# Oznaczenia, symbole, wzory

| Symbol | Znaczenie |
|---|---|

| Symbol | Znaczenie |
|---|---|
| $\bigwedge$ | i (koniunkcja) |
| $\bigvee$ | lub (alternatywa) |
| $\bigcup$ | suma zbiorów |
| $\bigcap$ | iloczyn zbiorów (część wspólna) |
| $\varnothing$ | zbiór pusty |
| $\in$ | należy do |
| $\subset$ | zawiera się |

| Symbol | Znaczenie |
|---|---|
| $\bigwedge$ | i (koniunkcja) |
| $\bigvee$ | lub (alternatywa) |
| $\bigcup$ | suma zbiorów |
| $\bigcap$ | iloczyn zbiorów (część wspólna) |
| $\varnothing$ | zbiór pusty |
| $\in$ | należy do |
| $\subset$ | zawiera się |
| $\exists$ | istnieje |
| $\forall$ | dla każdego |
| $\Longrightarrow$ | jeżeli ..., to ... (implikacja) |
| $\Longleftrightarrow$ | ... wtedy i tylko wtedy, gdy ... (równoważność) |


Jedzcie dzieci!
Jedzcie, dzieci!
Interpunkcja ratuje życie!

# Zbiory liczbowe

- **liczby naturalne**, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4 \ldots\}$

# Zbiory liczbowe

- **liczby naturalne**, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4 \ldots\}$
- **liczby całkowite**, $\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots\}$

# Zbiory liczbowe

- **liczby naturalne**, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4 \ldots\}$
- **liczby całkowite**, $\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots\}$
- **liczby wymierne**, $\mathbb{Q} = \{\frac{p}{q} \ : \ p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N}\}$

# Zbiory liczbowe

- **liczby naturalne**, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4 \ldots\}$
- **liczby całkowite**, $\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots\}$
- **liczby wymierne**, $\mathbb{Q} = \{\frac{p}{q} : p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N}\}$
- **liczby niewymierne**, $\mathbb{IQ}$ – liczby, których nie można przedstawić w postaci ułamka $\frac{p}{q}$

# Zbiory liczbowe

- **liczby naturalne**, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4 \dots\}$
- **liczby całkowite**, $\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$
- **liczby wymierne**, $\mathbb{Q} = \{\frac{p}{q} : p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N}\}$
- **liczby niewymierne**, $\mathbb{IQ}$ – liczby, których nie można przedstawić w postaci ułamka $\frac{p}{q}$
- **liczby rzeczywiste**, $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{IQ}$

# Zbiory liczbowe

- **liczby naturalne**, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4 \dots\}$
- **liczby całkowite**, $\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$
- **liczby wymierne**, $\mathbb{Q} = \{\frac{p}{q} : p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N}\}$
- **liczby niewymierne**, $\mathbb{IQ}$ – liczby, których nie można przedstawić w postaci ułamka $\frac{p}{q}$
- **liczby rzeczywiste**, $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{IQ}$

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

# Zbiory liczbowe

- **liczby naturalne**, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4 \dots\}$
- **liczby całkowite**, $\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$
- **liczby wymierne**, $\mathbb{Q} = \{\frac{p}{q} : p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N}\}$
- **liczby niewymierne**, $\mathbb{IQ}$ – liczby, których nie można przedstawić w postaci ułamka $\frac{p}{q}$
- **liczby rzeczywiste**, $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{IQ}$

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

- $\mathbb{R}_+$ – rzeczywiste dodatnie, $\mathbb{R}_-$ – rzeczywiste ujemne
- **liczby zespolone**, $\mathbb{C} : x = a + bi, \quad a, b \in \mathbb{R}, \quad i = \sqrt{-1}$

$$\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$$

# Wzory skróconego mnożenia, które trzeba znać

1. $(x \pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2$
2. $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$

# Wzory skróconego mnożenia, które trzeba znać

1. $(x \pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2$
2. $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$
3. $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$

# Wzory skróconego mnożenia, które trzeba znać

1. $(x \pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2$
2. $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$
3. $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$
4. $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$
5. $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$

# Wzory skróconego mnożenia, które trzeba znać

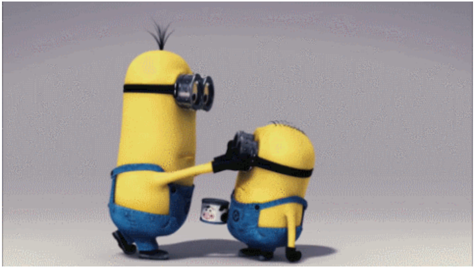
1. $(x \pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2$
2. $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$
3. $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$
4. $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$
5. $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$

**Nieznajomość wzorów ... grozi kalectwem ....**

# Wzory skróconego mnożenia, które trzeba znać

1. $(x \pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2$
2. $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$
3. $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$
4. $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$
5. $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$

**Nieznajomość wzorów ... grozi kalectwem ....**



# Dwumiany

**Dwumian = suma dwóch liczba, e.g.** $a + b$

# Dwumiany

**Dwumian = suma dwóch liczba, e.g.** $a + b$

$$(a+b)^1 = a + b$$

# Dwumiany

**Dwumian = suma dwóch liczba, e.g.** $a + b$

$$(a+b)^1 = a + b$$
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

# Dwumiany

**Dwumian = suma dwóch liczba, e.g.** $a + b$

$$(a+b)^1 = a+b$$
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

# Dwumiany

**Dwumian = suma dwóch liczba, e.g.** $a + b$

$$(a+b)^1 = a + b$$
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

# Dwumiany

**Dwumian = suma dwóch liczba, e.g.** $a + b$

$$
\begin{aligned}
(a+b)^1 &= a + b \\
(a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\
(a+b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\
(a+b)^4 &= a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4
\end{aligned}
$$

W tym szaleństwie jest reguła ...

# Dwumiany

**Dwumian = suma dwóch liczba, e.g.** $a + b$

$$(a+b)^1 = a+b$$
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

W tym szaleństwie jest reguła ... współczynniki dwumianów mogą być zapisane w **Trójkąt Pascala**

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 & & & & & 1 & & & & & \\
 & & & & 1 & & 1 & & & & \\
 & & & 1 & & 2 & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & \\
 & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & \\
1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1
\end{array}$$

# Wzór dwumianowy Newtona

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k} =$$

# Wzór dwumianowy Newtona

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k} =$$

$$= \binom{n}{0} a^n b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \cdots + \binom{n}{n-1} a^1 b^{n-1} + \binom{n}{n} a^0 b^n$$

# Wzór dwumianowy Newtona

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k} =$$

$$= \binom{n}{0} a^n b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \cdots + \binom{n}{n-1} a^1 b^{n-1} + \binom{n}{n} a^0 b^n$$

gdzie **symbol Newtona** określony jest wzorem

$$\text{"}n\ po\ k\text{":} \quad \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

oraz

$$\text{"}m\ silnia\text{":} \quad m! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cdots \cdot (m-2) \cdot (m-1) \cdot m$$