

Prototypowanie konstrukcji w technice druku 3D i CNC

Projekt chwytaka



AGH

**AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
IM. STANISŁAWA STASZICA
W KRAKOWIE**

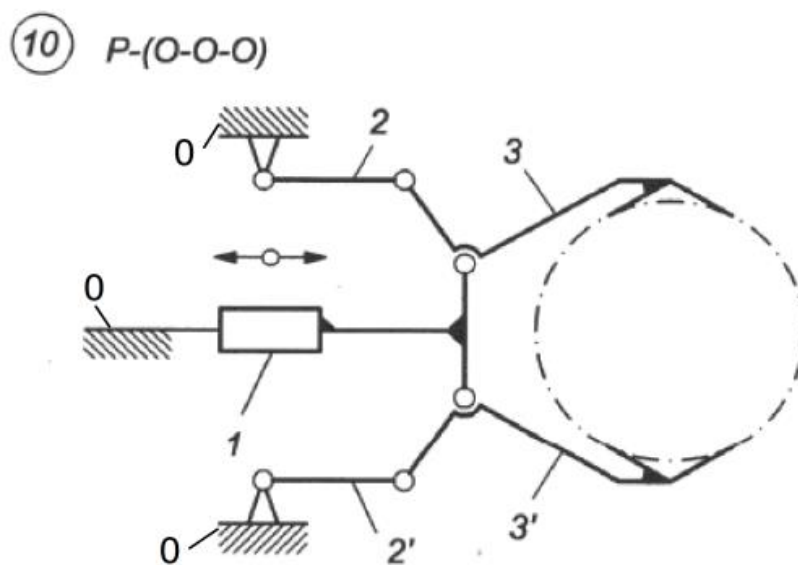
Adam Jędrzejczyk

Zadanie projektowe

Zaprojektować chwytak do manipulatora przemysłowego wg zadanego schematu kinematycznego spełniający następujące wymagania:

- w procesie transportu urządzenie chwytające ma za zadanie pobrać (uchwycić) obiekt w położeniu początkowym, trzymać go w trakcie trwania czynności transportowych i uwolnić go w miejscu docelowym,
- obiektem transportu są wałki ze stali o średnicy $d = 60\text{ mm}$, długości $l = 80\text{ mm}$,
- siłownik chwytaka zasilany jest sprężonym powietrzem o ciśnieniu nominalnym $p_n = 0.6\text{ MPa}$
- wałki transportowane są w pozycji pionowej.

1. Obliczanie ruchliwości chwytaka



rys. 1 Schemat kinematyczny

Ruchliwość chwytaka dla zadanego modelu kinematycznego obliczam z ogólnego wzoru:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4$$

gdzie:

w - ruchliwość chwytaka

n - liczba członów ruchomych

p_5 - liczba par kinematycznych klasy piątej

p_4 - liczba par kinematycznych klasy czwartej

oraz:

$$n = 5$$

$$p_5 = (0, 1), (0, 2), (0, 2'), (1, 3), (1, 3'), (2, 3), (2', 3') = 7$$

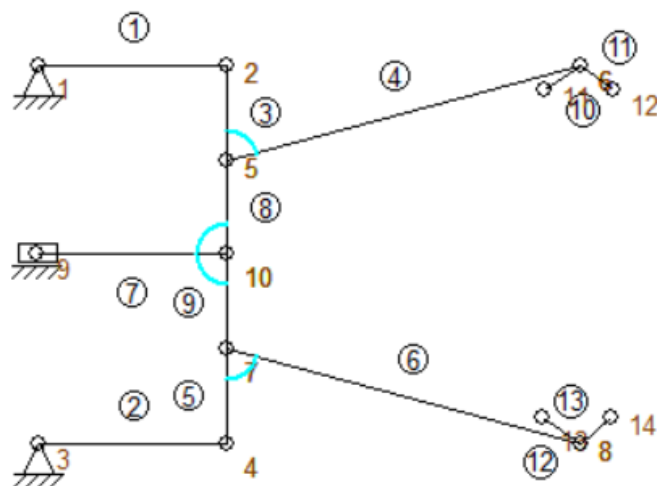
$$p_4 = 0$$

stąd:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1$$

Ruchliwość $W = 1$, co oznacza, że do napędu chwytaka potrzeba jednego siłownika pneumatycznego.

2. Przyjęcie podstawowych wymiarów geometrycznych



rys. 2 Chwytak w pozycji zamkniętej

Przyjąłem następujące wymiary chwytaka :

- 1) 30 mm
- 2) 30 mm
- 3) 15 mm
- 4) 57 mm
- 5) 15 mm
- 6) 57 mm
- 7) 30 mm z siłownikiem, który jest maksymalnie wsunięty i posiada skok 10mm
- 8) 15 mm
- 9) 15 mm

Ramiona względem osi symetrii są nachylone pod kątem 15° i tłok maksymalnie wsunięty w pozycji zamkniętej na przedmiocie.

3. Wyznaczenie siły chwytu

Do wyznaczenia siły chwytu potrzebuję znać ciężar obiektu, który wyliczam ze wzoru:

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} l \gamma$$

gdzie:

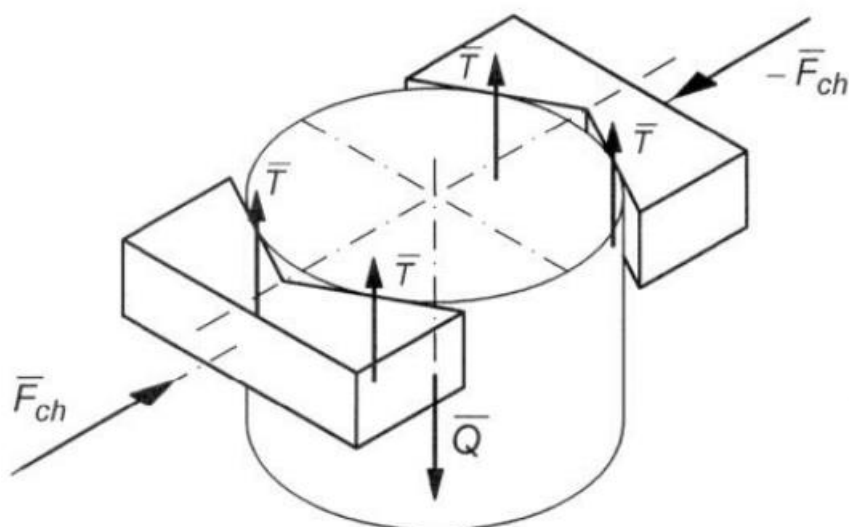
$d = 0.06$ m – średnica wałka

$l = 0.08$ m – wysokość wałka

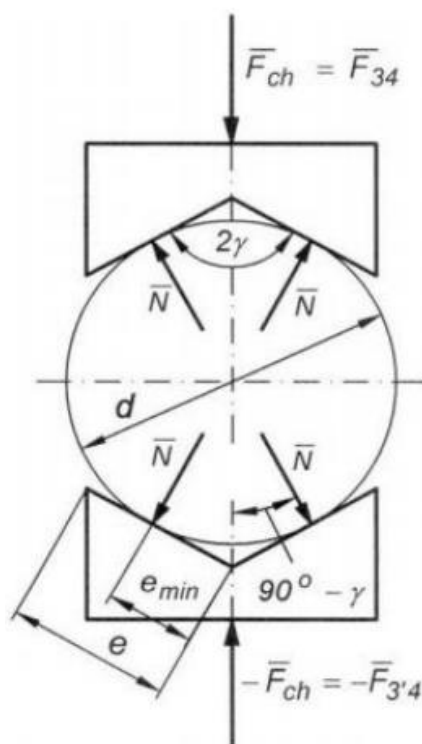
$\gamma = 75800$ N/m³ – ciężar właściwy stali

Input
$Q = \left(\frac{1}{4} (\pi \times 0.06^2) \right) \times 0.08 \times 75800$
Result
17.1456...

Przyjmuję $Q = 17.15$ N



rys. 3 Sposób uchwytu przedmiotu



rys. 4 Sposób uchwytu przedmiotu

Jak widać z powyższych rysunków siła chwytu jest równa dwóm składowym pionowym sił N , a więc :

$$F_{ch} = 2N \cos(90^\circ - \beta) \quad N = \frac{F_{ch}}{2 \cos(90^\circ - \gamma)} = \frac{F_{ch}}{2 \sin \gamma} \quad T = \mu N = \frac{F_{ch} \mu}{2 \sin \gamma}$$

Kąt rozwarcia szczęk $2\gamma = 120^\circ$.

$$4T = \frac{2F_{ch}\mu}{\sin \gamma} \geq Q$$

$$F_{ch} \geq \frac{Q \sin \gamma}{2\mu}$$

Dane:

$Q = 17.15 \text{ N}$ - wyliczony ciężar wałka

$\gamma = 60^\circ$ - połowa kąta rozwarcia szczęk

$\mu = 0.61$ - współczynnik tarcia aluminiowych szczęk o stalowy wałek

Input
$17.15 \times \frac{\sin(\frac{\pi}{3})}{2 \times 0.61}$
Result
12.1740...

$$F_{ch \min} = 12.17 \text{ N}$$

Wyznaczoną konieczną siłę chwytu pomnażam o $k=1.2$ i zaokrąglam w górę, otrzymuję:

$$F_{ch} = 15 \text{ N}$$

4. Wyznaczenie rozmiaru szczęk

Do poprawnego uchwycenia przedmiotu według schematu z rysunku nr. 4 należy dobrać odpowiedni rozmiar szczęk. Korzystając z zależności trygonometrycznych wyliczam e_{\min} .

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{d}{2e_{\min}} \quad e_{\min} = \frac{d}{2\operatorname{tg} \gamma}$$

Dane:

$d = 60 \text{ mm}$ – średnica transportowanego przedmiotu,

$\gamma = 60^\circ$ - połowa kąta rozwarcia szczęk

Po podstawieniu otrzymuję:

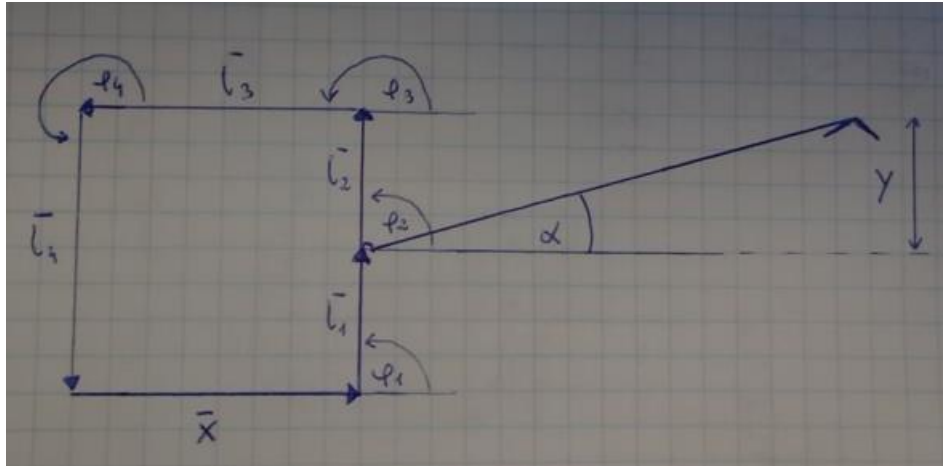
$$e_{\min} = 17,3 \text{ mm}$$

$$e > e_{\min}$$

Przyjmuję rozmiar szczęki $e = 20 \text{ mm}$.

5. Funkcja wychylenia końcówki ramienia chwytaka od położenia tłoka siłownika

Ze względu na symetryczność chwytaka do analizy położenia szczęk wystarczy rozważyć tylko jedną połowę modelu.



rys. 5 Wielobok wektorowy

Dane:

$$\varphi_1 = 90^\circ$$

$$\varphi_4 = 90^\circ$$

$$l_1 = 15 \text{ mm}$$

$$l_2 = 15 \text{ mm}$$

$$l_3 = 30 \text{ mm}$$

$$l_4 = 30 \text{ mm}$$

Kąty φ_2 i φ_3 są zmienne w czasie, zależne od długości wektora x , czyli wysunięcia siłownika. Aby wielobok wektorowy był zamknięty spełniony musi zostać układ równań :

$$x + l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos \varphi_3 + l_4 \cos \varphi_4 = 0$$

$$l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 + l_3 \sin \varphi_3 + l_4 \sin \varphi_4 = 0$$

Po podstawieniu danych :

$$x + 15 \cos \varphi_2 + 30 \cos \varphi_3 = 0$$

$$15 \sin \varphi_2 + 30 \sin \varphi_3 - 15 = 0$$

Z układu równań wyliczam kąt φ_2 jako funkcję zmiennej x . Z drugiego równania :

$$\sin \varphi_3 = 0,5 - 0,5 \sin \varphi_2$$

$$\varphi_3 = \arcsin(0,5 - 0,5 \sin \varphi_2)$$

Podstawienie do pierwszego równania :

$$x + 15 \cos \varphi_2 + 30 \cos (\arcsin(0,5 - 0,5 \sin \varphi_2)) = 0$$

Po wpisaniu tego równania w *Wolfram Alpha* otrzymuję wynik :

$$\varphi_2(x) =$$

$$\cos^{-1} \left(\frac{-x^3 + 15 \sqrt{1800 x^2 - x^4} + 450 x}{30 (x^2 + 225)} \right)$$

Dziedziną powyższej funkcji są $x \in (30,40)$. Aby stworzyć funkcję, która wysunięciowi tłoka będzie przypisywać wychylenie ramienia Y , należy ją przesunąć o wektor $[-30,0]$ na wykresie. W pozycji zamkniętej, tak jak na rysunku nr. 5, kąt α jest kątem nachylenia ramienia do osi symetrii chwytaka i $\alpha = 15^\circ$. Wiemy, że $\alpha = \varphi_2 - 75^\circ$.

Ostatecznie $\alpha(x) =$

$$\cos^{-1} \left(\frac{450 (x + 30) - (x + 30)^3 + 15 \sqrt{1800 (x + 30)^2 - (x + 30)^4}}{30 (225 + (x + 30)^2)} \right) - 5 \times \frac{\pi}{12}$$

Sinus kąta α to stosunek długości ramienia do naszego szukanego Y , po podstawieniu otrzymuję funkcję $Y(x) =$

$$57 \sin \left(\cos^{-1} \left(\frac{450 (x + 30) - (x + 30)^3 + 15 \sqrt{1800 (x + 30)^2 - (x + 30)^4}}{30 (225 + (x + 30)^2)} \right) - 5 \cdot \frac{\pi}{12} \right)$$

Poniżej znajduje się wykres tej funkcji, oś odciętych to wysunięcie tłoka w mm, a oś rzędnych to odległość ramienia od osi symetrii w mm.



rys. 6 Wykres funkcji wychylenia końcówki ramienia chwytaka stworzony przez program GeoGebra

Po przybliżeniu można zauważyć, że wykres nie przechodzi idealnie przez punkt (0,15), a nieco niżej. Wynika to z przybliżeń jakie zastosowałem dobierając długość ramienia, koniecznych ze względu na niewymierność $\sin(15^\circ)$.

6. Funkcja prędkości końcówki chwytaka

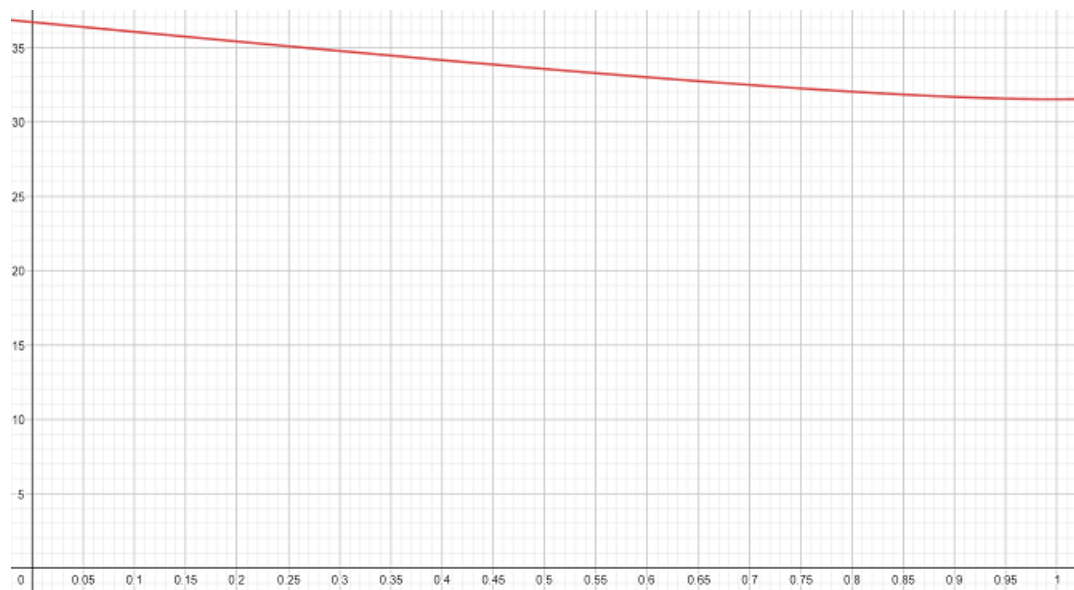
Szybkość wysuwania i wsuwania się tłoka zakładam jako stałą równą 1 cm/s. Można zatem stwierdzić, że pozycja tłoka x jest liniową funkcją czasu i $x(t)=10t$, gdzie $t \in (0,1)$ i t to czas w sekundach. Szybkość poruszania się końcówki ramienia policzę z definicji, która mówi, że jest ona równa pierwszej pochodnej funkcji przemieszczenia po czasie.

$Y'(x)=$

$$-\left(57 \left[\frac{-3(x+30)^2 + \frac{15(3600(x+30)-4(x+30)^3)}{2\sqrt{1800(x+30)^2-(x+30)^4}} + 450}{30((x+30)^2 + 225)} - \left((x+30) \left(-(x+30)^3 + 450(x+30) + 15\sqrt{1800(x+30)^2-(x+30)^4} \right) \right) \right] \sin \left(\cos^{-1} \left(\frac{-(x+30)^3 + 450(x+30) + 15\sqrt{1800(x+30)^2-(x+30)^4}}{30((x+30)^2 + 225)} \right) \right) \frac{\pi}{12} \right) / \left(\sqrt{1 - \frac{\left(-(x+30)^3 + 450(x+30) + 15\sqrt{1800(x+30)^2-(x+30)^4} \right)^2}{900((x+30)^2 + 225)^2}} \right)$$

Powyższa funkcja to charakterystyka prędkościowa końcówki chwytaka. Pod wzór powyższej funkcji podstawiam $x = 10t$ i mnożę ją razy 10 zgodnie ze wzorem na pochodną złożenia. Otrzymuję funkcję $V(t)$, której dziedziną jest $t \in (0,1)$. Poniżej znajduje się jej wykres gdzie

na osi odciętych znajduje się czas w sekundach, a na osi rzędnych prędkość końcówki chwytaka w mm/s.

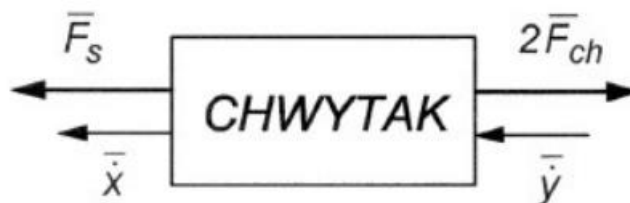


rys. 7 Wykres funkcji szybkości końcówki chwytaka stworzony przez program GeoGebra

7. Siła na siłowniku

Siłę na siłowniku potrzebną do uzyskania wystarczającej siły chwytu obliczę na dwa sposoby, w celu potwierdzenia poprawności obliczeń.

1. Metoda mocy chwilowych.



W przypadku tego chwytaka ta metoda sprowadza się do równania:

$$F_S \cdot \dot{x} - 2F_{ch} \cdot \dot{y} = 0$$

\dot{y} jest szybkością końcówki ramienia, czyli naszym wyliczonym wyżej $V(t)$. Do obliczenia minimalnej siły na siłowniku musimy poznać chwilową jej szybkość w chwili łapania przedmiotu, czyli $V(0)$, które po sprawdzeniu w *Wolfram Alpha* jest równe:

$$\frac{19(1 + \sqrt{3})}{\sqrt{2}}$$

Szybkość tłoka to dalej zakładane 1cm/s, a $F_{ch} = 15$ N. Rozwiązaniem równania jest:

$$F_s = 110,1 \text{ N}$$

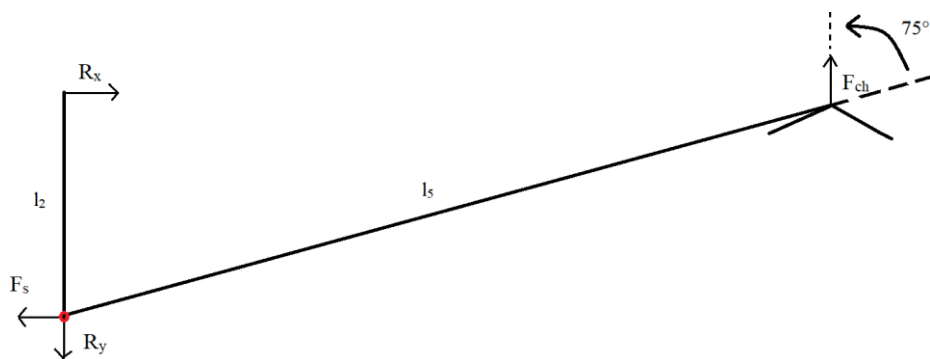
2. Metoda uwalniania od więzów

$$\sum P_{ix} = 0$$

$$\sum P_{iy} = 0$$

$$\sum M_{i(B)} = 0$$

Powyższy układ równań musi być spełniony dla poniższego rysunku ramienia chwytaka.



Momenty sił policzę względem czerwonego punktu z rysunku.

Dane :

$$l_5 = 57 \text{ mm}$$

$$l_2 = 15 \text{ mm}$$

$$F_{ch} = 15 \text{ N}$$

Układ równań zapisujemy dla naszego rysunku:

$$F_s = R_x$$

$$F_{ch} = R_y$$

$$F_{ch} \cdot l_5 \cdot \sin(75^\circ) = R_x \cdot l_2$$

$$R_x = 55,06 \text{ N}$$

$$R_y = 15 \text{ N}$$

$$F_s = 55,06 \text{ N}$$

Siła F_s z rysunku stanowi tylko połowę koniecznej siły na siłowniku, bo jest liczona tylko dla jednego ramienia. Ostatecznie $F_{\text{siłownika}} = 110,1 \text{ N}$.

Wyniki uzyskane obiema metodami są zgodne.

8. Dobranie wielkości sworznia

Ruchome elementy chwytaka zostaną połączone sworzniami ze stali St0S z jedną płaszczyzną ścinania. W celu ustalenia odpowiedniej średnicy sworzni wystarczy wziąć ten, na którego działające siły reakcji są największe, dobrać odpowiednią grubość i dla każdego połączenia zastosować tę samą średnicę. Korzystając z obliczeń wykonanych w metodzie uwalniania od więzów dostrzec można, że największą możliwą siłą ścinającą jest $R_x = 55,06 \text{ N}$. Korzystam ze wzoru:

$$\frac{4R_x}{\pi d^2} < k_t$$

d - średnica sworznia

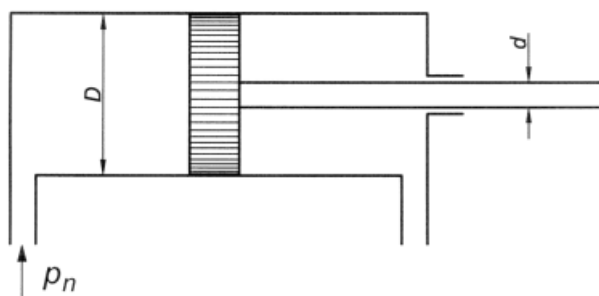
$k_t = 72 \text{ MPa}$ - współczynnik wytrzymałości na ścinanie

$$d \geq \sqrt{\frac{4R_x}{\pi k_t}} = 1,4 * 10^{-3} \text{ m} = 1,4 \text{ mm}$$

Chcę, aby średnica sworznia była wartością metryczną, dlatego ustalam $d = 3 \text{ mm}$.

9. Dobór siłownika

Do napędzania mojego chwytaka zastosuję siłownik dwustronnego działania.



Faza chwytu odbywa się, gdy tłok się chowa, dlatego siła na siłowniku wyraża się wzorem:

$$F_s = p * \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4}$$

Gdzie:

p - ciśnienie nominalne zasilania

D – średnica tłoka

d – średnica tłoczyska

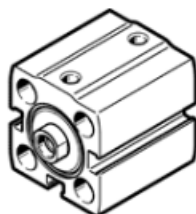
$$D^2 - d^2 > \frac{4kF_s}{\pi * p}$$

W powyższej nierówności k to współczynnik zastosowany dla bezpieczeństwa, przyjmuję $k = 1,2$. Spośród dostępnych siłowników w katalogu festo.pl wybieram taki, dla którego różnica kwadratów średnic tłoka i tłoczyska spełnia powyższą nierówność. Jest to model ADN-S-20-10-I-P.

Siłownik kompaktowy ADN-S-20-10-I-P

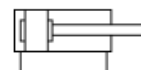
Numer części: 8076341

★ Podstawowy program produkcyjny



Karta danych

FESTO



Ogólne warunki stosowania

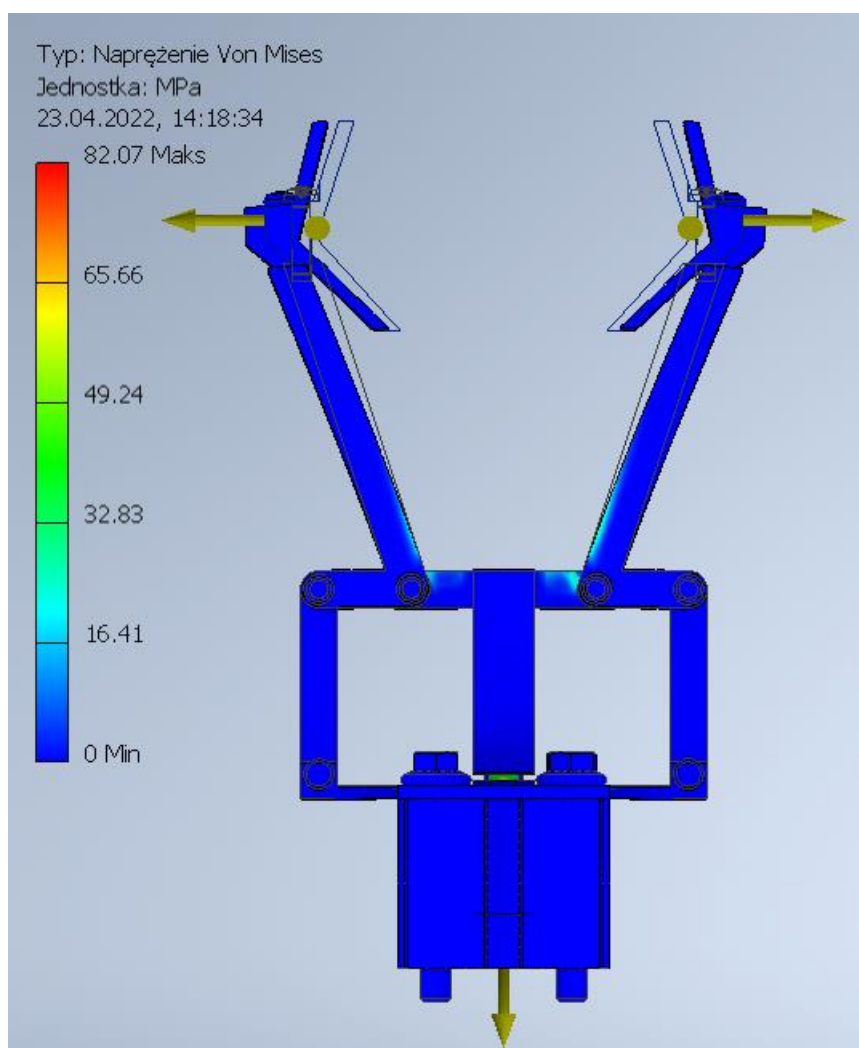
Karta danych

Cecha	Wartość
Data wysyłki	→ Pokaż
Skok	10 mm
Średnica tłoka	20 mm
Amortyzacja	P: Elastyczne pierścienie / płytki amortyzacyjne z obu stron
Pozycja zabudowy	Dowolna
Tryb pracy	Dwustronnego działania
Zakończenie tłoczyska	Gwint wewnętrzny
Konstrukcja	Tłok Tłoczyskowy
Warianty	Jednostronne tłoczysko
Ciśnienie robocze MPa	0.06 ... 1 MPa
Ciśnienie robocze	0.6 ... 10 bar
Medium robocze	Sprężone powietrze wg ISO8573-1:2010 [7:4:4]
Uwagi odnośnie medium roboczego	Możliwa praca na powietrzu olejonym (po rozpoczęciu olejania jest ono wymagane przy dalszej pracy)
Klasa odporności na korozję CRC	1 – Niska odporność na korozję
Temperatura otoczenia	0 ... 60 °C
Maks. energia uderzenia w położeniach końcowych	0.14 J
Siła teoretyczna przy 0.6 MPa (6 bar, 87 psi), powrót	141 N
Siła teoretyczna przy 0.6 MPa (6 bar, 87 psi), wysunięcie	188 N
Przemieszczana masa własna przy 0 mm skoku	11 g
Dodatkowy współczynnik przemieszczanej masy własnej na 10 mm skoku	6 g
Ciężar podstawowy dla 0 mm skoku	51 g
Ciężar dodatkowy na 10 mm skoku	26 g
Sposób montażu	Przy pomocy otworów przelotowych Przy pomocy gwintów wewnętrznych Przy pomocy osprzętu Do wyboru:
Przyłącza pneumatyczne	M5
Uwaga dotycząca materiałów	Zgodne z RoHS
Materiał pokrywy	Stop aluminium, anodowany
Materiał uszczelnień dynamicznych	NBR
Materiał obudowy	Stop aluminium, anodowany
Materiał tłoczyska	Stal wysokostopowa, nierdzewna

Z powyższej karty danych odczytujemy dodatkowo siłę teoretyczną przy 0,6 MPa przy powrocie, która wynosi $141\text{ N} > F_s \cdot k = 132,12\text{ N}$.

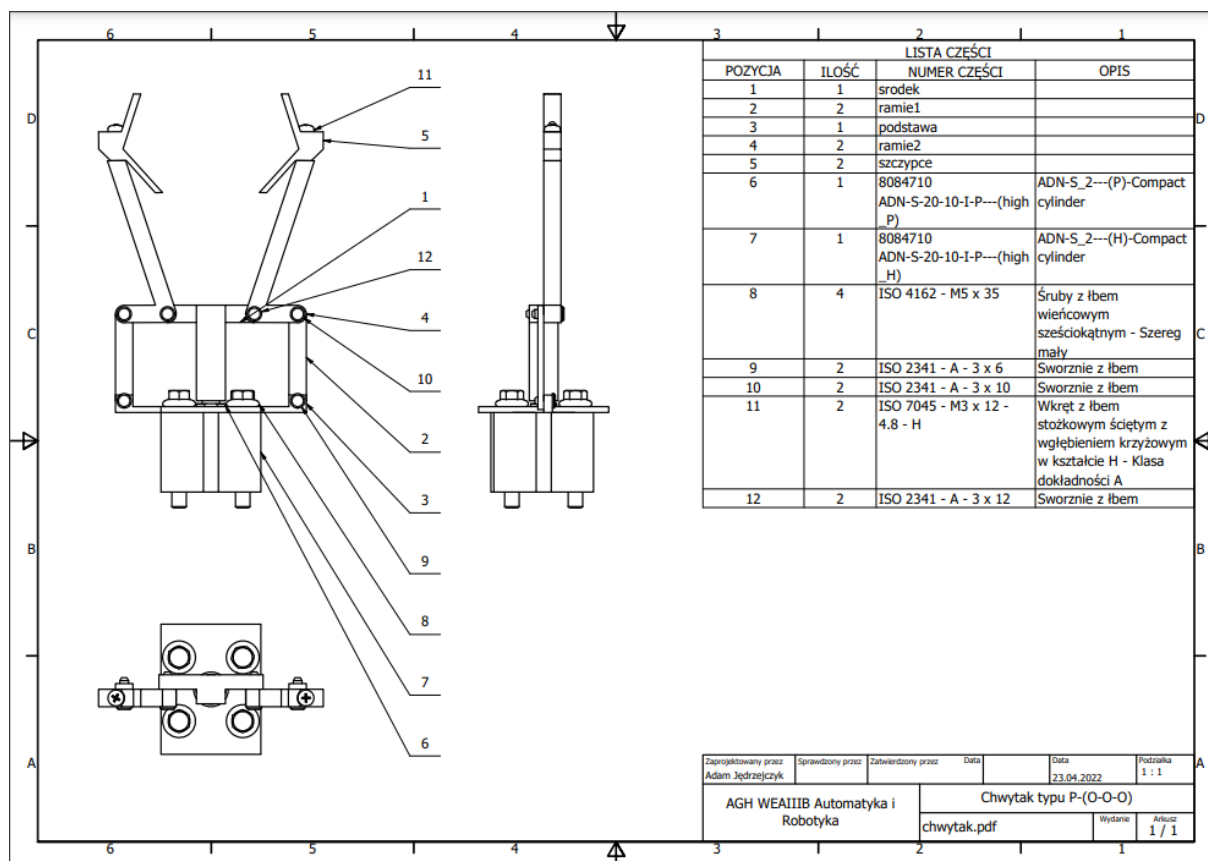
10. Sprawdzenie wytrzymałości elementów i analiza naprężeń w Inventorze

Za pomocą symulacji w Inventorze ustaliłem, czy konstrukcja wytrzyma obciążenia powstające w trakcie transportu obiektu manipulacji.



Naprężenia w najbardziej wrażliwych miejscach nie przekraczają 82 MPa, gdzie wartość granicy plastyczności stali St0S wynosi 195 MPa.

11. Rysunek złożeniowy



Bibliografia:

H. Jaworowski, J. Felis, *PROJEKT TECHNICZNY CHWY TAKA*, 2008-11-25, online:
<https://home.agh.edu.pl/~kmtmipa/dydaktyka/automatyka/2/przyklad.pdf> , dostęp: 23.04.2022.

<https://www.geogebra.org/graphing?lang=pl> , dostęp: 23.04.2022

<https://www.wolframalpha.com/> , dostęp: 23.04.2022

https://www.festo.com/cat/pl_pl/products_ADN_S?CurrentIDCode1=adn-s-20-10-i-p&CurrentPartNo=8076341 , dostęp: 23.04.2022

<https://pasaz24.blob.core.windows.net/web2845/files/W%C5%82asno%C5%9Bci%C5%9Bciowe%20niekt%C3%B3rych%20gatunk%C3%B3w%20stali%20oraz%20napr%C4%99%C5%BCenia%20dopuszczalne.pdf> , dostęp: 23.04.2022