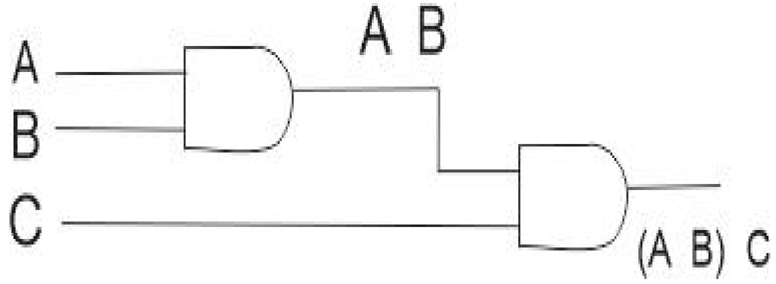
=



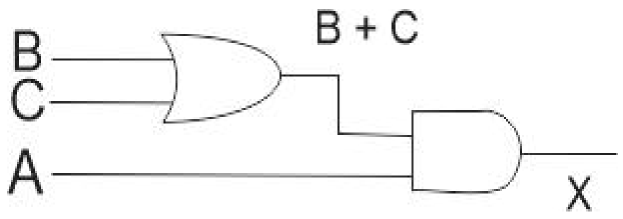
Ley asociativa de multiplicación

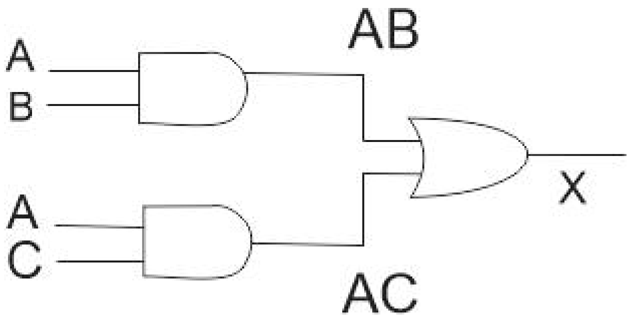


=



Ley distributiva
A (B + C) = A B + AC





Ley distributiva
X = A (B + C)

Ley distributiva
X = A B + AC

Reglas del algebra de Boole

1. $A + 0 = A$
2. $A + 1 = 1$
3. $A \cdot 0 = 0$
4. $A \cdot 1 = A$
5. $A + A = A$
6. $A + \overline{A} = 1$
7. $A \cdot A = A$
8. $A \cdot \overline{A} = 0$
9. $\overline{\overline{A}} = A$
10. $A + AB = A$
11. $A + \overline{A}B = A + B$
12. $(A + B)(A + C) = A + BC$

Muchas veces, a la hora de aplicar el álgebra booleana, hay que reducir una expresión a su forma más simple o cambiarla a una forma más conveniente para conseguir una implementación más eficiente.

- Este método de simplificación utiliza las reglas, leyes y teoremas del Álgebra de Boole para manipular y simplificar una expresión.

El álgebra de Boole es un sistema algebraico cerrado que contiene un conjunto B de dos elementos, {0, 1}; y dos operadores {·, +}. Los operadores también suelen representarse según: {AND, OR}.

Ejemplo:

Mediante las leyes del algebra de Boole se simplificará la siguiente expresión

AB + A (B + C) + B (B + C)

Solución:

Paso 1 Aplicar la ley distributiva al segundo y tercer término de la expresión

AB + AB + AC + BB + BC

Paso 2 Aplicar la regla 7 (BB=B) al cuarto termino

AB + AB + AC + B + BC

Paso 3 Aplica la regla 5 (AB + AB = AB) a los dos primeros términos

AB + AC + B + BC

Paso 4 Aplica la regla 10 (B + BC = B) a los dos últimos términos

AB + AC + B

Paso 5 Aplica la regla 10(AB + B = B) al termino primero y tercero

B + AC

Ejemplo:

Mediante las leyes del algebra de Boole se simplificará la siguiente expresión

A' · B' · C + A · B' · C' + A · B' · C + A · B · C'

Solución:

B' · C · (A' + A) + A · C' ·(B' + B) →Factorizar al termino primero y tercer,

→Factorizar al termino segundo y cuarto,

B' · C · (1) A · C' (1)→Aplica la regla 6

B' · C + A · C

Ejemplo:

Mediante las leyes del algebra de Boole se simplificará la siguiente expresión

A · B’ · D + A · B´. D’

Solución:

A · B’ · (D + D’) →Aplica la regla 6

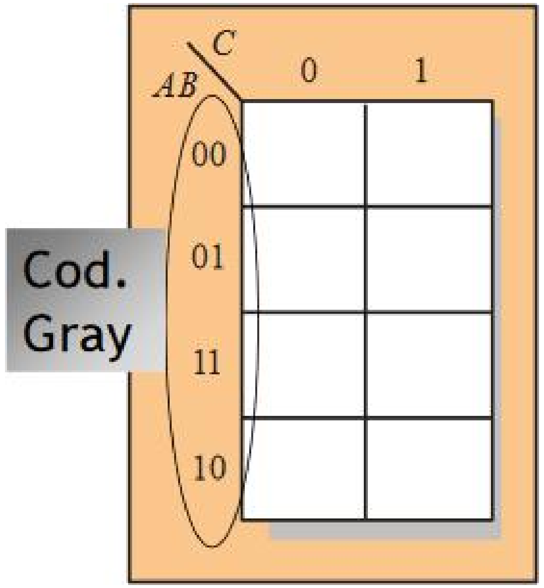
A · B’ · (1)

A · B’

Mapas de Karnaugh

- Creados en 1950 por Maurice Karnaugh (físico y matemático de los laboratorios Bell)
- Son representaciones bidimensionales de la tabla de verdad de la función a simplificar
- Un mapa es un diagrama compuesto de celdas, donde cada una representa un mini término
- La cantidad de celdas del mapa es 2n; donde n representa la cantidad de variables
- Se recomienda para expresiones de hasta 6 variables.
- Estos mapas son una versión modificada de las tablas de verdad, permitiendo mostrar la relación entre lasentradas lógicas y la salida deseada.

Las celdas son usualmente etiquetadas usando 0's y 1's para representar la variable y su complemento.



Los números se ingresan en código gray, para forzar que las celdas adyacentes difieran por sólo una variable.

Los unos se leen como la variable real y los ceros se leen como la variable complementada.

Código Gray de dos bits

00
01
11
10

Código Gray de tres bits

000
001
011
010
110
111
101
100

Código Gray de cuatro bits

0000	1100
0001	1101
0011	1111
0010	1110
0110	1010
0111	1011
0101	1001
0100	1000

Metodología para obtener la expresión mínima suma de productos (MSP).

F (x, y, z) = x' y' z' + x' y' z + x' y z'+ x y' z'+ x y z'

Construyendo una tabla de verdad, trasladando los valores al mapa de Karnaugh.

X	Y	Z	Resultado
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

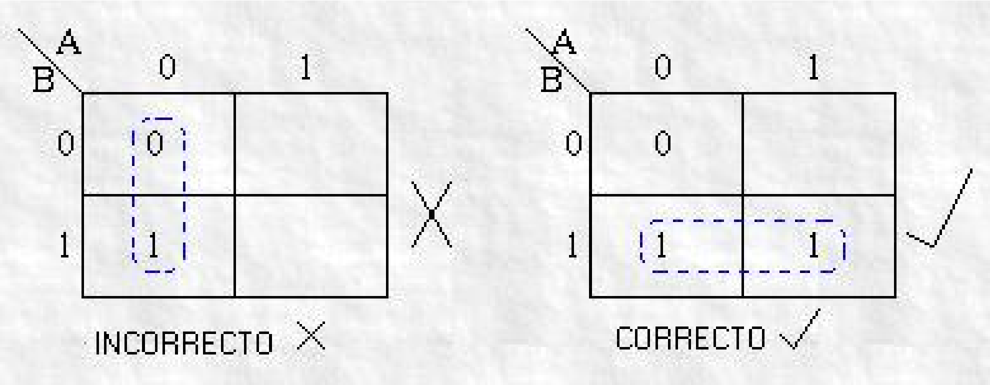
-Cada rectángulo pertenece a un término producto.
-Cada término se define encontrando las variables que hay en común en tal rectángulo.

x \ y z	00	01	11	10
0	x' y' z'	x' y' z	x' y z	x' y z'
1	x y' z'	x y' z	x y z	x y z'

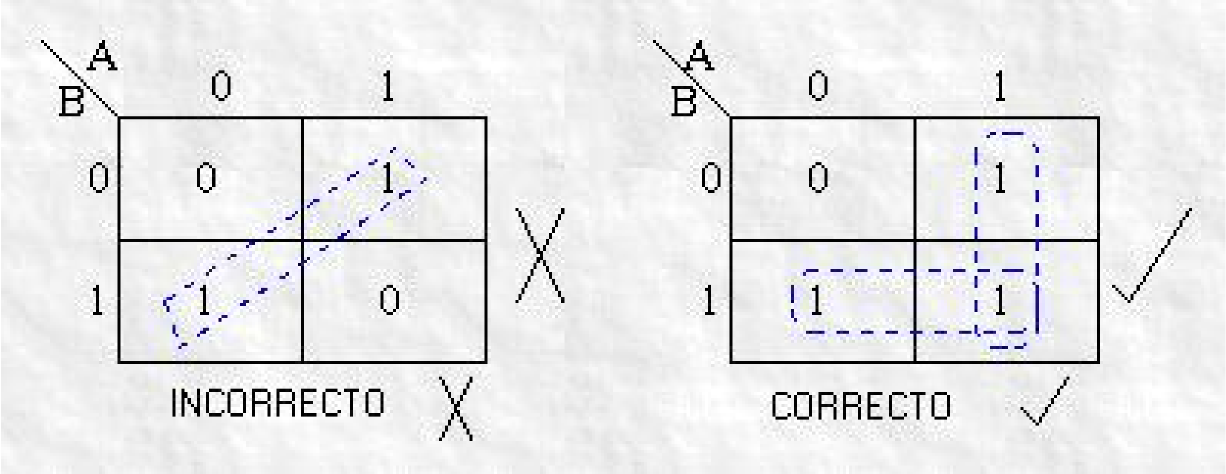
x \ y z	00	01	11	10
0	1	1	0	1
1	1	0	0	1

Reglas de simplificación.

1) Las agrupaciones son exclusivamente de unos.
Esto implica que ningún grupo puede contener ningún cero.

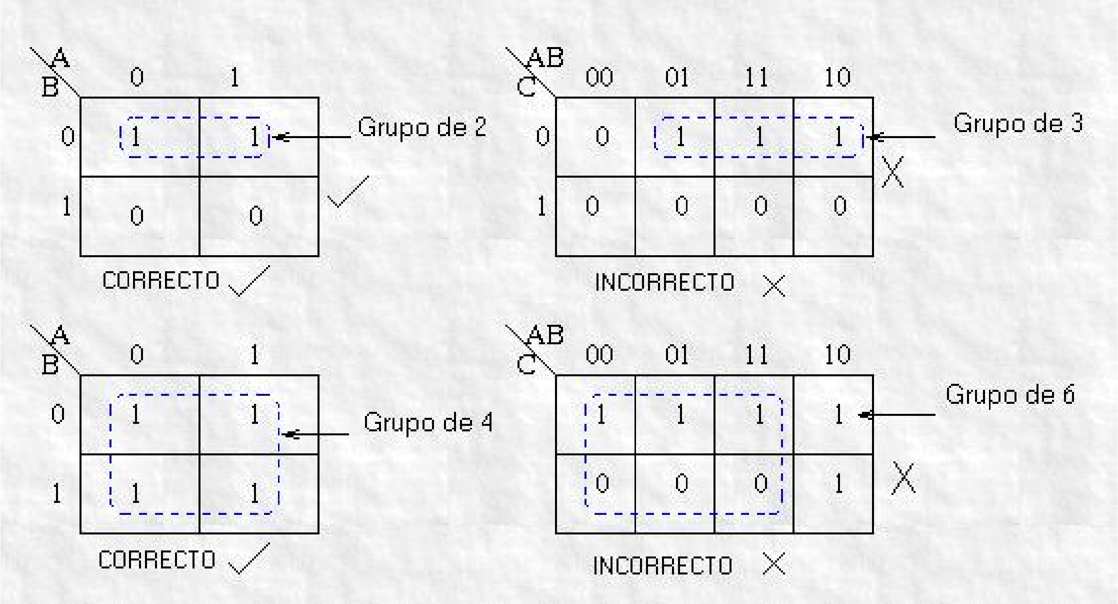


2) Las agrupaciones únicamente pueden hacerse en horizontal y vertical.
Esto implica que las diagonales están prohibidas.

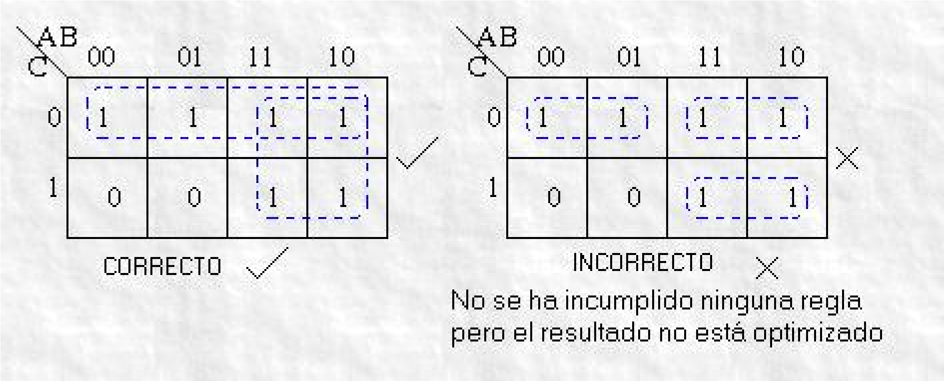


3) Los grupos han de contener 2^n elementos.

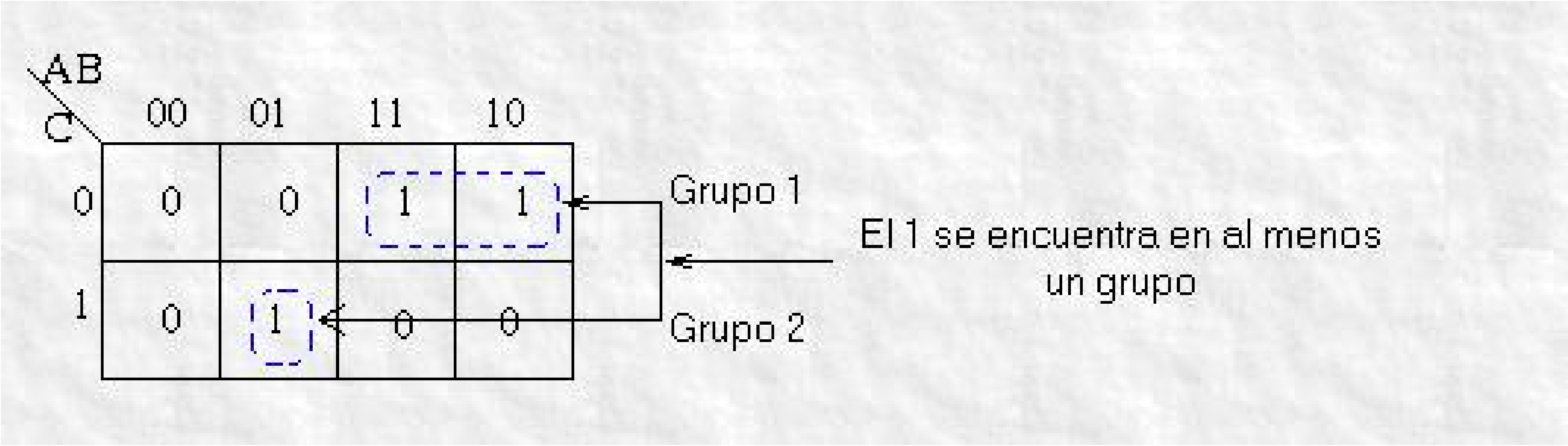
Es decir que cada grupo tendrá 1,2,4,8... número de unos.



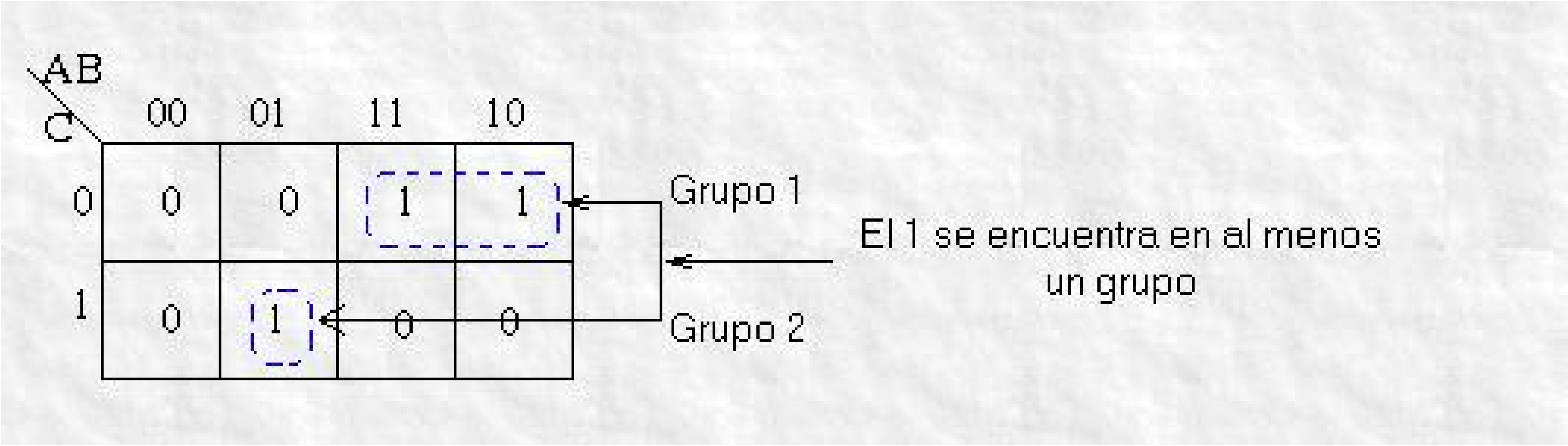
4) Cada grupo ha de ser tan grande como sea posible.
Tal y como se muestra en el ejemplo.



5) Todos los unos tienen que pertenecer como mínimo a un grupo.
Aunque pueden pertenecer a más de uno.

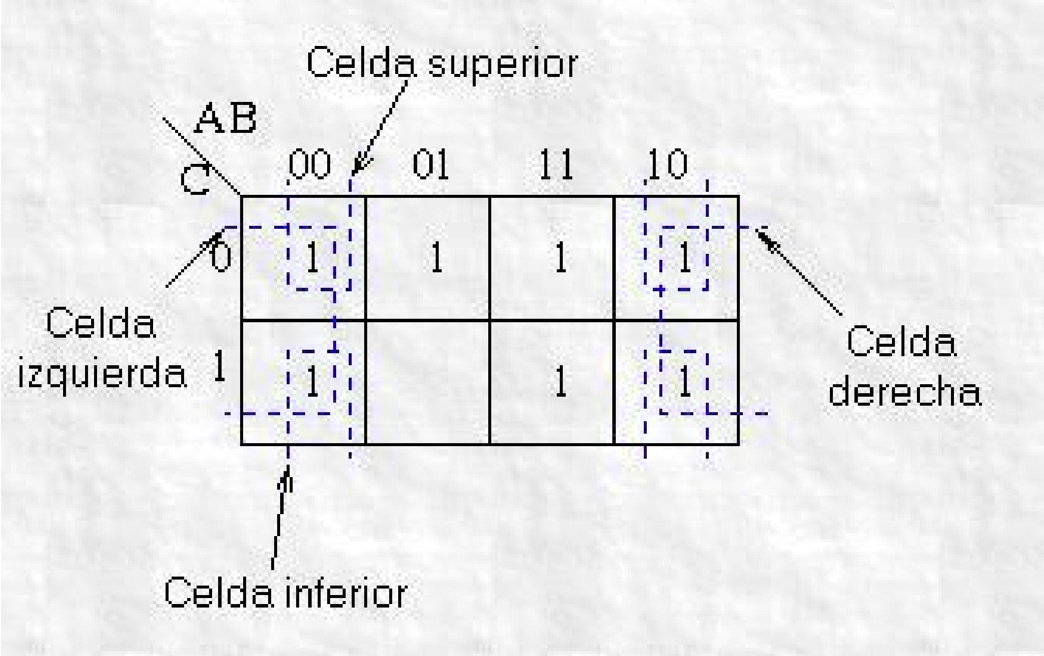


6) Pueden existir solapamiento de grupos.



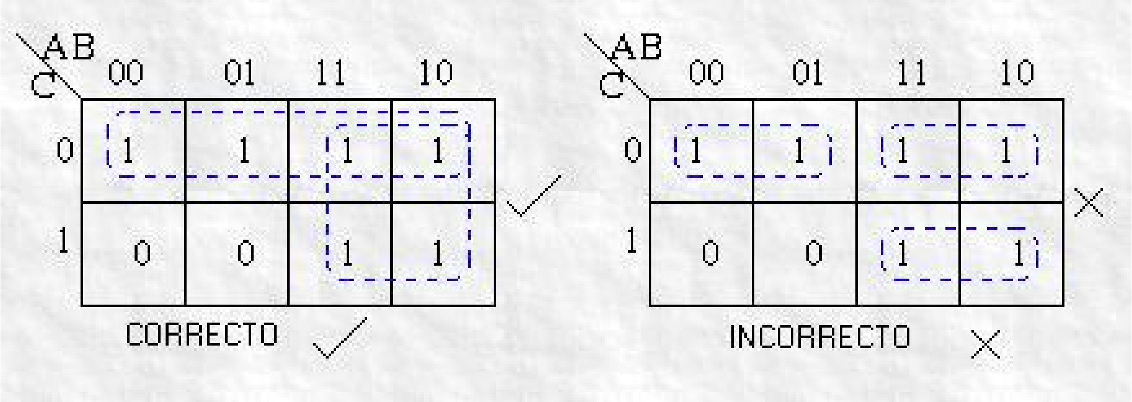
7) La formación de grupos también se puede producir con las celdas extremas de la tabla.

De tal forma que la parte inferior se podría agrupar con la superior y la izquierda con la derecha tal y como se muestra en el ejemplo.



8) Tiene que resultar el menor número de grupos posibles siempre y cuando no contradiga ninguna de las reglas anteriores.

Esto es el mínimo número de grupos posibles.



MATERIAL Y EQUIPO

-Fuente de poder.
-Caimanes.
-Protoboard.
-2 Jumper macho-macho.
-Alambre.
-Circuitos integrados 7432, 7408, 7404
-4 diodos emisores de luz (led),
-4 Resistencias 330 ohms Ω a ½ watt
-3 Push bottom

DESARROLLO

1) Arma el circuito de la figura 2.2, y llévalo a clase para probarlo con tu profesor.

Ejemplo de conexión por mapas de Karnaugh.

P	Q	R	Z
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Figura 2.1 tabla de verdad

PQ \ R	0	1
00	0	0
01	1	1
11	0	0
10	0	0

Z=P'Q

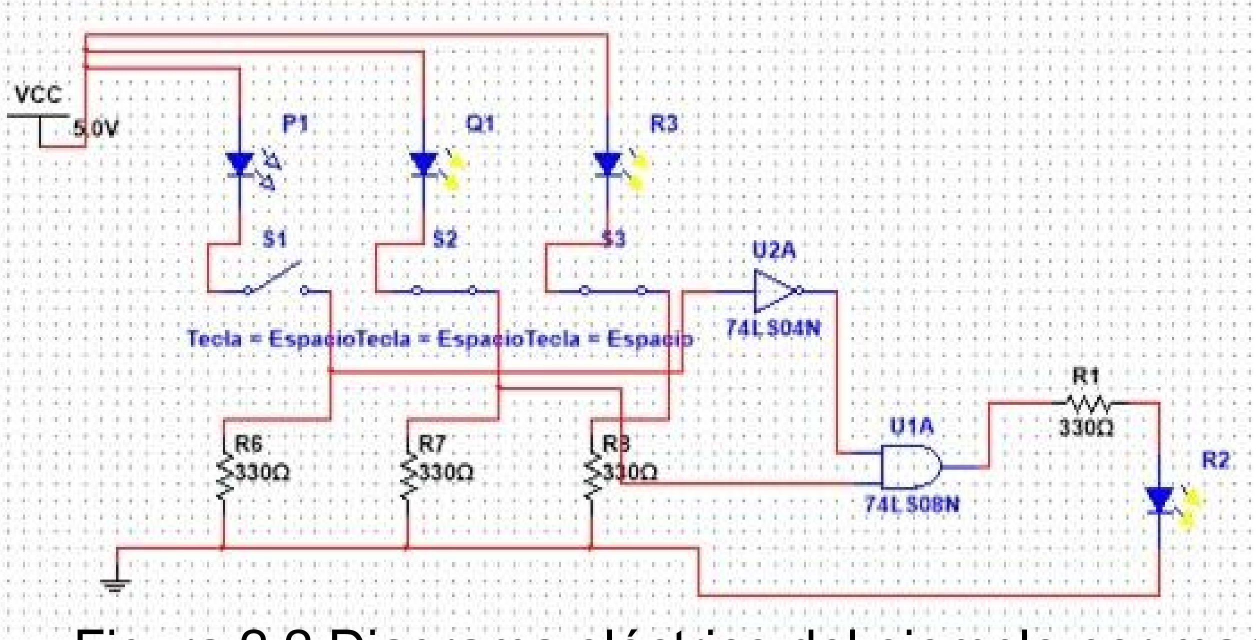
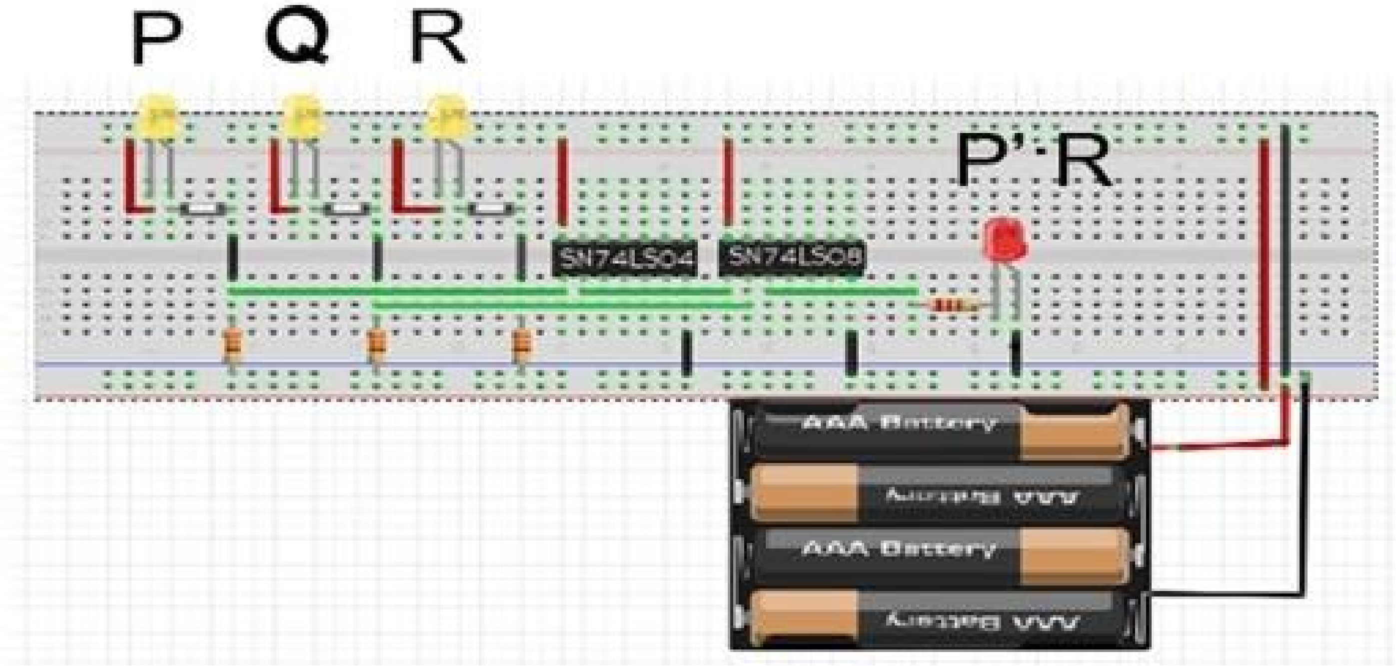


Figura 2.2 Diagrama eléctrico del ejemplo por mapas de Karnaugh.

Conexión en protoboard del ejemplo por mapas de Karnaugh



2) Leer y entender el siguiente enunciado, realizar su tabla de verdad, simplificar con ayuda de algebra de Boole, simular con compuertas lógicas.

Requerimientos

Diseñe un circuito que controle una lámpara ahorradora con las siguientes características.

Tiene la opción de estar encendida de forma manual desde un contacto, adicionalmente tiene un sensor de movimiento y un contador que lleva el control de la hora, los cuales encienden la lámpara solo si los dos están accionados

3) Del enunciado anterior simplifique la función con ayuda de los mapas de Karnaugh, simular con compuertas lógicas.

CONCLUSIONES

Escriba sus conclusiones de esta práctica.

Bibliografía y Referencias

Bases numéricas y algebra de Boole. Andrés David
Héctor Vargas (23 de 09 de 2018). Obtenido de http://ocw.pucv.cl DMATIC
(23 de 09 de 2018). Obtenido de http://www.dma.fi.upm.es Roberto Espita
(23 de 09 de 2018) obtenido de https://es.slideshare.net