1 Pochodna funkcji

Zad. 1.1 *Korzystając z definicji oblicz pochodne podanych funkcji w podanych punktach:*

(a) $f(x) = \sqrt{4x+1}, \ \ x_0 = 2$ *(b)* $f(x) = \frac{1}{x+2}, \ \ x_0 = 1$ *(c)* $f(x) = |x| sin\ x, \ \ x_0 = 0$

(d) $f(x) = \begin{cases} -2x^2 + 3x + 1 & gdy\ x \leq 1 \\ x^2 - 3x + 4 & gdy\ x > 1 \end{cases}, \ \ x_0 = 1$

(e) $f(x) = \begin{cases} 0 & gdy\ x > 0 \\ x(x+1)^2 & gdy\ x \leq 0 \end{cases}, \ \ x_0 = 0$

Zad. 1.2 *Korzystając z definicji oblicz pochodne podanych funkcji:*

(a) $f(x) = x^2 + x$

(b) $f(x) = cos\ 3x$

(c) $f(x) = ln\ x$

(d) $f(x) = \sqrt{4x - x^2}$

Zad. 1.3 *Określ wartości parametrów* a, b, c, d*, dla których funkcja jest różniczkowalna dla* $x \in \mathbb{R}$*:*

(a) $f(x) = \begin{cases} ae^x + b & gdy\ x < 0 \\ 2 - x & gdy\ x \geq 0 \end{cases}$

(b) $f(x) = \begin{cases} -2x + a & gdy\ x < 1 \\ bx^2 - 4x & gdy\ x \geq 1 \end{cases}$

(c) $f(x) = \begin{cases} ax + b & gdy\ x \leq 0 \\ cx^2 + dx & gdy\ 0 < x \leq 1 \\ 1 - \frac{1}{x} & gdy\ x > 1 \end{cases}$

Zad. 1.4 *Oblicz pochodne podanych funkcji:*

- $\left[3x^5 - \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{x}\right]'$
- $\left[\frac{2x^4}{9-x^2}\right]'$
- $\left[\frac{1}{\sqrt{1-t^4-t^8}}\right]'$
- $\left[(\sqrt{x}+1)\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - 1\right)\right]'$
- $[e^x + 3\ln x + arctg\ x]'$
- $[e^x \cdot \sin x]'$
- $\left[\frac{3\sqrt{x}+2x}{\sqrt[3]{x}}\right]'$
- $\left[\frac{\sqrt{x}\cdot e^x + x}{ln\ x}\right]'$
- $\left[\frac{\sin\ x}{e^x} + \sqrt[3]{x}\right]'$
- $[\sin e^x]'$
- $\left[e^{x^2 \cdot \sin x}\right]'$
- $[\sin^3 x^4]'$
- $\left[\arcsin\left(e^{x^2+3x+5}\right)\right]'$
- $[e^{\sin x \ln x}]'$
- $[x^x]'$
- $[(\sin x)^{cosx}]'$
- $[\sin x^{cosx}]'$
- $\left[x^{x^2} \cdot \sin x^2\right]'$
- $\left[x^{x^x}\right]'$
- $[\arcsin x \cdot 3^x]'$
- $\left[\sqrt{tg\left(\arcsin^3\left(e^{x\ln x}\right)\right)}\right]'$

- $[(1+x^2)\, arctgx]'$
- $\left[\frac{e^x+1}{\sqrt{x}+7}\right]'$
- $[(x^2+x)\arcsin x^2]'$
- $[x\sin x\ln x]'$
- $\left[\sin^5\left(x^6+x\right)\right]'$
- $\left[\left(e^{x^3}\ln\sqrt{x}\right)\right]'$
- $\left[\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}\right]'$
- $\left[x^{\sin x}\right]'$
- $\left[\sin\sqrt{1+x^2}\right]'$
- $\left[arctg\left(x-\sqrt{1+x^2}\right)\right]'$
- $\left[\frac{\ln x}{x}\right]'$
- $\left[\frac{1}{\cos x}\right]'$
- $\left[e^{\sqrt{x^2+1}}\right]'$
- $\left[log_5\left(x^2-1\right)\right]'$
- $\left[3\sin^2 x-\sin^3 x\right]'$
- $\left[x\arcsin x+\sqrt{1-x^2}\right]'$
- $\left[\frac{\ln x}{1+x^2}\right]'$
- $[3\sin(3x+5)]'$
- $[e^x 2^x]'$

Zad. 1.5 *Korzystając z różniczki funkcji oblicz przybliżone wartości poniższych wyrażeń:*

(a) $\sqrt[4]{16.04}$

(b) $\frac{1}{\sqrt{7{,}998}}$

(c) $\ln 0.93$

(d) $\arcsin(0.501)$

Zad. 1.6 *Oblicz granice korzystając z reguły de l'Hospitala:*

(a) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x^2}$

(b) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\pi-2arctg\ x}{\ln(x+1)-\ln x}$

(c) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{e^{x-1}-e^{-x+1}-2x+2}{x-\sin(x-1)-1}$

(d) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^-}\left(x-\frac{\pi}{2}\right)tg\ x$

(e) $\lim\limits_{x\to 1^-}\cos\left(\frac{\pi}{2x}\right)\ln(1-x)$

(f) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{\sin x}\right)$

(g) $\lim\limits_{x\to 0^+} xe^{\frac{1}{x}}$

(h) $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt{x}\ln x$

(i) $\lim\limits_{x\to\infty} x\ arcctg\ x$

(j) $\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1}\right)$

(k) $\lim\limits_{x\to\infty} x^{\frac{1}{x}}$

Zad. 1.7 *Znajdź równania wszystkich asymptot wykresu funkcji:*

(a) $f(x)=\frac{x^2}{2(x-3)}$

(b) $f(x)=x\ln\left(\frac{1}{x}+e\right)$

(c) $f(x)=e^{\frac{x^2}{x^2-1}}$

(d) $f(x)=\ln\left(1+e^{-1}\right)x$

(e) $f(x)=x\ln\frac{2x}{x-2}$

(f) $f(x)=\left(x+\frac{1}{x+2}\right)arcctg\ x$

Zad. 1.8 *Zbadaj monotoniczność funkcji:*

(a) $f(x) = x^2 e^{-x^2}$

(b) $f(x) = \frac{x}{\ln x}$

(c) $f(x) = x - \arcsin \frac{x}{2}$

(d) $f(x) = e^x \cos x$

Zad. 1.9 *Znajdź ekstrema funkcji:*

(a) $f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 - 1$

(b) $f(x) = (x-2)e^{\frac{1}{x-2}}$

(c) $f(x) = \sin x + \frac{\sin 2x}{2}$

(d) $f(x) = |x|e^{-|x-1|}$

Zad. 1.10 *Zbadaj wklęsłość/wypukłość funkcji i znajdź punkty przegięcia jej wykresu:*

(a) $f(x) = x^2 e^{-x}$

(b) $f(x) = e^{\sqrt[3]{x}}$

(c) $f(x) = \frac{(x-2)^3}{x^2}$

(d) $f(x) = x^2 \ln x$

(e) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

(f) $f(x) = 4x^3 - 6x^2$

2 Całka funkcji

Zad. 2.1 *Korzystając z interpretacji geometrycznej (nie ze wzoru Newtona-Lebniza), oblicz poniższe całki:*

(a) $\int\limits_{-6}^{0}(x+8)dx$

(b) $\int\limits_{-1}^{2}(-|x|)dx$

(c) $\int\limits_{-2}^{4}(|x+2|)dx$

(d) $\int\limits_{-4}^{4}\sqrt{16-x^2}dx$

(e) $\int\limits_{-6}^{-1}\sqrt{-x^2-2x+24}dx$

(f) $\int\limits_{-1}^{2}(-|x|)dx$

(g) $\int\limits_{-6}^{1}f(x)dx$, gdzie

$$f(x)=\begin{cases} 6 & gdy\ -6\leq x<-4 \\ -2x-2 & gdy\ -4\leq x<-1 \\ \sqrt{-x^2+1} & gdy\ -1\leq x<1 \end{cases}$$

Zad. 2.2 *Oblicz wykorzystując wzory na całki z funkcji elementarnych:*

(a) $\int\left(2x^5-x+2\right)dx$

(b) $\int e^{7x}dx$

(c) $\int\frac{\left(x^2+1\right)^2}{x^3}$

(d) $\int\frac{\left(x^3-2\right)}{x}dx$

(e) $\int\limits_{0}^{1}4x^3-2dx$

(f) $\int\frac{1}{x\sqrt{x}}dx$

(g) $\int tg^2xdx$

(h) $\int\limits_{0}^{\pi}(1-\sin x)dx$

(i) $\int\left(2^x\cdot 5^x\right)dx$

(j) $\int\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$

(k) $(3\sin x-4\cos 5x)dx$

(l) $\int\limits_{1}^{4}\frac{5x^6-\sqrt{x}}{x^2}dx$

Zad. 2.3 *Oblicz wykorzystując całkowanie przed podstawianie:*

(a) $\int\cos 2xdx$

(b) $\int\frac{3x+5}{x^2+1}dx$

(c) $\int\frac{5x}{\sqrt{1+x^4}}dx$

(d) $\int e^{10x+5}dx$

(e) $\int\limits_{0}^{1}\frac{e^x}{1+e^{2x}}dx$

(f) $\int\frac{\cos x}{1+4\sin^2 x}dx$

(g) $\int\frac{x^3}{1+x^8}dx$

(h) $\int xe^{x^2}dx$

(i) $\int\limits_{1}^{e}\frac{\ln^3 x}{x}dx$

(j) $\int\frac{\sin x}{cos^3x}dx$

(k) $\int\sqrt{x+\sin x}\cdot(1+\cos x)dx$

(l) $\int\limits_{1}^{e^5}\frac{\sqrt{4+\ln x}}{x}dx$

(m) $\int\frac{1+\sqrt{ctg\ x}}{sin^2x}dx$

(n) $\int\frac{tg\ x}{1+tg^4x}\cdot\frac{1}{cos^2x}dx$

(o) $\int\frac{1}{x\ln x\ln\ln x}dx$

Zad. 2.4 *Oblicz wykorzystując całkowanie przez części:*

(a) $\int x\sin xdx$

(b) $\int\left(x^2-4x\right)\sin xdx$

(c) $\int(3x+5)\cdot\cos xdx$

(d) $\int(x+2)\cdot e^{3x}dx$

(e) $\int\left(3x^2+7x+5\right)\cdot e^{5x}dx$

(f) $\int x^{13}\ln x$

(g) $\int\sqrt[3]{x^2}\ln^2 xdx$

(h) $\int\left(\frac{\ln x}{x}\right)^2dx$

(i) $\int e^x\sin xdx$

(j) $\int x^2e^{-x}dx$

(k) $\int\limits_{0}^{2}(2x+1)e^xdx$

Zad. 2.5 *Oblicz:*

(a) $\int e^x \sin x dx$

(b) $\int \ln x dx$

(c) $\int arctg\ x dx$

(d) $\int e^{3 \arcsin x} dx$

(e) $\int (\arcsin x)^2 dx$

(f) $\int x^2 arctg\ x dx$

(g) $\int x\sqrt{2x-10} dx$

(h) $\int \frac{\ln x}{x \ln^2 x+1)} dx$

(i) $\int \frac{x \ln x}{(1+x^2)^2} dx$

(j) $\int e^{\sin^2 x} \cdot \sin 2x dx$

(k) $\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} dx$

(l) $\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} dx$

(m) $\int\limits_0^1 e^{e^x+x} dx$

(n) $\int 2e^x \left(1 - \frac{e^{-x}}{x}\right) dx$

(o) $\int 3^x \sin x dx$

(p) $\int arctg\sqrt{x} dx$

Zad. 2.6 *Oblicz wykorzystując rozkład na ułamki proste:*

(a) $\int \frac{1}{2x^2+9x-5} dx$

(b) $\int \frac{1}{x^2-4x+3} dx$

(c) $\int \frac{1}{x^2(1+x^2)^2} dx$

(d) $\int \frac{1}{x^4+1} dx$

(e) $\int \frac{13x+24}{x^3+6x^2+12x} dx$

(f) $\int \frac{9x-5}{9x^2-6x+1} dx$

(g) $\int \frac{3x^3-5x^2+8x}{(x^2-2x+1)(x^2-1)} dx$

(h) $\int \frac{x^5+x^4+3x^3+x^2-1}{x^4-1} dx$

(i) $\int \frac{x^4+2x^3+5x^2+4x+2}{x^4+3x^2+2} dx$

(j) $\int \frac{x^2-2x-7}{(x^2-2x+1)(x^2+2x+5)} dx$

(k) $\int \frac{2x^3-x^2+4x-3}{x^4+2x^2+9} dx$

Zad. 2.7 *Oblicz wykorzystując podstawienia trygonometryczne:*

(a) $\int \sin^5 x dx$

(b) $\int \sin^4 x \cdot cos^2 x dx$

(c) $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x dx$

(d) $\int \frac{1}{tg^8 x} dx$

(e) $\int \frac{1}{5-3\cos x}$

(f) $\int \frac{\cos^x}{\sin x \cos 3x} dx$

(g) $\int \frac{1}{3\cos x+\sin x+1} dx$

(h) $\int \frac{1}{\sin x \cos^3 x} dx$

(i) $\int \frac{2\sin x-\cos x}{3\sin^2 x+4cos^2 x} dx$

Zad. 2.8 *Oblicz pole obszaru ograniczonego przez podane krzywe:*

(a) $x = 6,\ y = 0,\ y = x-4$

(b) $y^2 = 2x,\ x = 8$

(c) $y = x^2,\ y = -x+2$

(d) $y = x^2,\ x = y^2$

(e) $x = e,\ x = e^2,\ y = x^2 \ln x$

(f) $x = 0,\ x = 1,\ y = e^x$

(g) $y = 3e^x,\ y = -2,\ x = 0,\ x = 3$

(h) $y = \cos x,\ y = -\cos(x)+2,\ x = 0,\ x = 2\pi$

(i) $y = \sqrt{x+1},\ y = 2x-4x,\ x = 0,\ x = 3$

(j) $y = 2-x, y = \sqrt{x},\ y = \frac{x^2}{4} - 1$

(k) $y = x^2-4x+1,\ y = 3x-5,\ x = 1, x = 4$

Zad. 2.9 *Oblicz długość wykresu funkcji:*

(a) $y = \sqrt{x^3}$, *gdzie* $0 \le x \le 1$

(b) $y = \ln(1-x^2)$, *gdzie* $0 \le x \le \frac{1}{2}$

(c) $y = \frac{1}{2}\left(e^x + e^{-x}\right)$, *gdzie* $0 \le x \le 1$

(d) $y = \sqrt{(2x+1)^3}$, *gdzie* $0 \le x \le 3$

Zad. 2.10 *Obliczyć objętość bryły obrotowej powstałej przez obrót dookoła osi Ox krzywej:*

(a) $y = x^2,$ *dla* $0 \leq x \leq 2$

(b) $y = \cos x,$ *dla* $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

(c) $y = \sin x,$ *dla* $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

(d) $y = tg\ x,$ *dla* $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$

(e) $y = 2x - x^2 \left(e^x + e^{-x}\right),$ *dla* $0 \leq x \leq 2$

(f) $y = xe^x,$ *dla* $0 \leq x \leq 1$

(g) $y = \ln x,$ *dla* $1 \leq x \leq e$

(h) $y^2 = 4x,$ *dla* $0 \leq x \leq 3$

Zad. 2.11 *Obliczyć objętość bryły obrotowej powstałej przez obrót dookoła osi OY krzywej:*

(a) $x = \sqrt{16 - y^2},$ *dla* $0 \leq y \leq 4$

(b) $y = x^{\frac{2}{3}},$ *dla* $0 \leq y \leq 1$

(c) $y = x^2,$ *dla* $1 \leq y \leq 4$

3 Szeregi

Zad. 3.1 *Zbadaj zbieżność szeregu:*

(a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{5}\right)^n$ *(f)* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$ *(k)* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\frac{\pi}{3^n}$ *(p)* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot n!}{n^n}$

(b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{8^n}{n!}$ *(g)* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3n+2}{5n^2+n+4}$ *(l)* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{100^n}{n!}$ *(q)* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n-\ln n}$

(c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+3^n}{6^n}$ *(h)* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+3}}{3n+5}$ *(m)* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$ *(r)* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left|\frac{(-1)^n}{n-\ln n}\right|$

(d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\frac{n+3}{n+2}$ *(i)* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{3n+7}}{n^2+n+2}$ *(n)* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^1}{(2n)!}$ *(s)* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} cos\frac{1}{n}$

(e) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$ *(j)* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}\sqrt{n}}{n}$ *(o)* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2}{\left(2+\frac{1}{n}\right)^n}$ *(t)* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n^{n^2}}{(n+1)^{n^2}}$

Zad. 3.2 *Zapisz funkcję w postaci szeregu McLaurina:*

(a) $f(x) = \frac{1}{1-x}$ *(e)* $f(x) = \sin^2 x$

(b) $f(x) = x^2 e^x$ *(f)* $f(x) = e^x \sin x$

(c) $f(x) = \sin 3x$ *(g)* $f(x) = \ln(1+e^x)$

(d) $f(x) = e^{-x^2}$ *(h)* $f(x) = \sin\frac{x}{2}$

Zad. 3.3 *Znaleźć promień i przedział zbieżności szeregu:*

(a) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n+1}$ *(b)* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{3^n x^n}{5^n n+1}$ *(c)* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n(2n+1)}{6^n} x^{2n}$ *(d)* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n+3)4^n}$ *(e)* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+11} x^{2n}}{n4^n}$

Zad. 3.4 *Oblicz sumy:*

(a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ *(f)* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

(b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$ *(g)* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)}$

(c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$ *(h)* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+2^n}{6^n}$

(d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n-1)^2(2n+1)^2}$

(e) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n}$ *(i)* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$

4 Równania różniczkowe

Zad. 4.1 *Wyznaczyć rozwiązania (scałkować):*

(a) $y' = \frac{2x}{x^2+1}$ *(b)* $y' = \sin^3 x$ *(c)* $y' = e^x \cos x$ *(d)* $y' = \sin x \cos 3x$

Zad. 4.2 *Rozwiązać równania i naszkicować krzywe całkowe:*

(a) $y' = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ *(b)* $y' = \sqrt{1-x}$ *(c)* $y' = \frac{1}{1-x}$ *(d)* $y' = 1-x$

Zad. 4.3 *Rozwiązać równania:*

(a) $yy' = 1-x$

(b) $3xy' = y$

(c) $y' - x = 2xy$

(d) $y'x - y^2 - y = 0$

(e) $y' = 2x - 4y + 6$

(f) $3x - y + (6x - 2y + 1)y' = 0$

(g) $y' = \sin(x-y)$

(h) $y' = \frac{y}{x} - \left(\frac{y}{x}\right)^2$

(i) $\frac{y}{x}(4 + \ln x - \ln y) + y' = \frac{y}{x}$

(j) $3x - 6y + 2 + (x - 2y - 1)y' = 0$

(k) $2x - y + (4x - 2y + 3)y' = 0$

(l) $y' - 6y = e^x$

(m) $y' - \frac{xy}{1-x^2} = \frac{1}{1-x^2}$

(n) $xy' - 2y = x\sqrt{y}$

Zad. 4.4 *Rozwiązać równania z warunkiem początkowym:*

(a) $y' + y'x = 9 - x^2,\ y(0) = 1$

(b) $y' - x = xy,\ y(0) = 1$

(c) $x\,(3 + e^y) = e^y \frac{dy}{dx},\ y(0) = 0$

(d) $y - xy + (x^2 - y^2x^2)\,y' = 0,\ y(1) = 1$

Zad. 4.5 *Rozwiązać równania:*

(a) $y' = \sin x e^y$

(b) $y' = y^2$

(c) $(1 + e^x)\,yy' = e^x$

(d) $y' = \frac{y \ln y}{\sin x}$

(e) $y' = e^{x+y} - 1$

(f) $y' = \frac{1}{x+y-1}$

(g) $(y^2 - x^2)\,y' = x(x + 2y)$

(h) $y' = \frac{x+3y}{2x}$

(i) $y' + 2xy = 2xe^{-x^2}$

(j) $y' = \frac{x+3y}{2x}$

(k) $y' = \frac{1}{x\cos y + \sin 2y}$

(l) $y' + \sin y + x\cos y + x = 0$

(m) $y' - tg\ y = e^x \frac{1}{\cos y}$

(n) $(y-x)dx + (y+x)dy = 0$

(o) $(\sin xy + xy\cos xy)dx + x^2 \cos xy dy = 0$

(p) $(x^3 + xy^2)dx + (x^2y + y^3)dy = 0$

Zad. 4.6 *Rozwiązać równania:*

(a) $y'' + 3y' - 4y = 2x$

(b) $y'' + 5y' + 4y = -4x$

(c) $y'' + y' + 16y = -x$

(d) $y'' + y' + 4y = -2x$

(e) $y'' + 9y' + 12y = \frac{1}{2}x$

(f) $y'' + y' + 3y = x$

(g) $y'' + 2y' + 3y = 5$

(h) $y'' - 3y' + 4y = -1$

(i) $y'' - 2y = 5e^{3x}$

(j) $y'' + 3y = -2e^{-x}$

(k) $y'' - 5y = -e^{2x}$

(l) $y'' + 7y = -e^{-2x}$

(m) $y'' - 4y' + 4y = (x^2 + x)\, e^x$

(n) $y'' - 3y' + 2y = 2\cos 2x - \sin 2x$

(o) $y'' - 4y' + 2y = -\cos 2x$

(p) $y'' - 3y' - 4y = -4x + 1 - 2\sin x$

(q) $y'' - y = \frac{e^x}{e^x - 1}$

Zad. 4.7 *Rozwiązać równania dla określonych warunków:*

(a) $y'' + 2y = -\cos 2x,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 1$

(b) $2y'' + y = cos4x,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 1$

(c) $y'' + 2y' + y = -\sin 2x,\ y(0) = 2,\ y'(0) = 3$

(d) $y'' - 5y' + 4y = e^x \cos x,\ x = 0,\ y = 0,\ y' = 0$