Def 1. *Przestrzeń topologiczna* Para $(X, \mathcal{O})$, gdzie X jest zbiorem, a $\mathcal{O} \subset \mathcal{P}(X)$ (**topologia**): i $\emptyset, X \in \mathcal{O}$, ii $U, V \in \mathcal{O} \Rightarrow U \cap V \in \mathcal{O}$, iii $\mathcal{T} \subset \mathcal{O} \Rightarrow \bigcup \mathcal{T} \in \mathcal{O}$ Elementy $\mathcal{O}$ nazywamy **zbiorami otwartymi**. Ich dopełnienia w X nazywamy **zbiorami domkniętymi**.

Def 2. *W przestrzeni topologicznej $(X, \mathcal{O})$ mówimy, że funkcja f jest ciągła $\Leftrightarrow \forall_{(\mathcal{U} \in \mathcal{O})}(f^{-1}[\mathcal{U}] \in \mathcal{O})$.*

Def 3. *Ciąg $(x_n)_n$ w przestrzeni metrycznej (X, d) nazywamy* **ciągiem Cauchy'ego**, *gdy: $((\forall \varepsilon > 0)(\exists N_0)(\forall n, m > N_0) d(x_n, x_m) < \varepsilon)$ Mówimy, że prz.m. jest* **zupełna**, *jeśli każdy ciąg Cauchy'ego jest zbieżny.*

Tw 1. *Banach, o punkcie stałym, kontrakcji Niech (X, d) zupełna prz.m., $f : X \to X$ będzie* **kontrakcją/odwzorowaniem zwężającym** *ze stałą $\alpha < 1$. $(\forall x, y \in X) d(f(x), f(y)) < \alpha \cdot d(x, y)$. Wtedy f ma dokładnie jeden punkt stały x^*, $f(x^*) = x^*$. Jeśli $x_0 \in X$ jest dowolnym elementem X, to ciąg $x_{n+1} = f(x_n)$, zbiega do x^*.*

Def 4. *Podzbiór przestrzeni topologicznej $(X, \mathcal{D})$ nazywamy* **zwartym**, *jeśli z dowolnego pokrycia $\{U_t\}_{t \in T}$ X zbiorami otwartmi, można wybrać podpokrycie $\{U_{t_i}\}_{i=1}^n$ skończone.*

F 1. *W przestrzeni $\mathbb{R}^k$ z naturalną topologią, zwartość podprzestrzeni jest równowazna z jej domkniętością i ograniczoniością.*

F 2. *W prz.m. zwartość zbioru K jest równoznaczna z tym, że dla każdego ciągu w K, istnieje podciąg zbieżny do pewnego punktu $x \in K$.*

F 3. *W prz.m. każdy zbiór zwarty jest zupełny.*

Tw 2. *Niech K, będzie zbiorem zwartym. Każda funkcja ciągła $f : K \to R$ osiąga swoje kresy (maksima i minima o ile istnieją).*

Def 5. *W przestrzeni liniowej $\mathbb{V}$ nad ciałem $\mathbb{R}$, niech $n \in \mathbb{N}, x_i \in \mathbb{V}$ i $\lambda_i \in K$, dla $i \in [n]$, będą takie, że $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1$, gdzie $(\forall i \in [n])(\lambda_i \int [0, 1])$. Mówimy wtedy, że punkt postaci $\sum_{i=0}^{n} \lambda_i x_i \in \mathbb{V}$ jest* **kobinacją wypukłą** *punktów $(x_i)_{i=1}^n$ z wagami $(\lambda_i)_{i=1}^n$.*

Def 6. *Podzbiór prz. l. $X \subset \mathbb{V}$ jest* **wypukły**, *jeśli kombinacja wypukład dwóch doowlnych punktów z X jest elementem X. W przeciwnym razie, jest* **wklęsły**.

Def 7. *$X \subset \mathbb{V}$. $f : X \to \mathbb{R}$ jest* **wypukła** *gdy: $(\forall x, y \in X)(\forall \lambda \in [0, 1])((\lambda x + (1 - \lambda) y \in X) \Rightarrow ((\lambda f(x) + (1 - \lambda) f(y)) \geqslant f(\lambda x + (1 - \lambda) y)))$*

Def 8. *Zbiór wektorów $(x_i)_{i=0}^k$ w prz.l. $\mathbb{V}$ jest* **afnicznie niezależny wzlędem** *x_0 jeśli $(x_i - x_0)_{i=0}^k$ jest liniowo neizależny od $\mathbb{V}$.*

Def 9. ***Sympleksem k-wymiarowym*** *nazywamy najmniejszy możliwy podzbiór prz.l. $\mathbb{V}$ nad ciałem $\mathbb{R}$ taki, że zawiera wszystkie możliwe kombinacje wypukłe pewnych elem. $(x_i)_{i=0}^k \subset \mathbb{V}$, afnicznie niezależny wzgl. x_0. Elementy te nazywamy* **wierzchołkami** *sympleksu.*

Tw 3. *Jeśli S jest sympleksem, a $f : S \to S$ jest odwzorowaniem ciągłym, to f ma punkt stały.*

Def 10. *W prz. m. (X, d),* **średnicą zbioru** *$A \subset X$ nazywamy $diam(A) := \sup \{d(x, y) \ : \ x, y \in A\}$*

Def 11. *Mówimy, że $f : X \to \mathbb{R}$ ma własność* **wykresu domkniętego**, *jeśli dla ciągu $(x_i)_{i=1}^{\infty}$, zbieżnego do x^*, dowolny ciąg $(y_i)_{i=1}^{\infty}$, zbieżny do y^*, spełnienie warunku $(\forall i \in \mathbb{N})(y_i \in f(x_i))$, pociąga za sobą, że $y^* \in f(x^*)$.*

Tw 4. *Niech S będzie sympleksem k-wymiarowym, a $f : S \to \mathcal{P}(\mathcal{S})$ będzie miał własność wykresu domkniętego oraz spełnia warunek $(\forall s \in S)(f(s)$ jest zwarty i wypukły$)$. Istnieje wtedy $x^* \in S$, że $x^* \in f(x^*)$.*