Universidad del Istmo de Guatemala
Facultad de Ingenieria
Ing. en Sistemas
Informatica 1
Prof. Ernesto Rodriguez - erodriguez@unis.edu.gt

Hoja de trabajo #4

Samantha Rodas Chaluleu
Adalí Garrán Jiménez
20 de Agosto, 2019

Ejercicio #1

Indicar que definiciones corresponden al mismo conjunto:
Conjunto 1:
$a := \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$
$d := \{n \in \mathbb{N} \mid \exists i \in \mathbb{N} \, . \, n = 2^i \wedge n < 100\}$

Conjunto 2:
$b := \{n \ \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N} \, . \, x = n/5\}$
$f := \{n \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N} \, . \, n = x + x + x + x + x\}$

Conujnto 3:
$c := \{n \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N} \, . \, n = x * x\}$
$e := \{n \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N} \, . \, x = \sqrt{n}\}$

Ejercicio #2

Defina los conjuntos utilizando jerga matemática:

1. El conjunto de todos los naturales divisibles dentro de 5
   $A := \{n \in \mathbb{N} \mid n\%5 = 0\}$

2. El conjunto de todos los naturales divisibles dentro de 4 y 5
   $B := \{n \in \mathbb{N} \mid n\%5 = 0 \ \wedge \ n\%4 = 0\}$

3. El conjunto de todos los naturales que son primos
   $P := \bigcap_{i \in I}$
   $I := \forall i \in \mathbb{N}. \, \{n \in \mathbb{N} | \ n\%i \neq 0 \ \wedge \ i \neq n, 1\}$

4. El conjunto de todos los conjuntos de numeros naturales que contienen un numero divisible dentro de 15
   $H := \{X \subset P(\mathbb{N}) \ | \exists x \in X \ \wedge \ n \in X. \ x\%15 = 0\}$

5. El conjunto de todos los conjuntos de numeros naturales que al ser sumados producen 42 como resultado
   $D := \{X \subset P(\mathbb{N}) \ |\exists x \in X \ \ \wedge n, i \in \mathbb{N}. \ \sum_i^n x_i = 42 \ \wedge \ n = \#(X) \ \ \wedge \ i = 1\}$

Ejercicio #3

Definir una relación llamada $S \subset \mathbb{N}_{50} \times \mathbb{N}_{50} \times \mathbb{N}_{50}$ La cual relaciona a todos los numeros *semi-primos* menores a 30 con los numeros primos que lo forman.

$P := \bigcap_{i \in I}$
$I := \forall i \in \mathbb{N}. \ \{n \in \mathbb{N}| \ n\%i \neq 0 \ \wedge \ i \neq n, 1\}$

$S \subset \mathbb{N}_{50} \times \mathbb{N}_{50} \times \mathbb{N}_{50} := \{(a, b, c)|a, b \in P \ \wedge \ c = a * b \ \wedge \ c < 50\}$

$S \subset \mathbb{N}_{50} \times \mathbb{N}_{50} \times \mathbb{N}_{50}$:=$\{\langle 2, 2, 4\rangle$, $\langle 2, 3, 6\rangle$, $\langle 2, 5, 10\rangle$, $\langle 2, 7, 14\rangle$, $\langle 2, 11, 22\rangle$, $\langle 2, 13, 26\rangle$, $\langle 2, 17, 34\rangle$, $\langle 2, 19, 38\rangle$, $\langle 2, 23, 46\rangle$, $\langle 3, 2, 6\rangle$, $\langle 3, 3, 9\rangle$, $\langle 3, 5, 15\rangle$, $\langle 3, 7, 21\rangle$, $\langle 3, 11, 33\rangle$, $\langle 3, 13, 39\rangle$, $\langle 5, 2, 10\rangle$, $\langle 5, 3, 15\rangle$, $\langle 5, 5, 25\rangle$, $\langle 5, 7, 35\rangle$, $\langle 7, 2, 14\rangle$, $\langle 7, 3, 21\rangle$, $\langle 7, 5, 35\rangle$, $\langle 7, 7, 49\rangle$, $\langle 11, 2, 22\rangle$, $\langle 11, 3, 33\rangle$, $\langle 13, 2, 26\rangle$, $\langle 13, 3, 39\rangle$, $\langle 17, 2, 34\rangle$, $\langle 19, 2, 38\rangle$, $\langle 23, 2, 46\rangle\}$

Ejercicio #4

Definir los conjuntos a los que corresponden las siguientes funciónes:

1. $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$; $f(x) = x + x$
   $\lambda x \in \mathbb{N}.x + x = \{(x, x + x)|x \in \mathbb{N}\}$

2. $g : \mathbb{N} \to \mathbb{B}$; $g(x)$ es verdadero si x es divisible dentro de 5, falso en caso contrario.
   verdadero = 1
   falso = 0
   $g := \{(x, 0)|x \in \mathbb{N}.x\%5 \neq 0\} \cup \{(x, 1)|x \in \mathbb{N}.x\%5 = 0\}$

3. Indicar el conjunto al que pertenece la función $g \circ f$
   $\mathbb{N} \to \mathbb{B}$

4. Definir el conjunto que corresponde a la función $g \circ f$
   $g \circ f := \{(x, 0)|x \in \mathbb{N}. \ 2x\%5 \neq 0\} \cup \{(x, 1)|x \in \mathbb{N}. \ 2x\%5 = 0\}$

Ejercicio #5

Indique si la función es inyectiva, suryectiva o biyectiva para $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

1. $f(x) = x^2$
   No es inyectiva, suryectiva ni biyectiva.

2. $g(x) = \frac{1}{cos(x-1)}$
   No es inyectiva, suryectiva ni biyectiva.

3. $h(x) = 2x$
   Es inyectiva y suryectiva; por lo tanto, es biyectiva.

4. $w(x) = x + 1$
   Es inyectiva y suryectiva; por lo tanto, es biyectiva.

Ejercicio #6

Definir una bijección entre los números naturales ($\mathbb{N}$) y los números enteros ($\mathbb{Z}$):

1. Asignar a los números naturales pares un número entero positivo. $B_1 = \{\langle 2,1\rangle, \langle 4,2\rangle, \langle 6,3\rangle \ldots\}$
   Encontrar la pendiente y la ecuación de la recta: $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$
   Se utilizarán los puntos (2,1) y (4,2) como ejemplo.
   $m = \frac{2-1}{4-2}$
   $m = \frac{1}{2}$

$$
\begin{aligned}
y - y_1 &= m(x - x_1) \\
y - 1 &= \frac{1}{2}(x-2) \\
2y - 2 &= x - 2 \\
2y &= x \\
y &= \frac{x}{2}
\end{aligned}
$$

   Por lo tanto, $B_1 := \{(n, \frac{n}{2}) | n \in \mathbb{N}.n\%2 = 0\}$

2. Asignar a los números naturales impares un número entero negativo. $B_2 = \{\langle 1,-1\rangle, \langle 3,-2\rangle, \langle 5,-3\rangle \ldots\}$
   Encontrar la pendiente y la ecuación de la recta: $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$
   Se utilizarán los puntos (3,-2) y (5,-3) como ejemplo.
   $m = \frac{-3-(-2)}{5-3}$
   $m = \frac{-1}{2}$

$$
\begin{aligned}
y - y_1 &= m(x - x_1) \\
y - (-2) &= \frac{-1}{2}(x-3) \\
2y + 4 &= -(x-3) \\
2y &= -x + 3 - 4 \\
y &= \frac{-x-1}{2} \\
y &= -\frac{x+1}{2}
\end{aligned}
$$

   Por lo tanto, $B_2 := \{(n, -\frac{n+1}{2}) | n \in \mathbb{N}.n\%2 \neq 0\}$

3. Asignarle el número natural 0, al número entero 0.

$$
f = \begin{cases} 0 & \text{si } n = 0 \\ \frac{n}{2} & \text{si n es par} \\ -\frac{n+1}{2} & \text{si n es impar} \end{cases}
$$

4. Definir el conjunto $B := \{\langle 0,0\rangle\} \cup B_1 \cup B_2$:

$$
B := \{\langle 0,0\rangle\} \cup \{(n, \tfrac{n}{2}) | n \in \mathbb{N}.n\%2 = 0\} \cup \{(n, -\tfrac{n+1}{2}) | n \in \mathbb{N}.n\%2 \neq 0\}
$$