

Korszerű számítástechniai módszerek a fizikában 1.

Bináris csillagrendszer vizsgálata

Szabó Ádám Gergely (QVJ2QB)

2021 Tavaszi Félév

1. Bevezető

A tárgyhoz kapcsolatos feladatom egy bináris csillagnrendszer vizsgálata volt. A vizsgálatához szükséges szimulációt C++ nyelven írtam meg és Jupyter Notebook (Python 3) környezetben alkottam meg az ábrákat.

A szimuláció megfelelő megírása előtt szükséges némi fizikai háttér. Mivel ebből az esetben egy három test problémával állunk szemben, így ennek sok esetben nincs analitikus megoldása, numerikus számítások segítségével kell tehát tovább haladnunk. Ehhez szükséges Runge-Kutta 4 lépéses integrátort kell alkalmazni mely várja a megfelelő egyenletek megfogalmazását, így számunkra egyszerűen csak az egyenleteket kell megfogalmazni: ebben az esetben a gravitációs erőtvénnyt. A szimulációt érdemes tehát kis időléptékekkel léptetni a pontosság miatt.

A gravitációs erőtvénnyt a következőképpen fogalmazhatjuk meg m_i és m_j között:

$$F_{ij} = \gamma \cdot \frac{m_i \cdot m_j}{(r_j - r_i)^2} \cdot \frac{r_j - r_i}{|r_j - r_i|} \quad (1)$$

F_{ij} osztása m_j -vel eredményezi az m_j -re ható m_i erő gyorsítását. Az erők szuperpozíció elve alapján pedig fel lehet összegezni erre. Kinetikus energiát pedig a következőképpen számolhatunk.

$$T_i = \frac{1}{2} \cdot m_i \cdot v_i^2 \quad (2)$$

Potenciális energiát pedig a következő formulával:

$$U_i = \sum_j \gamma \cdot \frac{m_j \cdot m_i}{||r_j - r_i||} \quad (3)$$

Ha ezekkel felösszegzünk, akkor a rendszer energia állapotát vizsgálhatjuk.

2. Leírás

A szimulációhoz szükséges tehát megfogalmaznunk a szükséges, hogy milyen módon tároljuk az adatokat, milyen koordinátarendszert használunk és hogy milyen kinézetű legyen a kimenet. Legkényelmesebb választás a Descartes koordinátarendszer, melyhez a következő bemeneti formát választottam.

Tömeg	r_1	r_2	r_3	v_1	v_2	v_3
...

1. táblázat. Bemeneti fájl várt struktúrája.

Ezen adatokkal menthető is az alapállapot, mint $t=0$ időpontban mért rendszer. Viszont kérdésesek a mennyiségek. Mivel egy csillagrendszer szimulációját hajtom végre, így csillagászatban használt mennyiségek választása hasznos. Tehát a távolság mérése csillagászati egységekben (AU) történik, az idő skála pedig években mérendő. Ennek következtében minden szükséges állandót át kell alakítani, hogy ilyen dimenziójú mennyiségek alkossák. További érdemes ekkor eldönteni is, hogy milyen formában történjen a rendszer egyes állapotainak mentése. Számomra megfelelőnek tűnt, hogy minden egyes égitest egy fájlba legyen kimentve. A program fejlesztése során problémába ütközött a fájlok folytonos nyitvatartása, így minden állapotnak a mentésénél a program újra és újra megnyitja majd bezárja azokat. (mivel az ofstream egy olyan pointert ad, ami a fájl elejére mutat, így külön parancsban kell a fájl végére mutató pointert oda adni neki). A kimenő fájlok tehát a következő formátumúak. Így minden fájlban sze-

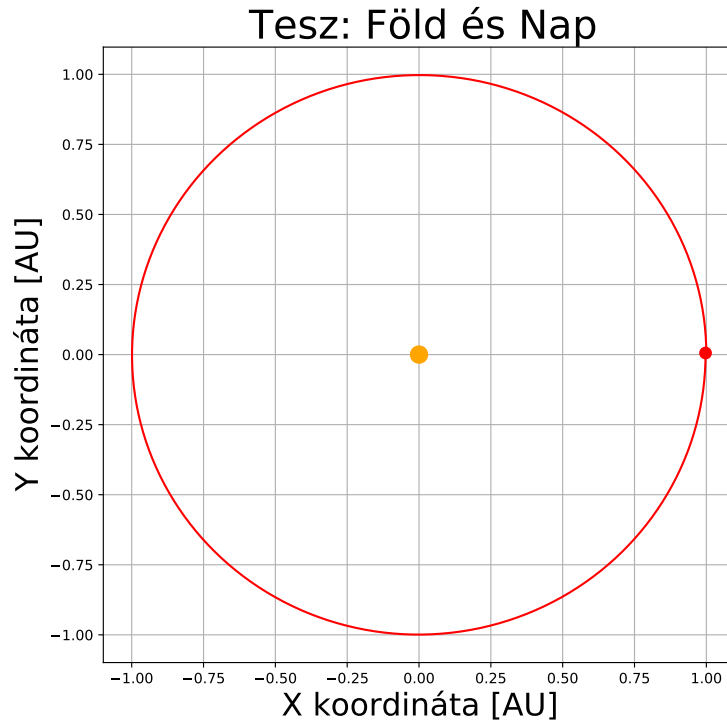
Idő	r_1	r_2	r_3	v_1	v_2	v_3
...

2. táblázat. Kimeneti fájl struktúrája.

repelni fog háromszor az állapot időpontja. Ha ezen állapotokat egy fájlba rendezzük, akkor lehetőség van ezek összekeverésére, így értelmesebb a szétválasztás. A program a fájlokat a inicializáló fájl alapján, a sorok sorrendjével megfelelően kezeli, így az "output" mappában "body1.csv", "body2.csv", ...stb. fog megjelenni. Ezek után már csak egy lépésben szükséges, régi is új állapotokat kell tárolni, ami egyszerűen kivitelezhető. Mivel három test van, így mindhárom testre a többi által ható erőt kell venni, de mindig a régebbi állapot által. Ha ez megtörtént, akkor a régi állapot felülbírálódik az újjal, majd mentve lesz.

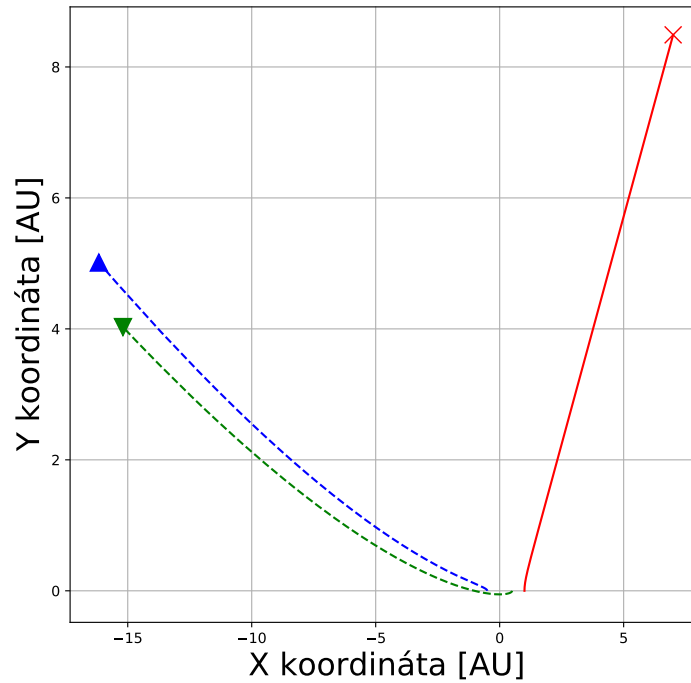
3. Eredmények

Az eredeti szimuláció választható mennyiségű test közötti gravitációs kölcsönhatás figyelembe vételével történt. Így a legegyszerűbb teszt maga a Naprendszer. A Föld és Nap adataival a "test" a következő fázisdiagramhoz vezetett:



1. ábra. Szimuláció a Földdel és Nappal.

Láthatóan megfelelő pályát razol ki a fázisdiagram. A szimuláció egy év időtartamot ölel át. Ennek további vizsgálata viszont nem lényeges, hiszen a kinetikus és potenciál energia csak némileg változnak ezen időtartamon. Mivel közel ugyanoda érkezett vissza a bolygó, ezért látható (hosszabb időtartamú szimuláció esetén is) hogy a rendszer energiája megmarad. Ezen egyszerű teszt megfelelő eredményt adott így egyből tovább is léptem a második tesztre: két csillag és egy bolygó. A "test2.txt" tartalmazza ennek az adatait. A teszt sajnos kudarccal zárult:



2. ábra. Egy bolygó két csillag körül. A jelöl pontok az utolsó állapotot jelölik, ami láthatóvá teszi a sikertelenségét.

Ezen rendszernek szimulációja viszont teljesen sikertelen volt. Az utolsó állapotot egyértelműen rámutat, hogy a program valamely rész hibás, így pedig a mindig vonzó erő taszításba csap át. Ezen eredmény nem használható.

4. Konklúzió

A vizsgálat célja a rendszer és egyes elemeinek a vizsgálatára korlátozódott, viszont értelmes eredmény nélkül nem érdemes ezeket megtekinteni hiszen a 1 ábra alapján nem marad meg az így szimulált rendszer energiája. A forráskód többszöri áttekintése után sem volt sikeres próbálkozásom, ami orvosolta volna ezt. Helyes szimuláció esetén érdemes lenne a rendszer és elemei energiáit (kinetikus és potenciál) vizsgálni, melyet könnyedén lehet számítani futásióben vagy lefutás után.

Hivatkozások

- [1] Github repository. https://github.com/AdamGTaylor/ELTE_mod_comp_2021.