

Zadání a řešení písemné práce

Téma: exponenciální funkce

Čas: 15-20 minut

Cíle testu:

- Úloha č. 1
Dimenze kognitivních procesů
Kategorie: Aplikovat (3)
Dovednost: Provádět (3.a)
- Úloha č. 2
Dimenze kognitivních procesů
Kategorie: Aplikovat (3)
Dovednost: Provádět (3.a)
- Úloha č. 3
Dimenze kognitivních procesů
Kategorie: Aplikovat (3)
Dovednost: Implementovat (3.b)

Písemná práce: exponenciální rovnice (varianta A)

JMÉNO: _____ TŘÍDA: _____ DATUM: _____

Body	10 – 9	8 – 7	6 – 5	4 – 3	2 – 0
Známka	1	2	3	4	5

1. (3 b.) Řešte v \mathbb{R} rovnici

$$4^{\frac{1-x}{1+x}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

2. (3 b.) Řešte v \mathbb{Z} rovnici

$$\sqrt[4]{4^x} \cdot \sqrt[3]{2^{x-3}} = \sqrt[6]{16}$$

.

3. (4 b.) Řešte v \mathbb{Z} rovnici

$$\sqrt[5]{3^{8x^2}} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{x^2}{2}} \cdot 3^x = \sqrt[5]{27^4}$$

.

Vzorové řešení

1. Určení podmínek řešitelnosti: $x \neq -1$.

◁ 1 bod

$$\begin{aligned}4^{\frac{1-x}{1+x}} &= \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \\2^{\frac{2-2x}{1+x}} &= 2^{-\frac{1}{3}} &< \text{převedení na společný základ (1 bod)} \\ \frac{2-2x}{1+x} &= -\frac{1}{3} \\6-6x &= -1-x \\7 &= 5x \\x &= \frac{7}{5} &< \text{správný výsledek (1 bod)}\end{aligned}$$

2. Definiční obor rovnice není omezen.

$$\begin{aligned}\sqrt[4]{4x} \cdot \sqrt[3]{2^{x-3}} &= \sqrt[6]{16} \\2^{\frac{x}{2}} \cdot 2^{\frac{x-3}{3}} &= 2^{\frac{2}{3}} &< \text{převedení na společný základ (2 body)} \\ \frac{x}{2} + \frac{x-3}{3} &= \frac{2}{3} \\3x+2x-6 &= 4 \\5x &= 10 \\x &= 2 &< \text{správný výsledek (1 bod)}\end{aligned}$$

3. Definiční obor rovnice není omezen.

$$\begin{aligned}\sqrt[5]{3^{8x^2}} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{x^2}{2}} \cdot 3^x &= \sqrt[5]{27^4} \\3^{\frac{8}{5}} \cdot 3^{-x^2} \cdot 3^x &= 3^{\frac{12}{5}} &< \text{převedení na společný základ (2 body)} \\ \frac{8}{5}x^2 - x^2 + x &= \frac{12}{5} \\3x^2 + 5x - 12 &= 0 \\x_{1,2} &= \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-12)}}{2 \cdot 3} \\x_1 = -3 \wedge x_2 &= ~~-\frac{4}{3}~~ &< \text{správný výsledek a vyřazení } x_2 \text{ (2 body)}\end{aligned}$$

Písemná práce: exponenciální rovnice (varianta B)

JMÉNO: _____

TŘÍDA: _____

DATUM: _____

Body	10 – 9	8 – 7	6 – 5	4 – 3	2 – 0
Známka	1	2	3	4	5

1. [3 b.] Řešte v \mathbb{R} .

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{x}{x-2}} = 3^{\frac{1}{2}}$$

2. [3 b.] Řešte v \mathbb{Z} .

$$\sqrt[6]{6^{5x}} \cdot \sqrt[3]{6^{x+5}} = \sqrt[4]{36}$$

3. [4 b.] Řešte v \mathbb{Z} .

$$2 \cdot 0,5^{x^2 + \frac{8}{3}x} = \frac{8}{\sqrt[3]{4}}$$

Vzorové řešení

1. Určení podmínek řešitelnosti: $x \neq 2$.

◁ 1 bod

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{x}{x-2}} &= 3^{\frac{1}{2}} \\ 3^{-2 \cdot \frac{x}{x-2}} &= 3^{\frac{1}{2}} &< \text{převedení na společný základ (1 bod)} \\ -2 \cdot \frac{x}{x-2} &= \frac{1}{2} \\ -4x &= x-2 \\ -5x &= -2 \\ x &= \frac{2}{5} &< \text{správný výsledek (1 bod)}\end{aligned}$$

2. Definiční obor rovnice není omezen.

$$\begin{aligned}\sqrt[6]{6^{5x}} \cdot \sqrt[3]{6^{x+5}} &= \sqrt[4]{36} \\ 6^{\frac{5x}{6}} \cdot 6^{\frac{x+5}{3}} &= 36^{\frac{1}{4}} \\ 6^{\frac{5x}{6}} \cdot 6^{\frac{x+5}{3}} &= 6^{\frac{1}{2}} \\ 6^{\frac{5x}{6} + \frac{x+5}{3}} &= 6^{\frac{1}{2}} &< \text{převedení na společný základ (2 body)} \\ \frac{5x}{6} + \frac{x+5}{3} &= \frac{1}{2} \\ 5x + 2x + 10 &= 3 \\ 7x &= -7 \\ x &= -1 &< \text{správný výsledek (1 bod)}\end{aligned}$$

3. Definiční obor není omezen.

$$\begin{aligned}2 \cdot 0,5^{x^2 + \frac{8}{3}x} &= \frac{8}{\sqrt[3]{4}} \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2 + \frac{8}{3}x} &= \frac{2^3}{2^{\frac{2}{3}}} \cdot \frac{1}{2} \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2 + \frac{8}{3}x} &= 2^{\frac{4}{3}} \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2 + \frac{8}{3}x} &= \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{4}{3}} &< \text{převedení na společný základ (2 body)} \\ x^2 + \frac{8}{3}x + \frac{4}{3} &= 0 \\ 3x^2 + 8x + 4 &= 0 \\ x_{1,2} &= \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 3 \cdot 7}}{2 \cdot 3} \\ x_1 = -2 \wedge x_2 &= -\frac{2}{3} &< \text{správný výsledek a vyřazení } x_2 \text{ (2 body)}\end{aligned}$$