

Didaktika informatiky

Zadání a řešení písemné práce – výroky a množiny

Kateřina Novotná, Adam Papula

19. října 2023

Čas: 15-20 minut

Cílový ročník: 1. ročník SŠ

Cíle testu:

- Žák užívá správně logické spojky a kvantifikátory.
- Žák správně neguje (kvantifikované) výroky.
- Žák čte a provádí zápisy v matematické symbolice a rozumí základním množinovým operacím.

Bloomova taxonomie:

- Úloha č. 1
 - Znalost faktů a procedurální znalost (I, III)
 - Zapamatování si, rozpoznávat (1a)
- Úloha č. 2
 - Procedurální znalost (III)
 - Aplikovat, provádět (3a)
- Úloha č. 3
 - Procedurální znalost (III)
 - Aplikovat, provádět (3a)
- Úloha č. 4
 - Procedurální znalost (III)
 - Rozumět, interpretovat a aplikovat, provádět (2a + 3a)
- Úloha č. 5
 - Procedurální znalost (III)
 - Aplikovat, provádět (3a)
- Úloha č. 6
 - Procedurální znalost (III)
 - Rozumět, klasifikovat a aplikovat, implementovat (2c + 3b)
- Úloha č. 7
 - Procedurální znalost (III)
 - Aplikovat, provádět (3a)

Písemná práce: výroky a množiny (varianta A)

JMÉNO: _____

TŘÍDA: _____

DATUM: _____

Body	15	14 – 12	11 – 9	8 – 6	5 – 0
Známka	1	2	3	4	5

1. Určete, zda se jedná o výroky:

- (a) ($\frac{1}{2}$ b.) ANO NE Číslo 12 je prvočíslo.
(b) ($\frac{1}{2}$ b.) ANO NE Přines mi prosím kapesník.
(c) ($\frac{1}{2}$ b.) ANO NE $\forall x \in \mathbb{Z} : x + 3 > 0$

2. Určete negace kvantifikovaných výroků:

- (a) (1 b.) Alespoň jeden cestující nevystoupil.

.....

- (b) (1 b.) Právě jedna moje učebnice je těžká.

.....

3. Negujte následující výroky:

- (a) (2 b.) Každé přirozené číslo, které je dělitelné dvaceti, je dělitelné čtyřmi.

.....

.....

- (b) (2 b.) Do kina půjdu s Terkou nebo s Eliškou.

.....

4. (1 $\frac{1}{2}$ b.) Z následujících dvou *symbolicky zapsaných kvantifikovaných výroků* si vyberte **jeden**, který vyjádříte slovy. Dále rozhodněte o jeho pravdivosti:

- (a) $\forall x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2} = |x|$

- (b) $\exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} : x \cdot y = y$

.....

.....

5. (1 b.) Vypište všechny prvky následující množiny:

$$M = \{\xi \in \mathbb{Z} : -27 < \xi^3 \leq 8\}$$

6. (3 b.) Mějme zadány intervaly $A = \langle 0, 18 \rangle$, $B = (13, 28)$ a $C = \langle 15, 17 \rangle$. Určete $((A \cap B) \setminus C)'$

7. (2 b.) Ve třídě je 29 žáků, 19 z nich umí lyžovat, 12 jezdí na snowboardu, 5 jich nelyžuje a ani nejezdí na snowboardu. Znázorněte pomocí Vennova diagramu a určete, kolik žáků umí lyžovat i jezdit na snowboardu.

Písemná práce: výroky a množiny (varianta B)

JMÉNO: _____ TŘÍDA: _____ DATUM: _____

Body	15	14 – 12	11 – 9	8 – 6	5 – 0
Známka	1	2	3	4	5

1. Určete, zda se jedná o výroky:

- (a) ($\frac{1}{2}$ b.) ANO NE $\exists! x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{N} : \frac{y}{x} = 0$
(b) ($\frac{1}{2}$ b.) ANO NE Všechna prvočísla jsou lichá.
(c) ($\frac{1}{2}$ b.) ANO NE Berlín patří mezi racionální čísla.

2. Určete negace kvantifikovaných výroků:

- (a) (1 b.) Všichni moji kamarádi mají hnědé oči

.....

- (b) (1 b.) Alespoň 4 dny v týdnu bude pršet.

.....

3. Negujte následující výroky:

- (a) (2 b.) Existuje alespoň jeden trojúhelník, ve kterém se všechny jeho výšky neprotínají v jediném bodě.

.....

.....

- (b) (2 b.) Sní polévku právě tehdy, když v ní nebude zelenina.

.....

4. (1 $\frac{1}{2}$ b.) Z následujících dvou *symbolicky zapsaných kvantifikovaných výroků* si vyberte **jeden**, který vyjádříte slovy. Dále rozhodněte o jeho pravdivosti:

- (a) $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$
(b) $\forall a \in \mathbb{R}, \forall b \in \mathbb{R} : a = b \Leftrightarrow a^2 = b^2$

.....

.....

5. (1 b.) Vypište všechny prvky následující množiny:

$$S = \{\chi \in \mathbb{N} : -18 < \chi^3 \leq^6 4 | \chi \text{ je sudé}\}$$

6. (3 b.) Mějme zadány intervaly $A = (-5, 12)$, $B = \langle 4, 11 \rangle$ a $C = \langle 3, 5 \rangle$.
Určete $((A \setminus B) \cup C)'$

7. (2 b.) Ve třídě hraje 21 žáků fotbal nebo košíkovou, 4 žáci z této třídy nehrají ani fotbal, ani košíkovou, 12 žáků hraje košíkovou, 14 žáků hraje fotbal. Znázorněte pomocí Vennova diagramu a určete, kolik žáků hraje pouze fotbal.

Písemná práce: výroky a množiny (varianta A) – řešení

1. Určete, zda se jedná o výroky:

- (a) ($\frac{1}{2}$ b.) ☐ ANO ☐ NE Číslo 12 je prvočíslo.
(b) ($\frac{1}{2}$ b.) ANO ☐ NE Přines mi prosím kapesník.
(c) ($\frac{1}{2}$ b.) ☐ ANO ☐ NE $\forall x \in \mathbb{Z} : x + 3 > 0$

2. Určete negace kvantifikovaných výroků:

- (a) (1 b.) Alespoň jeden cestující nevystoupil.

Řešení: Všichni cestující vystoupili.

- (b) (1 b.) Právě jedna moje učebnice je těžká.

Řešení: Žádná moje učebnice nebo alespoň dvě moje učebnice jsou těžké.

3. Negujte následující výroky:

- (a) (2 b.) Každé přirozené číslo, které je dělitelné dvaceti, je dělitelné čtyřmi.

Řešení: Existuje alespoň jedno přirozené číslo, které je dělitelné dvaceti a není dělitelné čtyřmi.

- (b) (2 b.) Do kina půjdu s Terkou nebo s Eliškou.

Řešení: Do kina nepůjdu s Terkou a nepůjdu ani s Eliškou.

4. (1 $\frac{1}{2}$ b.) Z následujících dvou *symbolicky zapsaných kvantifikovaných výroků* si vyberte **jeden**, který vyjádříte slovy. Dále rozhodněte o jeho pravdivosti:

- (a) $\forall x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2} = |x|$
(b) $\exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} : x \cdot y = y$

Řešení:

- (a) Výrok je pravdivý.

Druhá odmocnina z druhé mocniny libovolného reálného čísla je rovna jeho absolutní hodnotě.

(b) Výrok je pravdivý.

Existuje takové reálné číslo x , že pro všechna reálná čísla y platí $x \cdot y = y$

5. (1 b.) Vypište všechny prvky následující množiny:

$$M = \{\xi \in \mathbb{Z} : -27 < \xi^3 \leq 8\}$$

Řešení:

$$M = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

6. (3 b.) Mějme zadány intervaly $A = \langle 0, 18 \rangle$, $B = (13, 28)$ a $C = \langle 15, 17 \rangle$. Určete $((A \cap B) \setminus C)'$

Řešení:

$$\begin{aligned} A \cap B &= (13, 18) \\ (A \cap B) \setminus C &= (13, 15) \cup (17, 18) \\ ((A \cap B) \setminus C)' &= (-\infty, 13) \cup \langle 15, 17 \rangle \cup (18, \infty) \end{aligned}$$

7. (2 b.) Ve třídě je 29 žáků, 19 z nich umí lyžovat, 12 jezdí na snowboardu, 5 jich nelyžuje a ani nejedí na snowboardu. Znázorněte pomocí Vennova diagramu a určete, kolik žáků umí lyžovat i jezdit na snowboardu.

Řešení: Označme si množinu všech žáků třídy jako T , $|T| = 29$. Žáky, kteří umí lyžovat označíme L , $|L| = 19$. Snowboardisty označíme S , $|S| = 12$. Žáků, kteří neumí ani lyžovat ani na snowboardu je celkem 5. Tedy

$$|L \cup S| = 29 - 5 = 24$$

žáků umí buď lyžovat, nebo na snowboardu nebo obojí. Nyní, pokud sečteme žáky, co umí lyžovat a na snowboardu dostaneme

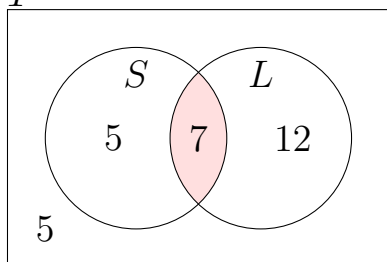
$$19 + 12 = 31,$$

což odpovídá případu, kdy neexistuje ani jeden žák co umí na lyžích a snowboardu zároveň. Jelikož ale platí $31 > 24$, dostaneme informaci, že celkem

$$31 - 24 = \underline{\underline{7}}$$

žáků umí na lyžích a snowboardu zároveň.

T



Písemná práce: výroky a množiny (varianta B) – řešení

1. Určete, zda se jedná o výroky:

- (a) ($\frac{1}{2}$ b.) ANO NE $\exists! x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{N} : \frac{y}{x} = 0$
(b) ($\frac{1}{2}$ b.) ANO NE Všechna prvočísla jsou lichá.
(c) ($\frac{1}{2}$ b.) ANO NE Berlín patří mezi racionální čísla.

2. Určete negace kvantifikovaných výroků:

- (a) (1 b.) Všichni moji kamarádi mají hnědé oči

Řešení: Alespoň jeden můj kamarád nemá hnědé oči.

- (b) (1 b.) Alespoň 4 dny v týdnu bude pršet.

Řešení: Nejvýše 3 dny v týdnu bude pršet.

3. Negujte následující výroky:

- (a) (2 b.) Existuje alespoň jeden trojúhelník, ve kterém se všechny jeho výšky neprotínají v jediném bodě.

Řešení: V každém trojúhelníku se všechny jeho výšky protínají v jediném bodě.

- (b) (2 b.) Sní polévku právě tehdy, když v ní nebude zelenina.

Řešení: Sní polévku a bude v ní zelenina nebo v polévce zelenina nebude a polévku nesní.

4. (1 $\frac{1}{2}$ b.) Z následujících dvou *symbolicky zapsaných kvantifikovaných výroků* si vyberte **jeden**, který vyjádříte slovy. Dále rozhodněte o jeho pravdivosti:

- (a) $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$
(b) $\forall a \in \mathbb{R}, \forall b \in \mathbb{R} : a = b \Leftrightarrow a^2 = b^2$

Řešení:

- (a) Výrok není pravdivý.
Druhá mocnina každého reálného čísla je větší než nula.

(b) Výrok není pravdivý.

Pro každá dvě reálná čísla platí: čísla se sobě rovnají právě tehdy, když se rovnají jejich druhé mocniny.

5. (1 b.) Vypište všechny prvky následující množiny:

$$S = \{\chi \in \mathbb{N} : -18 < \chi^3 \leq 4 | \chi \text{ je sudé}\}$$

Řešení:

$$S = \{2, 4\}$$

6. (3 b.) Mějme zadány intervaly $A = (-5, 12)$, $B = \langle 4, 11 \rangle$ a $C = \langle 3, 5 \rangle$.
Určete $((A \setminus B) \cup C)'$

Řešení:

$$\begin{aligned} A \setminus B &= (-5, 4) \cup \langle 11, 12 \rangle \\ (A \setminus B) \cup C &= (-5, 5) \cup \langle 11, 12 \rangle \\ ((A \setminus B) \cup C)' &= (-\infty, -5) \cup (-5, 11) \cup \langle 12, \infty \rangle \end{aligned}$$

7. (2 b.) Ve třídě hraje 21 žáků fotbal nebo košíkovou, 4 žáci z této třídy nehrají ani fotbal, ani košíkovou, 12 žáků hraje košíkovou, 14 žáků hraje fotbal. Znárodně pomoci Vennova diagramu a určete, kolik žáků hraje pouze fotbal.

Řešení: Označme si množinu všech žáků třídy jako T . Žáky, kteří hrají fotbal označíme F a žáky hrající košíkovou K . Víme, že

$$|F \cap K| = 21.$$

Dále ze zadání víme, že

$$|(F \cap K)'| = 4.$$

Pro množinu K platí $|K| = 12$ a pro množinu F platí $|F| = 14$. Máme tedy

$$12 + 14 = 26,$$

přičemž sportuje pouze 21 žáků, tedy

$$26 - 21 = 5$$

žáků hraje obě hry. Nyní nám stačí dopočítat počet žáků hrající pouze fotbal,

$$14 - 5 = \underline{\underline{9}}$$

