

Písemná práce: exponenciální funkce

JMÉNO: _____

TŘÍDA: _____

DATUM: _____

Body	< 9	8 – 7	6 – 5	4 – 3	2 – 0
Známka	1	2	3	4	5

1. [1 b.] Napište definici exponenciální funkce.

.....

.....

.....

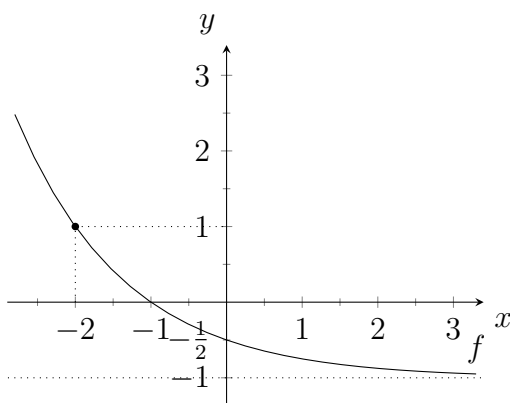
2. [1 b.] Stručně vysvětlete, proč klademe na hodnotu základu omezení.

.....

.....

.....

3. [2 b.] Vyberte funkční předpis odpovídající grafu funkce f níže.



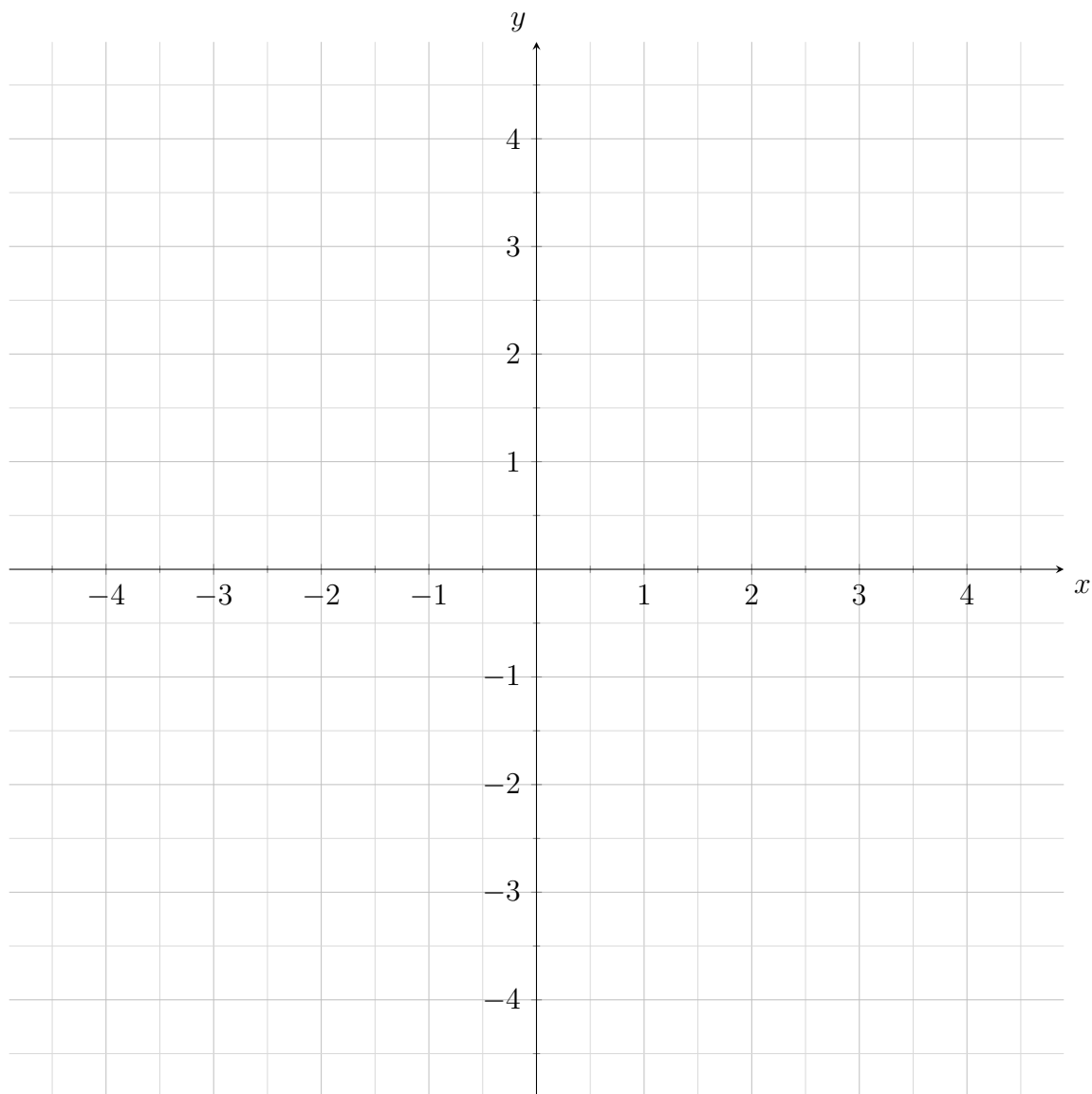
- ☐ $f : y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + 1$
- ☐ $f : y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} - 1$
- ☐ $f : y = 2^{x-1} + 1$
- ☐ $f : y = 2^{x+1} - 1$
- ☐ Žádný z uvedených.

4. [6 b.] Mějme reálnou funkci $g : y = -2^{x-2} + \frac{1}{2}$, kde $D_g = (-4, 3)$.

(A) [4 b.] Nakreslete graf funkce g .

(B) [1 b.] Určete obor hodnot H_g .

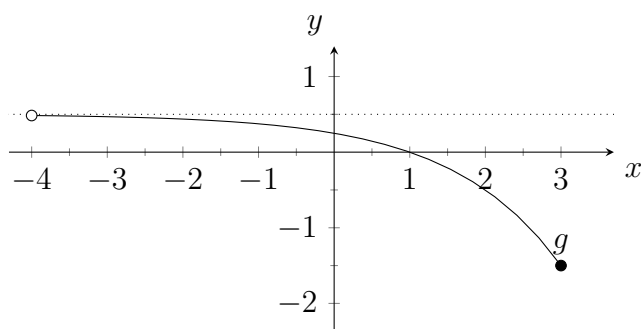
(C) [1 b.] Určete průsečík grafu g s osou x a y .



5. [4 b. – **bonusová úloha**] Mějme reálnou funkci $h : y = \left(\frac{a+1}{a^2-1}\right)^x$. Určete, pro jaké hodnoty parametru $a \in \mathbb{R}$ je funkce h klesající. Uveďte celý postup řešení.

Vzorové řešení

1. Necht' $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$. Exponenciální funkci i základu a se nazývá funkce f daná rovnicí $y = a^x$, jejím definičním oborem je $D(f) = \mathbb{R}$.
2. Pro $a = 1$ je $y = 1^x = 1$ pro každé $x \in \mathbb{R}$, tj. funkce je konstantní, proto tento případ u exponenciální funkce vylučujeme. Pokud by základ byl záporný, např. mějme funkci $f(x) = (-2)^x$. Když za x dosadíme $\frac{1}{2}$, dostaneme $y = (-2)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{-2}$. My ale víme, že odmocnina ze záporného čísla v \mathbb{R} neexistuje. Funkce by tak nebyla definovaná na celém \mathbb{R} .
3. $f : y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} - 1$
4. Graf:



$$H_g = \left(-\frac{31}{64}, -\frac{3}{2}\right)$$

$$P_x = [1, 0]$$

$$P_y = \left[0, \frac{1}{4}\right]$$

«««< HEAD

5. Funkce h má být klesající, tj. $0 < \frac{a+1}{a^2-1} < 1$. Každou z nerovností vyšetříme zvlášť:

$$0 < \frac{a+1}{a^2-1}$$

$$0 < \frac{1}{a-1} ; a \neq -1$$

$$a \in (1, \infty).$$

Druhá nerovnost:

$$\frac{a+1}{a^2-1} < 1$$

$$0 < 1 - \frac{a+1}{a^2-1}$$

$$0 < \frac{a^2-a-2}{a^2-1}$$

$$0 < \frac{(a-2)(\cancel{a+1})}{(a-1)(\cancel{a+1})}$$

	$(-\infty, 1)$	$(1, 2)$	$(2, \infty)$
$a - 1$	-	+	+
$a - 2$	-	-	+
	+	-	+

Tj. $a \in \mathbb{R} \setminus ((1, 2) \cup \{-1\})$. Parametr a tedy náleží průniku $\left(\mathbb{R} \setminus ((1, 2) \cup \{-1\})\right) \cap (1, \infty) = (2, \infty)$.

=====

(TODO: $h : y = \left(\frac{a+1}{a^2-1}\right)^x$.)

»»»> 555ec65cfb0c46439c3231476b9ed7a1f71e2bc1