

A2b. Взломщик!

Алгоритм

Хеш-функция для строки s длины n :

$$h(s) = \sum \text{ord}(s_i) \cdot p^i, \quad \text{ord}(c) = c - 'a' + 1$$

При такой кодировке строчные буквы (a–z) получают положительные коды от 1 до 26, а прописные буквы (A–Z) и цифры (0–9) — отрицательные (от -31 до -6 и от -48 до -39 соответственно).

Для строки из двух символов (c_0, c_1):

$$h = \text{ord}(c_0) + \text{ord}(c_1) \cdot p = 0$$

Значит нужно найти пару символов, для которой:

$$\text{ord}(c_0) = -\text{ord}(c_1) \cdot p$$

Один символ должен давать положительный вклад, другой — отрицательный, и они должны компенсировать друг друга.

Алгоритм: перебираем все допустимые пары символов ($62 \times 62 = 3844$ пары) и проверяем условие $h = 0$. Сложность — $O(|\Sigma|^2)$, что при $|\Sigma| = 62$ мгновенно.

Результаты для всех $p \leq 31$

$p = 1$: fZ, gY, hX, iW, jV, kU, lT, mS, nR, oQ, pP, qO, rN, sM, tL, uK, vJ, wI, xH, yG, zF, Fz, Gy, Hx, Iw, Jv, Ku, Lt, Ms, Nr, Oq, Pp, Qo, Rn, Sm, Tl, Uk, Vj, Wi, Xh, Yg, Zf

$p = 2$: lZ, nY, pX, rW, tV, vU, xT, zS, Bo, Dn, Fm, HI, Jk, Lj, Ni, Ph, Rg, Tf, Ve, Xd, Zc, 0x, 2w, 4v, 6u, 8t

$p = 3$: rZ, uY, xX, Bj, Ei, Hh, Kg, Nf, Qe, Td, Wc, Zb, 0p, 3o, 6n, 9m

$p = 4$: xZ, Dg, Hf, Le, Pd, Tc, Xb, 0l, 4k, 8j

$p = 5$: Bf, Ge, Ld, Qc, Vb, 3i, 8h

$p = 6$: Be, Hd, Nc, Tb, Za, 0h, 6g

$p = 7$: Dd, Kc, Rb, Ya, 6f

$p = 8$: Hc, Pb, Xa, 0f, 8e

$p = 9$: Ec, Nb, Wa, 3e

$p = 10$: Bc, Lb, Va, 8d

$p = 11$: Jb, Ua, 4d

$p = 12$: Hb, Ta, 0d

$p = 13$: Fb, Sa, 9c

$p = 14$: Db, Ra, 6c

$p = 15$: Bb, Qa, 3c

$p = 16$: Pa, 0c

p = 17: Oa
p = 18: Na
p = 19: Ma
p = 20: La, 8b
p = 21: Ka, 6b
p = 22: Ja, 4b
p = 23: Ia, 2b
p = 24: Ha, 0b
p = 25: Ga
p = 26: Fa
p = 27: Ea
p = 28: Da
p = 29: Ca
p = 30: Ba
p = 31: Aa

Для больших р нейтральных элементов из двух символов становится меньше, потому что второй символ умножается на р и требуется большая компенсация от первого символа, а диапазон допустимых кодов ограничен.