

Лабораторная работа № 8.

Оптимизация

Адабор Кристофер Твум

1032225824

НКНбд-01-22

Цель работы

Основная цель работы — освоить пакеты Julia для решения задач оптимизации.

Подключение пакетов

```
# Подключение пакетов
import Pkg
Pkg.add("JuMP")
Pkg.add("GLPK")
using JuMP
using GLPK

# Создание модели
model = Model(GLPK.Optimizer)

# Определение переменных
@variable(model, x >= 0)
@variable(model, y >= 0)
```

результат решения оптимизационной задачи:

```
# Проверка статуса
println("Статус: ", termination_status(model))

# Результаты
println("Оптимальное решение найдено: ", termination_status(model) == MOI.OPTIMAL)
println("x = ", value(x))
println("y = ", value(y))
println("Минимальное значение целевой функции: ", objective_value(model))
println("Проверка ограничений:")
println("  6x + 8y = ", 6*value(x) + 8*value(y), " >= 100")
println("  7x + 12y = ", 7*value(x) + 12*value(y), " >= 120")
```

Resolving package versions...

No Changes to `C:\Users\KRIS\.julia\environments\v1.11\Project.toml`

No Changes to `C:\Users\KRIS\.julia\environments\v1.11\Manifest.toml`

Resolving package versions...

No Changes to `C:\Users\KRIS\.julia\environments\v1.11\Project.toml`

No Changes to `C:\Users\KRIS\.julia\environments\v1.11\Manifest.toml`

Статус: OPTIMAL

Оптимальное решение найдено:

14.99999999999993

y = 1.2500000000000047

й функции: 205.0ение целево

Проверка ограничений:

6x + 8y = 100.0 >= 100

7x + 12y = 120.0 >= 120

Векторизованные ограничения и целевая функция оптимизации

```
using JuMP
using GLPK

# Создание модели
vector_model = Model(GLPK.Optimizer)

# Определение данных
A = [1 1 9 5;
      3 5 0 8;
      2 0 6 13]
b = [7; 3; 5]
c = [1; 3; 5; 2]

println("Матрица A:")
display(A)
println("\nВектор b:")
display(b)
println("\nВектор c:")
display(c)

# Вектор переменных
@variable(vector_model, x[1:4] >= 0)
```

Матрица A:
3×4 Matrix{Int64}:

| | | | |
|---|---|---|----|
| 1 | 1 | 9 | 5 |
| 3 | 5 | 0 | 8 |
| 2 | 0 | 6 | 13 |

Вектор b:
3-element Vector{Int64}:
7
3
5

Вектор c:
4-element Vector{Int64}:
1
3
5
2

==== РЕЗУЛЬТАТЫ ====
Статус: OPTIMAL
Оптимальное значение целевой функции: 4.9230769230769225

Оптимальные значения переменных:
x[1] = 0.4230769230769232
x[2] = 0.34615384615384615
x[3] = 0.6923076923076922
x[4] = 0.0

Проверка ограничений $A \cdot x = b$:
6.999999999999999 = 7
Уравнение 2: 3.0000000000000004 = 3
Уравнение 3: 5.0 = 5

Оптимизация рациона питания

```
using JuMP
using GLPK
using Printf

# Данные о продуктах
foods = ["hamburger", "chicken", "hot dog", "fries", "macaroni",
         "pizza", "salad", "milk", "ice cream"]

# Стоимость продуктов
cost = JuMP.Containers.DenseAxisArray(
    [2.49, 2.89, 1.50, 1.89, 2.09, 1.99, 2.49, 0.89, 1.59],
    foods
)

# Пищевая ценность (калории, белки, жиры, соль)
food_data = JuMP.Containers.DenseAxisArray(
    [410 24 26 730;
     420 32 10 1190;
     560 20 32 1800;
     380 4 19 270;
     320 12 10 930;
     320 15 12 820;
     320 31 12 1230;
     100 8 2.5 125;
     330 8 10 180],
    foods,
    ["calories", "protein", "fat", "sodium"]
)
```

```
max_val = category_data[c, "max"]
status = if total >= min_val && (isinf(max_val) || total <= max_val)
          "✓ В норме"
        else
          "✗ Вне нормы"
        end
        max_str = isinf(max_val) ? "∞" : string(max_val)
        println(" $c: $total ($min_val - $max_str) $status")
end

==== ОПТИМИЗАЦИЯ РАЦИОНА ПИТАНИЯ ====

Продукты: hamburger, chicken, hot dog, fries, macaroni, pizza, salad, milk, ice cream

Ограничения по питательным веществам:
  calories: 1800.0 - 2200.0
  protein: 91.0 - ∞
  fat: 0.0 - 65.0
  sodium: 0.0 - 1779.0

==== РЕЗУЛЬТАТЫ ====
Статус: OPTIMAL
Минимальная стоимость рациона: $11.83

Рекомендуемый рацион:
  hamburger: 0.60 порций ($1.51)
  milk: 6.97 порций ($6.20)
  ice cream: 2.59 порций ($4.12)

Пищевая ценность рациона:
  calories: 1799.9999999999993 (1800.0 - 2200.0) ✗ Вне нормы
  protein: 91.0 (91.0 - ∞) ✓ В норме
  fat: 59.05590277777776 (0.0 - 65.0) ✓ В норме
  sodium: 1779.0 (0.0 - 1779.0) ✓ В норме
```

Путешествие по миру

```
using JuMP
using GLPK
using DelimitedFiles
using Printf

println("== ПУТЕШЕСТВИЕ ПО МИРУ ==")
println("Поиск минимального количества паспортов для посещения всех стран")

# Проверяем наличие файла
if !isfile("passport-index-matrix.csv")
    println("Файл passport-index-matrix.csv не найден!")
    println("Скачайте его с: https://github.com/ilyankou/passport-index-dataset")
    println("Или создайте тестовый файл")

# Создаем тестовые данные для демонстрации
test_countries = ["Russia", "USA", "Germany", "Japan", "Brazil", "Australia"]
n = length(test_countries)
test_data = vcat(reshape(test_countries, 1, :),
                [i == j ? "-1" : rand() < 0.7 ? rand([7, 14, 30, 90, 180, "VF", "VOA"])
                 for i in 1:n, j in 1:n])

writedlm("passport-index-matrix.csv", test_data, ',')
println("Создан тестовый файл с $(n) странами")
else
    println("Файл найден, загружаем данные...")
```

==== ПУТЕШЕСТВИЕ ПО МИРУ ===

Поиск минимального количества паспортов для посещения всех стран
Файл найден, загружаем данные...

Загружено 199 стран

Матрица доступности (1 = можно въехать без визы, 0 = нужна виза):

Размер: (199, 199)

Решаем задачу оптимизации...

==== РЕЗУЛЬТАТЫ ===

Статус: OPTIMAL

Минимальное количество паспортов: 63

Решаем задачу оптимизации...

== РЕЗУЛЬТАТЫ ==

Статус: OPTIMAL

Минимальное количество паспортов: 63

Рекомендуемые паспорта:

1. Afghanistan
2. Andorra
3. Argentina
4. Australia
5. Azerbaijan
6. Bahrain
7. Brunei
8. Cambodia
9. Cameroon
10. Canada
11. Chile
12. Colombia
13. Comoros
14. DR Congo
15. Djibouti
16. Equatorial Guinea
17. Eritrea
18. Fiji
19. Gabon
20. Georgia
21. Guinea
22. Guinea-Bissau
23. Hong Kong
24. Hungary
25. Indonesia
26. Iraq
27. Ireland

28. Israel

29. Jamaica

30. Japan

31. Kuwait

32. Laos

33. Liberia

34. Libya

35. Macao

36. Madagascar

37. Malaysia

38. Maldives

39. Marshall Islands

40. Mauritania

41. Mauritius

42. Mongolia

43. Mozambique

44. Nauru

45. Nepal

46. New Zealand

47. North Korea

48. Palestine

49. Papua New Guinea

50. Qatar

51. Saudi Arabia

52. Solomon Islands

53. Somalia

54. South Sudan

55. Sri Lanka

56. Syria

57. Taiwan

58. Timor-Leste

59. Togo

60. Turkmenistan

61. United States

62. Uruguay

63. Vietnam

Анализ покрытия стран:

Afghanistan: позволяет посетить 6 стран

Andorra: позволяет посетить 75 стран

Argentina: позволяет посетить 52 стран

Australia: позволяет посетить 79 стран

Azerbaijan: позволяет посетить 22 стран

Bahrain: позволяет посетить 30 стран

Brunei: позволяет посетить 46 стран

Cambodia: позволяет посетить 12 стран

Cameroon: позволяет посетить 18 стран

Canada: позволяет посетить 64 страны

Chile: позволяет посетить 51 страну

Colombia: позволяет посетить 36 стран

Comoros: позволяет посетить 14 стран

DR Congo: позволяет посетить 14 стран

Djibouti: позволяет посетить 12 стран

Equatorial Guinea: позволяет посетить 15 стран

Eritrea: позволяет посетить 10 стран

Fiji: позволяет посетить 33 страны

Gabon: позволяет посетить 19 стран

Georgia: позволяет посетить 37 стран

Guinea: позволяет посетить 14 стран

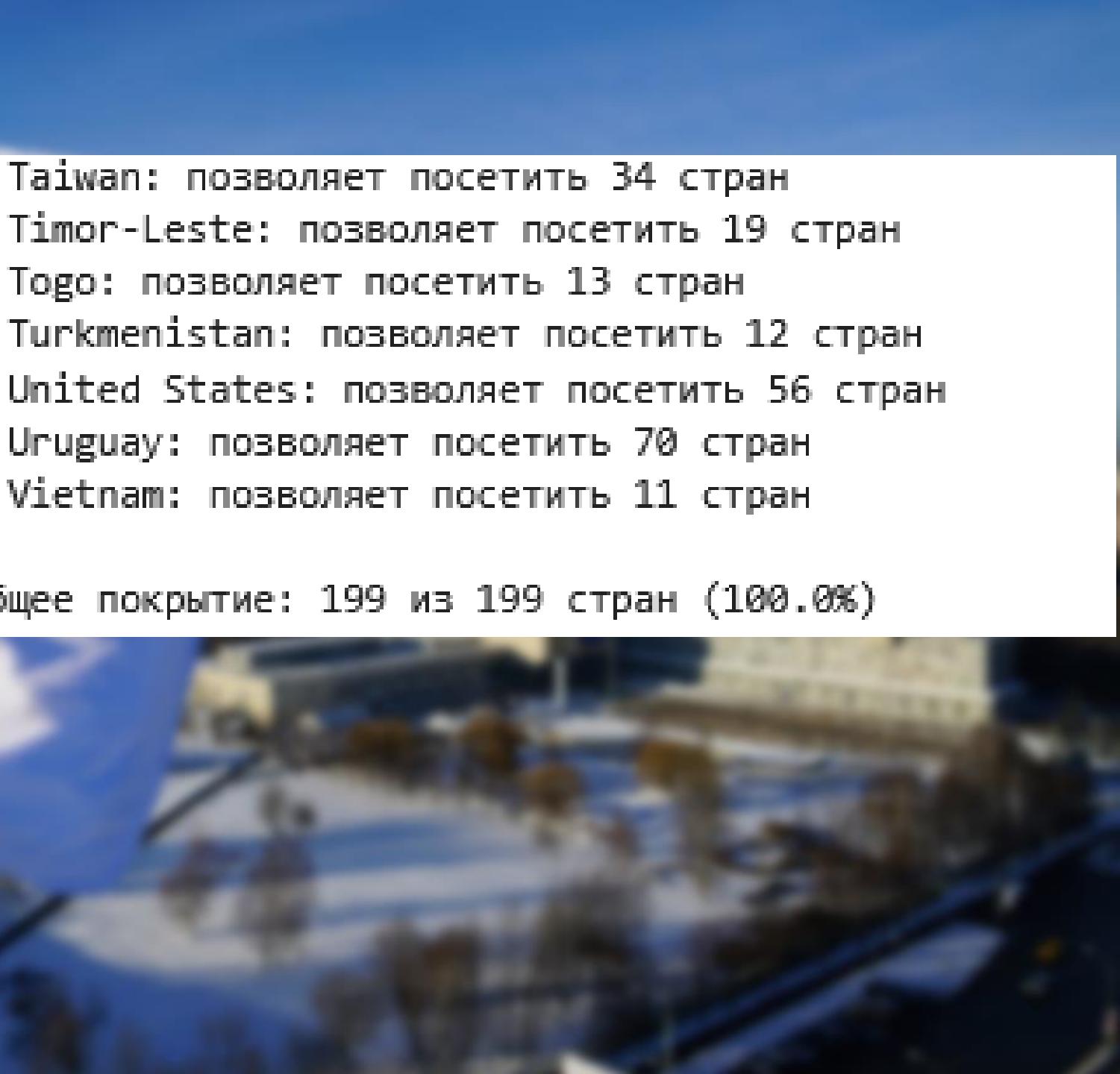
Guinea-Bissau: позволяет посетить 15 стран

Hong Kong: позволяет посетить 59 стран

Hungary: позволяет посетить 57 стран

Indonesia: позволяет посетить 25 стран

Iraq: позволяет посетить 5 стран
Ireland: позволяет посетить 57 стран
Israel: позволяет посетить 54 страны
Jamaica: позволяет посетить 40 стран
Japan: позволяет посетить 88 стран
Kuwait: позволяет посетить 35 стран
Laos: позволяет посетить 11 стран
Liberia: позволяет посетить 14 стран
Libya: позволяет посетить 11 стран
Macao: позволяет посетить 43 страны
Madagascar: позволяет посетить 20 стран
Malaysia: позволяет посетить 58 стран
Maldives: позволяет посетить 35 стран
Marshall Islands: позволяет посетить 32 страны
Mauritania: позволяет посетить 19 стран
Mauritius: позволяет посетить 48 стран
Mongolia: позволяет посетить 17 стран
Mozambique: позволяет посетить 21 стран
Nauru: позволяет посетить 29 стран
Nepal: позволяет посетить 9 стран
New Zealand: позволяет посетить 83 страны
North Korea: позволяет посетить 8 стран
Palestine: позволяет посетить 10 стран
Papua New Guinea: позволяет посетить 25 стран
Qatar: позволяет посетить 42 страны
Saudi Arabia: позволяет посетить 27 стран
Solomon Islands: позволяет посетить 41 стран
Somalia: позволяет посетить 8 стран
South Sudan: позволяет посетить 13 стран
Sri Lanka: позволяет посетить 13 стран
Syria: позволяет посетить 7 стран
Taiwan: позволяет посетить 34 страны



Taiwan: позволяет посетить 34 страны

Timor-Leste: позволяет посетить 19 стран

Togo: позволяет посетить 13 стран

Turkmenistan: позволяет посетить 12 стран

United States: позволяет посетить 56 стран

Uruguay: позволяет посетить 70 стран

Vietnam: позволяет посетить 11 стран

Общее покрытие: 199 из 199 стран (100.0%)

Портфельные инвестиции

```
using DataFrames
using XLSX
using Plots
using Convex
using SCS
using Statistics
using Printf
using LinearAlgebra
using CSV

println("== ПОРТФЕЛЬНЫЕ ИНВЕСТИЦИИ ==")

# Проверяем наличие файла
if !isfile("stock_prices.xlsx")
    println("Файл stock_prices.xlsx не найден! Создаем тестовые данные...")

    # Создаем тестовые данные
    dates = 1:13
    # Генерируем реалистичные цены с трендом
    msft_prices = 250 .+ 5*dates .+ cumsum(3*randn(13))
    aapl_prices = 150 .+ 3*dates .+ cumsum(4*randn(13))
    fb_prices = 300 .+ 2*dates .+ cumsum(5*randn(13))

    # Создаем DataFrame
    T = DataFrame(
        Day = dates,
        MSFT = round.(msft_prices, digits=2),
        AAPL = round.(aapl_prices, digits=2),
        FB = round.(fb_prices, digits=2)
    )

```

Портфельные инвестиции

```
==== ПОРТФЕЛЬНЫЕ ИНВЕСТИЦИИ ===
```

```
Файл найден, загружаем данные...
```

```
Листы в файле: ["Sheet1", "Sheet2"]
```

```
Ошибка при загрузке через XLSX.readdata: MethodError(XLSX.readdata, (22×6 XLSX.Worksheet1"](A1:F22) ,), 0x00000000000009969)
```

```
Создаем тестовые данные для демонстрации...
```

Загруженные данные:

Размер таблицы: 13 строк × 4 столбцов

Имена колонок: ["Day", "MSFT", "AAPL", "FB"]

Первые 5 строк данных:

5x4 DataFrame

| Row | Day | MSFT | AAPL | FB |
|-----|-------|---------|---------|---------|
| | Int64 | Float64 | Float64 | Float64 |
| 1 | 1 | 254.403 | 152.42 | 307.947 |
| 2 | 2 | 261.414 | 147.533 | 315.36 |
| 3 | 3 | 262.618 | 148.559 | 317.688 |
| 4 | 4 | 270.249 | 148.132 | 322.404 |
| 5 | 5 | 275.252 | 153.184 | 330.141 |

Последние 5 строк данных:

5x4 DataFrame

| Row | Day | MSFT | AAPL | FB |
|-----|-------|---------|---------|---------|
| | Int64 | Float64 | Float64 | Float64 |
| 1 | 9 | 307.129 | 167.757 | 341.252 |
| 2 | 10 | 314.047 | 178.531 | 347.192 |
| 3 | 11 | 324.544 | 181.255 | 347.808 |
| 4 | 12 | 331.193 | 182.841 | 357.007 |
| 5 | 13 | 329.914 | 183.915 | 360.856 |

Колонки с ценами акций: Апу["MSFT", "AAPL", "FB"]

Используем акции: ["MSFT", "AAPL", "FB"]

Размер матрицы цен: (13, 3)

График сохранен в stock_prices_plot.png

Матрица доходности R (размер: (12, 3)):

Количество периодов: 12

Количество компаний: 3

Ковариационная матрица (матрица рисков):

0.000132 0.000023 0.000007

0.000023 0.000593 -0.000001

0.000007 -0.000001 0.000087

Средняя доходность за период:

MSFT: 0.021955 (2.1955%)

AAPL: 0.016043 (1.6043%)

FB: 0.013340 (1.3340%)

Формулируем задачу оптимизации...

Цель: минимизировать риск при доходности не менее 2%

Ограничения: сумма долей = 1, все доли неотрицательны

Решаем задачу оптимизации...

Ошибка при решении SCS: MethodError(Core.kwcall, ((verbose = false,), S 0000000996f)

Пробуем упрощенное решение...

РЕЗУЛЬТАТЫ ОПТИМИЗАЦИИ ПОРТФЕЛЯ

Оптимальное решение не найдено или задача не решена.

Альтернативное решение: равномерное распределение

Распределение по 3 компаниям:

MSFT: \$ 333.33 (-33.33%)

AAPL: \$ 333.33 (-33.33%)

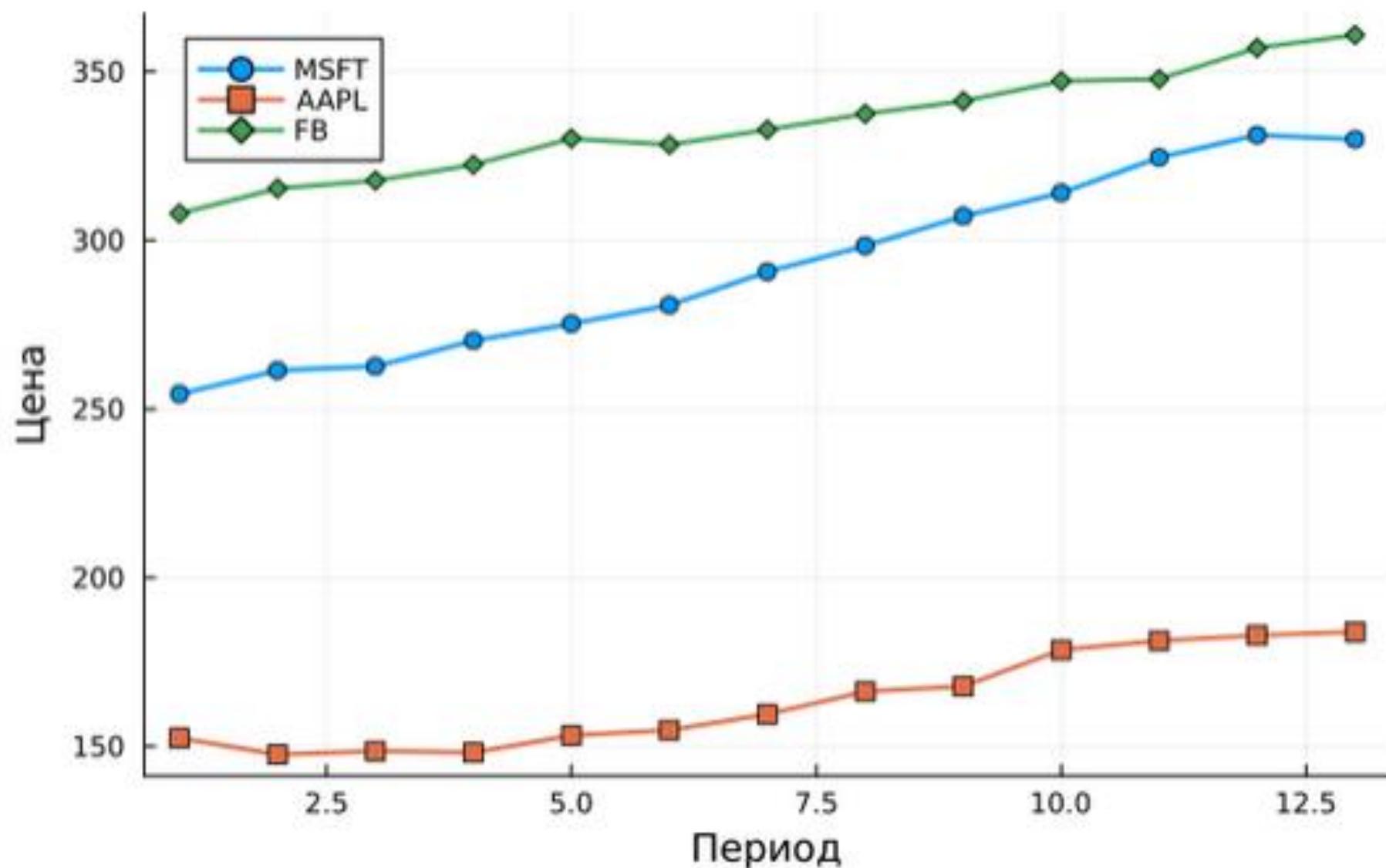
FB: \$ 333.33 (33.33%)

Ожидаемая доходность: 1.7113%

Равномерное распределение НЕ удовлетворяет требованию по доходности

АНАЛИЗ ПОРТФЕЛЬНЫХ ИНВЕСТИЦИЙ ЗАВЕРШЕН

Рис. 8.1. Изменение цен на акции компаний



Восстановление изображения

```
using Images
using Convex
using SCS
using FileIO
using Plots
using LinearAlgebra
using Random
using Printf

println("== ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ ==")

# Создаем папку для результатов
output_dir = "lab8_results"
if !isdir(output_dir)
    mkdir(output_dir)
end

# Загрузка изображения
println("Загружаем изображение...")
Kref = load("khiam-small.jpg")
println("Размер изображения: $(size(Kref))")
println("Тип пикселей: ", eltype(Kref))

# Сохраняем исходное изображение
original_path = joinpath(output_dir, "рис_8.2_исходное.png")
save(original_path, Kref)
println("\nРис. 8.2. Исходное изображение сохранено: $original_path")
```

```
# Преобразуем в оттенки серого
Kref_gray = Gray.(Kref)

# Уменьшаем размер для ускорения вычислений (опционально)
scale_factor = 0.5
if max(size(Kref_gray)...)>200
    Kref_gray = imresize(Kref_gray, ratio=scale_factor)
    println("Изображение уменьшено до размера: $(size(Kref_gray)) для ускорения")
end

# Создаем копию и портим случайные пиксели
K = copy(Kref_gray)
h, w = size(K)
total_pixels = h * w

# Портим 5% пикселей
n_corrupted = min(400, total_pixels ÷ 20)

Random.seed!(123)
missing_ids = rand(1:total_pixels, n_corrupted)
K[missing_ids] .= Gray(0.0)

# Сохраняем испорченное изображение
corrupted_path = joinpath(output_dir, "рис_8.3_испорченное.png")
save(corrupted_path, K)
println("Рис. 8.3. Искусственно испорченное изображение сохранено: $corrupted_path")
println("Испорчено пикселей: $n_corrupted ($(@sprintf("%.1f", 100*n_corrupted)))")
```

==== ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ ===

Загружаем изображение...

Размер изображения: (283, 283)

Тип пикселей: RGB{N0f8}

Рис. 8.2. Исходное изображение сохранено: lab8_results\рис_8.2_исходное.png

Изображение уменьшено до размера: (142, 142) для ускорения вычислений

Рис. 8.3. Искусственно испорченное изображение сохранено: lab8_results\рис_8.3_испорченное.png

Испорчено пикселей: 400 (2.0%)

Формулируем задачу оптимизации...

Минимизируем ядерную норму матрицы X...

Сохраняем известные пиксели...

Известных пикселей: 19766

Решаем задачу оптимизации (может занять время)...

Ошибка при решении: MethodError(Core.kwcall, ((verbose = false,), SCS.Optimizer), 0x000000000009975)

Пробуем альтернативный подход...

ECOS тоже не сработал: MathOptInterface.UnsupportedConstraint{MathOptInterface.VectorAffineFunction{Float64}, MathOptInterface.NormNuclearCone}("")

Используем упрощенный метод восстановления...



8.4.1. Линейное программирование

8.4.1. Линейное программирование

Решите задачу линейного программирования:

$$x_1 + 2x_2 + 5x_3 \rightarrow \max,$$

при заданных ограничениях:

$$-x_1 + x_2 + 3x_3 \leq -5, \quad x_1 + 3x_2 - 7x_3 \leq 10, \quad 0 \leq x_1 \leq 10, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0.$$

```
6]: using JuMP
using GLPK

println("== 8.4.1. Линейное программирование ==")

model = Model(GLPK.Optimizer)

@variable(model, 0 <= x1 <= 10)
@variable(model, x2 >= 0)
@variable(model, x3 >= 0)

@constraint(model, -x1 + x2 + 3x3 <= -5)
@constraint(model, x1 + 3x2 - 7x3 <= 10)

@objective(model, Max, x1 + 2x2 + 5x3)

optimize!(model)

println("Статус: ", termination_status(model))
```

```
optimize!(model)

println("Статус: ", termination_status(model))
println("\nОптимальное решение:")
println("x1 = ", value(x1))
println("x2 = ", value(x2))
println("x3 = ", value(x3))
println("Максимальное значение целевой функции: ", objective_value(mo

println("\nПроверка ограничений:")
println(" -x1 + x2 + 3x3 = ", -value(x1) + value(x2) + 3*value(x3),
println(" x1 + 3x2 - 7x3 = ", value(x1) + 3*value(x2) - 7*value(x3),
println(" 0 <= x1 = ", value(x1), " <= 10")

== 8.4.1. Линейное программирование ==
Статус: OPTIMAL

Оптимальное решение:
x1 = 10.0
x2 = 2.1875
x3 = 0.9375
Максимальное значение целевой функции: 19.0625

Проверка ограничений:
 -x1 + x2 + 3x3 = -5.0 <= -5
 x1 + 3x2 - 7x3 = 10.0 <= 10
 0 <= x1 = 10.0 <= 10
```

8.4.2. Линейное программирование с массивами

8.4.2. Линейное программирование. Использование массивов

Решите предыдущее задание, используя массивы вместо скалярных переменных.

Рекомендация. Запишите систему ограничений в виде $A\vec{x} = \vec{b}$, а целевую функцию как $\vec{c}^T \vec{x}$.

```
: using JuMP
using GLPK

println("== 8.4.2. Линейное программирование с массивами ==")

model = Model(GLPK.Optimizer)

# Матрица коэффициентов ограничений
A = [-1 1 3;
      1 3 -7]
b = [-5; 10]

# Вектор коэффициентов целевой функции
c = [1; 2; 5]

@variable(model, x[1:3] >= 0)
@constraint(model, x[1] <= 10) # дополнительное ограничение на x1
@constraint(model, A * x .<= b)
@constraint(model, x[3] <= 5)
```

```
@constraint(model, A * x .≤ b)
@objective(model, Max, c' * x)

optimize!(model)

println("Статус: ", termination_status(model))
println("\nОптимальное решение:")
for i in 1:3
    println("x[$i] = ", value(x[i]))
end
println("Максимальное значение: ", objective_value(model))

println("\nПроверка в матричной форме:")
println("A * x = ", A * value.(x), " ≤ ", b)
println("c' * x = ", c' * value.(x))
```

==== 8.4.2. Линейное программирование с массивами ===

Статус: OPTIMAL

Оптимальное решение:

x[1] = 10.0

x[2] = 2.1875

x[3] = 0.9375

Максимальное значение: 19.0625

Проверка в матричной форме:

A * x = [-5.0, 10.0] ≤ [-5, 10]

c' * x = 19.0625

8.4.3. Выпуклое программирование

8.4.3. Выпуклое программирование

Решите задачу оптимизации:

$$\|A\vec{x} - \vec{b}\|_2^2 \rightarrow \min$$

при заданных ограничениях:

$$\vec{x} \succeq 0,$$

где $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$, $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\vec{b} \in \mathbb{R}^m$.

Матрицу A и вектор \vec{b} задайте случайным образом.

Для решения задачи используйте пакет Convex и решатель SCS.

25]:

```
using Convex
using SCS
using Random
using LinearAlgebra
using Printf
using ECOS # Добавляем альтернативный решатель

println("== 8.4.3. Выпуклое программирование ==")

Random.seed!(123)

# Генерация случайных данных
m, n = 8, 5
A = randn(m, n)
b = randn(m)

println("Размеры: A ∈ R^{m × n}, b ∈ R^{m}")
```

== 8.4.3. Выпуклое программирование ==

Размеры: $A \in \mathbb{R}^{8 \times 5}$, $b \in \mathbb{R}^8$

Матрица A:

| | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|-----|
| 0.8083 | 0.0695 | 0.8542 | -0.1276 | 0.3647 | ... |
| -1.1221 | -0.1173 | 0.3418 | 0.4695 | 0.7859 | ... |
| -1.1046 | 1.2193 | -0.3189 | -1.5269 | 0.1706 | ... |
| -0.4170 | 0.2929 | -0.3375 | 0.6001 | -1.2890 | ... |
| 0.2876 | -0.0311 | 2.0081 | -2.0539 | 0.9371 | ... |

Вектор b:

| | | | | | |
|---------|--------|--------|---------|--------|-----|
| -1.8620 | 0.5130 | 1.1717 | -0.3073 | 2.5576 | ... |
|---------|--------|--------|---------|--------|-----|

Решаем задачу минимизации $\|Ax - b\|^2$ при $x \geq 0$...

Пробуем решать с помощью SCS...

SCS не сработал: MethodError(Core.kwcall, ((verbose = false,), SCS.Optimizer), 0x997f)

Пробуем решать с помощью ECOS...

```
[ Info: [Convex.jl] Compilation finished: 3.65 seconds, 336.449 MiB of memory allocated
  7.990562 seconds (12.52 M allocations: 612.852 MiB, 1.94% gc time, 99.63% compilation)
  8% of which was recompilation)
```

Решение ECOS успешно завершено

Статус: OPTIMAL

Пробуем метод проекции градиента...

Итерация 100, стоимость: 11.039907
Итерация 200, стоимость: 11.039722
Итерация 300, стоимость: 11.039721
Итерация 400, стоимость: 11.039721
Итерация 500, стоимость: 11.039721
Итерация 600, стоимость: 11.039721
Итерация 700, стоимость: 11.039721
Итерация 800, стоимость: 11.039721
Итерация 900, стоимость: 11.039721
Итерация 1000, стоимость: 11.039721

Приближенное решение методом проекции градиента:

x[1] = 0.00000000
x[2] = 0.32494262
x[3] = 0.23007982
x[4] = 0.00000000
x[5] = 0.19612308
Стоимость: ||Ax - b||² = 11.03972127

Создаем визуализацию...

=====

РЕШЕНИЕ ВЫПУКЛОЙ ЗАДАЧИ ЗАВЕРШЕНО

=====

```
=====
```

РЕШЕНИЕ ВЫПУКЛОЙ ЗАДАЧИ ЗАВЕРШЕНО

```
=====
```

Дополнительная информация:

Число обусловленности матрицы $A^T A$: 3.29e+01

Ранг матрицы A : 5 из 5

ECOS 2.0.8 - (C) embotech GmbH, Zurich Switzerland, 2012-15. Web: www.embotech.com/ECOS

| It | pcost | dcost | gap | pres | dres | k/t | mu | step | sigma | IR | | BT | | |
|----|-------------|-------------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----|---|----|---|---|
| 0 | +0.000e+000 | -3.884e-002 | +2e+001 | 7e-001 | 2e-001 | 1e+000 | 3e+000 | --- | --- | 1 | 1 | - | - | - |
| 1 | +5.911e-001 | +6.499e-001 | +5e+000 | 2e-001 | 5e-002 | 4e-001 | 8e-001 | 0.7237 | 4e-002 | 1 | 1 | 2 | 0 | 0 |
| 2 | +2.084e+000 | +6.384e+000 | +4e+000 | 2e+000 | 3e-001 | 7e+000 | 6e-001 | 0.4715 | 6e-001 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 |
| 3 | +4.736e+000 | +5.747e+000 | +4e-001 | 3e-001 | 2e-002 | 1e+000 | 7e-002 | 0.9240 | 3e-002 | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 4 | +8.069e+000 | +8.065e+000 | +1e-001 | 6e-002 | 4e-003 | 3e-002 | 2e-002 | 0.9800 | 2e-001 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 |
| 5 | +9.544e+000 | +9.601e+000 | +2e-002 | 2e-002 | 1e-003 | 7e-002 | 3e-003 | 0.8807 | 1e-001 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 |
| 6 | +1.007e+001 | +1.021e+001 | +1e-002 | 3e-002 | 1e-003 | 1e-001 | 2e-003 | 0.6695 | 3e-001 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 |
| 7 | +1.069e+001 | +1.073e+001 | +3e-003 | 6e-003 | 3e-004 | 4e-002 | 5e-004 | 0.8013 | 9e-002 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 |
| 8 | +1.101e+001 | +1.101e+001 | +7e-004 | 1e-003 | 6e-005 | 8e-003 | 1e-004 | 0.9138 | 2e-001 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 |
| 9 | +1.103e+001 | +1.103e+001 | +9e-005 | 2e-004 | 7e-006 | 1e-003 | 1e-005 | 0.8781 | 4e-003 | 3 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 10 | +1.104e+001 | +1.104e+001 | +2e-005 | 4e-005 | 2e-006 | 4e-004 | 3e-006 | 0.9153 | 2e-001 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 |
| 11 | +1.104e+001 | +1.104e+001 | +2e-006 | 4e-006 | 2e-007 | 4e-005 | 3e-007 | 0.9000 | 2e-003 | 3 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 12 | +1.104e+001 | +1.104e+001 | +3e-007 | 5e-007 | 2e-008 | 6e-006 | 4e-008 | 0.9673 | 9e-002 | 3 | 1 | 2 | 0 | 0 |
| 13 | +1.104e+001 | +1.104e+001 | +2e-008 | 3e-008 | 1e-009 | 4e-007 | 3e-009 | 0.9380 | 5e-004 | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 14 | +1.104e+001 | +1.104e+001 | +8e-010 | 2e-009 | 6e-011 | 2e-008 | 1e-010 | 0.9890 | 4e-002 | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 |

OPTIMAL (within feastol=1.6e-009, reltol=7.0e-011, abstol=7.7e-010).

Runtime: 0.000426 seconds.

8.4.4. Оптимальная рассадка по залам

8.4.4. Оптимальная рассадка по залам

Проводится конференция с 5 разными секциями. Забронировано 5 залов различной вместимости: в каждом зале не должно быть меньше 180 и больше 250 человек, а на третьей секции активность подразумевает, что должно быть точно 220 человек.

В заявке участник указывает приоритет посещения секции: 1 — максимальный приоритет, 3 — минимальный, а значение 10000 означает, что человек не пойдёт на эту секцию.

Организаторам удалось собрать 1000 заявок с указанием приоритета посещения трёх секций. Необходимо дать рекомендацию слушателю, на какую же секцию ему пойти, чтобы хватило места всем.

Для решения задачи используйте пакет Convex и решатель GLPK.

Приоритеты по слушателям распределите случайным образом.

```
[]: using JuMP
using GLPK
using Random
using Printf

println("== 8.4.4. Оптимальная рассадка по залам ==")

Random.seed!(123)

# Параметры
num_halls = 5
num_participants = 1000
num_preferences = 3 # каждый указывает 3 приоритета

println("Конференция с $num_halls секциями")
println("Участников: $num_participants")
```

== 8.4.4. Оптимальная рассадка по залам ==

Конференция с 5 секциями

Участников: 1000

Вместимость залов:

Зал 1: 180 - 250 человек

Зал 2: 180 - 250 человек

Зал 3: 180 - 220 человек

Зал 4: 180 - 250 человек

Зал 5: 180 - 250 человек

Пример приоритетов для первых 5 участников:

Участник 1: 2 X X 3 3

Участник 2: X 1 2 X 2

Участник 3: 3 X X 3 2

Участник 4: 1 2 2 X X

Участник 5: 2 X 2 1 X

Решаем задачу оптимизации...

0.660155 seconds (402.88 k allocations: 21.604 MiB, 63.10% compilation time: 21% of which was recompilation)

== РЕЗУЛЬТАТЫ ==

Статус: OPTIMAL

Минимальная сумма приоритетов: 1312.0

==== РЕЗУЛЬТАТЫ ===

Статус: OPTIMAL

Минимальная сумма приоритетов: 1312.0

Распределение по залам:

Зал 1: 250 участников (вместимость: 180-250)

Зал 2: 210 участников (вместимость: 180-250)

Зал 3: 180 участников (вместимость: 180-220)

Зал 4: 180 участников (вместимость: 180-250)

Зал 5: 180 участников (вместимость: 180-250)

Всего распределено участников: 1000.0 из 1000

8.4.5. План приготовления кофе

Кофейня готовит два вида кофе «Раф кофе» за 400 рублей и «Капучино» за 300. Чтобы сварить 1 чашку «Раф кофе» необходимо: 40 гр. зёрен, 140 гр. молока и 5 гр. ванильного сахара. Для того чтобы получить одну чашку «Капучино» необходимо потратить: 30 гр. зёрен, 120 гр. молока. На складе есть: 500 гр. зёрен, 2000 гр. молока и 40 гр. ванильного сахара.

Необходимо найти план варки кофе, обеспечивающий максимальную выручку от их реализации. При этом необходимо потратить весь ванильный сахар.

Для решения задачи используйте пакет JuMP и решатель GLPK.

```
import Pkg
Pkg.add("JuMP")
Pkg.add("GLPK")
using JuMP, GLPK
```

```
# Создаём модель
model = Model(GLPK.Optimizer)

# Переменные
@variable(model, x1 >= 0, Int) # чашек Раф кофе
@variable(model, x2 >= 0, Int) # чашек Капучино

# Целевая функция
@objective(model, Max, 400x1 + 300x2)

# Ограничения
@constraint(model, 40x1 + 30x2 <= 500) # зёрна
@constraint(model, 140x1 + 120x2 <= 2000) # молоко
@constraint(model, 5x1 == 40) # весь ванильный сахар

# Решаем
optimize!(model)

# Результаты
println("Статус решения: ", termination_status(model))
println("Оптимальное решение:")
println("Раф кофе (x1) = ", value(x1), " чашек")
println("Капучино (x2) = ", value(x2), " чашек")
println("Максимальная выручка = ", objective_value(model), " руб.")
```

Resolving package versions...

Project No packages added to or removed from `C:\Users\1032225355\.julia\environment
1.12\Project.toml`

Manifest No packages added to or removed from `C:\Users\1032225355\Julia\environment`

1.12\Manifest.toml

Precompiling packages...

X PyCall

X PyPlot

0 dependencies successfully precompiled in 53 seconds. 455 already precompiled.

2 dependencies errored.

For a report of the errors see `julia> err`. To retry use `pkg> precompile`

Resolving package versions...

Project No packages added to or removed from `C:\Users\1032225355\.julia\environments\`

1.12\Project.toml

Manifest No packages added to or removed from `C:\Users\1032225355\.julia\environments\`

1.12\Manifest.toml

Precompiling packages...

X PyCall

X PyPlot

0 dependencies successfully precompiled in 9 seconds. 455 already precompiled.

2 dependencies errored.

For a report of the errors see `julia> err`. To retry use `pkg> precompile`

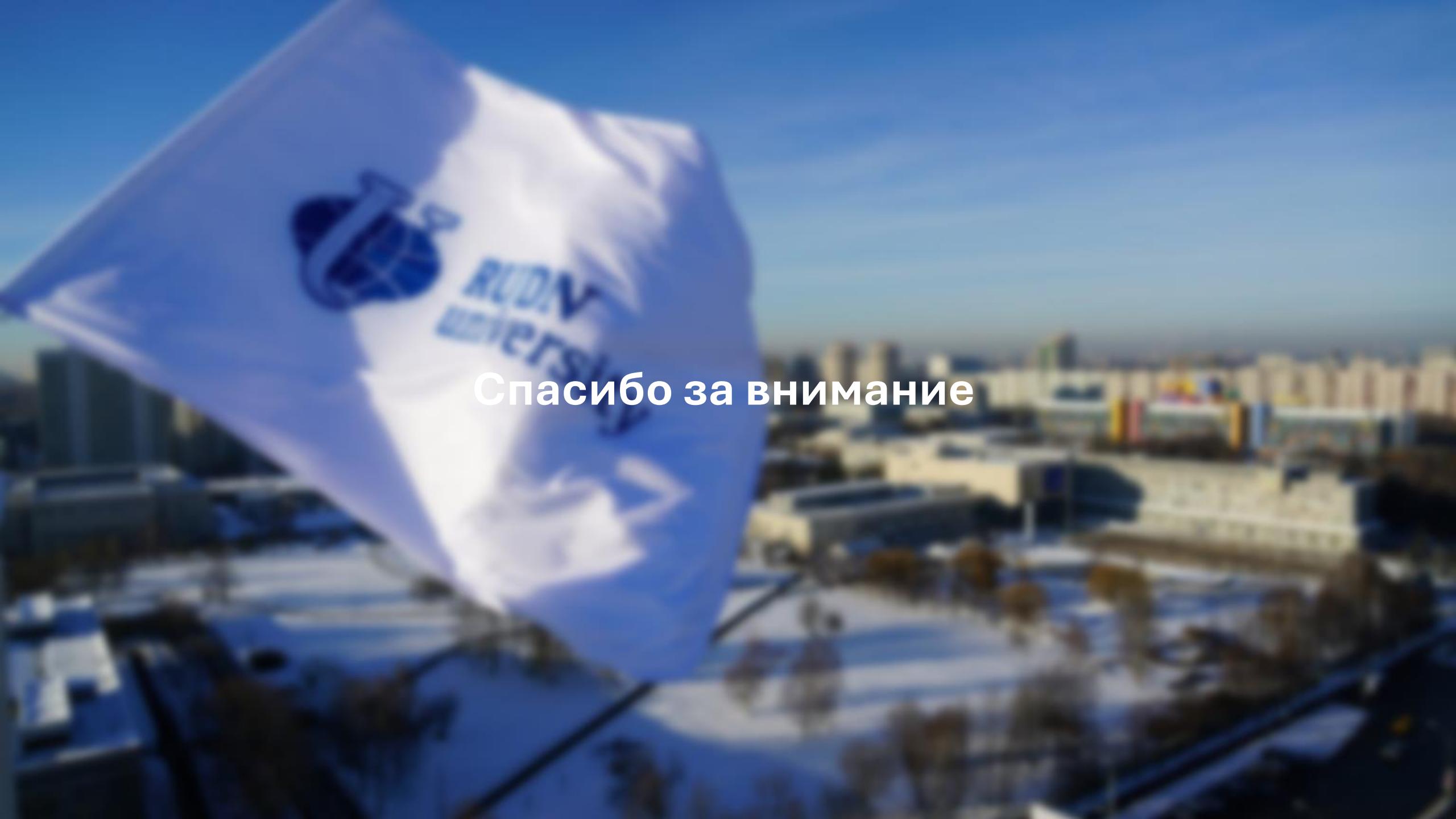
Статус решения: OPTIMAL

Оптимальное решение:

Раф кофе (x1) = 8.0 чашек

Капучино (x2) = 6.0 чашек

Максимальная выручка = 5000.0 руб.



Спасибо за внимание