Modelowanie i identyfikacja – laboratorium 12.

Identyfikacja nieliniowych systemów dynamicznych.

System Hammersteina – podejście korelacyjne i metoda jądrowa

Paweł Wachel

Wymagania wstępne:

1. Wymagania wstępne z poprzednich zajęć[1].
2. Znajomość konstrukcji i podstawowych własności jądrowego estymatora funkcji regresji.
3. Znajomość metod estymacji korelacji, autokorelacji i korelacji wzajemnej (*crosscorrelation*).

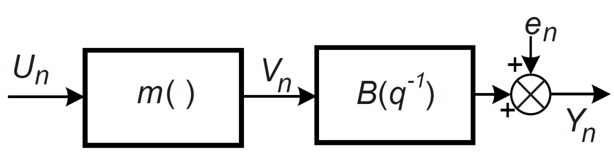
Zadania do wykonania:

Dany jest **dynamiczny system nieliniowy typu Hammersteina** o strukturze

$$V_n = m(U_n), \tag{1}$$

$$Y_n = \sum_{l=0}^{L} \lambda_l V_{n-l} + e_n, \tag{2}$$

gdzie $\{U_n\}$, $\{Y_n\}$ to odpowiednio sygnały wejścia i wyjścia, $\{e_n\}$ jest addytywnym zakłóceniem, ciąg $\lambda_l : l = 0, 1, 2, \dots, L$ jest odpowiedzią impulsową podsystemu dynamicznego a $m(\cdot) : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ jest charakterystyką nieliniową podsystemu statycznego. Zadanie identyfikacji polega na oszacowaniu parametrów systemu na podstawie sekwencji obserwacji wejścia $\{U_n\}$ i wyjścia $\{Y_n\}$ całego systemu.



1. Niech $\lambda_l = c_1^l$, gdzie $c_1 \in [-1, 1]$ jest arbitralnie dobraną stałą. Niech ponadto $m(v) = \operatorname{atan}(c_2 v)$, gdzie $c_2 \in \mathbf{R}$.
2. Zakładając, że system pobudzany jest ciągiem zmiennych losowych $\{U_n\}$ o rozkładzie $U[-1, 1]$ oraz że zakłócenie $\{e_n\}$ ma rozkład $N(0, \sigma_z)$ (typu *i.i.d.* oraz niezależny od wejścia U_n) wygenerować N-elementową sekwencję obserwacji wejścia/wyjścia systemu $T = \{(U_1, Y_1), (U_2, Y_2), \dots, (U_N, Y_N)\}$.

[1] Całkujemy wiedzę... przynajmniej do wakacji.

3. Zaimplementować estymator

$$\hat{\mu}_N(u) = \frac{\sum_{n=1}^{N} Y_n K\left(\frac{U_n - u}{h_N}\right)}{\sum_{n=1}^{N} K\left(\frac{U_n - u}{h_N}\right)}, \tag{3}$$

gdzie $K(v) = \mathbf{1}[|v| \leq 1/2]$ jest jądrem prostokątnym, a h_N jest parametrem wygładzania. Zbadać jego zachowanie przy wzrastającej liczbie obserwacji N względem nieliniowej charakterystyki systemu $m(\cdot)$ (dla kilku przykładowych wartości parametru N wykreślić zbiór punktów pomiarowych T, funkcję $m(\cdot)$ oraz estymator $\hat{\mu}_N(\cdot)$).

4. Skonstruować estymator

$$\hat{\lambda}_{l,N} = \frac{1}{N-l} \sum_{k=l+1}^{N} U_{k-l} Y_k \tag{4}$$

5. Zbadać jego zachowanie (dla $l \in \{0, 1, \ldots, L\}$) przy wzrastającej liczbie obserwacji N. Uzyskiwane wyniki porównać z odpowiedzią impulsową systemu $\{\lambda_l\}$.

Literatura:

1. Söderström, Torsten D., and Petre Gheorghe Stoica. Identyfikacja systemów. Wydawnictwo Naukowe PWN, 1997.

2. Mańczak, Kazimierz, and Zbigniew Nahorski. Komputerowa identyfikacja obiektów dynamicznych. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1983.

3. Wasserman, Larry. All of statistics: a concise course in statistical inference. Springer Science & Business Media, 2013.

4. Gajek Lesław, Kałuszka Marek. Wnioskowanie statystyczne: modele i metody. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1993.

5. Notatki z wykładu.