

# Logique - Calculabilité - Complexité

Université de Montpellier  
TD calculabilité n°4 - 2022

## Exercice 1

Lesquels de ces ensembles sont-ils décidables? Enumérables? Techniques suggérées : utilisez le théorème de Rice ou une réduction à partir de  $\mathbb{K}$  vers cet ensemble (lorsque c'est possible), ou encore montrez l'énumérabilité par une des caractérisations de votre choix.

1.  $C = \{x, [x|0] \downarrow, [x|1] \downarrow, \text{ et } [x|0] = [x|1]\}$
2.  $D = \{x, [x|\cdot] \text{ est totale et injective}\}$
3.  $E = \{x, \exists y [x|y] = 0\}$
4.  $F = \{x, [x|\cdot] \text{ diverge sur un ensemble infini d'entrées}\}$
5.  $G = \{x, [x|y] \text{ converge sur un ensemble infini d'entrées}\}$
6.  $H = \{x, x \text{ est un nombre premier}\}$

## Exercice 2

1. Trouvez un exemple d'ensembles  $S_1$  et  $S_2$  non énumérables tels que  $S_1 \setminus S_2$  soit énumérable.
2. Trouvez un exemple d'ensembles  $S_1$  et  $S_2$  non énumérables tel que  $S_1 \cup S_2$  soit énumérable.