

Veillez à bien noircir les cases.

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre →
et écrivez votre nom et prénom ci-dessous :

Nom et prénom :

**Attention à ne pas vous tromper,
toute erreur invalide la copie !**

+262/1/8+

<input type="text"/>	0	<input type="text"/>	0	<input type="text"/>	0	<input type="text"/>	0	<input type="text"/>	0	<input type="text"/>	0	<input type="text"/>	0	<input type="text"/>	0	<input type="text"/>	0
<input type="text"/>	1	<input type="text"/>	1	<input type="text"/>	1	<input type="text"/>	1	<input type="text"/>	1	<input type="text"/>	1	<input type="text"/>	1	<input type="text"/>	1	<input type="text"/>	1
<input type="text"/>	2	<input type="text"/>	2	<input type="text"/>	2	<input type="text"/>	2	<input type="text"/>	2	<input type="text"/>	2	<input type="text"/>	2	<input type="text"/>	2	<input type="text"/>	2
<input type="text"/>	3	<input type="text"/>	3	<input type="text"/>	3	<input type="text"/>	3	<input type="text"/>	3	<input type="text"/>	3	<input type="text"/>	3	<input type="text"/>	3	<input type="text"/>	3
<input type="text"/>	4	<input type="text"/>	4	<input type="text"/>	4	<input type="text"/>	4	<input type="text"/>	4	<input type="text"/>	4	<input type="text"/>	4	<input type="text"/>	4	<input type="text"/>	4
<input type="text"/>	5	<input type="text"/>	5	<input type="text"/>	5	<input type="text"/>	5	<input type="text"/>	5	<input type="text"/>	5	<input type="text"/>	5	<input type="text"/>	5	<input type="text"/>	5
<input type="text"/>	6	<input type="text"/>	6	<input type="text"/>	6	<input type="text"/>	6	<input type="text"/>	6	<input type="text"/>	6	<input type="text"/>	6	<input type="text"/>	6	<input type="text"/>	6
<input type="text"/>	7	<input type="text"/>	7	<input type="text"/>	7	<input type="text"/>	7	<input type="text"/>	7	<input type="text"/>	7	<input type="text"/>	7	<input type="text"/>	7	<input type="text"/>	7
<input type="text"/>	8	<input type="text"/>	8	<input type="text"/>	8	<input type="text"/>	8	<input type="text"/>	8	<input type="text"/>	8	<input type="text"/>	8	<input type="text"/>	8	<input type="text"/>	8
<input type="text"/>	9	<input type="text"/>	9	<input type="text"/>	9	<input type="text"/>	9	<input type="text"/>	9	<input type="text"/>	9	<input type="text"/>	9	<input type="text"/>	9	<input type="text"/>	9

Statistiques – QCM1 – 6 Octobre 2021

Règlement – L'épreuve dure 30 minutes. Les téléphones, les ordinateurs et les documents sont interdits. **Les téléphones portables doivent être éteints et rangés.** Les calculatrices sont autorisées.

Les questions ont en général une seule bonne réponse, sauf si le contraire est indiqué dans l'énoncé. Le barème est indiqué pour chaque question.

Attention, il y a 2 questions de cours pour lesquelles une réponse fausse fait perdre 1 ou 2 points.

Question 1 [6 points, pour les deux sous-questions] On considère la variable statistique

$$x = (36, 26, 1, 9, 23, 26, 26, 29, 32, 32, 36, 39).$$

a) Le premier quartile q_1 de x , selon la définition du cours, est donné par :

- | | | | | | |
|-----------------------------------------------|-------------------------------------------------|-------------------------------------------------|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------|------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> $q_1 = \frac{25}{2}$ | <input type="checkbox"/> $q_1 = 26$ | <input type="checkbox"/> $q_1 = 34$ | <input type="checkbox"/> $q_1 = 36$ | <input type="checkbox"/> $q_1 = 33$ | <input type="checkbox"/> $q_1 = 29$ |
| <input type="checkbox"/> $q_1 = 1$ | <input type="checkbox"/> $q_1 = \frac{295}{12}$ | <input checked="" type="checkbox"/> $q_1 = 23$ | <input type="checkbox"/> $q_1 = \frac{55}{2}$ | <input type="checkbox"/> $q_1 = \frac{19}{2}$ | <input type="checkbox"/> $q_1 = 35$ |
| <input type="checkbox"/> $q_1 = 16$ | <input type="checkbox"/> $q_1 = \frac{39}{2}$ | <input type="checkbox"/> $q_1 = \frac{113}{4}$ | <input type="checkbox"/> $q_1 = 32$ | <input type="checkbox"/> $q_1 = 39$ | <input type="checkbox"/> $q_1 = \frac{107}{4}$ |
| <input type="checkbox"/> $q_1 = 9$ | | <input type="checkbox"/> Aucune de ces réponses | | | |

b) Quelles sont les valeurs extrêmes (représentées par des ronds) du diagramme à moustache de x , selon la définition du cours ? (ne cochez qu'une réponse contenant la liste de toutes les valeurs extrêmes)

- | | | | | | |
|--------------------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------------------------------------|----------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 39, 36, 1 et 9 | <input type="checkbox"/> 39 et 36 | <input type="checkbox"/> 1, 9 et 39 | <input type="checkbox"/> 39 et 1 | <input type="checkbox"/> 39, 36 et 9 | <input type="checkbox"/> 39 |
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 et 9 | <input type="checkbox"/> 36 | <input type="checkbox"/> Il n'y a pas de valeurs extrêmes. | <input type="checkbox"/> 9 | <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 39, 36 et 1 |
| <input type="checkbox"/> 1, 9 et 36 | | <input type="checkbox"/> Aucune de ces réponses n'est correcte | | | |

Explication : On commence par calculer le premier quartile 23 puis le troisième quartile 32. L'espace interquartile $ICC = 32 - 23 = 9$. Les valeurs extrêmes sont les valeurs de l'échantillon en dehors de l'intervalle de la moustache $[M_B, M_H]$. Ici, $32 + 1.5 * 9 > 39$ est supérieur au maximum donc $M_H = 39$ mais $23 - 1.5 * 9 = \frac{19}{2}$ on obtient donc $M_B = 23$. Il y a donc 2 valeurs extrêmes : 1 et 9.

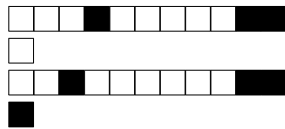
Question 2 [2 points] On considère la variable statistique

$$y = (36, 23, 2, 21, 13, 23, 26, 30, 32, 32, 36, 40).$$

Quelle est la fréquence cumulée $F(36)$ du caractère 36 pour y ?

- | | | | | |
|------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> $F(36) = 2$ | <input type="checkbox"/> $F(36) = 3$ | <input type="checkbox"/> $F(36) = \frac{1}{3}$ | <input type="checkbox"/> $F(36) = \frac{1}{6}$ | <input type="checkbox"/> $F(36) = \frac{3}{4}$ |
| <input type="checkbox"/> $F(36) = 11$ | <input checked="" type="checkbox"/> $F(36) = \frac{11}{12}$ | <input type="checkbox"/> $F(36) = 9$ | <input type="checkbox"/> $F(36) = 36$ | <input type="checkbox"/> $F(36) = y$ |
| <input type="checkbox"/> $F(36) = \frac{1}{4}$ | | | | |

Explication : On demandait ici la fréquence, la notation était différente du cours, on aurait noté en cours $f(36) = \frac{2}{12}$. J'ai aussi compté juste pour ceux qui répondaient la fréquence cumulée notée $F(36) = \frac{11}{12}$ dans le cours.

**Question 3** [2 points si juste, -1 point si réponse fausse]

On considère les variables statistiques x, y dans \mathbb{R}^n . On rappelle que $\text{cor}(x, y)$ est la corrélation empirique de x et y . Quelle condition parmi les conditions suivantes est équivalente à $\text{cor}(x, y) = -1$?

- ☐ il existe $t > 0$ et $c > 0$ tels que $y = tx + c$ ☐ $x = y$ ☐ il existe $t \in \mathbb{R}$ et $c > 0$ tels que $y = tx + c$
☐ il existe $t < 0$ et $c < 0$ tels que $y = tx + c$ ☐ il existe $t > 0$ et $c \in \mathbb{R}$ tels que $y = tx + c$
☒ il existe $t < 0$ et $c \in \mathbb{R}$ tels que $y = tx + c$ ☐ il existe $t \in \mathbb{R}$ et $c < 0$ tels que $y = tx + c$
☐ il existe $t \in \mathbb{R}$ et $c \in \mathbb{R}$ tels que $y = tx + c$ ☐ Aucune de ces réponses

Question 4 [Cours : 2 points si juste, -2 points si réponse fausse]

Soit une variable statistique $x = (x_1, \dots, x_n)$ avec $n = 2l$ et \bar{x} sa moyenne, x^* son réarrangement croissant. Quelle est la définition de la moyenne empirique de x ?

- ☐ $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2$ ☒ $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k$ ☐ $\bar{x} = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2$ ☐ $\bar{x} = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^{n-1} x_k$
☐ $\bar{x} = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^{n-1} (x_k - \bar{x})^2$ ☐ $\bar{x} = \frac{1}{l} \sum_{k=1}^n x_k$ ☐ $\bar{x} = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n x_k^2$ ☐ $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n-1} x_k$
☐ $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n-1} x_k^2$ ☐ $\bar{x} = \frac{x_l^* + x_{l+1}^*}{2}$ ☐ $\bar{x} = \frac{1}{l} \sum_{k=1}^n x_k^2$ ☐ $\bar{x} = \frac{1}{l} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2$
☐ $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n-1} (x_k - \bar{x})^2$ ☐ $\bar{x} = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^{n-1} x_k^2$ ☐ $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k^2$ ☐ $\bar{x} = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n x_k$
☐ Aucune de ces réponses

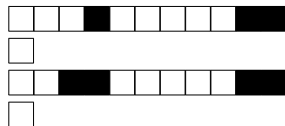
Question 5 [3 points]

Cinq amis de L1 d'informatique se demandent si leur moyenne y sur l'année de L1 est déterminée en terme d'une relation affine simple par leur note x au cours d'informatique obligatoire du premier semestre. Voici le tableau de leurs notes.

	étudiant 1	étudiant 2	étudiant 3	étudiant 4	étudiant 5
Note d'informatique x	8	18	10	16	7
Note sur l'année y	12	17	13	15	12

La variance empirique (biaisée) de x est donnée (en arrondissant si nécessaire à deux décimales) par :

- ☐ $V(x) = 8.36$ ☐ $V(x) = 14.75$ ☐ $V(x) = 4.70$ ☐ $V(x) = 10.45$ ☐ $V(x) = 11.80$
☐ $V(x) = 17.25$ ☐ $V(x) = 793$ ☐ $V(x) = 3.76$ ☐ $V(x) = 24.20$ ☐ $V(x) = 856$
☒ $V(x) = 19.36$ ☐ $V(x) = 69$ ☐ $V(x) = 59$ ☐ $V(x) = 13.80$
☐ Aucune de ces réponses



+262/3/6+

Question 6 [5 points]

On reprend les mêmes données qu'à la question précédente. En arrondissant toujours à deux décimales, la droite de régression linéaire de la note sur l'année par rapport à la note d'informatique est :

- | | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------|--------------------------|--------------------|--------------------------|--------------------|--------------------------|--------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | $y = 0.43x + 8.70$ | <input type="checkbox"/> | $y = 0.5x + 8.70$ | <input type="checkbox"/> | $y = 0.35x + 9.72$ | <input type="checkbox"/> | $y = 0.43x + 9.72$ |
| <input type="checkbox"/> | $y = 0.35x + 5.84$ | <input type="checkbox"/> | $y = 0.5x + 9.72$ | <input type="checkbox"/> | $y = 0.5x + 7.90$ | <input type="checkbox"/> | $y = 0.35x + 7.90$ |
| <input type="checkbox"/> | $y = 0.43x + 5.84$ | <input type="checkbox"/> | $y = 0.35x + 8.70$ | <input type="checkbox"/> | $y = 0.5x + 5.84$ | <input type="checkbox"/> | $y = 0.43x + 7.90$ |

☐ Aucune de ces réponses

Explication : Par la formule du cours, on trouve d'abord $a = \frac{\text{cov}(x,y)}{\text{cov}(x,x)}$. Ici, la covariance (biaisée) est

$$C(x, y) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})(y_k - \bar{y}) = 8.36$$

et la variance (biaisée) est

$$V(x) = C(x, x) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2 = 19.36,$$

on obtient le quotient :

$$a = \frac{8.36}{19.36} \simeq 0.43.$$

On a donné 2 points si a est juste. Ensuite, on obtient

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = 13.80 - \frac{8.36}{19.36} * 11.80 \simeq 8.70.$$

Si a est faux mais b est cohérent selon la formule suivante, on a mis aussi 2 points. Attention, en calculant avec arrondi de a , on trouve $13.80 - 0.43 * 11.80 \simeq 8.73$ cela fait une erreur d'arrondi. On a donné 2 points dans ce cas à "Aucune de ces réponses", qui est la réponse si on a fait cette erreur d'arrondi. .