

POLITECHNIKA WROCŁAWSKA
WYDZIAŁ ELEKTRONIKI

KIERUNEK: AUTOMATYKA I ROBOTYKA
SPECJALNOŚĆ: ROBOTYKA

PRACA DYPLOMOWA
INŻYNIERSKA

Fuzja sygnałów na potrzeby sterowania robotem
balansującym

Sensor fusion applied to controlling a balancing
robot

AUTOR:
Michał Nowak

PROWADZĄCY PRACĘ:
dr inż. Janusz Jakubiak, Wo4/K7

OCENA PRACY:

Tutaj będzie dedykacja...

Spis treści

1.	Wstęp	9
1.1.	Cel i zakres pracy	9
1.2.	Zadania do wykonania	9
1.3.	Przebieg realizacji projektu	9
2.	Analiza ruchu robota	11
2.1.	Model dynamiki robota balansującego	11
2.1.1.	Energia kinetyczna	13
2.1.2.	Energia potencjalna	14
2.1.3.	Równania Eulera–Lagrange’a	14
2.1.4.	Równania stanu	16
2.2.	Sterowanie	17
2.2.1.	Pojedynczy regulator PID	17
2.2.2.	Podwójny regulator PID	19
3.	Akwizycja i wykorzystanie danych z czujników ruchu	21
3.1.	Żyroskop	21
3.2.	Akcelerometr	23
3.3.	Magnetometr	24
3.3.1.	Kompensacja kąta wychylenia	25
3.3.2.	Deklinacja magnetyczna	25
3.3.3.	Kompensacja efektu „Hard Iron” oraz „Soft Iron”	25
4.	Wybrane metody fuzji sygnałów	29
4.1.	Filtr komplementarny	29
4.1.1.	Filtr dolnoprzepustowy	29
4.1.2.	Filtr górnoprzepustowy	29
4.1.3.	Równanie filtru komplementarnego	29
4.1.4.	Testy symulacyjne	29
4.2.	Filtr Kalmana	29
4.2.1.	Równanie stanu obiektu	29
4.2.2.	Równanie filtru Kalmana	29
4.2.3.	Testy symulacyjne	29
4.3.	Filtr Madgwicka	30
4.3.1.	Kwaterniony	30
4.3.2.	Zasada działania algorytmu	30
4.3.3.	Testy symulacyjne	30
5.	Budowa dwukołowego robota balansującego i implementacja algorytmów	31
5.1.	Konstrukcja mechaniczna	31

5.2.	Układ elektroniczny	31
5.2.1.	Zasilanie	31
5.2.2.	Jednostka inercyjna MPU9250	31
5.2.3.	Moduł Bluetooth HC-05	31
5.2.4.	Silniki krokowe oraz sterowniki A4988	31
5.3.	Konfiguracja mikrokontrolera i peryferiów	31
5.3.1.	ADC	31
5.3.2.	PWM	31
5.3.3.	I^2C	32
5.3.4.	USART	32
5.3.5.	System czasu rzeczywistego FreeRTOS	32
5.4.	Oprogramowanie	32
5.4.1.	Struktura programu i algorytm sterowania	32
5.4.2.	Implementacja akwizycji danych z czujników ruchu	32
5.4.3.	Implementacja fuzji sygnałów	32
5.4.4.	Pojedynczy regulator PID	32
5.4.5.	Kaskada regulatorów PID	32
5.4.6.	Obsługa silników krokowych	32
5.4.7.	Pomiar stanu akumulatora	32
5.4.8.	Komunikacja bezprzewodowa z komputerem	32
5.5.	Testy eksperymentalne	32
6.	Aplikacja do wizualizacji danych sensorycznych i komunikacji z robotem	33
6.1.	Struktura programu	33
6.2.	Funkcjonalności programu	33
6.3.	Interfejs graficzny	33
7.	Testy eksperymentalne	35
Literatura	37
A.	Tytuł dodatku	39
B.	Opis załączonej płyty CD/DVD	41
Indeks rzeczowy	42

Spis rysunków

2.1. Modele odwróconego wahadła	11
2.2. Schemat modelu	12
2.3. Schemat sterowania z wykorzystaniem jednego regulatora PID	17
2.4. Pozycja wahadła po 2 sekundach symulacji w płaszczyźnie XY	18
2.5. Wykres dla układu z jednym regulatorem: nr.1 – wychylenie wahadła, nr.2 – prędkość obrotu kół, nr.3 – pozycja kół	18
2.6. Schemat sterowania z wykorzystaniem dwóch regulatorów PID połączonych kaskadowo	19
2.7. Pozycja wahadła po 5 sekundach symulacji w płaszczyźnie XY	20
2.8. Wykres dla układu z dwoma regulatorami: nr.1 – wychylenie wahadła, nr.2 – prędkość obrotu kół, nr.3 – pozycja kół	20
3.1. Wizualizacja odczytów żyroskopu	21
3.2. Wizualizacja odczytów akcelometru	23
3.3. Wizualizacja odczytów magnetometru	24
3.4. Odchylenie magnetometru od wektora północy magnetycznej	24
3.5. Odczyty dla nieskalibrowanego magnetometru	27
3.6. Odczyty dla skalibrowanego magnetometru	28

Spis tabel

2.1. Oznaczenia wykorzystywane w modelu	12
2.2. Parametry modelu	13
2.3. Parametry regulatora PID	17
2.4. Parametry regulatora PID1	19
2.5. Parametry regulatora PID2	19

Rozdział 1

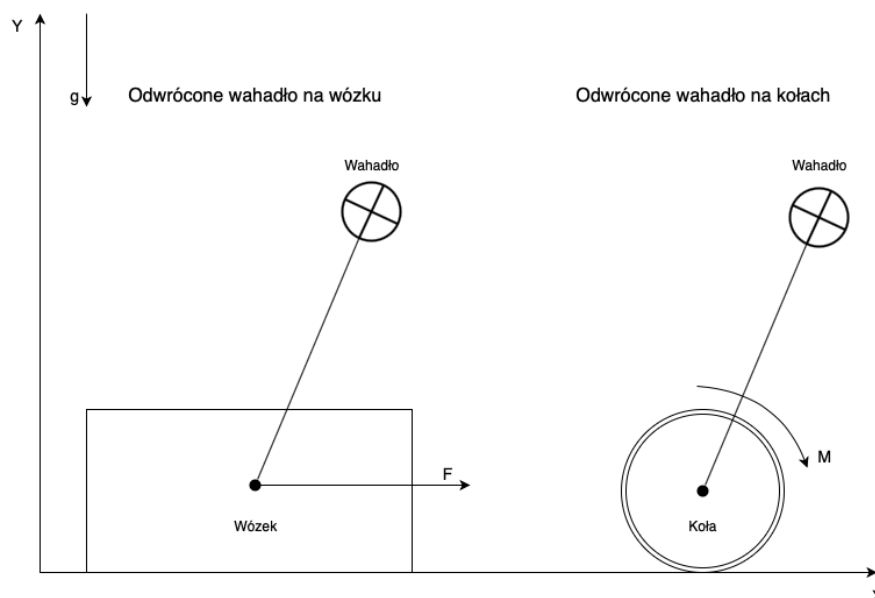
Wstęp

- 1.1. Cel i zakres pracy
- 1.2. Zadania do wykonania
- 1.3. Przebieg realizacji projektu

Rozdział 2

Analiza ruchu robota

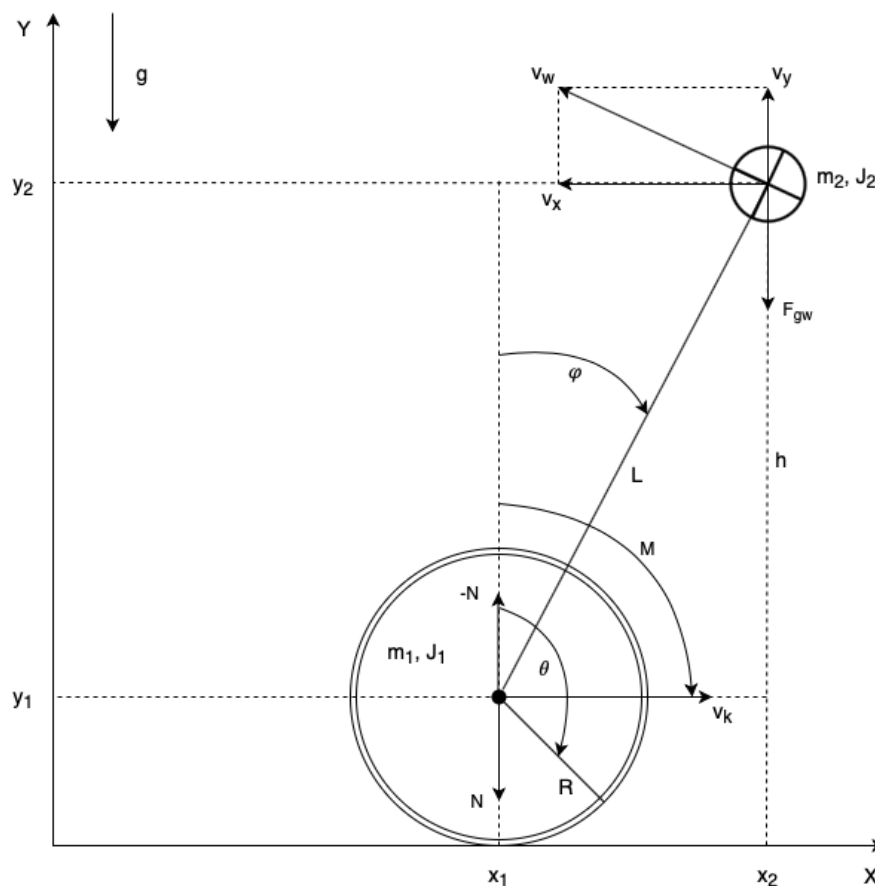
Najczęściej spotykanym modelem odwróconego wahadła jest wahadło umieszczone na poruszającym się w jednej osi wózku, a rolę sterowania odgrywa siła przyłożona do wózka równolegle do kierunku ruchu. W omawianym w tym rozdziale przypadku rolę wózka odgrywa podwozie wyposażone w koła, a siłą sterującą jest moment obrotowy oddziałujący na wahadło. Różnice pomiędzy tymi modelami, przedstawione są na schemacie 2.1



Rys. 2.1: Modele odwróconego wahadła

2.1. Model dynamiki robota balansującego

W celu ułatwienia implementacji algorytmu sterującego na rzeczywistym robocie, wyprowadzone zostały jego równania dynamiki oraz równania stanu pozwalające na przetestowanie układu sterowania w środowisku Matlab Simulink. W modelu pominięto opory powietrza oraz tarcie pomiędzy wahadłem a kołami oraz kołami a podłożem. Prędkości oraz siły w układzie zostały przedstawione na schemacie 2.2



Rys. 2.2: Schemat modelu

Oznaczenia występujące na schemacie modelu dynamiki, przedstawione są w tabeli:

Tab. 2.1: Oznaczenia wykorzystywane w modelu

Symbol	Opis
φ	Kąt wychYLENIA wahadła od pionu
θ	Kąt obrotu koła względem pionu
x_1, y_1	Współrzędne środka połączenia koła z wahadłem
x_2, y_2	Współrzędne środka masy wahadła
m_1	Masa koła
m_2	Masa wahadła
J_1	Moment bezwładności koła
J_2	Moment bezwładności wahadła
R	Promień koła
M	Moment siły generowany przez napęd
L	Odległość środka masy wahadła od osi obrotu
h	Wysokość na jakiej znajduje się środek masy wahadła
g	Wektor siły grawitacji
F_{gw}	Wektor siły ciężkości oddziałującej na środek masy wahadła
N	Wektor siły nacisku koła na podłoże
v_w, v_x, v_y	Wektory prędkości środka masy wahadła
v_k	Wektor prędkości koła

Parametry obiektu eksperymentalnego wykorzystane podczas symulacji i obliczeń:

Tab. 2.2: Parametry modelu

Symbol	Wartość	Jednostka
m_1	0,02	kg
m_2	1,2	kg
R	0,04	m
L	0,05	m
J_1	$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot R^2 = 0,000026$	$kg \cdot m^2$
J_2	$\frac{1}{3} \cdot m_2 \cdot L^2 = 0,002$	$kg \cdot m^2$
g	9,806	$\frac{m}{s^2}$

Korzystając z funkcji trygonometrycznych i zależności pomiędzy odległością środka masy wahadła od jego początku oraz kątem zakreślonym przez wahadło, można wyznaczyć położenie środka masy wahadła w zależności od położenia środka koła. Dodatkowo wysokość na jakiej znajduje się środek koła, jest jednocześnie jego promieniem $y_2 = R$. Współrzędne środka masy wahadła:

$$\begin{cases} \frac{x_2 - x_1}{L} = \sin\varphi \\ \frac{y_2 - y_1}{L} = \cos\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = x_1 + L\sin\varphi \\ y_2 = y_1 + L\cos\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = x_1 + L\sin\varphi \\ y_2 = R + L\cos\varphi \end{cases}$$

Korzystając z twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa, oraz rachunku różniczkowego (prędkość jako pochodna po czasie z przebytej drogi) można wyznaczyć prędkość środka masy wahadła na podstawie jej składowych w osi x oraz y. Składowe prędkości jako pochodne z przemieszczenia w osi x oraz y

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = \dot{x}_1 + L\cos\varphi\dot{\varphi} \\ \dot{y}_2 = -L\sin\varphi\dot{\varphi} \end{cases}$$

oraz prędkość wypadkowa wahadła obliczona przy wykorzystaniu twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa:

$$\begin{aligned} v_w^2 &= v_x^2 + v_y^2 \Rightarrow v_w = \sqrt{\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2} \\ v_w &= \sqrt{\dot{x}_1^2 + 2\dot{x}_1L\cos\varphi\dot{\varphi} + L^2\cos^2\varphi\dot{\varphi}^2 + L^2\sin^2\varphi\dot{\varphi}^2} = \sqrt{\dot{x}_1^2 + 2\dot{x}_1L\cos\varphi\dot{\varphi} + L^2\dot{\varphi}^2} \end{aligned} \quad (2.1)$$

2.1.1. Energia kinetyczna

Znając prędkość wypadkową wahadła, wyznacza się jego energię kinetyczną, która jest sumą energii kinetycznej ruchu postępowego i energii kinetycznej ruchu obrotowego

$$K_w = \frac{1}{2}m_2v_w^2 + \frac{1}{2}J_2\dot{\varphi}^2 = \frac{1}{2}m_2(\dot{x}_1^2 + 2\dot{x}_1L\cos\varphi\dot{\varphi} + L^2\dot{\varphi}^2) + \frac{1}{2}J_2\dot{\varphi}^2$$

oraz w analogiczny sposób wyznacza się energię kinetyczną koła

$$K_k = \frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}J_1\dot{\theta}^2$$

Energia kinetyczna układu jest sumą energii kinetycznej wahadła oraz dwóch kół:

$$K = K_w + 2K_k = \frac{1}{2}m_2(\dot{x}_1^2 + 2\dot{x}_1L\cos\varphi\dot{\varphi} + L^2\dot{\varphi}^2) + \frac{1}{2}J_2\dot{\varphi}^2 + m_1\dot{x}_1^2 + J_1\dot{\theta}^2 \quad (2.2)$$

2.1.2. Energia potencjalna

Środek masy wahadła znajduje się na wysokości $y_2 = m_2g(R + L\cos\varphi)$, a po wstawieniu jej do wzoru na energię potencjalną ciała o masie m znajdującego się na wysokości h , otrzymujemy energię potencjalną środka masy wahadła:

$$V_w = mgh = m_2gy_2 = m_2g(R + L\cos\varphi)$$

Energia potencjalna koła:

$$V_k = m_1gR$$

Gdyby przyjęto układ współrzędnych, w którym środek koła znajdowałby się na wysokości $y_2 = 0$, to energia potencjalna koła wynosiłaby 0.

Energia potencjalna układu jest sumą energii potencjalnej w środku masy wahadła, oraz energii potencjalnej dwóch kół:

$$V = V_w + 2V_k = m_2g(R + L\cos\varphi) + 2m_1gR \quad (2.3)$$

2.1.3. Równania Eulera–Lagrange’a

Znając energię kinetyczną oraz potencjalną układu przystąpić można do obliczenia Lagranżjanu [5], który jest różnicą energii kinetycznej oraz potencjalnej układu

$$\mathcal{L} = K - V \quad (2.4)$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}m_2(\dot{x}_1^2 + 2\dot{x}_1L\cos\varphi\dot{\varphi} + L^2\dot{\varphi}^2) + m_1\dot{x}_1^2 + J_1\dot{\theta}^2 - m_2g(R + L\cos\varphi) - 2m_1gR$$

gdzie droga przebyta przez toczące się koło oraz prędkość ruchu postępowego wynosi $x_1 = R\theta$, a co za tym idzie prędkość koła w osi x to $\dot{x}_1 = R\dot{\theta}$, co po wstawieniu do wzoru (2.4) daje ostateczną postać Lagrangianu:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2}m_2(R^2\dot{\theta}^2 + 2R\dot{\theta}L\cos\varphi\dot{\varphi} + L^2\dot{\varphi}^2) + m_1R^2\dot{\theta}^2 + \\ & + J_1\dot{\theta}^2 - m_2g(R + L\cos\varphi) - 2m_1gR \end{aligned} \quad (2.5)$$

Mając dany Lagranżjan, przystępujemy do wyznaczenia równań Eulera-Lagrange’a drugiego rodzaju, których ogólna postać wygląda następująco

$$\frac{d}{dt} \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{q}_i} - \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta q_i} = F_i$$

gdzie

- $\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta q_i}$ – i-ta składowa siły uogólnionej
- $\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{q}_i}$ – i-ta składowa pędu uogólnionego
- F_i – i-ta składowa sił niepotencjalnych

W tym przypadku składowe dla zmiennych φ oraz θ wynoszą odpowiednio

$$\varphi : \left\{ \begin{aligned} \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \varphi} &= -m_2R\dot{\theta}L\sin\varphi\dot{\varphi} \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{\varphi}} = m_2R\dot{\theta}L\cos\varphi + m_2L^2\dot{\varphi} + J_2\dot{\varphi} \end{aligned} \right.$$

$$\theta : \left\{ \begin{aligned} \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \theta} &= 0 \\ \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{\theta}} &= m_2R^2\dot{\theta} + m_2RL\cos\varphi\dot{\varphi} + 2m_1R^2\dot{\theta} + 2J_1\dot{\theta} \end{aligned} \right.$$

Mając wszystkie składowe oblicza się jeszcze pochodne po czasie składowych sił uogólnionych i otrzymujemy ostatecznie równania Eulera-Lagrange'a:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{\varphi}} - \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \varphi} &= m_2 R \ddot{\theta} L \cos \varphi - m_2 R \dot{\theta} \sin \varphi \dot{\varphi} + m_2 L^2 \ddot{\varphi} + J_2 \ddot{\varphi} + m_2 R \dot{\theta} L \sin \varphi \dot{\varphi} + \\ - m_2 g L \sin \varphi &= m_2 R \ddot{\theta} L \cos \varphi + m_2 L^2 \ddot{\varphi} + J_2 \ddot{\varphi} - m_2 g L \sin \varphi = -M \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{\theta}} - \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \theta} = m_2 R^2 \ddot{\theta} - m_2 R L \sin \varphi \dot{\varphi}^2 + m_2 R L \cos \varphi \ddot{\varphi} + 2m_1 R^2 \ddot{\theta} + 2J_1 \ddot{\theta} = M$$

gdzie M to moment siły generowany przez napęd. Dla zmiennej θ ze znakiem dodatnim, ponieważ kierunek obrotu kół jest zgodny z kierunkiem generowanego momentu. Dla zmiennej φ z ujemnym znakiem, ponieważ kierunek obrotu wahadła jest przeciwny do działającego momentu siły.

Równania dynamiki można przedstawić w postaci macierzowej, która jest bardziej czytelna

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} m_2 L^2 + J_2 & m_2 R L \cos \varphi \\ m_2 R L \cos \varphi & m_2 R^2 + 2m_1 R^2 + 2J_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\varphi} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -m_2 R L \sin \varphi \dot{\varphi} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} -m_2 g L \sin \varphi \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -M \\ M \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Taki model jest jednak nieliniowy i liniowy algorytm sterowania nie zadziałałby dla niego poprawnie, dlatego dokonuje się częściowej linearyzacji modelu w okolicach punktu równowagi, w przypadku w którym chcemy wykorzystać liniowy sterownik. Jednym z punktów równowagi odwróconego wahadła jest jego pionowa pozycja, punkt niestabilny. Drugi punkt równowagi to swobodne zwisanie wahadła, który jest stabilnym punktem równowagi, jednak zostaje on pominięty ze względu na jego brak w rozważanym modelu. Dla punktu równowagi $\varphi \approx 0$ możemy dokonać linearyzacji modelu dla którego

$$\begin{cases} \sin \varphi \approx \varphi, \\ \cos \varphi \approx 1, \\ \dot{\varphi}^2 \approx 0 \end{cases}$$

i zapisać w postaci

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D(q) = u$$

gdzie:

- q – wektor uogólnionych współrzędnych,
- \dot{q} – wektor uogólnionych prędkości,
- $M(q)$ – symetryczna, dodatnio określona macierz inercji,
- $C(q, \dot{q})$ – macierz sił Coriolisa i sił dośrodkowych,
- $D(q)$ – wektor oddziaływań potencjalnych,
- u – wektor sterowań.

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_2 L^2 + J_2 & m_2 R L \\ m_2 R L & m_2 R^2 + 2m_1 R^2 + J_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \emptyset$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} -m_2 g L \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \varphi \\ \theta \end{bmatrix}, \mathbf{u} = \begin{bmatrix} -M \\ M \end{bmatrix}$$

2.1.4. Równania stanu

W celu łatwiejszego wyznaczenia równań stanu zapisujemy równania dynamiki w następującej formie macierzowej

$$E\ddot{\mathbf{q}} + F\dot{\mathbf{q}} + G\mathbf{q} = H\mathbf{u}$$

w której poszczególne elementy są równe

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} m_2 L^2 + J_2 & m_2 R L \\ m_2 R L & m_2 R^2 + 2m_1 R^2 + J_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \emptyset$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -m_2 g L & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Mnożąc lewostronnie powyższe równanie przez macierz \mathbf{E}^{-1} i wyznaczając pochodne pierwszego i drugiego rzędu, można przystąpić do sformułowania równań stanu. Przyjmują one postać dwóch równań

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (2.7)$$

w których:

- \mathbf{x} – wektor stanu
- \mathbf{y} – wektor wyjścia
- \mathbf{u} – wymuszenie

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \varphi \\ \theta \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \Rightarrow \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\varphi} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \left[\begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline -E^{-1}G & -E^{-1}F \end{array} \right], \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -E^{-1}H \end{bmatrix}$$

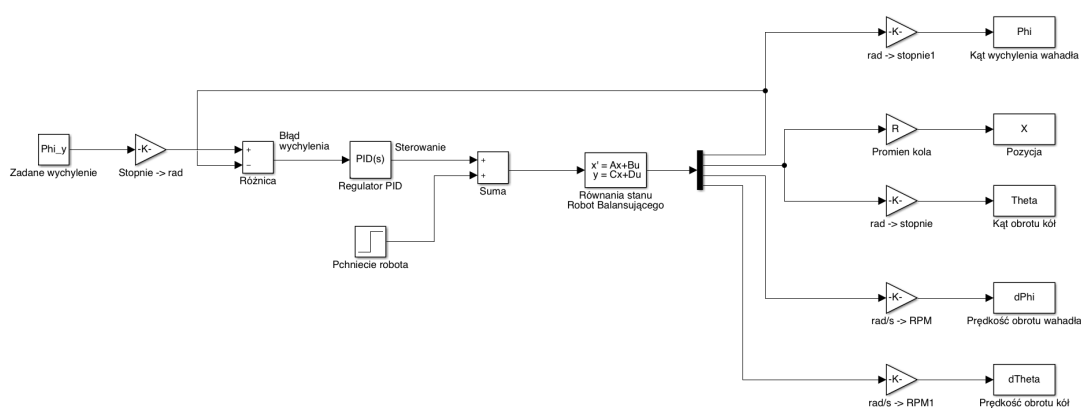
$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{D} = \emptyset, \mathbf{u} = M$$

2.2. Sterowanie

Jednym z najprostszych i najpopularniejszych algorytmów sterowania odwróconym wahadłem, jest wykorzystanie układu regulacji ze sprzężeniem zwrotnym oraz regulatora PID. Algorytm zaimplementowano i przetestowano w środowisku **Matlab Simulink**.

2.2.1. Pojedynczy regulator PID

Zadaniem algorytmu jest utrzymanie wychylenia wahadła w okolicy punktu równowagi, dlatego w takim przypadku jest to układ dostawiany (jedna wielkość regulowana i jedno wymuszenie) i w zupełności wystarczy układ regulacji z pojedynczym regulatorem PID.



Rys. 2.3: Schemat sterowania z wykorzystaniem jednego regulatora PID

W symulacji bloczki gain służą do przeliczenia radianów na stopnie oraz radiany na sekundę na liczbę obrotów na minutę. Są to jednostki bardziej przystępne i łatwiej sobie wyobrazić z jaką wartością mamy do czynienia.

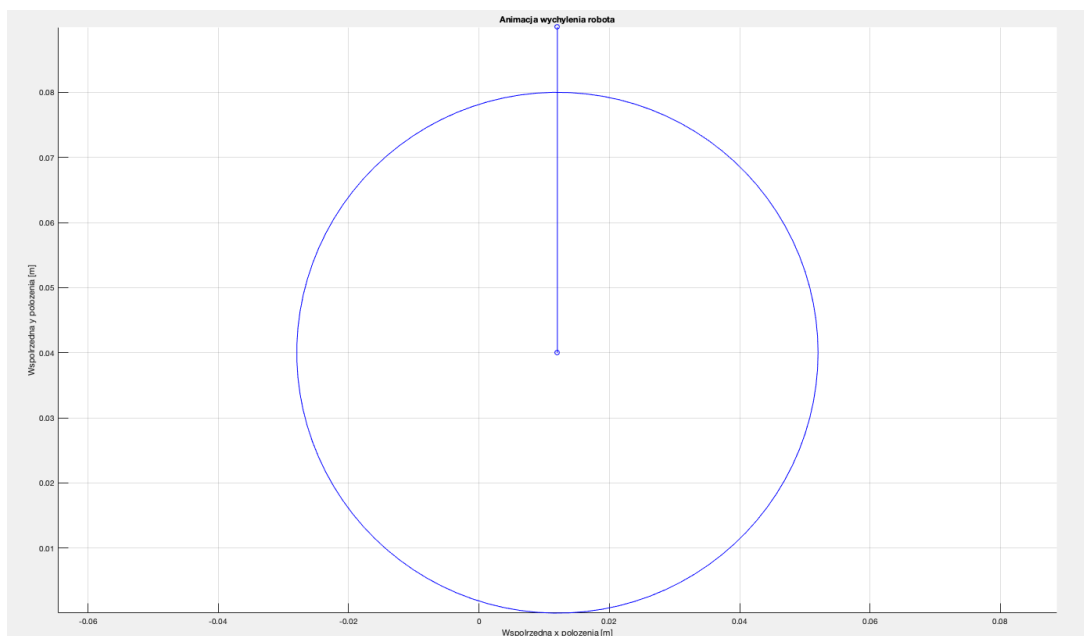
Parametry regulatora wyznaczone zostały eksperymentalnie i prezentują się następująco

K_p	10
K_i	100
K_d	0.1
Wejście	Zadana prędkość kół
Wyjście	Zadany kąt wychylenia

Tab. 2.3: Parametry regulatora PID

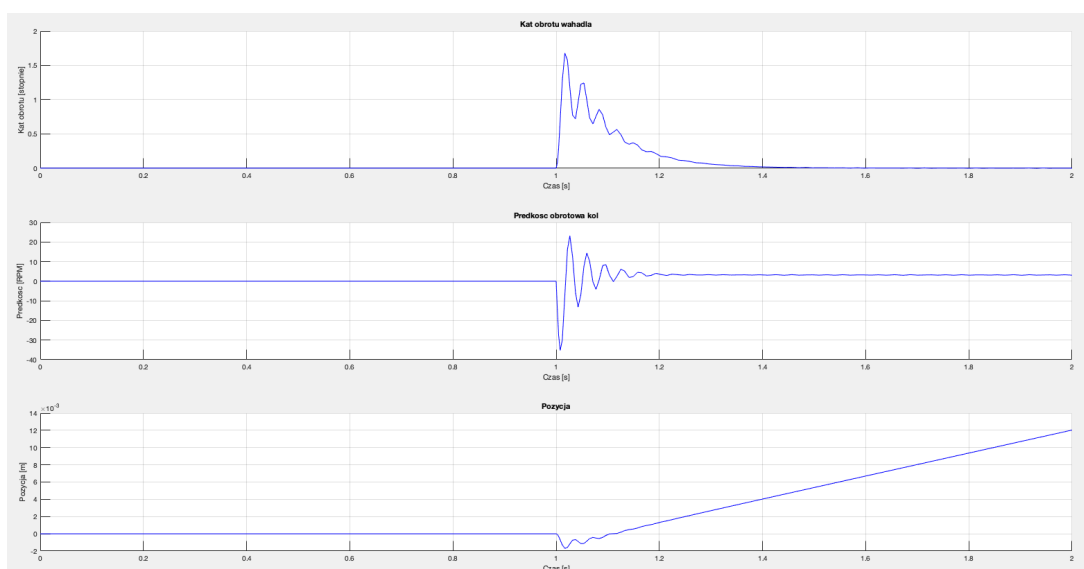
2. Analiza ruchu robota

Wizualizację tego jak zachowuje się wahadło podczas implementacji algorytmu i strojenia regulatora, daje prosta animacja pozycji kół oraz wychyleń wahadła. Na obrazku widzimy, że pomimo utrzymanego wychyleń wahadła w zadanej pozycji, położenie obiektu dryfuje w nieskończoność przy nieskończonym czasie symulacji.



Rys. 2.4: Pozycja wahadła po 2 sekundach symulacji w płaszczyźnie XY

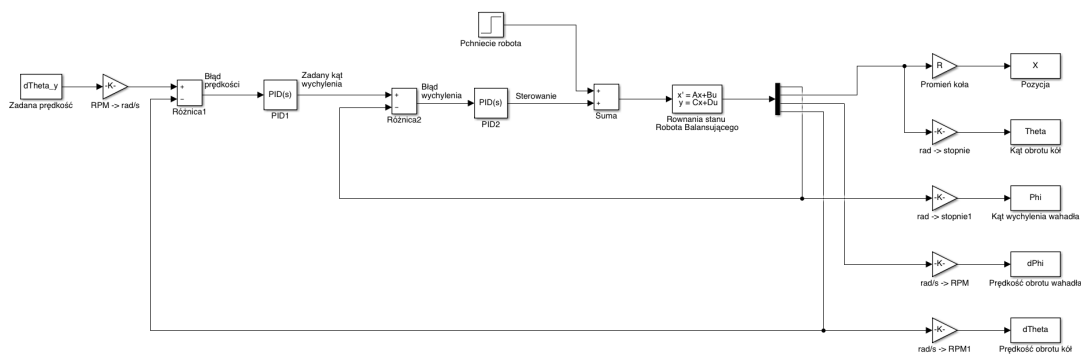
Na początku symulacji wahadło znajduje się w punkcie równowagi, po czym w 1 sekundzie następuje skok jednostkowy, który symuluje pchnięcie robota generujące moment obrotowy o wartości 1 Nm. Takie wymuszenie wychyla wahadło w szczytowym momencie do wartości około 1.6 stopnia, oraz zmusza napęd do wygenerowania prędkości obrotowej kół na poziomie około 20 RPM. Jak widać na wykresie, czas stabilizacji wynosi około 0.4 s, przy czym pozycja robota zbiega do nieskończoności.



Rys. 2.5: Wykres dla układu z jednym regulatorem: nr.1 – wychylenie wahadła, nr.2 – prędkość obrotu kół, nr.3 – pozycja kół

2.2.2. Podwójny regulator PID

W przypadku, w którym zadaniem algorytmu jest nie tylko utrzymanie wychylenia wahadła, ale również utrzymanie zadanej pozycji czy prędkości kół, to pojawia się problem, ponieważ układ jest niedosterowany (dwie wielkości regulowane i jedno wymuszenie), który rozwiązuje zastosowanie dwóch regulatorów PID połączonych kaskadowo. Pierwszy regulator odpowiedzialny jest za utrzymanie zadanej prędkości kół lub pozycji, a drugi za utrzymanie prawidłowego kąta wychylenia wahadła.



Rys. 2.6: Schemat sterowania z wykorzystaniem dwóch regulatorów PID połączonych kaskadowo

Dla kaskadowego połączenia regulatorów, nastawy również zostały dobrane eksperymentalnie. Nastawy regulatora odpowiedzialnego za utrzymanie kąta wychylenia wahadła pozostały identyczne, jak w przypadku układu z pojedynczym regulatorem.

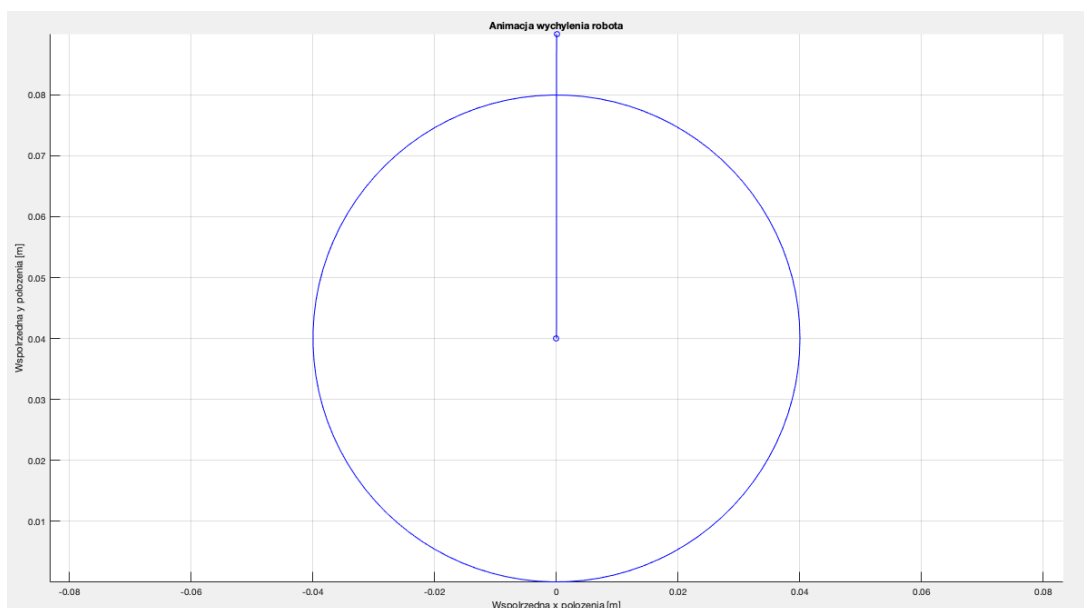
K_p	20
K_i	25
K_d	0.02
Wejście	Zadana prędkość kół
Wyjście	Zadany kąt wychylenia

Tab. 2.4: Parametry regulatora PID1

K_p	10
K_i	100
K_d	0.1
Wejście	Zadany kąt wychylenia
Wyjście	Sterowanie

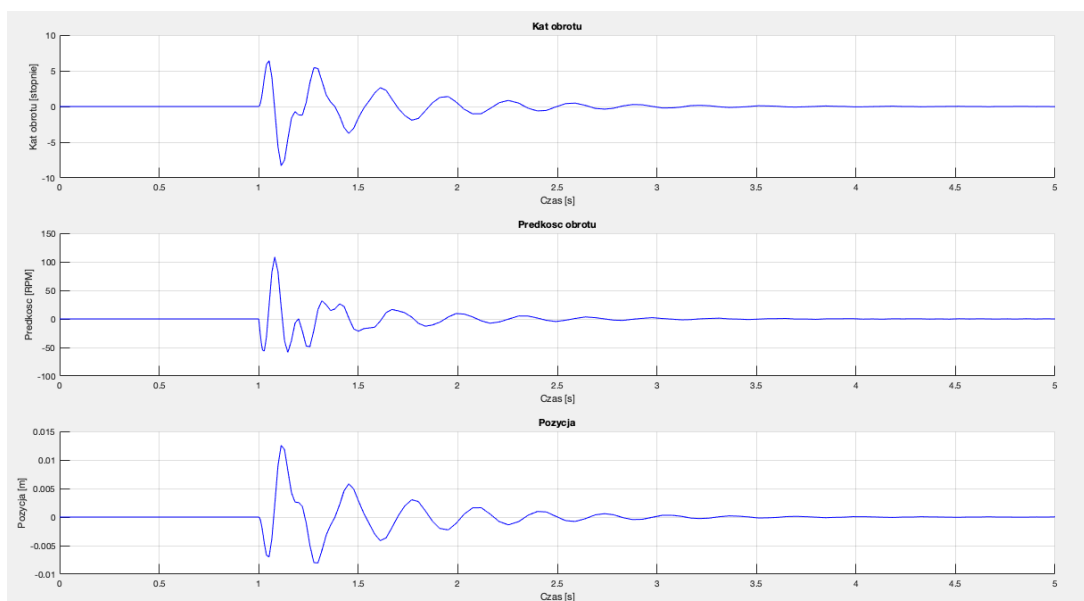
Tab. 2.5: Parametry regulatora PID2

Zadana prędkość kątowa kół równa zero, sprawia że wahadło utrzymuje się w punkcie równowagi oraz wyeliminowano efekt dryfowania pozycji.



Rys. 2.7: Pozycja wahadła po 5 sekundach symulacji w płaszczyźnie XY

Jednym z efektów ubocznych zastosowania bardziej skomplikowanego układu regulacji jest wydłużenie samego czasu stabilizacji kąta wychyleń wahadła, co jest widoczne na wykresie.



Rys. 2.8: Wykres dla układu z dwoma regulatorami: nr.1 – wychylenie wahadła, nr.2 – prędkość obrotu kół, nr.3 – pozycja kół

Rozdział 3

Akwizycja i wykorzystanie danych z czujników ruchu

Wprowadzone oznaczenia, w celu zwiększenia czytelności macierzy rotacji

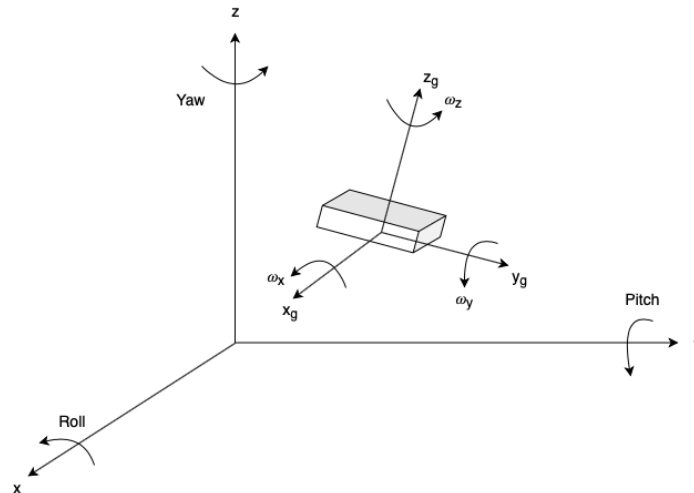
$$\begin{aligned} s_\varphi &= \sin\varphi, & s_\theta &= \sin\theta, & s_\psi &= \sin\psi \\ c_\varphi &= \cos\varphi, & c_\theta &= \cos\theta, & c_\psi &= \cos\psi \end{aligned}$$

Macierze rotacji

$$\mathbf{R}_x(\varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\varphi & s_\varphi \\ 0 & -s_\varphi & c_\varphi \end{bmatrix} \mathbf{R}_y(\theta) = \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & -s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ s_\theta & 0 & c_\theta \end{bmatrix} \mathbf{R}_z(\psi) = \begin{bmatrix} c_\psi & s_\psi & 0 \\ -s_\psi & c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_x(\varphi)\mathbf{R}_y(\theta)\mathbf{R}_z(\psi) = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & c_\theta s_\psi & s_\theta \\ c_\psi s_\theta s_\varphi - s_\varphi s_\psi & c_\varphi c_\psi + s_\theta s_\varphi s_\psi & c_\theta s_\varphi \\ c_\varphi c_\psi s_\theta + s_\varphi s_\psi & c_\varphi s_\theta s_\psi - c_\psi s_\varphi & c_\theta c_\varphi \end{bmatrix}$$

3.1. Żyroskop



Rys. 3.1: Wizualizacja odczytów żyroskopu

Wektor prędkości kątowych

$$\omega = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$$

W przypadku, w którym interesuje nas jednowymiarowe określenie orientacji, możemy go wyznaczyć poprzez scałkowanie prędkości kątowej w danej osi [1]

$$\alpha_t = \int_0^t \omega \Delta t = \alpha_{t-1} + \omega_t \Delta t$$

Problem pojawia się w momencie, w którym chcemy znać orientację czujnika w przestrzeni trójwymiarowej. Żyroskop mierzy prędkości kątowe w osiach swojego lokalnego układu współrzędnych i jeśli dokona się zmiany orientacji czujnika względem układu, w którym wyznaczamy orientację, to wyniki będą niepoprawne. W takim przypadku, należy skorzystać ze wzoru na prędkość kątową w przestrzeni, korzystając z własności $R^T = R^{-1}$, która wynika z tego, że macierz R jest ortogonalna.

$$[\omega] = \dot{R}R^T \Rightarrow \dot{R} = R[\omega] \quad (3.1)$$

gdzie

$$[\omega] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}$$

Elementami równania (3.1), które chcemy wyznaczyć są elementy macierzy R . Dokonuje się tego poprzez zapisanie równania w postaci równania różniczkowego

$$\dot{R} = R[\omega]$$

którego rozwiązaniem jest

$$R_t \approx R_{t-1}(I_{3 \times 3} + [\omega] \Delta t)$$

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}_{t-1} \begin{bmatrix} 1 & -\omega_z \Delta t & \omega_y \Delta t \\ \omega_z \Delta t & 1 & -\omega_x \Delta t \\ -\omega_y \Delta t & \omega_x \Delta t & 1 \end{bmatrix}$$

gdzie macierz R w chwili $t = 0$ dla zerowych wartości kątów, wynosi

$$\mathbf{R}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

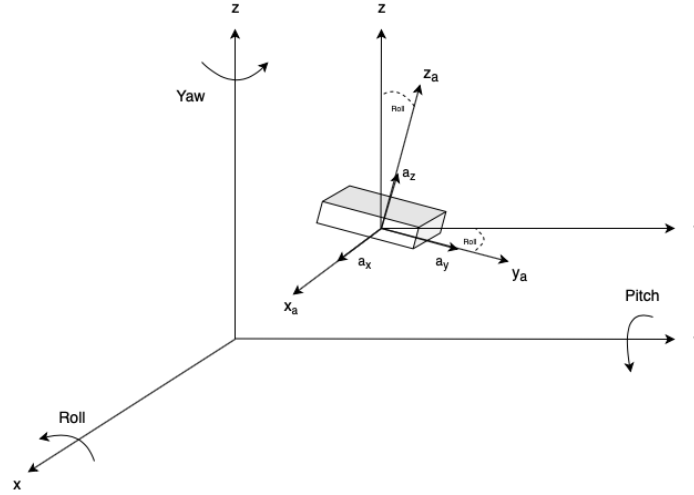
Mając rozwiązanie równania różniczkowego, możemy obliczyć elementy macierzy R_t oraz kąty Eulera na podstawie odpowiednich elementów tej macierzy

$$Roll(\varphi) = \arctan\left(\frac{r_{32}}{r_{33}}\right)$$

$$Pitch(\theta) = \arcsin(-r_{31}) \quad (3.2)$$

$$Yaw(\psi) = \arctan\left(\frac{r_{21}}{r_{11}}\right)$$

3.2. Akcelerometr



Rys. 3.2: Wizualizacja odczytów akcelerometru

Wektor przyspieszeń w osiach akcelerometru

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}$$

Znormalizowany wektor równoległy do osi Z

$$(\mathbf{g}_z) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Orientacja w przestrzeni RPY znormalizowanego wektora grawitacji

$$R_{g_z} = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & c_\theta s_\psi & s_\theta \\ c_\psi s_\theta s_\varphi - s_\varphi s_\psi & c_\varphi c_\psi + s_\theta s_\varphi s_\psi & c_\theta s_\varphi \\ c_\varphi c_\psi s_\theta + s_\varphi s_\psi & c_\varphi s_\theta s_\psi - c_\psi s_\varphi & c_\theta c_\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s_\theta \\ c_\theta s_\varphi \\ c_\theta c_\varphi \end{bmatrix}$$

Orientację akcelerometru mierzy się względem wektora grawitacji, dzięki czemu można zapisać, że

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} -s_\theta \\ c_\theta s_\varphi \\ c_\theta c_\varphi \end{bmatrix} \Rightarrow n \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s_\theta \\ c_\theta s_\varphi \\ c_\theta c_\varphi \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

gdzie

- a_x – odczyt akcelerometru w osi x
- a_y – odczyt akcelerometru w osi y
- a_z – odczyt akcelerometru w osi z
- $n = \frac{1}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}$

Korzystając ze wzoru (3.3) zapisujemy go w postaci układu równań

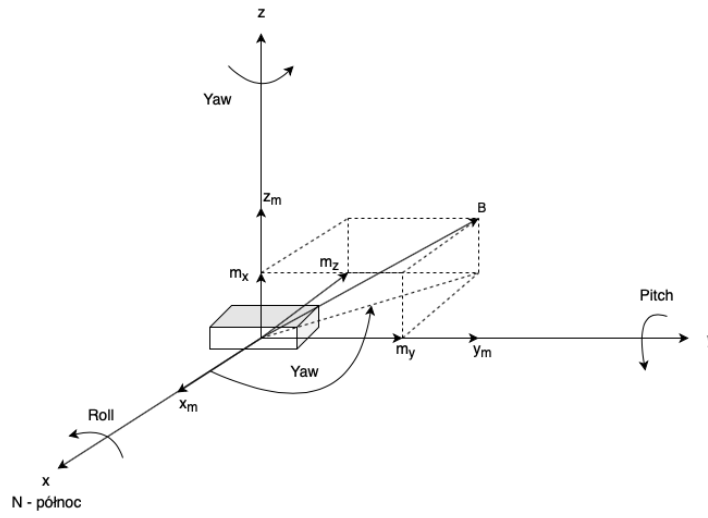
$$\begin{cases} na_x = -\sin\theta \\ na_y = \cos\theta \sin\varphi \\ na_z = \cos\theta \cos\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin\theta = -na_x \\ \cos\theta = n\sqrt{a_y^2 + a_z^2} \\ \sin\varphi = \frac{na_y}{\cos\theta} \\ \cos\varphi = \frac{na_z}{\cos\theta} \end{cases}$$

i wyliczamy zależności trygonometryczne, z których otrzymujemy rotacje akcelerometru względem osi x oraz y

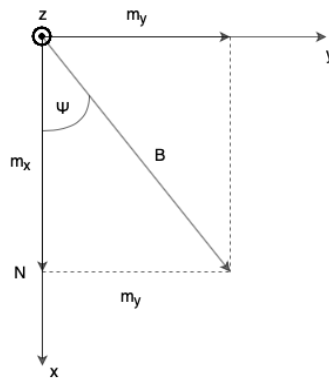
$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi &= \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{a_y}{a_z} \Rightarrow \operatorname{Roll}(\varphi) = \operatorname{arctg}\left(\frac{a_y}{a_z}\right) \\ \operatorname{tg} \theta &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-a_x}{\sqrt{a_y^2 + a_z^2}} \Rightarrow \operatorname{Pitch}(\theta) = \operatorname{arctg}\left(\frac{-a_x}{\sqrt{a_y^2 + a_z^2}}\right) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Niestety, ale z racji tego, że orientację akcelerometru wyliczamy względem wektora grawitacji nie ma możliwości obliczenia rotacji względem osi Z, czyli kąta Yaw(ψ).

3.3. Magnetometr



Rys. 3.3: Wizualizacja odczytów magnetometru



Rys. 3.4: Odchylenie magnetometru od wektora północy magnetycznej

Wektor pola magnetycznego (odczyty magnetometru)

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}$$

Rotacja magnetometru wokół osi Z (odchylenie od wektora pola magnetycznego), przy założeniu, że wartości kątów Roll i Pitch są zerowe (brak odchylenia magnetometru od płaszczyzny XY)

$$\tan \psi = \frac{\sin \psi}{\cos \psi} = \frac{m_y}{m_x} \Rightarrow Yaw(\delta) = \arctg\left(\frac{m_y}{m_x}\right) \quad (3.5)$$

Niestety w przypadku, w którym odchyliny magnetometr względem osi x lub y, obliczona według wzoru (3.5) wartość obrotu wokół osi Z będzie nieprawidłowa, ponieważ zmieni się odczyt magnetometru w osiach x i y oraz z. W celu zniwelowania tego efektu dokonuje się kompensacji kąta wychylenia magnetometru.

3.3.1. Kompensacja kąta wychylenia

Kompensacja kąta wychylenia magnetometru, to nic innego jak uwzględnienie w obliczeniach rotacji wokół osi x i y, wyznaczonych, np. za pomocą akcelerometru.

Wektor pola magnetycznego po kompensacji kąta wychylenia

$$\mathbf{B}^k = R_x(\varphi)R_y(\theta)B$$

$$\begin{bmatrix} b_x^k \\ b_y^k \\ b_z^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & -s_\theta \\ s_\varphi s_\theta & c_\varphi & s_\varphi c_\theta \\ c_\varphi s_\theta & -s_\varphi & c_\varphi c_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\theta m_x - s_\theta m_z \\ s_\varphi s_\theta m_x + c_\varphi m_y + s_\varphi c_\theta m_z \\ c_\varphi s_\theta m_x - s_\varphi m_y + c_\varphi c_\theta m_z \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Rotacja magnetometru wokół osi Z (odchylenie od wektora pola magnetycznego), po kompensacji kąta wychylenia magnetometru

$$Yaw(\psi) = \arctg\left(\frac{b_y^k}{b_x^k}\right) = \arctg\left(\frac{s_\varphi s_\theta m_x + c_\varphi m_y + s_\varphi c_\theta m_z}{c_\theta m_x - s_\theta m_z}\right) \quad (3.7)$$

3.3.2. Deklinacja magnetyczna

W celu uzyskania dokładniejszego pomiaru uzależnionego od aktualnej pozycji na Ziemi uwzględnia się deklinację magnetyczną, która dla Wrocławia wynosi

$$\delta = 4^\circ E 8' E \approx 4,13^\circ E$$

co daje ostateczną postać wzoru na wskazanie magnetometru, przy założeniu, że kąt Yaw obliczony jest w stopniach, a nie w radianach

$$Yaw(\psi) = Yaw(\psi) + \delta = Yaw(\psi) + 4,13^\circ$$

3.3.3. Kompensacja efektu „Hard Iron” oraz „Soft Iron”

Nieskalibrowane odczyty magnetometru zostały przedstawione na rysunku 3.5. Na wykresach widoczne są elipsy przesunięte względem punktu (0,0) na wykresie. Odczyty dla skalibrowanego magnetometru na płaszczyznach XY, XZ oraz YZ powinny mieć swój środek w punkcie (0,0), czyli kulę o środku w punkcie (0,0,0) w przestrzeni XYZ.

Efekt „Hard Iron” (wpływ ferromagnetyków twardych) kompensuje się poprzez przesunięcie odczytów na środek układu współrzędnych o wyznaczony offset. Przesunięcie wyznacza się na podstawie maksymalnej oraz minimalnej wartości odczytu w danej osi, według następujących

wzorów

$$offset(m_x) = \frac{max(m_x) + min(m_x)}{2}$$

$$offset(m_y) = \frac{max(m_y) + min(m_y)}{2}$$

$$offset(m_z) = \frac{max(m_z) + min(m_z)}{2}$$

Efekt „Soft Iron” (wpływ ferromagnetyków miękkich), który objawia się zniekształceniem odczytów, które powinny tworzyć idealny okrąg na płaszczyźnie, należy skompensować przeskalowując odczyty o wartości wyliczane według następujących wzorów

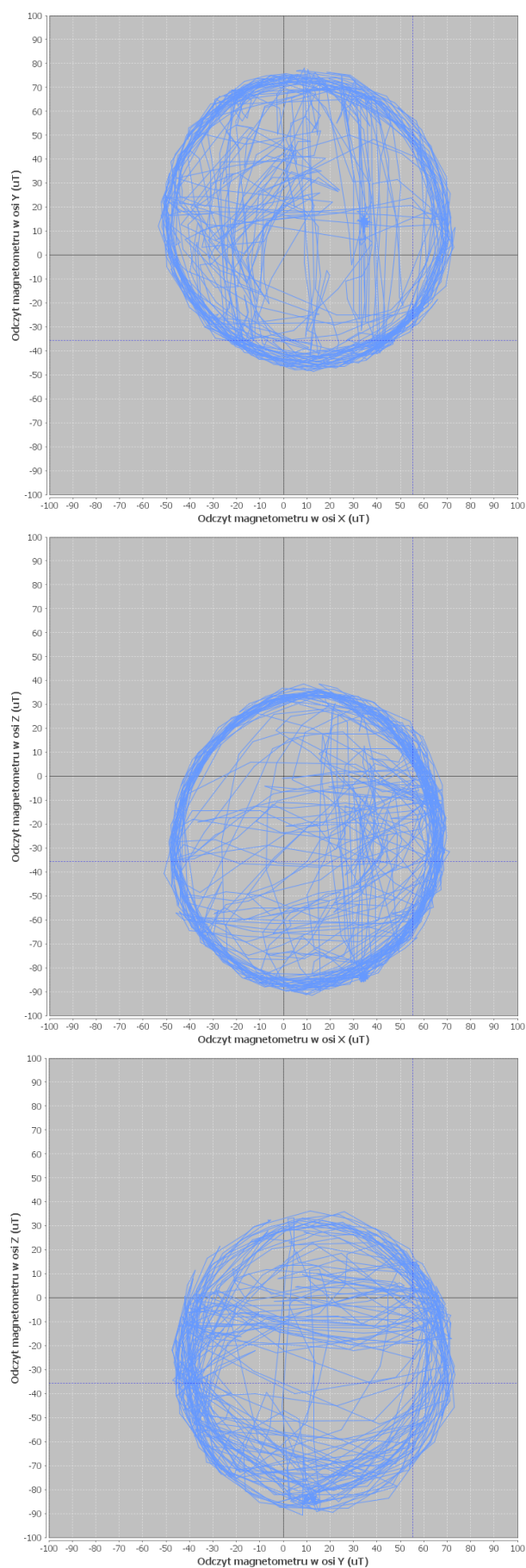
$$a(m_x) = \frac{max(m_x) - min(m_x)}{2}, a(m_y) = \frac{max(m_y) - min(m_y)}{2}, a(m_z) = \frac{max(m_z) - min(m_z)}{2}$$

$$b = \frac{a(m_x) + a(m_y) + a(m_z)}{3}$$

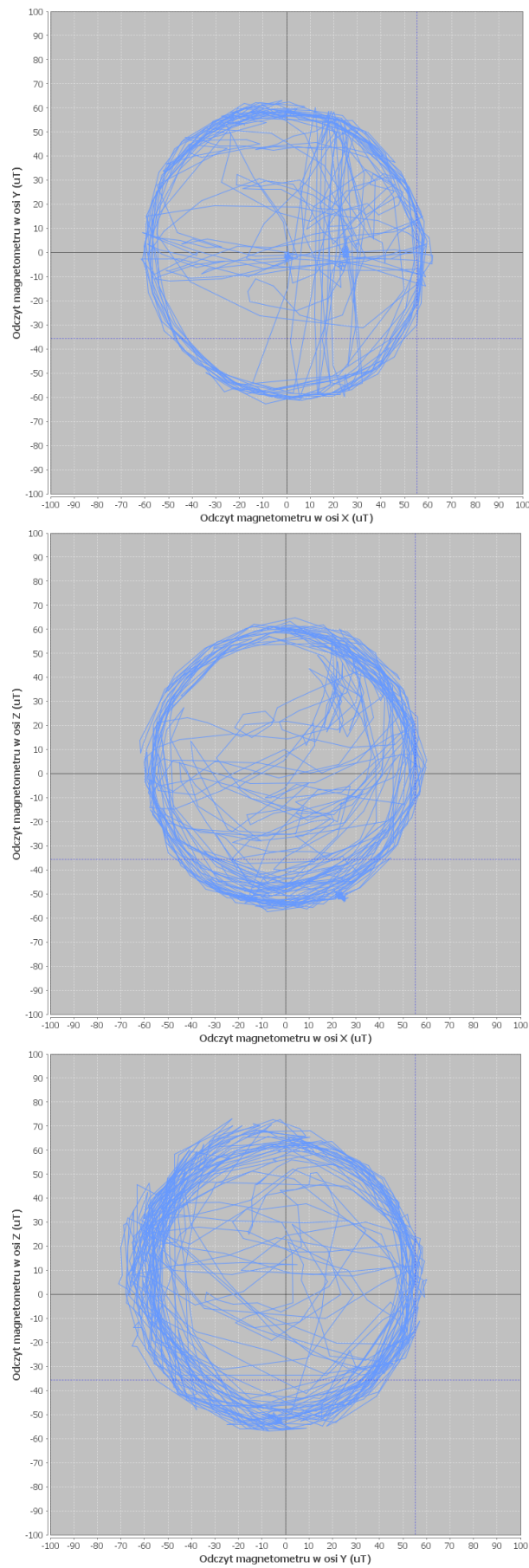
$$scale(m_x) = \frac{b}{a(m_x)}, scale(m_y) = \frac{b}{a(m_y)}, scale(m_z) = \frac{b}{a(m_z)}$$

Na rysunku 3.6 widać, że odczyty dla magnetometru zostały skalibrowane. Przesunięcia odczytów we wszystkich osiach oraz delikatne zniekształcenie dla odczytu XZ zostały skompensowane. Ostateczną postać wektora odczytów magnetometru oblicza się według wzoru (3.8)

$$\begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_x - offset(m_x) \\ m_y - offset(m_y) \\ m_z - offset(m_z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} scale(m_x) \\ scale(m_y) \\ scale(m_z) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$



Rys. 3.5: Odczyty dla nieskalibrowanego magnetometru



Rys. 3.6: Odczyty dla skalibrowanego magnetometru

Rozdział 4

Wybrane metody fuzji sygnałów

4.1. Filtr komplementarny

[2]

4.1.1. Filtr dolnoprzepustowy

...

4.1.2. Filtr górnoprzepustowy

...

4.1.3. Równanie filtru komplementarnego

...

4.1.4. Testy symulacyjne

...

4.2. Filtr Kalmana

[3]

4.2.1. Równanie stanu obiektu

...

4.2.2. Równanie filtru Kalmana

...

4.2.3. Testy symulacyjne

...

4.3. Filtr Madgwicka

[4]

4.3.1. Kwaterniony

...

4.3.2. Zasada działania algorytmu

...

4.3.3. Testy symulacyjne

...

Rozdział 5

Budowa dwukołowego robota balansującego i implementacja algorytmów

5.1. Konstrukcja mechaniczna

5.2. Układ elektroniczny

5.2.1. Zasilanie

...

5.2.2. Jednostka inercyjna MPU9250

...

5.2.3. Moduł Bluetooth HC-05

...

5.2.4. Silniki krokowe oraz sterowniki A4988

...

5.3. Konfiguracja mikrokontrolera i peryferiów

5.3.1. ADC

...

5.3.2. PWM

...

5.3.3. I^2C

...

5.3.4. USART

...

5.3.5. System czasu rzeczywistego FreeRTOS

...

5.4. Oprogramowanie

5.4.1. Struktura programu i algorytm sterowania

...

5.4.2. Implementacja akwizycji danych z czujników ruchu

...

5.4.3. Implementacja fuzji sygnałów

...

5.4.4. Pojedynczy regulator PID

...

5.4.5. Kaskada regulatorów PID

...

5.4.6. Obsługa silników krokowych

...

5.4.7. Pomiar stanu akumulatora

...

5.4.8. Komunikacja bezprzewodowa z komputerem

...

5.5. Testy eksperymentalne

...

Rozdział 6

Aplikacja do wizualizacji danych sensorycznych i komunikacji z robotem

6.1. Struktura programu

...

6.2. Funkcjonalności programu

...

6.3. Interfejs graficzny

...

Rozdział 7

Testy eksperymentalne

Literatura

- [1] J. Grabiński, K. Waluś. The system of acquisition and archiving of motion parameters of mobile systems - mathematical methods, digital filters. 20:228–233, 02 2019.
- [2] R. Grygiel, R. Bieda. Metody wyznaczania kątów z żyroskopów dla filtru komplementarnego na potrzeby określania orientacji imu. Przegląd Elektrotechniczny, 90:217–224, 08 2014.
- [3] J. Kędzierski. Filtr kalmana - zastosowania w prostych układach sensorycznych. 03 2016.
- [4] S. O. H. Madgwick. An efficient orientation filter for inertial and inertial / magnetic sensor arrays. 2010.
- [5] K. Tchoń, R. Muszyński, I. Dulęba, R. Hossa, A. Mazur. Manipulatory i roboty mobilne. 01 2000.

Dodatek A

Tytuł dodatku

Zasady przyznawania stopnia naukowego doktora i doktora habilitowanego w Polsce określa ustawa z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz.U. nr 65 z 2003 r., poz. 595 (Dz. U. z 2003 r. Nr 65, poz. 595)). Poprzednie polskie uregulowania nie wymagały bezwzględnie posiadania przez kandydata tytułu zawodowego magistra lub równorzędnego (choć zasada ta zazwyczaj była przestrzegana) i zdarzały się nadzwyczajne przypadki nadawania stopnia naukowego doktora osobom bez studiów wyższych, np. słynnemu matematykowi lwowskiemu – późniejszemu profesorowi Stefanowi Banachowi.

W innych krajach również zazwyczaj do przyznania stopnia naukowego doktora potrzebny jest dyplom ukończenia uczelni wyższej, ale nie wszędzie.

Dodatek B

Opis załączonej płyty CD/DVD

Tutaj jest miejsce na zamieszczenie opisu zawartości załączonej płyty. Należy wymienić, co zawiera.

