Nekonečné a moc.rady | **pokračovanie** $\rightarrow$

$S=\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n=\lim\limits_{n\to\infty} s_n$

Pre geom. rady: $s_n=\frac{a_1}{1-q}; q\epsilon(-1,1)$

$NPK: \sum a_n$ konv $\Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} a_n=0$

$\sum a_n$ konv $\Rightarrow \sum ka_n$ konv, $\sum ka_n = k\sum a_n$

$\sum a_n$ a $\sum b_n$ konv $\Rightarrow \sum (a_n+b_n)$ konv

a platí $\sum(a_n+b_n)=\sum a_n+\sum b_n$

$a_n\le b_n$: $\sum a_n$ div $\Rightarrow \sum b_n$ div

$a_n\le b_n$: $\sum b_n$ konv $\Rightarrow \sum a_n$ konv

Kriteria (K=konverguje, D=diverguje, N=nelze urcit)

Podil: $a_n\ge 0: \lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\phi; \phi>1$:D; $\phi<1$:K; $\phi=1$:N

Odmoc: $a_n\ge 0: \lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=\phi; \phi>1$:D; $\phi<1$:K; $\phi=1$:N;

Integ: $f(x)=$ nez.,ner.: $f(n)=a_n \sum a_n$K $\Leftrightarrow \int\limits_1^{\infty} f(x)dx$ K

Srovn: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}=p$;

$p<\infty: a\sum b_n$ konv $\Rightarrow \sum a_n$ konv

$p>0: a\sum b_n$ div $\Rightarrow \sum a_n$ div

Altern. rady:

Leibniz: a_n je nerast. postupnost kladnych cisel.

Rada $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$ K $\Leftrightarrow \lim\limits_{n\to\infty} a_n=0$;inak D

Absol.konv (AK): $\sum a_n$ AK $\Leftrightarrow$ konv $\sum|a_n|$; AK $\Rightarrow$ NAK

Podil krit: Ak $\exists \lim\limits_{n\to\infty}|\frac{a_{n+1}}{a_n}|=\phi; \phi>1$:D; $\phi<1$:AK

Odmoc krit: Ak $\exists \lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{|a_n|}=\phi; \phi>1$:D; $\phi<1$:AK

Mocninné rady

$r=\lim\limits_{n\to\infty}|\frac{a_n}{a_{n+1}}|$ $\quad r=\frac{1}{\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{|a_n|}}$

Preložiť výraz s $x^n=0$ (napr. rada $\frac{(x+2)^n}{3^n}\Rightarrow x+2=0$)

Získame x_0, od ktorého sme vzdialení r $(x_0-r; x_0+r)$

kraj.b. - prever konv/div a príp. zahrň do finál. oboru konv

Objem telesa: zadané $0\le z\le\xi$, vypočítaj $\int\int\limits_M \xi\, dM$

$\int 1dx=x+C$

$\int adx=ax+C$

$\int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+C$

$\int sinxdx=-cosx+C$

$\int cosxdx=sinx+C$

$\int\frac{1}{x}dx=ln|x|+C$

$\int e^x dx=e^x+C$

$\int a^x dx=\frac{a^x}{lna}+C$

$(arctan)'=\frac{1}{x^2+1}$

$(tan)'=sec^2(x)$

$(arccos)'=\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(arcsin)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(ln\ x)'=\frac{1}{x}$

Fourierove rady

$\omega=\frac{2\pi}{T}$; $\quad\downarrow$ súčet rady v x, kde je f nespojitá $\downarrow$

$a_0=\frac{2}{T}\int\limits_a^{a+T} f(t)dt$; s=$\frac{1}{2}(\lim\limits_{t\to x^-}\{f(t)\}+\lim\limits_{t\to x^+}\{f(t)\})$

$a_n=\frac{2}{T}\int\limits_a^{a+T} f(t)cos(n\omega t)dt, n=0,1,2..$

$b_n=\frac{2}{T}\int\limits_a^{a+T} f(t)sin(n\omega t)dt, n=1,2,3..$

$f(t)\approx\frac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n cos(n\omega t)+b_n sin(n\omega t)$

f párna $\Rightarrow b_n=0$

f nepárna $\Rightarrow a_n=0$

$\exists b_{n_1}: b_{n_1}\neq 0\Rightarrow$ f nie je párna

$\exists a_{n_2}: a_{n_2}\neq 0\Rightarrow$ f nie je nepárna

$\int sin(kx)dx=-\frac{1}{k}cos(kx)$

$\int cos(kx)dx=\frac{1}{k}sin(kx)$

sinová r.-obs.len siny(nepár.roz.):

$\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n sin(n\omega t)$

cosinová r.-obs.len cosiny(pár.roz.):

$\frac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n cos(n\omega t)$

Polárne súradnice

1. Určiť interval r, φ 2.Integrál $\int_{\varphi_0}^{\varphi_1}\int_{r_0}^{r_1} f(x,y)J\ drd\varphi$

$x=x_0+rcos\varphi$; $\quad$ DON'T FORGOR J $\uparrow$

$y=y_0+rsin\varphi$; $|J|=r$

Parcialne zlomky

$\frac{p(x)+q}{(x-a)(x-b)}=\frac{A}{x-a}+\frac{B}{x-b}$

Tečná rovina

$\tau: z-z_0=f(x_0,y_0)+f'_x(x_0,y_0)(x-x_0)+$

$+f'_y(x_0,y_0)(y-y_0)$

Normály TR

$x=x_0+f'_x(x_0,y_0)*t$

$y=y_0+f'_y(x_0,y_0)*t$

$z=f(x_0,y_0)-t;\ t\ \epsilon\ \Re$

$ln(x*y)=ln(x)+ln(y)$

$ln(\frac{x}{y})=ln(x)-ln(y)$

$ln(x^y)=y*ln(x)$

$e^{ln(x)}=x$

$ln(e^x)=x; [l\Leftrightarrow log\downarrow]$

$l_b(xy)=l_b(x)+l_b(y)$

$l_b(\frac{x}{y})=l_b(x)-l_b(y)$

$ln(e^x)=x$

Gradient

$grad\ f(x_0,y_0)=(f'_x(x_0,y_0); f'_y(x_0,y_0))$

Derivácia f v bode A v smere $\vec{u}$:

$<grad\ f(x,y),\vec{u}>$

Diferenciál vyššieho rádu

$d^m f(x_0,y_0)(h,k)=\sum\limits_{j=0}^{m}\binom{m}{j}\frac{\partial^m f}{\partial_x^{m-j}\partial_y^j}(x_0,y_0)h^{m-j}k^j$

Taylorov polynóm

$T_n(x,y)=f(x_0,y_0)+\frac{df(x_0,y_0)(h,k)}{1!}+\frac{d^2f(x_0,y_0)(h,k)}{2!}+..$

$..+\frac{d^n f(x_0,y_0)(h,k)}{n!}$ $\quad ;h=x-x_0; k=y-y_0$

Parciálne derivácie funkcie

$F_x=f_u u_x+f_v v_x$

$F_y=f_u u_y+f_v v_y$

kde $u,v=f(x,y)$

Lokálne extrémy - postup výpočtu

1. Parciálna derivácia 1. rádu f'_x, f'_y
2. Položíme $f'_x=0, f'_y=0$ a hľadáme riešenie sústavy
3. Urč st.b.: $T=[x_0,y_0], f'_x(x_0,y_0)=0, f'_y(x_0,y_0)=0$
4. Parciálne der. 2. rádu $f''_{xx}, f''_{yy}, f''_{xy}$

D(T)=$\begin{vmatrix} f''_{xx}(T) & f''_{xy}(T)\\ f''_{yx}(T) & f''_{yy}(T)\end{vmatrix}$

5. Spočítame pre každý stac.b.

$D(T)=f''_{xx}(T)f''_{yy}(T)-[f''_{xy}(T)]^2$

6. Urč, či je v bode T extrém (prípadne typ-max/min)

a)$D(T)=0\Rightarrow$ nevieme

b)$D(T)<0\Rightarrow$ f v T nemá extrém

c)$D(T)>0\Rightarrow$ f v T má extrém

A)$f''_{xx}(T)>0\rightarrow$ lok. min.

B)$f''_{xx}(T)<0\rightarrow$ lok. max.

Globálne extrémy - postup výpočtu

1. Nakreslím graf, vypočítam lokálne extrémy
2. Overíme, či sú extrémy v krajných bodoch/priamkách/parabolách, ktoré ohraničujú dané teleso:

-dosaď rovnicu do $f(x,y)$,túto g(x) zderivuj

Polož g'(x)=0$\rightarrow$extrém? zisti dosadením väčš,menš. hod.

Fubiniova veta

-a,b určujeme na osi x, na osi y sú f(x):

$\int\limits_a^b(\int\limits_{f_2(x)}^{f_1(x)} f(x,y)dy)dx$

alebo c,d určujeme na osi y, na osi x sú g(x):

$\int\limits_c^d(\int\limits_{g_2(x)}^{g_1(x)} g(x,y)dx)dy$