

Korszerű számítástechnikai módszerek a fizikában 1.

## Bináris csillagrendszer vizsgálata

Szabó Ádám Gergely (QVJ2QB)

2021 Tavaszi Félév

# 1. Bevezető

A tárgyhoz kapcsolatos feladatomban egy bináris csillagrendszer vizsgálata volt. A vizsgálathoz szükséges szimulációt C++ nyelven írtam meg és Jupyter Notebook (Python 3) környezetben alkottam meg az ábrákat.

A szimuláció megfelelő megírása előtt szükséges némi fizikai háttér. Mivel ebben az esetben egy három test problémával állunk szemben, így ennek sok esetben nincs analitikus megoldása, tehát numerikus számítások segítségével kell tovább haladnunk. Ehhez szükséges Runge-Kutta 4 lépéses integrátort kellett alkalmaznom mely várja a megfelelő egyenletek megfogalmazását, így számunkra a feladat a következő: ebben az esetben a gravitációs erőtvénnyt kell jól definiálni. A szimulációt érdemes tehát kis időléptékkel léptetni a pontosság miatt.

A gravitációs erőtvénnyt a következőképpen fogalmazhatjuk meg  $m_i$  és  $m_j$  között:

$$F_{ij} = \gamma \cdot \frac{m_i \cdot m_j}{(r_j - r_i)^2} \cdot \frac{r_j - r_i}{|r_j - r_i|} \quad (1)$$

$F_{ij}$  osztása  $m_j$ -vel eredményezi az  $m_j$ -re ható  $m_i$  erő gyorsítását. Az erők szuperpozíció elve alapján pedig fel lehet összegezni erre. Kinetikus energiát pedig a következőképpen számolhatunk.

$$T_i = \frac{1}{2} \cdot m_i \cdot v_i^2 \quad (2)$$

Potenciális energiát pedig a következő formulával:

$$U_i = \sum_{j=0; j \neq i}^N \gamma \cdot \frac{m_j \cdot m_i}{||r_j - r_i||} \quad (3)$$

Ha ezekkel felösszegzünk, akkor a rendszer energia állapotát vizsgálhatjuk.

## 2. Leírás

A szimulációhoz szükséges tehát megfogalmaznunk, hogy milyen módon tároljuk az adatokat, milyen koordinátarendszert használunk és hogy milyen kinézetű legyen a kimenet. Legkényelmesebb választás a Descartes koordinátarendszer, melyhez a következő bemeneti formát választottam.

Tömeg	$r_1$	$r_2$	$r_3$	$v_1$	$v_2$	$v_3$
...	...	...	...	...	...	...

1. táblázat. Bemeneti fájl várt struktúrája.

Ezen adatokkal menthető is az alapállapot, mint  $t=0$  időpontban mért rendszer. Viszont kérdésesek a mennyiségek. Mivel egy csillagrendszer szimulációját hajtom végre, így csillagászatban használt mennyiségek választása hasznos. Tehát a távolság mérése csillagászati egységekben (AU) történik, az idő skála pedig években mérendő. Ennek következtében minden szükséges állandót át kell alakítani, hogy ilyen dimenziójú mennyiségek alkossák. Továbbá érdemes ekkor eldönteni is, hogy milyen formában történjen a rendszer egyes állapotainak mentése. Számomra megfelelőnek tűnt, hogy minden egyes égitest egy egyéni fájlba legyen kimentve. A program fejlesztése során problémába ütközött a fájlok folytonos nyitvatartása, így minden állapotnak a mentésénél a program újra és újra megnyitja majd bezárja azokat. (mivel az ofstream egy olyan pointert ad, ami a fájl elejére mutat, így külön parancsban kell a fájl végére mutató pointert oda adni neki). A kimenő fájlok tehát a következő formátumúak. Így

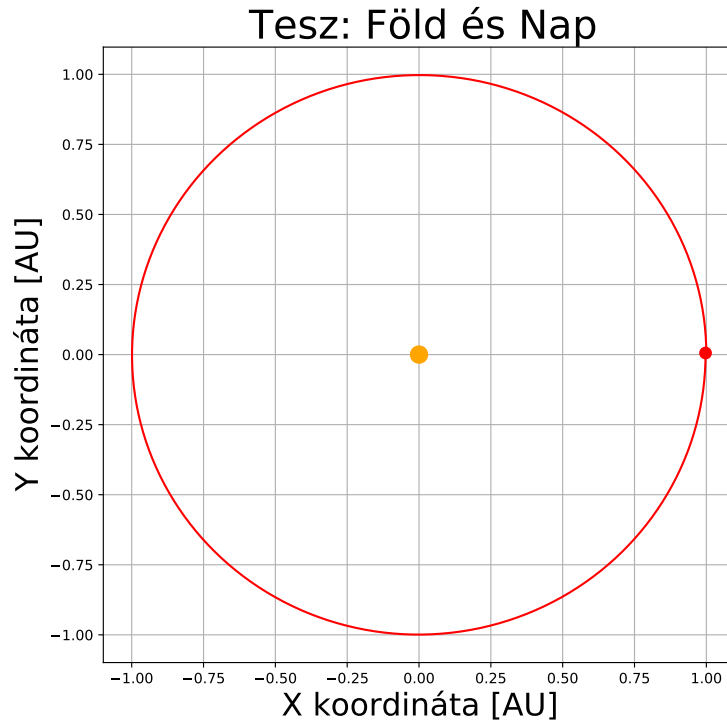
Idő	$r_1$	$r_2$	$r_3$	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$T$	$U$
...	...	...	...	...	...	...	...	...

2. táblázat. Kimeneti fájl struktúrája.  $T$  és  $U$  a kinetikus és potenciális energiát jelölik.

minden fájlban szerepelni fog háromszor az állapot időpontja. Ha ezen állapotokat egy fájlba rendezzük, akkor lehetőség van ezek összekeverésére, így értelmesebb a szétválasztás. A program a fájlokat az inicializáló fájl alapján, a sorok sorrendjével megfelelően kezeli, így az "output" mappában "body1.csv", "body2.csv", ...stb. fog megjelenni. Ezek után már csak egy lépésben szükséges a régi is új állapotokat kell tárolni, ami egyszerűen kivitelezhető. Mivel három test van, így mindhárom testre a többi által ható erőt kell venni, de mindig a régebbi állapot által. Ha ez megtörtént, akkor a régi állapot felülbírálódik az újjal, majd mentve lesz.

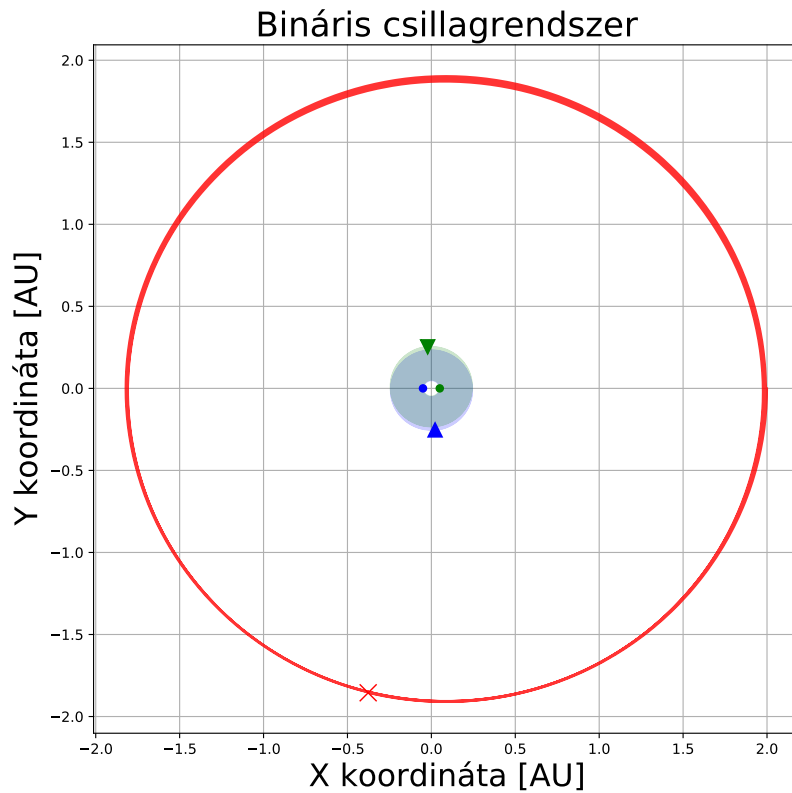
### 3. Eredmények

Az eredeti szimuláció választható mennyiségű test közötti gravitációs kölcsönhatás figyelembe vételével történt. Így a legegyszerűbb teszt maga a Naprendszer. A Föld és Nap adataival a "test2" a következő fázisdiagramhoz vezetett:



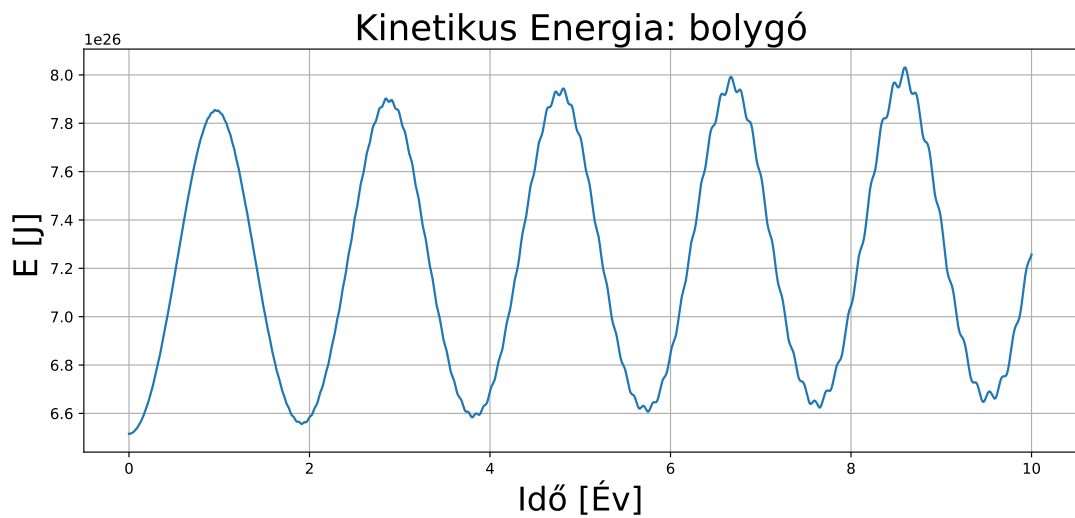
1. ábra. Szimuláció a Földdel és Nappal.

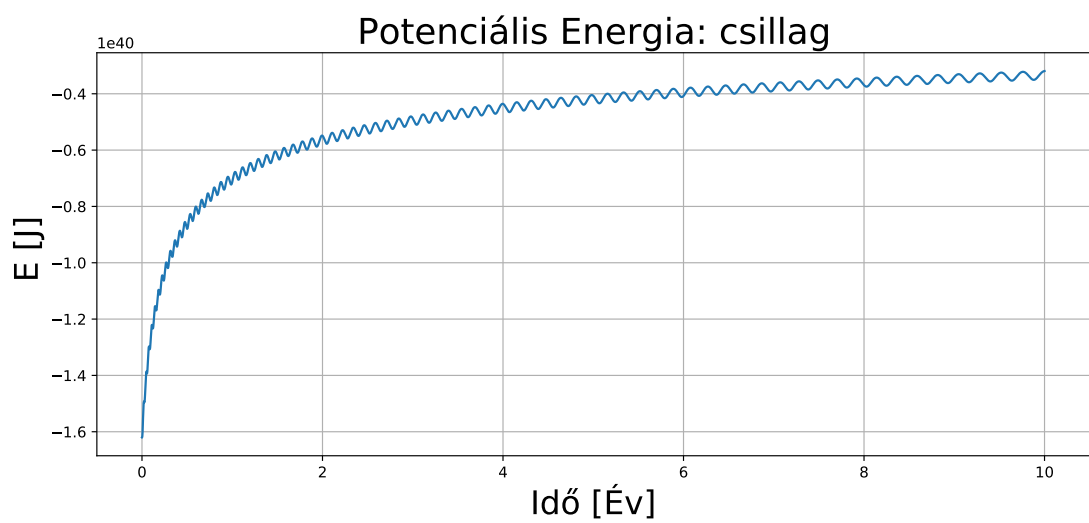
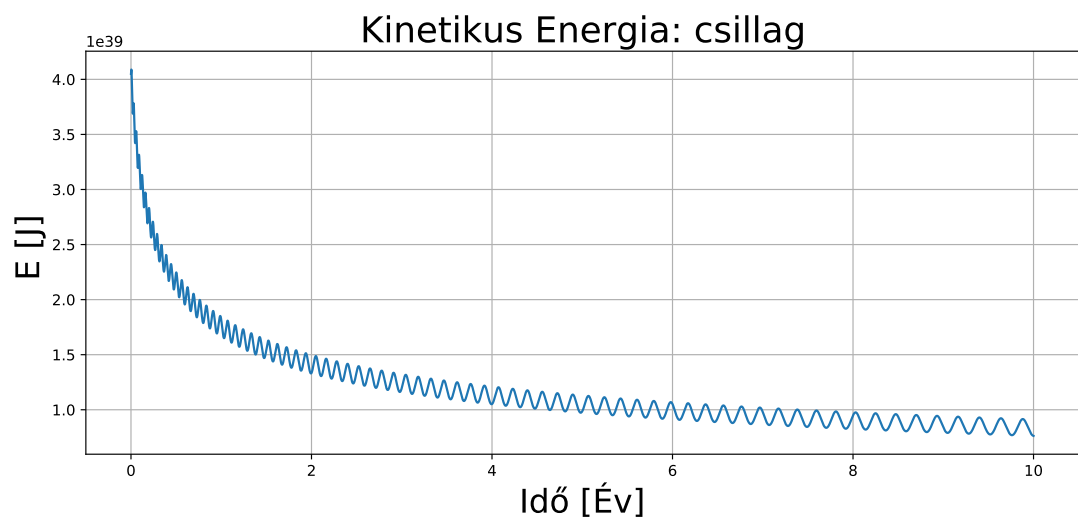
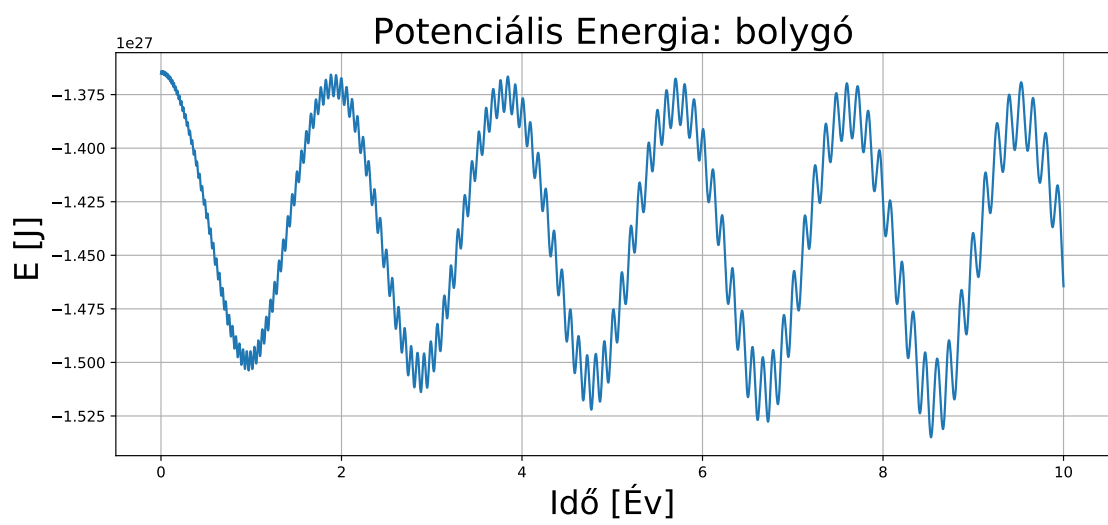
Láthatóan megfelelő pályát razol ki a fázisdiagram. A szimuláció egy év időtartamot ölel át. Ennek további vizsgálata viszont nem lényeges, hiszen a kinetikus és potenciális energia csak némileg változnak ezen időtartamon. Mivel közel ugyanoda érkezett vissza a bolygó, ezért látható (hosszabb időtartamú szimuláció esetén is) hogy a rendszer energiája megmarad. Ezen egyszerű teszt megfelelő eredményt adott így egyből tovább is léptem a második tesztre: két csillag és egy bolygó. A "test.txt" tartalmazza ennek az adatait.



2. ábra. Szimuláció két csillaggal és egy bolygóval. A háromszögek és az x az utolsó állapotot jelöli.

Az (1) egy sikeres szimulációt jelöl. Látható, hogy a csillagok pályája egy gyűrűt rajzol ki, ami az általuk bejárt területet jelöli. A szimulációhoz szükséges paraméterek megkeresése, ami hosszabb ideig is fennálló stabil rendszert eredményez. Ezek után megtekinthető a rendszer elemeinek energiája is.





Az eredmények egyértelműen rámutatnak a következőkre: A szimuláció során a két csillag mindig eltávolodik egymástól, amire rámutat a kinetikus energia lecsökkenése. A bolygó potenciális energiájának görbéje két jelenségre mutat. Egy teljes periódus alatt is változik az energiája a bolygónak, ahogyan változik a távolsága a rendszer tömegközéppontjától. A másik megfigyelhető jelenség egy szinuszos ingadozás sokkal rövidebb periódus idővel, melynél a periódus hossza és amplitúdója a két csillag közötti távolsággal változik.

A szimuláció ebben az esetben viszont egy N test szimuláció, így minden test minden másikkal interakcióba lép.

## 4. Konklúzió

A vizsgálat célja tehát a rendszer energiájának vizsgálata volt. Vizsgálat rámutatott arra, hogy az adott égitestek energiája időben ingadozik. A vizsgálat sikeresen rámutatott arra, hogy a testek energiái úgy ingadoznak, mintha hullámfrontokon haladnának át. Továbbá igen nehéz volt egy hosszabb ideig stabilabb rendszer paramétereire rátalálni, így olyan, mintha a két csillag körül keringő bolygó szétzilálná ezt a rendszert.

A megírt program egy N test szimulációt hajt végre. A kód további fejlesztése lehetne, hogy csak a pozíciók és tömegek által tud olyan sebességeket számítani, ami egy hosszabb ideig is stabil rendszert eredményez. Továbbá a kód jelenleg csak egy processzoron fut, így a számítás párhuzamosításával egy gyorsabb program érhető el.

## Hivatkozások

- [1] Github repository. [https://github.com/AdamGTaylor/ELTE\\_mod\\_comp\\_2021](https://github.com/AdamGTaylor/ELTE_mod_comp_2021).