

Modelowanie i identyfikacja – laboratorium 1.

Generacja liczb losowych – metoda odwracania dystrybuanty

Paweł Wachel

Wymagania wstępne:

1. Definicja zmiennej losowej.
2. Dystrybuanta zmiennej losowej i jej własności.
3. Wybrane rozkłady prawdopodobieństwa: jednostajny, wykładniczy, Laplace’a, normalny.
4. Metoda odwracania dystrybuanty – konstrukcja i własności algorytmu.

Zadania do wykonania:

1. Wyznaczyć dystrybuantę oraz zaimplementować generator generujący liczby losowe z rozkładu o **gęstości** prawdopodobieństwa

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{dla } x \in [0, 1] \\ 0 & \text{dla } x \in (-\infty, 0) \cup (1, \infty) \end{cases}.$$

2. Wyznaczyć dystrybuantę oraz zaimplementować generator generujący liczby losowe z rozkładu o gęstości prawdopodobieństwa

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{dla } x \in (-1, 0) \\ -x+1 & \text{dla } x \in [0, 1) \\ 0 & \text{dla } x \notin (-1, 1) \end{cases}.$$

3. Wyznaczyć dystrybuantę oraz zaimplementować generator generujący liczby losowe z rozkładu wykładniczego

$$f(x) = e^{-x}, x \geq 0.$$

4. Zaimplementować generator generujący liczby losowe z rozkładu Laplace’a.
5. W oparciu o uzyskane wyniki przedyskutować wady i zalety omawianego podejścia. Czy niedoskonałości generatorów liczb losowych o rozkładzie równomiernym przenoszą się na rezultaty uzyskiwane metodą odwracania dystrybuanty? W jakich przypadkach metoda odwracania dystrybuanty nie może być stosowana, w jakich jej stosowanie jest szczególnie korzystne, a w jakich jest znaczenie utrudnione?

Zadania dodatkowe:

1. Zaimplementować ogólną strukturę (przybliżonej) metody odwracania dystrybuanty z wykorzystaniem koncepcji numerycznego odwracania funkcji. Zbadać i przedyskutować wady i zalety rozważanego podejścia.
2. Zaimplementować ogólną strukturę (przybliżonej) metody odwracania dystrybuanty z wykorzystaniem koncepcji numerycznego całkowania gęstości prawdopodobieństwa i numerycznego odwracania dystrybuanty. Zbadać i przedyskutować wady i zalety rozważanego podejścia.
3. Przedyskutować możliwość stosowania metody odwracania dystrybuanty do generowania liczb z rozkładów dyskretnych.

Literatura:

1. Jakubowski, Jacek, Rafał Sztencel. Wstęp do teorii prawdopodobieństwa. Script, 2001.
2. Plucińska, Agnieszka, Edmund Pluciński. Probabilistyka: rachunek prawdopodobieństwa, statystyka matematyczna, procesy stochastyczne. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 2000.
3. Gajek, Lesław, Marek Kałuszka. Wnioskowanie statystyczne: modele i metody. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1993.
4. Wieczorkowski, Robert, Ryszard Zieliński. Komputerowe generatory liczb losowych. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1997.
5. Notatki z wykładu.