Didaktika informatiky

Zadání a řešení písemné práce – výroky a množiny

Kateřina Novotná, Adam Papula

11. října 2023

Čas: 15-20 minut
Cíle testu:

- Úloha č. 1
  (TODO: Bloom.)
- Úloha č. 2
  (TODO: Bloom.)
- Úloha č. 3
  (TODO: Bloom.)

Písemná práce: výroky a množiny **(varianta A)**

Jméno: _____ Třída: _____ Datum: _____

(TODO: Přepočítat body.)

Body	$10-9$	$8-7$	$6-5$	$4-3$	$2-0$
Známka	1	2	3	4	5

1. Určete, zda se jedná o výroky:
   (a) (½ b.) [ANO] NE Číslo 12 je prvočíslo.
   (b) (½ b.) ANO [NE] Přines mi prosím kapesník.
   (c) (½ b.) [ANO] NE $\forall x \in \mathbb{Z} : x + 3 > 0$

2. Určete negace kvantifikovaných výroků:
   (a) (1 b.) Alespoň jeden cestující nevystoupil.

   Řešení: Všichni cestující vystoupili.

   (b) (1 b.) Právě jedna moje učebnice je těžká.

   Řešení: Žádná moje učebnice nebo alespoň dvě moje učebnice jsou těžké.

3. Negujte následující výroky:
   (a) (2 b.) Každé přirozené číslo, které je dělitelné dvaceti, je dělitelné čtyřmi.

   Řešení: Existuje alespoň jedno přirozené číslo, které je dělitelné dvaceti a není dělitelné čtyřmi.

   (b) (2 b.) Do kina půjdu s Terkou nebo s Eliškou

   Řešení: Do kina nepůjdu s Terkou a nepůjdu ani s Eliškou.

4. Kvantifikované výroky zapsané symbolicky vyjádřete slovy a rozhodněte o jejich pravdivosti:
   (a) (1 ½ b.) $\forall x \in \mathbb{Z} : \sqrt{x^2} = |x|$

   Řešení: Výrok je pravdivý.
   Druhá odmocnina z druhé mocniny libovolného reálného čísla je rovna jeho absolutní hodnotě.

   (b) (1 ½ b.) $\exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} : x \cdot y = y$

   Řešení: Výrok je pravdivý.
   Existuje takové reálné číslo x, že pro všechna reálná čísla y platí $x \cdot y = y$

5. (1 b.) Vypište všechny prvky následující množiny:

$$M = \{\xi \in \mathbb{Z} : -27 < \xi^3 \leq 8\}$$

Řešení:

$$M = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

6. (3 b.) Mějme zadány intervaly $A = \langle 0, 18\rangle$, $B = (13, 28)$ a $C = \langle 15, 17\rangle$. Určete $((A \cap B) \setminus C)'$

Řešení:

$$A \cap B = (13, 18\rangle$$
$$(A \cap B) \setminus C = (13, 15) \cup (17, 18\rangle$$
$$((A \cap B) \setminus C)' = (-\infty 13\rangle \cup \langle 15, 17\rangle \cup (18, \infty)$$

7. (2 b.) Ve třídě je 29 žáků, 19 z nich umí lyžovat, 12 jezdí na snowboardu, 5 jich nelyžuje a ani nejezdí na snowboardu. Znázorněte pomocí Vennova diagramu a určete, kolik žáků umí lyžovat i jezdit na snowboardu.

Řešení: Označme si množinu všech žáků třídy jako T, $|T| = 29$. Žáky, kteří umí lyžovat označíme L, $|L| = 19$. Snowboardisty označíme S, $|S| = 12$. Žáků, kteří neumí ani lyžovat ano na snowboardu je celkem 5. Tedy

$$|L \cup S| = 29 - 5 = 24$$

žáků umí buď lyžovat, nebo na snowboardu nebo obojí. Nyní, pokud sečteme žáky, co umí lyžovat a na snowboardu dostaneme

$$19 + 12 = 31,$$

což odpovídá případu, kdy neexistuje ani jeden žák co umí na lyžích a snowboardu zároveň. Jelikož ale platí $31 > 24$, dostaneme informaci, že celkem

$$31 - 24 = \underline{7}$$

žáků umí na lyžích a snowboardu zároveň.

T
L
$L \cap S$
S

Písemná práce: výroky a množiny **(varianta B)**

Jméno: _____ Třída: _____ Datum: _____

Body	$10-9$	$8-7$	$6-5$	$4-3$	$2-0$
Známka	1	2	3	4	5