Písemná práce: exponenciální funkce

Jméno:	Třída:	DATUM:

1.	[1 b.]	Napište	definici	exponen	ciální fu	ınkce.			

.....

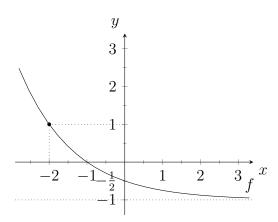
.....

2. [1 b.] Stručně vysvětlete, proč klademe na hodnotu základu omezení.

.....

.....

3. [2 b.] Vyberte funkční předpis odpovídající grafu funkce f níže.



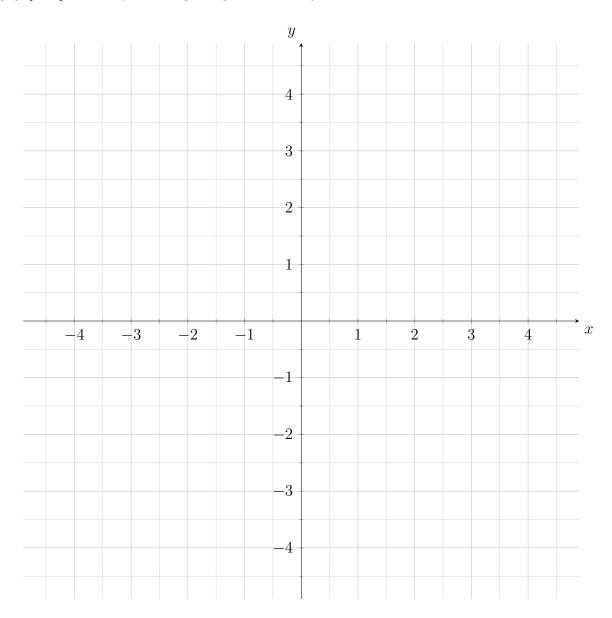
$$\Box f: y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + 1$$

$$\Box f: y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} - 1$$

$$\Box \ f : y = 2^{x-1} + 1$$

$$\Box \ f: y = 2^{x+1} - 1$$

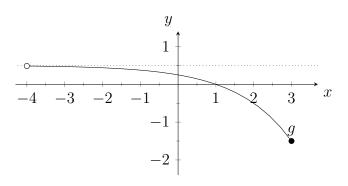
- 4. [6 b.] Mějme reálnou funkci $g: y = -2^{x-2} + \frac{1}{2}$, kde $D_g = (-4, 3)$.
 - (A) [4 b.] Nakreslete graf funkce g.
 - (B) [1 b.] Určete obor hodnot H_g .
 - (C) [1 b.] Určete průsečík grafu g s osou x a y.



5. [4 b. – **bonusová úloha**] Mějme reálnou funkci $h: y = \left(\frac{a+1}{a^2-1}\right)^x$. Určete, pro jaké hodnoty parametru $a \in \mathbb{R}$ je funkce h klesající. Uveďte celý postup řešení.

Vzorové řešení

- 1. Nechť $a\in\mathbb{R}^+\setminus\{1\}$. Exponenciální funkcí i základu a se nazývá funkce f daná rovnicí $y=a^x$, jejím definičním oborem je $D(f)=\mathbb{R}.$
- 2. Pro a=1 je $y=1^x=1$ pro každé $x\in\mathbb{R}$, tj. funkce je konstantní, proto tento případ u exponenciální funkce vylučujeme. Pokud by základ byl záporný, např. mějme funkci $f(x)=(-2)^x$. Když za x dosadíme $\frac{1}{2}$, dostaneme $y=(-2)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{-2}$. My ale víme, že odmocnina ze záporného čísla v \mathbb{R} neexistuje. Funkce by tak nebyla definovaná na celém \mathbb{R} .
- 3. $f: y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} 1$
- 4. Graf:



$$H_g = \left(-\frac{31}{64}, \frac{-3}{2}\right)$$

$$P_x = \begin{bmatrix} 1, 0 \end{bmatrix}$$

$$P_y = \begin{bmatrix} 0, \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

5. Funkce hmá být klesající, tj. $0<\frac{a+1}{a^2-1}<1.$ Každou z nerovností vyšetříme zvlášť:

$$0 < \frac{a+1}{a^2 - 1}$$
$$0 < \frac{1}{a-1} ; \ a \neq -1$$
$$a \in (1, \infty).$$

Druhá nerovnost:

$$\frac{a+1}{a^2-1} < 1$$

$$0 < 1 - \frac{a+1}{a^2-1}$$

$$0 < \frac{a^2-a-2}{a^2-1}$$

$$0 < \frac{(a-2)(a+1)}{(a-1)(a+1)}$$

	$(-\infty,1)$	(1,2)	$(2,\infty)$
a-1	-	+	+
a-2	-	-	+
	+	-	+
		•	'

Tj. $a \in \mathbb{R} \setminus ((1,2) \cup \{-1\})$. Parametr a tedy náleží průniku $(\mathbb{R} \setminus ((1,2) \cup \{-1\})) \cap (1,\infty) = (2,\infty)$.