Universidad del Istmo de Guatemala
Facultad de Ingenieria
Ing. en Sistemas
Informatica 1
Prof. Ernesto Rodriguez - erodriguez@unis.edu.gt

Corrección Examen Parcial #1

Samantha Rodas Chaluleu
Adalí Garrán Jiménez
Fecha de entrega: 20 de Agosto, 2019

Ejercicio #1

Demueustre las siguientes propiedades utilizando induccón. Puede hacer uso de la aritmetica para dichas demostraciones. Asegurese de indicar claramente el caso base, el caso inductivo, la hipotesis inductiva y cada paso del procedimiento.

- $\forall n \geq 1.\ 2 * n\ es\ par$
  Caso Base: n=1

$$2 * 1\ es\ par$$

$$R.\ 2\ es\ par.$$

  Caso Inductivo: n=n+1
  Hipótesis induciva: 2*n es par

$$2(n+1)\ es\ par$$

$$[2n] + 2\ es\ par$$

Por Hipótesis inductiva [2n] es par
$\Rightarrow 2\ tiene\ que\ ser\ par$

$$R.\ 2\ es\ par$$

- $\forall n \geq 4.\ 2^n < n!,\ donde\ n! = 1 * 2 * 3 * ... * (n-1) * n$
  Caso Base: n=4

$$2^4 < 1 * 2 * 3 * 4$$

$$R.\ 16 < 24$$

  Caso Inductivo n=n+1
  Hipótesis inductiva: $\forall n \geq 4, 2^n < n!$

$$2^{n+1} < (n+1)!$$

$$2^n * 2 < n! * (n+1)$$

$$2 * [2^n < n!] * (n+1)$$

Asumiendo por hipótesis inductiva que $[2^n < n!]$ es cierto:

$$\Rightarrow Ej.\ 2 * 2^5 < 5!(6) \quad 64 < 720\ (cumple)$$

$$2 \leq (n+1)$$

$$1 \leq n$$

$$n \geq 4 \Rightarrow n \geq 1$$

$$Cumple$$

Ejercicio #2

Dar una definicíon inductiva para las siguientes funciones sobre los numeros naturales unarios. Consejo, se le recomienda definir y utilizar la suma y multiplicación de los numeros naturales unarios:

- La función facorial (n!):

$$n! := \begin{cases} 1 & \text{si } n = o \\ (x!) \otimes (\sigma(x)) & \text{si } n = \sigma(x) \end{cases}$$

- La función resta ($\ominus$):

$$a \ominus b := \begin{cases} 0 & \text{si } a \leq b \\ a & \text{si } b = 0 \\ \sigma(x \ominus b) & \text{si } a = \sigma(x) \ \wedge \ a > b \end{cases}$$

- La función sumatoria ($\sum_i^n$):

$$\sum_i^n := \begin{cases} n & \text{si } n = i \\ \sum_i^x \oplus \sigma(x) & \text{si } n = \sigma(x) \end{cases}$$

- La función exponente (a^b):

$$a^b := \begin{cases} 1 & \text{si } b = 0 \\ 0 & \text{si } a = 0 \\ a \otimes a^i & \text{si } b = \sigma(i) \end{cases}$$

Ejercicio #3

A continuacion se presenta la definicion de la suma y mutiplicacion de numeros unarios:

$$a \otimes b := \begin{cases} 0 & \text{si } a = o \\ 0 & \text{si } b = o \\ a & \text{si } b = 1 \\ b & \text{si } a = 1 \\ b \oplus (x \otimes b) & \text{si } a = \sigma(x) \end{cases}$$

$$a \oplus b := \begin{cases} a & \text{si } b = 0 \\ b & \text{si } a = 0 \\ \sigma(x \oplus b) & \text{si } a = \sigma(x) \end{cases}$$

Puede utilizar una definición alterna (pero equivalente) de la suma o multiplicación si lo desea. Recuerde de

indicar claramente el caso base, el caso inductivo, la hipótesis inductiva y cada paso de la demostración.
$2 = \sigma(\sigma(0))$
Demostrar que $2 \otimes a = a \oplus a$:
Caso Base: a=0

$$2 \otimes 0 = 0 \oplus 0$$

2=b

$$b \otimes 0 = 0$$

$$0 = 0$$

Caso Inductivo: $a = \sigma(x)$
Hipótesis inductiva: $2 \otimes x = x \oplus x$
$a = \sigma(x)$
$b = \sigma(\sigma(0))$

$$\sigma(\sigma(0)) \otimes \sigma(x) = \sigma(x) \oplus \sigma(x)$$

$a_1 = \sigma(i) = b$
$i = \sigma(0)$
$b_1 = \sigma(x) = a$

$$a_1 \otimes b_1 = \sigma(x) \oplus \sigma(x)$$

$$\sigma(i) \otimes b_1 = \sigma(x) \oplus \sigma(x)$$

$$b_1 \oplus (i \otimes b_1) = \sigma(x \oplus \sigma(x))$$

$$\sigma(x) \oplus (\sigma(0) \otimes \sigma(x)) = \sigma(x \oplus \sigma(x))$$

$$\sigma(x) \oplus (1 \otimes \sigma(x)) = \sigma(x \oplus \sigma(x))$$

$$\sigma(x) \oplus \sigma(x) = \sigma(x \oplus \sigma(x))$$

$$\sigma(x \oplus \sigma(x)) = \sigma(x \oplus \sigma(x))$$

k=$x \oplus \sigma(x)$

$$\sigma(k) = \sigma(k)$$