

Zad. 1. Korzystając z twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań wyznacz i naszkicuj zbiór tych punktów (t_0, y_0) , przez które przechodzi dokładnie jedna krzywa całkowa

- | | |
|--------------------------------|--|
| (a) $xy' + 2y = 4x^2$ | (d) $y' + (\operatorname{tg} x)y = \sin x$ |
| (b) $2(y-1)y' = 3x^2 + 4x + 2$ | (e) $(4-x^2)y' + 2xy = 3x^2$ |
| (c) $x(x-4)y' + y = 0$ | (f) $(2x+5y)y' = x-y$ |

Zad. 2. Rozwiąż równania

- | | |
|-----------------------------|------------------------------------|
| (a) $y' = y - 1$ | (i) $xy' + x^2 + xy = y$ |
| (b) $y' = \frac{1-x}{y+1}$ | (j) $y' + 2y = 4x$ |
| (c) $y' + 3y = e^{7x}$ | (k) $y' + y = 2x^2 - 2x + 1$ |
| (d) $(1+e^y)y' = e^x$ | (l) $y' + 2y = 5 \cos x$ |
| (e) $y' = \sin x - y$ | (m) $y' = (y^2 e^x - y)$ |
| (f) $y' - 2y = e^x - x$ | (n) $y' - y = xe^{2x}$ |
| (g) $y' = \frac{3y}{x} + x$ | (o) $y' + 3y = 2 \sin 2x + 3x - 1$ |
| (h) $(e^y y + 1)y' = 2x$ | (p) $y' \sin x = y \ln y$ |
| | (q) $y' \cos x - y \sin x = 1$ |

Zad. 3. Rozwiąż zagadnienia początkowe

- | | |
|---|---|
| (a) $\begin{cases} y' = \frac{2}{xy^2} \\ y(1) = 2 \end{cases}$ | (e) $\begin{cases} y' = 2y + e^x - x \\ y(0) = \frac{1}{4} \end{cases}$ |
| (b) $\begin{cases} y' = e^{y-x} \\ y(0) = \ln 2 \end{cases}$ | (f) $\begin{cases} y' = y(y-2) \\ y(0) = 1 \end{cases}$ |
| (c) $\begin{cases} y' = 1 - y^2 \\ y(0) = 0 \end{cases}$ | (g) $\begin{cases} xy' + y = xe^{x^2} \\ y(1) = 2 \end{cases}$ |
| (d) $\begin{cases} y' + \frac{y}{x} = x \\ y(-1) = 1 \end{cases}$ | |

Zad. 4. Wyznacz równania różniczkowe liniowe jednorodne o stałych współczynnikach, jeżeli podane są pierwiastki ich wielomianów charakterystycznych

- (a) $r_1 = r_2 = -2$
 (b) $r_1 = 2, r_2 = 5, r_3 = 7$
 (c) $r_1 = 1 + i\sqrt{3}$
 (d) $r_1 = i$
 (e) $r_1 = r_2 = 1, r_3 = 2 - i$

Zad. 5. Rozwiąż równania i zagadnienia początkowe

- | | |
|-------------------------------|---|
| (a) $6y'' - 5y' + y = 0$ | (k) $y'' - 7y' + 12y = 12x^2$ |
| (b) $y'' - 4y' + 4y = 0$ | (l) $y'' - y = 8e^{2x}$ |
| (c) $y'' - 4y' + 5y = 0$ | (m) $y'' - 3y' + 2y = x^2 + 3e^x$ |
| (d) $7y'' + 4y' - 3y = 0$ | (n) $y'' - y = \frac{1}{1+e^x}$ |
| (e) $y'' - 7y' + 10y = 0$ | (o) $y'' + 25y = \cos 5x, \quad y(0) = 0, y'(0) = 1$ |
| (f) $y'' + 5y' + 6y = 0$ | (p) $y'' + 4y = \sin x, \quad y(0) = y'(0) = 1$ |
| (g) $y'' - 2y' + 5y = 0$ | (q) $y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2x}$ |
| (h) $y'' - y = 0$ | (r) $y'' + 4y' + 3y = 2e^x + \sin x, \quad y(0) = 0, y'(0) = 1$ |
| (i) $y'' - 2y' + 3y = x + 1$ | (s) $y'' + 5y' + 6y = 10(1-x)e^{-2x}$ |
| (j) $y'' + 5y' + 6y = \cos x$ | |