

Didaktika informatiky

Zadání a řešení písemné práce – výroky a množiny

Kateřina Novotná, Adam Papula

11. října 2023

Čas: 15-20 minut

Cíle testu:

- Úloha č. 1
(TODO: Bloom.)
- Úloha č. 2
(TODO: Bloom.)
- Úloha č. 3
(TODO: Bloom.)

Písemná práce: výroky a množiny (varianta A)

JMÉNO: _____ TŘÍDA: _____ DATUM: _____

Body	10 – 9	8 – 7	6 – 5	4 – 3	2 – 0
Známka	1	2	3	4	5

1. Určete, zda se jedná o výroky:

- (a) ($\frac{1}{2}$ b.) ANO NE Číslo 12 je prvočíslo.
 (b) ($\frac{1}{2}$ b.) ANO NE Přines mi prosím kapesník.
 (c) ($\frac{1}{2}$ b.) ANO NE $\forall x \in \mathbb{Z} : x + 3 > 0$

2. Určete negace kvantifikovaných výroků:

- (a) (1 b.) Alespoň jeden cestující nevystoupil.

.....

- (b) (1 b.) Právě jedna moje učebnice je těžká.

.....

3. Negujte následující výroky:

- (a) (2 b.) Každé přirozené číslo, které je dělitelné dvaceti, je dělitelné čtyřmi.

.....

.....

- (b) (2 b.) Do kina půjdu s Terkou nebo s Eliškou

.....

4. Kvantifikované výroky zapsané symbolicky vyjádřete slovy a rozhodněte o jejich pravdivosti:

- (a) ($1 \frac{1}{2}$ b.) $\forall x \in \mathbb{Z} : \sqrt{x^2} = |x|$

.....

.....

- (b) ($1 \frac{1}{2}$ b.) $\exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} : x \cdot y = y$

.....

.....

5. (1 b.) Vypište všechny prvky následující množiny:

$$M = \{\xi \in \mathbb{Z} : -27 < \xi^3 \leq 8\}$$

6. (3 b.) Mějme zadány intervaly $A = \langle 0, 18 \rangle$, $B = (13, 28)$ a $C = \langle 15, 17 \rangle$. Určete $((A \cap B) \setminus C)'$

7. (2 b.) Ve třídě je 29 žáků, 19 z nich umí lyžovat, 12 jezdí na snowboardu, 5 jich nelyžuje a ani nejezdí na snowboardu. Znázorněte pomocí Vennova diagramu a určete, kolik žáků umí lyžovat i jezdit na snowboardu.

Písemná práce: exponenciální rovnice (varianta B)

JMÉNO: _____

TŘÍDA: _____

DATUM: _____

Body	10 – 9	8 – 7	6 – 5	4 – 3	2 – 0
Známka	1	2	3	4	5

1. [3 b.] Řešte v \mathbb{R} .

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{x}{x-2}} = 3^{\frac{1}{2}}$$

2. [3 b.] Řešte v \mathbb{Z} .

$$\sqrt[6]{6^{5x}} \cdot \sqrt[3]{6^{x+5}} = \sqrt[4]{36}$$

3. [4 b.] Řešte v \mathbb{Z} .

$$2 \cdot 0,5^{x^2 + \frac{8}{3}x} = \frac{8}{\sqrt[3]{4}}$$

Vzorové řešení

1. Určení podmínek řešitelnosti: $x \neq 2$.

◁ 1 bod

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{x}{x-2}} &= 3^{\frac{1}{2}} \\ 3^{-2 \cdot \frac{x}{x-2}} &= 3^{\frac{1}{2}} &< \text{převedení na společný základ (1 bod)} \\ -2 \cdot \frac{x}{x-2} &= \frac{1}{2} \\ -4x &= x-2 \\ -5x &= -2 \\ x &= \frac{2}{5} &< \text{správný výsledek (1 bod)}\end{aligned}$$

2. Definiční obor rovnice není omezen.

$$\begin{aligned}\sqrt[6]{6^{5x}} \cdot \sqrt[3]{6^{x+5}} &= \sqrt[4]{36} \\ 6^{\frac{5x}{6}} \cdot 6^{\frac{x+5}{3}} &= 36^{\frac{1}{4}} \\ 6^{\frac{5x}{6}} \cdot 6^{\frac{x+5}{3}} &= 6^{\frac{1}{2}} \\ 6^{\frac{5x}{6} + \frac{x+5}{3}} &= 6^{\frac{1}{2}} &< \text{převedení na společný základ (2 body)} \\ \frac{5x}{6} + \frac{x+5}{3} &= \frac{1}{2} \\ 5x + 2x + 10 &= 3 \\ 7x &= -7 \\ x &= -1 &< \text{správný výsledek (1 bod)}\end{aligned}$$

3. Definiční obor není omezen.

$$\begin{aligned}2 \cdot 0,5^{x^2 + \frac{8}{3}x} &= \frac{8}{\sqrt[3]{4}} \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2 + \frac{8}{3}x} &= \frac{2^3}{2^{\frac{2}{3}}} \cdot \frac{1}{2} \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2 + \frac{8}{3}x} &= 2^{\frac{4}{3}} \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2 + \frac{8}{3}x} &= \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{4}{3}} &< \text{převedení na společný základ (2 body)} \\ x^2 + \frac{8}{3}x + \frac{4}{3} &= 0 \\ 3x^2 + 8x + 4 &= 0 \\ x_{1,2} &= \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 3 \cdot 7}}{2 \cdot 3} \\ x_1 = -2 \wedge x_2 &= -\frac{2}{3} &< \text{správný výsledek a vyřazení } x_2 \text{ (2 body)}\end{aligned}$$