

Logique - Calculabilité - Complexité

Université de Montpellier

TD calculabilité n°1 - 2022

Exercice 1 Ensembles énumérables

On veut montrer que les propositions suivantes sont équivalentes :

1. E est *énumérable* (rappel de la définition) : si $\exists a \ E = W_a = \{x, [a|x] \downarrow\}$
 2. E admet une *fonction d'énumération* calculable : $\exists b, E = \text{Im}[b|\cdot] = \{x, \exists y [b|y] = x\}$
 3. E est vide ou admet une *fonction d'énumération totale* calculable : $\exists b, E = \text{Im}[b|\cdot] = \{x, \exists y [b|y] = x\}$
1. Montrez que 1 \implies 3.
 2. Montrez que 3 \implies 2.
 3. Montrez que 2 \implies 1.

Exercice 2 Ensembles énumérables - mieux comprendre

1. Montrez que si E est un ensemble énumérable *infini* alors il admet une fonction d'énumération totale bijective
2. Soit E un ensemble infini. Montrez que E est récursif si et seulement si il admet une fonction d'énumération croissante.
3. Soit E un ensemble infini. Montrez que E est récursif si et seulement si il admet une fonction d'énumération strictement croissante.