

ŽILINSKÁ UNIVERZITA V ŽILINE

**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A INFORMAČNÝCH
TECHNOLÓGIÍ**

Katedra multimédií a informačno-komunikačných technológií

FREKVENČNÉ FILTRE

SEMESTRÁLNA PRÁCA

Študijný odbor:

informatika

Študijný program:

komunikačné a informačné technológie

Vedúci práce:

doc. Ing. Bc. Daša Tichá, PhD.

Vypracoval:

Adam Petrovič

Miesto a dátum odovzdania:

Žilina, 2023

OBSAH

1	Úvod.....	3
2	Frekvenčné filtre v analógovej technike.....	4
	Frekvenčná odozva.....	4
	Prenosová funkcia	5
2.1	Základné parametre	6
	Medzná frekvencia	6
	Rád filtra.....	6
	Fázový posun.....	7
2.2	Typy frekvenčných filtrov	8
3	Filter typu dolný priepust	9
	Zadania úloh pre filtre typu dolný priepust	12
	Vypracovanie úloh pre filtre typu dolný priepust.....	14
4	Filter typu horný priepust.....	18
	Zadania úloh pre filtre typu horný priepust.....	21
	Vypracovanie úloh pre filtre typu horný priepust	23
5	Filter typu pásmový priepust.....	27
	Zadania úloh pre filtre typu pásmový priepust.....	31
	Vypracovanie úloh pre filtre typu pásmový priepust	33
6	Filter typu pásmový zadrž	38
	Zadania úloh pre filtre typu pásmový zadrž	43
	Vypracovanie úloh pre filtre typu pásmový zadrž.....	45
7	Záver.....	50

1 ÚVOD

V oblasti telekomunikácii, elektrotechniky, elektroniky, medicíny ale aj pri spracovaní audio signálu sú analógové filtre nevyhnutným nástrojom na spracovanie signálov. Filtre umožňujú odstrániť nežiadúce signály, ktoré môžu viesť k degradácii kvality signálu alebo zhoršeniu jeho výkonu. V dnešnej dobe máme k dispozícii mnoho nástrojov a technológií na simuláciu a spracovanie signálov. Jedným z nich je aj matematické prostredie MATLAB, ktoré ponúka množstvo funkcií a nástrojov na analýzu, spracovanie a simuláciu rôznych typov filtrov. V tejto práci sa budeme zaoberať aplikáciou rôznych typov analógových filtrov na definovaný signál a vytvorení príkladov na jednotlivé typy filtrov v matematickom prostredí MATLAB. Konkrétne sa budeme zameriavať na správanie ideálnych frekvenčných filtrov v časovej oblasti. Táto semestrálna práca sa venuje základným typom filtrov ako sú dolný priepust, horný priepust, pásmový priepust a pásmový zadrž. V tejto práci sa ďalej budeme venovať matematickej analýze obvodových zapojení jednotlivých typov filtrov a určeniu podstatných parametrov frekvenčných filtrov. Jedným z najdôležitejších parametrov filtrov je frekvenčná odozva, ktorá nám hovorí, ako sa filter správa v závislosti od frekvencie signálu. Ďalšími dôležitými parametrami je medzná frekvencia a fázová charakteristika filtra. Tento projekt nám umožní lepšie pochopiť, ako fungujú filtre. Budeme schopní získať užitočné poznatky a zručnosti pre matematickú analýzu obvodového zapojenia frekvenčného filtra. Tieto poznatky a zručnosti nám umožnia následne vytvoriť v MATLAB-e simuláciu amplitúdovo-frekvenčnej a fázovo-frekvenčnej charakteristiky daného typu filtra.

2 FREKVENČNÉ FILTRE V ANALÓGOVEJ TECHNIKE

Frekvenčné filtre predstavujú elektrické obvody - dvojbrány, ich úlohou je definovaným spôsobom obmedziť frekvenčné spektrum prenášaného signálu. Princíp frekvenčného filtra spočíva v tom, že niektoré frekvenčné zložky prepúšťa bez útlmu/tlmenia a niektoré zložky sú potláčané/prepúšťané. Filtre sú využívané v mnohých oblastiach elektrotechniky, elektroniky a telekomunikáciách, patria medzi základné stavebné bloky pre spracovanie prijímaných signálov. V rádiotechnike sú často používané pásmový priepust pre výber prijímaných signálov (vstupné obvody prijímačov, medzifrekvenčné filtre), dolný a horný priepust ako výhybky pre rozdelenie frekvenčných pásiem v anténnych obvodoch a predzosilňovačoch, pásmový zadrž pre potlačenie rušiacich signálov a dolný priepust pre rôzne typy modulátorov, demodulátorov, a pod. Analógový filter je typický systém s jedným vstupom a jedným výstupom, ako je znázornené na obr. 1.1, kde vstupné a výstupné signály môžu predstavovať, napr. elektrické napätie. [2,6,7]



Obr.1.1 Reprezentácia filtra [7]

Frekvenčná odozva

Frekvenčná odozva charakterizuje správanie systému vo frekvenčnej doméne. To znamená, že bez toho, aby sme čokoľvek vedeli o vstupnom signáli, vieme povedať, ako bude vyzerat' výstupný signál. Frekvenčnú odozvu systému z obr.1.1 je možné určiť ako pomer Fourierovej transformácie výstupného signálu (napätia resp. prúdu) a Fourierovej transformácie vstupného signálu (napätia resp. prúdu) pri nulových počiatočných podmienkach,

$$H(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)} \quad (2.1)$$

kde $U_1(j\omega)$ je Fourierova transformácia (obraz) výstupného napätia a $U_2(j\omega)$ je Fourierova transformácia (obraz) vstupného napätia.

Frekvenčná odozva systému $H(j\omega)$ predstavuje komplexnú funkciu ω . Reálne zložka $Re\{H(j\omega)\}$ komplexnej funkcie nám predstavuje amplitúdovú/magnitúdovú časť komplexnej funkcie a imaginárna zložka $Im\{H(j\omega)\}$ predstavuje uhol/fázový posun. Komplexnú funkciu môžeme teda vyjadriť nielen v polárnych súradniciach, čo je uvedené vyššie, ale aj v zložkovom tvare ako reálnu a imaginárnu časť komplexnej/prenosovej funkcie:

$$H(j\omega) = |H(j\omega)|e^{j\varphi(\omega)} \quad (2.2)$$

kde $|H(j\omega)|$ nám vyjadruje absolútnu časť komplexnej funkcie a $e^{j\varphi(\omega)}$ uhol/fázový posun.

Zvyčajne vyjadrujeme amplitúdovú, resp. magnitúdovú frekvenčnú charakteristiku v dB, t. j. v logaritmickej mierke, čo sa vypočíta z komplexnej funkcie zapísanej v polárnych súradniciach, ako jej absolútna hodnota, za predpokladu, že na vstupe a výstupe systému uvažujeme s obvodovými veličinami (napätie, resp. prúd):

$$20 \log(|H(j\omega)|) \text{ [dB]} \quad (2.3)$$

Ak absolútna hodnota komplexnej funkcie je rovná jednotke $|H(j\omega)| = 1$, tak to odpovedá hodnote 0 dB. [1-3,7,8]

Prenosová funkcia

Prenosová funkcia je matematická reprezentácia vzťahu medzi vstupom a výstupom systému. Je definovaná ako pomer Laplaceovej transformácie výstupnej premennej k Laplaceovej transformácii vstupnej premennej za predpokladu, že všetky počiatočné podmienky budú nulové. Určenie prenosovej funkcie z obr.1.1 je možné pomocou nasledovného vzťahu,

$$H(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} \quad (2.4)$$

kde $p = j\omega$ predstavuje fyzikálny význam komplexnej funkcie $H(j\omega)$, $U_2(p)$ je Laplaceov obraz výstupného napätia a $U_1(p)$ je Laplaceov obraz vstupného napätia.

Prenosová funkcia systému sa z časovej oblasti prepočíta/transformuje do frekvenčnej oblasti pomocou využitia Laplaceovej transformácie.

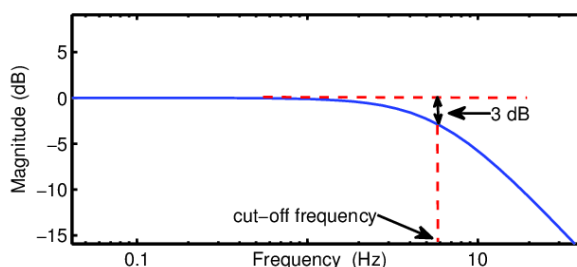
$$H(p)|_{p=j\omega} = H(j\omega) = |H(j\omega)|e^{j\varphi(\omega)} \quad (2.5)$$

Ako vidieť zo vzťahu uvedenom vyššie odozvu systému je možné získať z prenosovej funkcie substitúciou $p = j\omega$. [2,3,7,8]

2.1 Základné parametre

Medzná frekvencia

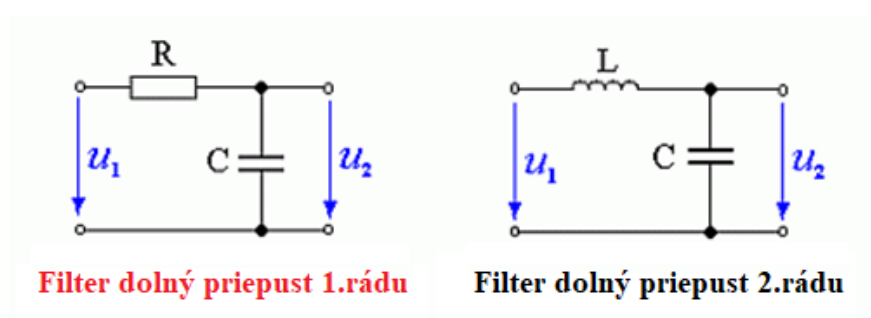
Medzná/hraničná frekvencia je frekvencia, pri ktorej nastáva pokles prenosu signálu o 3 dB, čo vyjadruje 70,7% z maximálnej hodnoty amplitúdy/magnitúdy. Túto frekvenciu je možné ladiť v prípade pasívnych filtrov pomocou prvkov R, C, L. V anglickej literatúre sa pomenúva ako frequency cut-off a má symbol f_c . Znázornené na Obr. 1.2. [7,8]



Obr.1.2 Znázornenie hraničnej frekvencie na grafe [9]

Rád filtra

Rád filtra závisí od počtu reaktančných prvkov (kondenzátorov ako súčiastka; v teórii je zaužívané pomenovanie kapacitor a cievok ako súčiastky v teórii sa pomenúva induktor a odpor je ako súčiastka a v teórii ide o rezistor) použitých vo filteri, ktoré ovplyvňujú prenosové amplitúdovo-frekvenčné vlastnosti filtra v danom smere zmeny frekvencie (obr.1.3). [1]



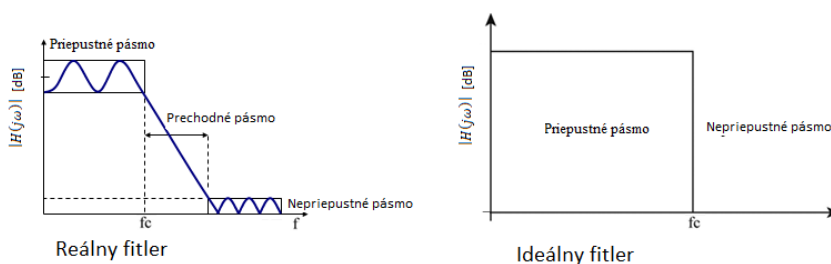
Obr.1.3 Obvodové schémy filtrov prvého a druhého rádu [1]

Od počtu reakčných prvkov závisí aj strmosť prechodu medzi priepustným a nepriepustným pásmom, čo je znázornené na obr. 1.4, amplitúdová charakteristika filtrov 1. a 2. rádu. Platí pravidlo, že čím vyšší je rád filtra, tým viac sa približuje k charakteristikám ideálneho filtra. f_c nám predstavuje hraničnú frekvenciu (z angl. *cut-off frequency*). [1]



Obr.1.4 Amplitúdová charakteristika filtrov 1. a 2. rádu [1]

Ideálny filter predstavuje teoretický koncept filtra, ktorý prepúšťa frekvencie menšie ako hraničné s nulovým útlmom a frekvencie väčšie ako hraničná neprepúšťa vôbec. Jeho charakteristikou je skoková zmena medzi priepustným a nepriepustným pásmom. Skokovú zmenu nie je možné pri analógových filtroch technicky zrealizovať, a preto pri reálnych filtroch existuje prechodné pásmo, ktoré potláča frekvenčné zložky, avšak nie s požadovaným útlmom. Porovnanie amplitúdovej charakteristiky ideálneho filtra a reálneho filtra je zobrazené na obr.1.5.

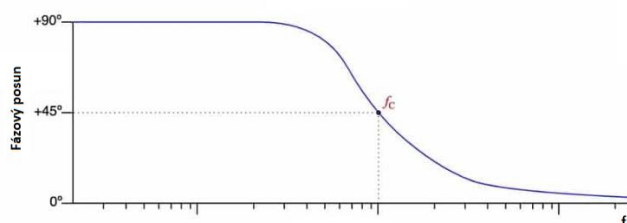


Obr. 1.5 Porovnanie amplitúdovej charakteristiky reálneho a ideálneho filtra [5,9]

Fázový posun

Je dôležité poznamenať, že filtre neovplyvňujú len magnitúdovú/amplitúdovú charakteristiku signálu, ale ovplyvňujú aj fázu signálu. Vo všetkých analógových filtroch bude medzi vstupným signálom a výstupným signálom určitý fázový posun závislý od frekvencie. Všeobecne

povedané, každá reaktívna zložka v analógovom filtri zavedie do signálu 90° fázový posun. Ak je celkový fázový posun 90° , fázový posun na medznej frekvencii (f_c) bude 45° (Obr.1.5). [10]



Obr.1.6 Fázový posun pri medznej frekvencii [10]

2.2 Typy frekvenčných filtrov

Frekvenčné filtre je možné rozdeliť z rôznych hľadísk, avšak najpodstatnejšie je rozdelenie podľa filtrovaných frekvenčných pásiem a podľa použitých obvodových prvkov. Podľa filtrovaných pásiem delíme filtre na:

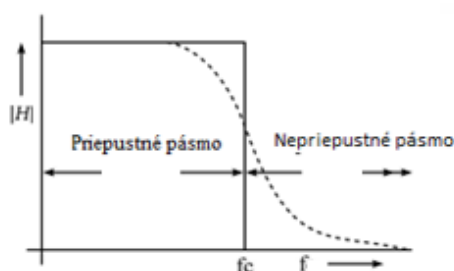
- filter typu dolný priepust,
- filter typu horný priepust,
- filter typu pásmový priepust,
- filter typu pásmový zadrž.

Podľa použitých obvodových prvkov môžeme rozdeliť filtre na:

- **Pasívne filtre** - tieto obvody využívajú základné prvky: rezistor R, kapacitor C a induktor L. Pomocou pasívnych frekvenčných filtrov je teoreticky možné realizovať ľubovoľný typ filtra. Na nízkych frekvenciách je problematické realizovať cievky s veľkou indukčnosťou. V praxi realizácia súčiastky typu cievka dosahuje veľkých rozmerov a má horšie elektrické parametre - odpor vinutia drôtu spôsobujúci nielen pokles napätia, ale aj stratu výkonu v podobe tepla, parazitná kapacita tvorená odizolovanými vrstvami prevodníka a vlastná rezonancia cievky. [6,11]
- **Aktívne filtre** - aktívny filter získame pridaním jedného alebo viacerých aktívnych prvkov (tranzistor, operačný zosilňovač) do obvodu s pasívnymi súčiastkami. Aktívne filtre v porovnaní s pasívnymi filtermi majú viacero predností - dobrú frekvenčnú a amplitúdovú stabilitu, jednoduchá nastavitelnosť amplitúdovo-frekvenčných prenosových vlastností a zabezpečujú zosilnenie prenášaného signálu. [1,6,11]

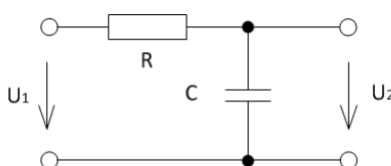
3 FILTER TYPU DOLNÝ PRIEPUST

Filter typu dolný priepust (DP) prepúšťa iba zložky signálu s frekvenciou menšou ako je medzná frekvencia f_c . Ostatné frekvencie sú potláčané s požadovaným útlmom/tlmením (ideálne sú úplne potlačené) - znázornená tolerančná schéma DP – Obr. 3.1. Tolerančná schéma DP sa široko používa v mnohých rôznych aplikáciách. Napríklad v akustike sa používajú DP na odfiltrovanie vysokofrekvenčných signálov z vysielaného zvuku, ktoré by inak spôsobili ozvenu pri vyšších zvukových frekvenciách. Ďalej v ekvalizéroch a audio zosilňovačoch. Dôležitou aplikáciou DP je anti-aliasing filter umiestnený pred analógovo-digitálnym prevodníkom a ako rekonštrukčný filter. [6,8,13]



Obr. 3.1 Tolerančná schéma DP [13]

Jednoduchým príkladom DP je RC obvod znázornený na obr. 3.2. Ak má vstupné napätie veľmi nízku frekvenciu, reaktancia C bude veľmi vysoká v porovnaní s R a vetvu obvodu s kapacitorom možno považovať za chod na prázdno. Preto pri nízkych frekvenciách bude výstupné napätie voči vstupnému napätiu, prakticky bez útlmu. Keď sa bude vstupná frekvencia zvyšovať, reaktancia X_C sa bude znižovať, čo spôsobuje, že vstupný signál je čoraz viac tlmenější a teoreticky pri nekonečne vysokej frekvencii sa $X_C = 0$ a teda výstupné napätie bude rovné 0 V. [8]



Obr. 3.2 Obvodová schéma jednoduchého DPF

Z analýzy obvodu je možné frekvenčnú odozvu takéhoto obvodu vyjadriť pomocou vzťahu,

$$U_2 = U_1 \frac{\dot{X}_C}{R + \dot{X}_C} \quad (3.1)$$

$$H(j\omega) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{\dot{X}_C}{R + \dot{X}_C} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad (3.2)$$

kde U_1 je obraz vstupného napätia, U_2 je obraz výstupného napätia, X_C predstavuje reaktanciu kondenzátora C a R je hodnota rezistora R.

Pre zistenie magnitúdovej časti z komplexnej frekvenčnej funkcie sa vychádza z teórie komplexných čísel/funkcií. Veľkosť/amplitúda/útlm/tlmenie je vyjadrené absolútnou hodnotou komplexného čísla z jeho zložkového tvaru, ako $|Z| = \sqrt{Re^2 + Im^2}$, čo sa aplikuje na komplexnú funkciu analyzovaného RC DP obvodu, takto:

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \quad (3.3)$$

Vyjadrenie v logaritmickej mierke:

$$|H(j\omega)|_{dB} = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} [dB] \quad (3.4)$$

Na zistenie medznej frekvencie z analyzovaného RC DP obvodu schémy sa vychádza zo vzťahu pre magnitúdovú časť prenosovej funkcie, a to nasledovným spôsobom: medzná frekvencia predstavuje pokles o 3 dB čo je $\frac{1}{\sqrt{2}}$ z maximálnej hodnoty amplitúdy/magnitúdy, ktorá sa rovná vzťahu (3.3). Úpravami rovníc sa získa vzťah pre medznú frekvenciu,

$$\frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_c RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (3.5)$$

$$\sqrt{1 + (\omega_c RC)^2} = \sqrt{2} \quad (3.6)$$

$$1 + (\omega_c RC)^2 = 2 \quad (3.7)$$

$$(\omega_c RC)^2 = 1 \quad (3.8)$$

$$\omega_c RC = 1 \quad (3.9)$$

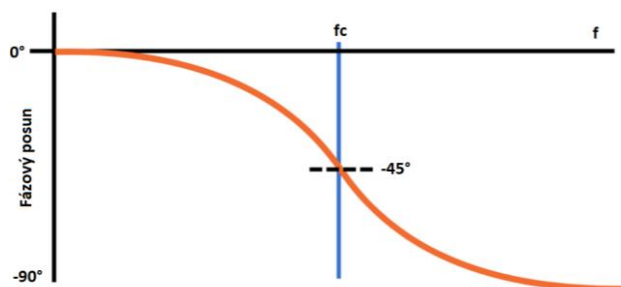
$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \text{ [Hz]} \quad (3.10)$$

kde $\omega_c = 2\pi f_c$, R a C predstavujú hodnoty kapacity [F] a odporu [Ω].

V prípade fázovej charakteristiky pre takýto typ RC DP je možné odvodiť uhol pre medznú frekvenciu:

$$\varphi(\omega) = -\arctg \frac{\text{Im } H(j\omega)}{\text{Re } H(j\omega)} = -\arctg(\omega_c RC) \text{ [rad]} \quad (3.11)$$

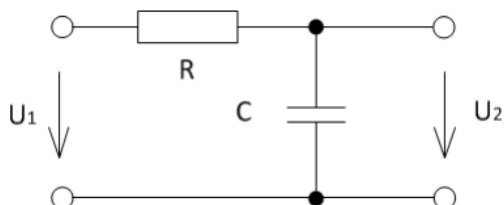
Na obr.3.3 je znázornená fázová charakteristika DP s vyznačenou medznou frekvenciou f_c a k tomu prisluhujúcu zmenu uhla/fázy.



Obr.3.3 Fázová charakteristika RC DP [14]

Zadania úloh pre filtre typu dolný priepust**1. Úloha**

Zo zadanej obvodovej schémy RC DP s hodnotami prvkov: $R = 100\Omega$ a $C = 10\mu\text{F}$ riešte úlohy v matematickom prostredí MATLAB:

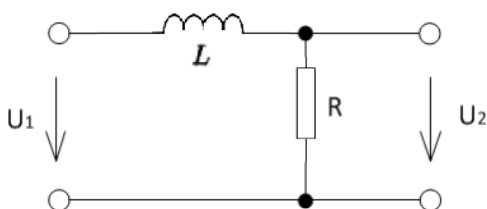


Obr.3.4 Obvodová schéma RC DP

- a) znázorníte amplitúdovú a fázovú charakteristiku; použite funkciu *semilogx()*,
 - b) zistíte hodnotu medznej frekvencie a vyznačíte ju na grafe z úlohy a),
 - c) ako sa zmení medzná frekvencia, ak:
 - 1. hodnoty rezistora za budú meniť v rozsahu od 1Ω po $1\text{k}\Omega$ a hodnota kapacitora sa nezmení; 2. hodnoty kapacitora meňte v rozsahu 100pF po $100\mu\text{F}$;
- Poznámka: počet hodnôt si zvolte tak, aby ste mohli urobiť záver a slovne vyhodnotiť výsledky.*

2. Úloha

Zo zadanej obvodovej schémy LR DP s hodnotami prvkov: $R = 100\Omega$ a $L = 100\text{mH}$ riešte úlohy v matematickom prostredí MATLAB:



Obr. 3.5 Schéma zapojenia LR DP

- a) znázorníte amplitúdovú a fázovú charakteristiku; použite funkciu *semilogx()*,
- b) zistíte hodnotu medznej frekvencie a vyznačíte ju na grafe z úlohy a).
- c) porovnajte medznú frekvenciu daného zapojenia s medznou frekvenciou v prvej úlohe,

Poznámka: bude hodnota medznej frekvencie iná v zapojení v prvej úlohe? Svoje tvrdenie overte a slovne vyhodnoťte v závere.

d) ako sa zmení medzná frekvencia, ak:

hodnoty rezistoru sa budú meniť od 10Ω po $1k\Omega$ a hodnoty induktora sa budú meniť od $1mH$ po $1H$.

Poznámka: počet hodnôt si zvolte tak aby ste mohli urobiť záver a slovne vyhodnoťte výsledky.

Vypracovanie úloh pre filtre typu dolný priepust

1. Úloha

a) Pre vykreslenie frekvenčnej charakteristiky filtra si musíme najprv určiť vektor frekvencie, ktorý nám bude vytvárať os x. Frekvenciu si môžeme rovno prepočítat' na uhlovú frekvenciu, ktorú budeme používať pri zapisovaní vzťahu pre frekvenčnú odozvu systému.

```
f = 0:100000; % vektor frekvencie  
w = 2*pi*f; % uhlová frekvencia
```

Následne si môžeme vytvoriť premenné pre hodnotu rezistora R a hodnotu kapacitora C a rovno im priradíme hodnoty zo zadania.

```
R = 100; % odpor rezistora v  $\Omega$   
C = 10e-6; % kapacita kapacitora v F
```

Keď máme vytvorené premenné môžeme vzťah pre frekvenčnú odozvu prepísať do MATLAB-u. Nesmieme zabudnúť, že pri vektorovom/maticovom delení treba pred znak delenia pridať bodku.

```
Hwj = 1./(1+1j*w*R*C); % frekvenčná odozva
```

Keďže chceme vykresliť túto závislosť v logaritmickej miere musíme tento vzťah previesť do decibelov. Môžeme to spraviť 2 spôsobmi, prvý je využiť vzťah z teórie a druhý, ktorý použijeme v tomto prípade je zabudovaná funkcia *mag2db()*.

```
HwjdB = mag2db(Hwj); % v logaritmickej mierke
```

Pre vykreslenie fázovej charakteristiky musíme vzťah prepísať a uložiť do premennej. Matematická funkcia arkus tangens je v MATLAB-e ako funkcia *atan()*. V MATLAB-e je základnou jednotkou uhla radián, preto ju treba previesť na stupeň pomocou funkcie *rad2deg()*.

```
fiRadian = -atan(w*R*C); % vzťah pre fázovú charakteristiku  
fiStupen = rad2deg(fiRadian); % prevod z radiánov na stupne
```

Aby sa nám charakteristiky vykreslili pod sebou, použijeme funkciu *subplot()* a vykreslíme jednotlivé charakteristiky pomocou funkcie *semilogx()*. Pre označenie jednotlivých osí využijeme funkcie *xlabel()* a *ylabel()*. Funkcia *xlabel()* nám označí os x a funkcia *ylabel()* nám označí os y. Tieto funkcie je potrebné použiť pre obe vykreslenia charakteristík.

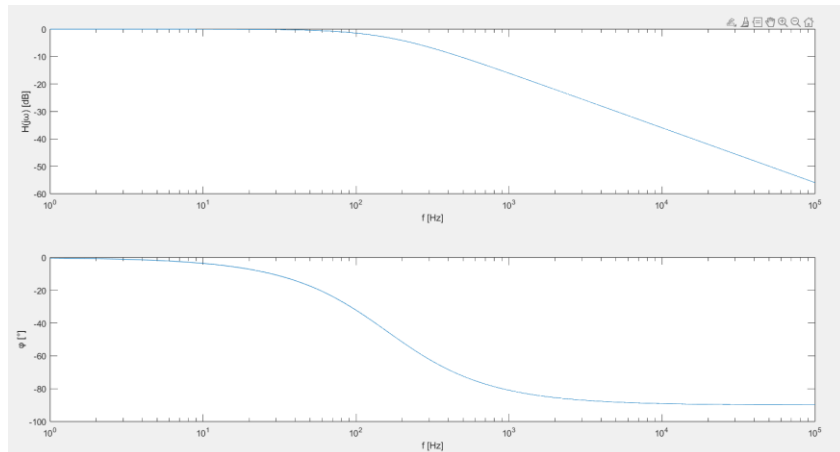
```
subplot(2,1,1)  
semilogx(f,HwjdB)% vykreslenie frekvenčnej charakteristiky  
ylabel("H(jw) [dB]") % označenie y osi
```

```

xlabel("f [Hz]") % označenie x osi
subplot(2,1,2)
semilogx(f,fiStupen) % vykreslenie fázovej charakteristiky
ylabel("φ [°]") % označenie y osi
xlabel("f [Hz]") % označenie x osi

```

Výsledné charakteristiky by mali vyzerat' nasledovne:



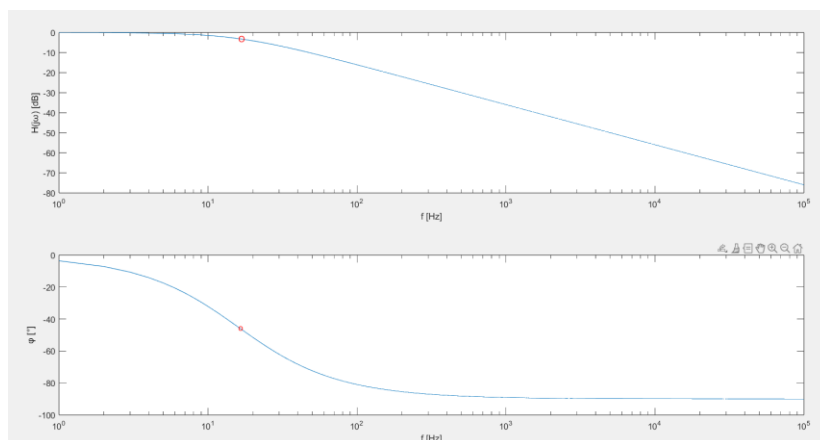
b) Hodnota medznej frekvencie v tomto príklade má hodnotu $f_c = \frac{1}{2\pi RC} = 159,155 \text{ Hz}$ a uhol pri medznej frekvencii má hodnotu $\varphi(\omega) = -\arctg(\omega_c RC) = -45^\circ$. V grafe to vykreslíme pomocou nasledovného kódu,

```

fc = 1/(2*pi*R*C); % výpočet medznej frekvencie
text(fc,-3,0,"0","Color","r") % x-os medzná frekvencia, y-os pokles o 3dB
fic = rad2deg(-atan(2*pi*fc*R*C)); % výpočet fázy na medznej frekvencii
text(fc,fic,"o","Color","r") % x-os medzná frekvencia, y-os uhol

```

a výsledný graf bude vyzerat' nasledovne:



c)

1) Zvolené hodnoty odporu sú uvedené v tabuľke nižšie. Môžeme usúdiť, že so zvyšujúcou sa hodnotou odporu sa hraničná frekvencia znižuje.

Hodnota odporu [Ω]	Medzná frekvencia [Hz]
200	79.57
500	31.83
1000	15.91

2) Zvolené hodnoty kapacity sú uvedené v tabuľke nižšie. Môžeme usúdiť, že čím menšia je hodnota kapacity kapacitora tým je vyššia hodnota medznej frekvencie.

Hodnota kapacity [F]	Medzná frekvencia [Hz]
100×10^{-9}	15915
1×10^{-6}	1591.5
100×10^{-6}	15.91

2. Úloha

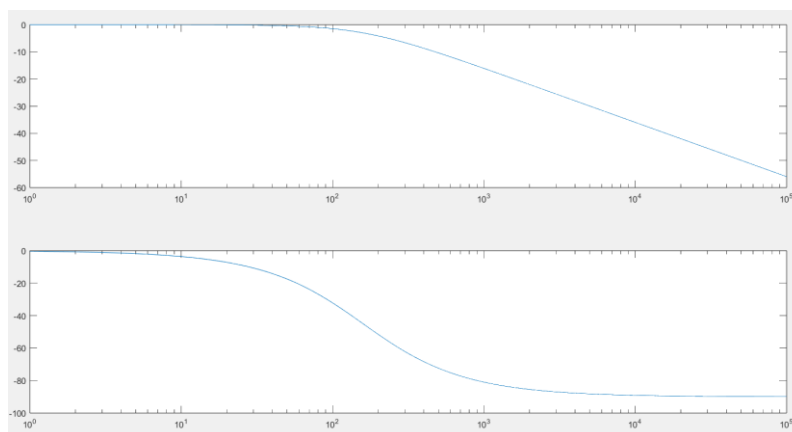
a) V tejto úlohe si taktiež ako v prvej úlohe vytvoríme premenné pre frekvenciu, uhlovú frekvenciu, odpor a induktor a priradíme im rovno hodnoty zo zadania.

```
f = 0:100000; % vektor frekvencie
w = 2*pi*f; % uhlová frekvencia
L = 100e-3; % hodnota induktora
R = 100; % hodnota odporu
```

Následne budeme pokračovať prepisom vzťahov pre frekvenčnú odozvu a fázovú charakteristiku a vykreslíme ich pomocou funkcie *semilogx()*. Postup je takmer totožný ako v prvej úlohe, jediný rozdiel je, že v tomto zapojení bude iný vzťah pre frekvenčnú odozvu a taktiež aj pre fázovú charakteristiku.

```
Hwj = 1./(1+((1j*w*L)/R)); % frekvenčná odozva
HwjdB = mag2db(Hwj); % frekvenčná odozva v dB
fiRadian = -atan((w*L)/R); % fázová charakteristika
fiStupen = rad2deg(fiRadian); % prevod na stupne
subplot(2,1,1)
semilogx(f,HwjdB) % vykreslenie frekvenčnej charakteristiky
subplot(2,1,2)
semilogx(f,fiStupen) % vykreslenie fázovej charakteristiky
```

Vykreslenie by malo vyzeráť nasledovne:



b) Medzná frekvencia v tejto úlohe má hodnotu $f_c = \frac{R}{2\pi L} = 159,155 \text{ Hz}$ a zmena fázy na medznej frekvencii má hodnotu $\varphi(\omega) = -\arctg\left(\frac{\omega_c L}{R}\right) = -45^\circ$. Pre označenie použijeme ten istý postup v prípade prvej úlohy a kód v MATLAB-e vyzerá nasledovne:

```
fc = R/(2*pi*L); % výpočet medznej frekvencie
fic = rad2deg(-atan(R/(2*pi*fc*L))); % výpočet zmeny fázy na medznej frekvencii
text(fc,-3,01,"0","Color","r") % x-os medzná frekvencia, y-os pokles o 3dB
text(fc,fic,"o","Color","r") % x-os medzná frekvencia, y-os uhol
```

c) Medzná frekvencia v prvej úlohe je totožná ako v tejto úlohe. Z tohto poznatku môžeme usúdiť, že je možné vytvoriť filter s rovnakou medznou frekvenciou aj pri použití inej schémy zapojenia obvodu.

d)

1) Zvolené hodnoty odporu sú uvedené v tabuľke nižšie. Môžeme usúdiť, že so zvyšujúcou sa hodnotou odporu sa hraničná frekvencia taktiež zvyšuje.

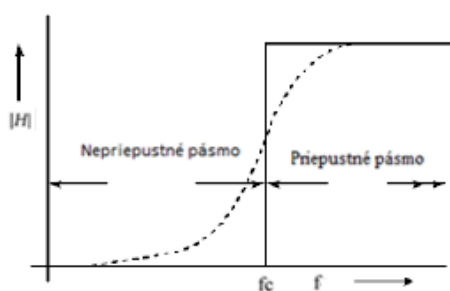
Hodnota odporu [Ω]	Medzná frekvencia [Hz]
200	318.31
500	795.77
1000	1591.5

2) Zvolené hodnoty indukčnosti sú uvedené v tabuľke nižšie. Môžeme usúdiť, že čím menšia je hodnota indukčnosti tým je vyššia hodnota medznej frekvencie.

Hodnota indukčnosti [H]	Medzná frekvencia [Hz]
1×10^{-3}	15915
0,5	31.8310
1	15.91

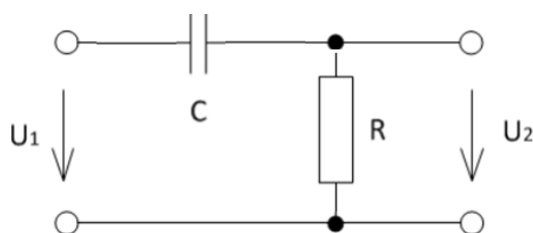
4 FILTER TYPU HORNÝ PRIEPUST

Filter typu horný priepust (HP) je tiež známy aj ako derivačný článok. Princíp činnosti tohto typu filtra je presným opakom princípu DP. Tento typ filtra prepúšťa frekvencie vyššie ako medzná frekvencia f_c a nižšie frekvencie ako f_c sú odfiltrované – tolerančná schéma HP znázornená na obr. 4.1. Tak isto ako u DP tolerančná schéma HP má v praxi mnoho využití, je ho možné použiť všade tam, kde je potrebné eliminovať šum na nízkych frekvenciách, napríklad v lekárskech prístrojoch a audio systémoch. Taktiež nachádzajú uplatnenie v reproduktoroch na zníženie nízkofrekvenčného šumu. [6,13]



Obr. 4.1 Tolerančná schéma HP[13]

Tak ako aj v prípade DP, jednoduchým príkladom HP je RC obvod znázornený na obr. 4.2, avšak oproti zapojeniu DP sú pozície kapacitора a rezistora vymenené. Predtým ako vykonáme matematickú analýzu obvodu, je potrebné si uvedomiť niektoré elektrické vlastnosti obvodu. Ak bude mať vstupné napätie veľmi vysokú frekvenciu, reaktancia kapacitора bude veľmi nízka v porovnaní s rezistorom R . To má za následok, že výstupné napätia nebudú vôbec tlmené. S klesajúcou frekvenciou vstupného napätia sa však reaktancia bude zväčšovať, čo spôsobí, že výstupné napätie bude čo raz viac tlmenéjšie. Pri teoreticky nulovej frekvencii bude reaktancia kapacitора nekonečne vysoká a výstupné napätie bude úplne utlmené, t.j. bude rovné 0V. [14]



Obr. 4.2 Schéma zapojenia jednoduchého HP

Pre matematickú analýzu takéhoto obvodu budeme tak, ako aj v prípade DP vychádzať z teórie obvodov, kde výstupné napätia je možné určiť pomocou napäťového deliča nasledovným vzťahom:

$$U_2 = U_1 \frac{R}{R + X_C} \quad (4.1)$$

kde U_2 predstavuje obraz výstupného napätia, U_1 je obraz vstupného napätia, R je hodnota rezistora a X_C je hodnota reaktancia kapacitora. Následne môžeme určiť frekvenčnú odozvu takéhoto systému, keďže vieme, že frekvenčná odozva vyjadruje pomer medzi výstupným a vstupným napätím.

$$H(j\omega) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{R}{R + X_C} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega RC}} \quad (4.2)$$

Pre vyjadrenie amplitúdovej resp. magnitúdovej časti, platí ten postup ako v prípade DP, a to, že veľkosť/amplitúda/útlm/tlmenie je vyjadrené absolútnou hodnotou komplexného čísla z jeho zložkového tvaru, ako $|Z| = \sqrt{Re^2 + Im^2}$, čo sa aplikuje na komplexnú funkciu $H(j\omega)$ analyzovaného RC HP obvodu, takto:

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2}} \quad (4.3)$$

a v logaritmickej mierke resp. v jednotkách dB, takto:

$$|H(j\omega)|_{dB} = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2}} [dB] \quad (4.4)$$

Pre určenie medznej frekvencie aplikujeme ten istý postup ako v prípade DP a to tak, že absolútnu hodnotu (vzťah 4.3) položíme do rovnosti s hodnotou $\frac{1}{\sqrt{2}}$, čo predstavuje pokles o 3 dB v logaritmickej mierke,

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega_c RC}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (4.5)$$

$$\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega_c RC}\right)^2} = \sqrt{2} \quad (4.6)$$

$$1 + \left(\frac{1}{\omega_c RC}\right)^2 = 2 \quad (4.7)$$

$$\left(\frac{1}{\omega_c RC}\right)^2 = 1 \quad (4.8)$$

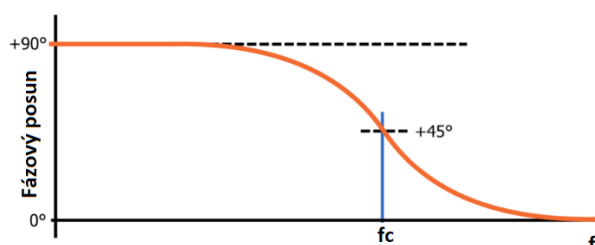
$$\frac{1}{\omega_c} = RC \quad (4.9)$$

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} [Hz] \quad (4.10)$$

kde $\omega_c = 2\pi f_c$, C a R predstavujú hodnoty kapacity [F] a odporu [Ω]. Z odvodeného vzťahu pre výpočet medznej frekvencie HP, môžeme konštatovať, že vzťah pre výpočet medznej frekvencie HP a DP je totožný, aj keď zapojenie elektrických prvkov v jednotlivých obvodoch je odlišné.

V prípade fázovej charakteristiky (znázornená na obr. 4.3) pre takýto typ RC HP je možné odvodiť uhol/fázu pre medznú frekvenciu:

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{\text{Im } H(j\omega)}{\text{Re } H(j\omega)} = \arctg \left(\frac{1}{\omega_c RC} \right) [\text{rad}] \quad (4.11)$$

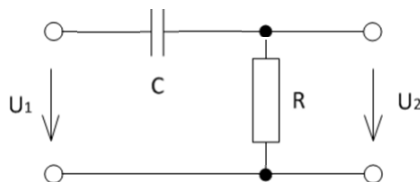


Obr. 4.3 Fázová charakteristika RC HP [14]

Na obrázku uvedenom vyššie je zobrazená fázová charakteristika RC HP s vyznačenou zmenou fázy/uhla, ku ktorej dochádza na medznej frekvencii f_c .

Zadania úloh pre filtre typu horný priepust**1. Úloha**

Zo zadanej obvodovej schémy RC HP s hodnotami prvkov: $R = 200\Omega$ a $C = 1\mu\text{F}$ riešte úlohy v matematickom prostredí MATLAB:



Obr. 4.4 Obvodová schéma RC HP

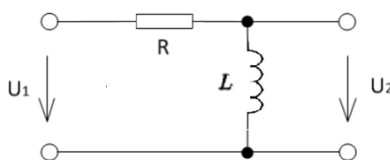
- znázorníte amplitúdovú a fázovú charakteristiku; použite funkciu *semilogx()*,
- zistíte hodnotu medznej frekvencie a vyznačte ju na grafe z úlohy a),
- Ako sa zmení medzná frekvencia, ak:

1. hodnoty rezistora za budú meniť v rozsahu od 100Ω po $1\text{k}\Omega$ a hodnota kapacitora sa nezmení; 2. hodnoty kapacitora meňte v rozsahu $1\mu\text{F}$ po $100\mu\text{F}$;

Poznámka: počet hodnôt si zvolíte tak, aby ste mohli urobiť záver a slovne vyhodnotiť výsledky.

2. Úloha

Zo zadanej obvodovej schémy RL HP s hodnotami prvkov: $R = 300\Omega$ a $L = 60\text{mH}$ riešte úlohy v matematickom prostredí MATLAB:



Obr. 4.5 Schéma zapojenia LR HP

- znázorníte amplitúdovú a fázovú charakteristiku; použite funkciu *semilogx()*,
- zistíte hodnotu medznej frekvencie a vyznačte ju na grafe z úlohy a).
- porovnajte medznú frekvenciu daného zapojenia s medznou frekvenciou v prvej úlohe,

Poznámka: bude hodnota medznej frekvencie iná v zapojení v prvej úlohe? Svoje tvrdenie overte a slovne vyhodnotte v závere.

d) ako sa zmení medzná frekvencia, ak:

hodnoty rezistora sa budú meniť od 100Ω po $2k\Omega$ a hodnoty induktora sa budú meniť od $1mH$ po $100mH$.

Poznámka: počet hodnôt si zvolte tak aby ste mohli urobiť záver a slovne vyhodnotte výsledky.

Vypracovanie úloh pre filtre typu horný priepust

1. Úloha

a) Postup je totožný s postupom pri filtre typu dolný priepust. Pre vykreslenie frekvenčnej charakteristiky filtra si musíme najprv určiť vektor frekvencie, ktorý nám bude vytvárať os x. Frekvenciu si môžeme rovno prepočítať na uhlovú frekvenciu, ktorú budeme používať pri zapisovaní vzťahu pre frekvenčnú odozvu systému.

```
f = 0:100000; % vektor frekvencie  
w = 2*pi*f; % uhlová frekvencia
```

Následne si môžeme vytvoriť premenné pre hodnotu rezistora R a hodnotu kapacitora C a rovno im priradiť hodnoty zo zadania.

```
R = 200; % odpor rezistora v  $\Omega$   
C = 1e-6; % kapacita kapacitora v F
```

Keď máme vytvorené premenné môžeme vzťah pre frekvenčnú odozvu prepísať do MATLAB-u. Nesmieme zabudnúť, že pri vektorovom/maticovom delení treba pred znak delenia pridať bodku.

```
Hwj = 1./(1+(1./(1j*w*R*C))); % frekvenčná odozva
```

Keďže chceme vykresliť túto závislosť v logaritmickej miere musíme tento vzťah previesť do decibelov. Môžeme to spraviť 2 spôsobmi, prvý je využiť vzťah z teórie a druhý, ktorý použijeme v tomto prípade je zabudovaná funkcia *mag2db()*.

```
HwjdB = mag2db(Hwj); % v logaritmickej mierke
```

Pre vykreslenie fázovej charakteristiky musíme vzťah prepísať a uložiť do premennej. Matematická funkcia arkus tangens je v MATLAB-e ako funkcia *atan()*. V MATLAB-e je základnou jednotkou uhla radián preto ju treba previesť na stupeň pomocou funkcie *rad2deg()*.

```
fiRadian = atan(1./(w*R*C)); % vzťah pre fázovú charakteristiku  
fiStupen = rad2deg(fiRadian); % prevod z radiánov na stupne
```

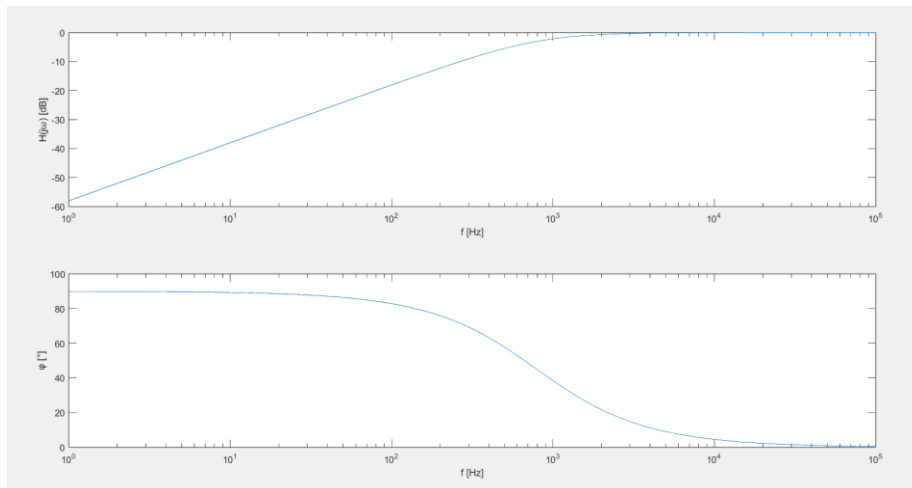
Aby sa nám charakteristiky vykreslili pod sebou použijeme funkciu *subplot()* a vykreslíme jednotlivé charakteristiky pomocou funkcie *semilogx()*. Pre označenie jednotlivých osí využijeme funkcie *xlabel()* a *ylabel()*. Funkcia *xlabel()* nám označí os x a funkcia *ylabel()* nám označí os y. Tieto funkcie je potrebné použiť pre obe vykreslenia charakteristík.

```

subplot(2,1,1)
semilogx(f,HwjdB)% vykreslenie frekvenčnej charakteristiky
ylabel("H(jω) [dB]") % označenie y osi
xlabel("f [Hz]") % označenie x osi
subplot(2,1,2)
semilogx(f,fiStupen) % vykreslenie fázovej charakteristiky
ylabel("φ [°]") % označenie y osi
xlabel("f [Hz]") % označenie x osi

```

Výsledné charakteristiky by mali vyzerat' nasledovne:



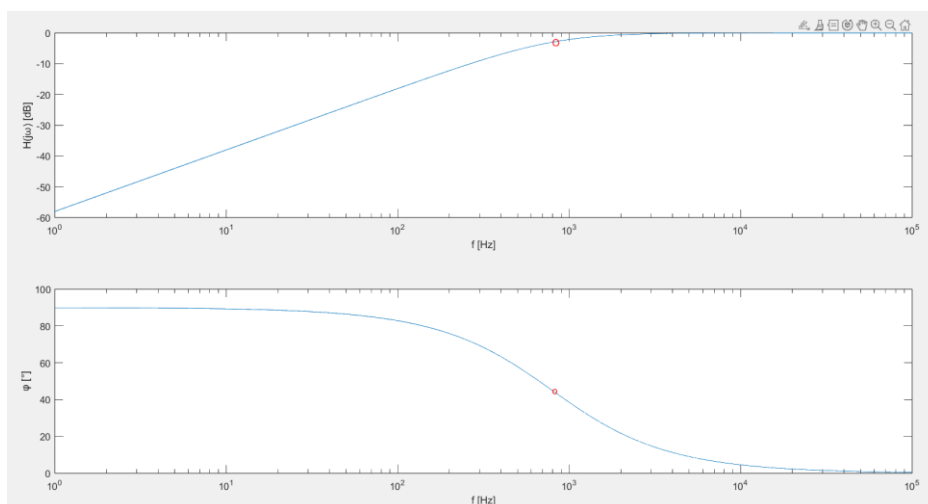
b) Hodnota medznej frekvencie v tomto príklade má hodnotu $f_c = \frac{1}{2\pi RC} = 795.77 \text{ Hz}$ a uhol pri medznej frekvencii má hodnotu $\varphi(\omega) = \arctg\left(\frac{1}{\omega_c RC}\right) = 45^\circ$. V grafe to vykreslíme pomocou nasledovného kódu,

```

fc = 1/(2*pi*R*C); % výpočet medznej frekvencie
text(fc,-3,01,"0", "Color","r") % x-os medzná frekvencia, y-os pokles o 3dB
fic = rad2deg(atan(1/(2*pi*fc*R*C))); % výpočet fázy na medznej frekvencii
text(fc,fic,"o", "Color","r") % x-os medzná frekvencia, y-os uhol

```

a výsledný graf bude vyzerat' nasledovne:



c)

1) Zvolené hodnoty odporu sú uvedené v tabuľke nižšie. Môžeme tak ako v prípade filtra typu dolný priepust usúdiť, že so zvyšujúcou sa hodnotou odporu sa hraničná frekvencia znižuje.

Hodnota odporu [Ω]	Medzná frekvencia [Hz]
100	1591.5
400	397.88
800	198.94

2) Zvolené hodnoty kapacity sú uvedené na tabuľke nižšie. Môžeme usúdiť, že čím menšia je hodnota kapacity kapacitora tým je vyššia hodnota medznej frekvencie.

Hodnota kapacity [μF]	Medzná frekvencia [Hz]
20	39.7887
50	15.91
100	7.95

2. Úloha

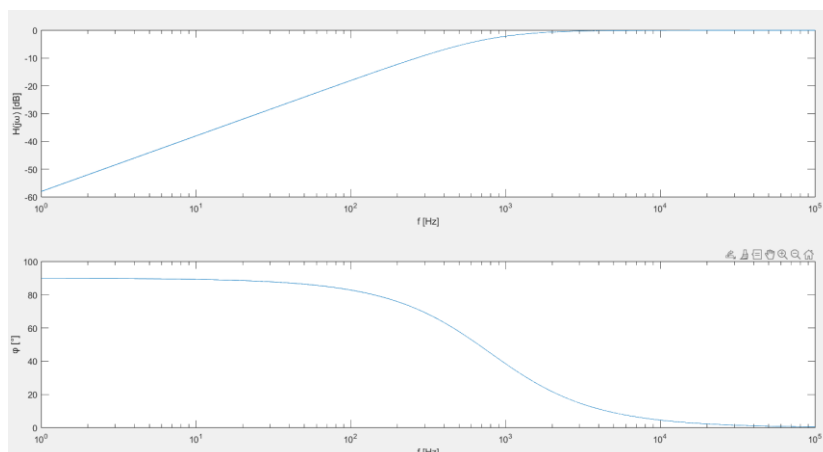
a) V tejto úlohe si taktiež ako v prvej úlohe vytvoríme premenné pre frekvenciu, uhlovú frekvenciu, odpor a induktor a priradíme im rovno hodnoty zo zadania.

```
f = 0:100000; % vektor frekvencie
w = 2*pi*f; % uhlová frekvencia
L = 60e-3; % hodnota induktora
R = 300; % hodnota odporu
```

Následne budeme pokračovať prepisom vzťahov pre frekvenčnú odozvu a fázovú charakteristiku a vykreslíme ich pomocou funkcie *semilogx()*. Postup je takmer totožný ako v prvej úlohe, jediný rozdiel je, že v tomto zapojení bude iný vzťah pre frekvenčnú odozvu a taktiež aj pre fázovú charakteristiku.

```
Hwj = 1./(1+(R./(1j*w*L))); % frekvenčná odozva
HwjdB = mag2db(Hwj); % frekvenčná odozva v dB
fiRadian = atan(R./(w*L)); % fázová charakteristika
fiStupen = rad2deg(fiRadian); % prevod na stupne
subplot(2,1,1)
semilogx(f,HwjdB) % vykreslenie frekvenčnej charakteristiky
subplot(2,1,2)
semilogx(f,fiStupen) % vykreslenie fázovej charakteristiky
```

Vykreslenie by malo vyzerat' nasledovne:



b) Medzná frekvencia v tejto úlohe má hodnotu $f_c = \frac{R}{2\pi L} = 795.77 \text{ Hz}$ a zmena fázy na medznej frekvencii má hodnotu $\varphi(\omega) = \arctg\left(\frac{R}{\omega_c L}\right) = 45^\circ$. Pre označenie použijeme ten istý postup ako v prípade prvej úlohy a kód v MATLAB-e vyzerá nasledovne:

```
fc = R/(2*pi*L); % výpočet medznej frekvencie
fic = rad2deg(-atan(R/(2*pi*fc*L))); % výpočet zmeny fázy na medznej frekvencii
text(fc,-3,01,"0","Color","r") % x-os medzná frekvencia, y-os pokles o 3dB
text(fc,fic,"o","Color","r") % x-os medzná frekvencia, y-os uhol
```

c) Medzná frekvencia v prvej úlohe je totožná ako v tejto úlohe. Z tohto poznatku môžeme usúdiť, že je možné vytvoriť filter s rovnakou medznou frekvenciou aj pri použití inej schémy zapojenia obvodu.

d)

1) Zvolené hodnoty odporu sú uvedené v tabuľke nižšie. Môžeme usúdiť, že so zvyšujúcou sa hodnotou odporu sa hraničná frekvencia taktiež zvyšuje.

Hodnota odporu [Ω]	Medzná frekvencia [Hz]
100	265.25
1000	2652.6
2000	5305.2

2) Zvolené hodnoty indukčnosti sú uvedené na tabuľke nižšie. Môžeme usúdiť, že čím menšia je hodnota indukčnosti tým je vyššia hodnota medznej frekvencie.

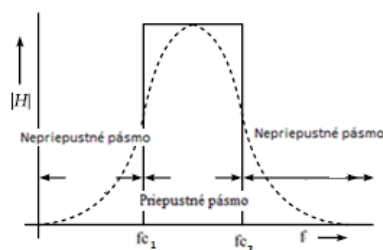
Hodnota indukčnosti [mH]	Medzná frekvencia [Hz]
1	318310
50	6366.2
100	3183.1

5 FILTER TYPU PÁSMOVÝ PRIEPUST

Filter typu pásmový priepust (PP) je druh filtru, ktorý umožňuje prechod signálov len v určitom frekvenčnom pásme, zatiaľ čo signály mimo tohto pásma sú potláčané. Tento druh filtra nie je možné vytvoriť ako filter 1. rádu, pretože sú pre správnu funkciu požadované najmenej dva akumulčné prvky. PP sa používajú v širokom spektre aplikácií, vrátane telekomunikácií, spracovania zvuku a elektroniky. Niektoré konkrétne príklady zahŕňajú: [16]

1. **Rádiová technika:** PP sa bežne používajú v systémoch rádiovej komunikácie na výber konkrétneho frekvenčného pásma pre prenos a prijímanie signálov. Napríklad sa môže použiť na výber frekvenčného pásma pre konkrétnu rozhlasovú stanicu.
2. **Spracovanie zvuku:** PP sa používajú pri spracovaní zvuku na filtrovanie nežiaducich frekvencií a zvýrazňovanie požadovaných frekvencií. Môžu sa napríklad použiť v ekvalizéroch na nastavenie vyváženia frekvencií v zvukovom signáli a taktiež na zlepšenie basových frekvencií v reproduktorovom systéme.
3. **Zdravotnícke zariadenia:** PP sa používajú v zdravotníckych zariadeniach ako elektrokardiografy (EKG) na filtrovanie nechceného hluku a artefaktov a zlepšenie požadovaných signálov.
4. **Meracie prístroje:** PP sa používajú v meracom vybavení na meranie konkrétnych frekvenčných pásiem signálov. Napríklad sa môžu použiť v osciloskopoch na meranie frekvenčných zložiek signálu.
5. **Elektronika :** PP sa používajú v elektronike na filtrovanie vysokofrekvenčných zložiek prepínaného signálu v spínaných zdrojoch napájania, aby sa predišlo rušeniu iných elektronických súčiastok.

Tolerančná schéma na obr. 5.1 zobrazuje amplitúdovo-frekvenčnú charakteristiku PP.

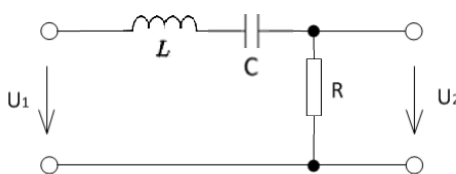


Obr. 5.1 Tolerančná schéma PP [13]

Ako je možné vyčítať z obrázku, tento typ filtra bude mať dve medzné frekvencie. Frekvencie menšie ako fc_1 budú v ideálnom prípade úplne potláčané, frekvenčné pásmo medzi fc_1 a fc_2 nebude tlmené vôbec a frekvencie väčšie ako fc_2 budú taktiež v ideálnom prípade potlačené. Priepustné pásmo, ktoré vznikne medzi medznými frekvenciami sa v anglickej literatúre často označuje ako *bandwidth* (šírka pásma). Veľkosť tohto pásma je možné určiť nasledovne:

$$B = fc_2 - fc_1 [\text{Hz}] \quad (5.1)$$

Príkladom PP je RLC obvod znázornený na obr. 5.2. Pre matematickú analýzu takéhoto zapojenia budeme tak ako v prípade predošlých filtrov uvažovať nad napäťovým deličom,



Obr. 5.2 Obvodová schéma RLC PP

$$U_2 = U_1 \frac{R}{R + \dot{X}_C + \dot{X}_L} \quad (5.2)$$

kde U_2 predstavuje obraz výstupného napätia, U_1 je obraz vstupného napätia, R je hodnota rezistora, \dot{X}_C je hodnota reaktancia kapacitora a \dot{X}_L je hodnota reaktancia induktora. Keď poznáme vzťah pre napäťový delič, môžeme určiť frekvenčnú odozvu systému ako pomer medzi vstupným a výstupným napätím.

$$\begin{aligned} H(j\omega) &= \frac{U_2}{U_1} = \frac{R}{R + \dot{X}_C + \dot{X}_L} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L} = \\ &= \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega CR} + \frac{j\omega L}{R}} = \frac{1}{1 + j\frac{1}{R}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \end{aligned} \quad (5.3)$$

Pre určenie amplitúdovej časti komplexnej funkcie $H(j\omega)$ budeme postupovať tým istým spôsobom ako v prípade ostatných filtrov a výsledný vzťah môžeme vyjadriť nasledovne:

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\left(\omega \frac{L}{R} - \frac{1}{\omega RC}\right)^2 + 1}} \quad (5.4)$$

A v logaritmickej mierke určíme takto:

$$|H(j\omega)|_{dB} = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\omega \frac{L}{R} - \frac{1}{\omega RC}\right)^2}} [dB] \quad (5.5)$$

Pre určenie medznej frekvencie aplikujeme ten istý postup ako v prípade ostatných filtrov a to tak, že absolútnu hodnotu (vzťah 5.4) položíme do rovnosti s hodnotou $\frac{1}{\sqrt{2}}$, čo predstavuje pokles o 3 dB v logaritmickej mierke.

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\omega \frac{L}{R} - \frac{1}{\omega RC}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (5.6)$$

Po odvodení vyššie uvedeného vzťahu by sme zistili, že rovnica má 4 riešenia, avšak my uvažujeme iba nad tými kladnými, keďže záporné hodnoty frekvencie nie je možné technicky realizovať. Kladné korene rovnice nám udávajú medzné frekvencie daného zapojenia. Pre spodnú medznú f_{c1} frekvenciu platí vzťah:

$$\omega_{c1} = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \left(\frac{1}{LC}\right)} [rad/s] \quad (5.7)$$

$$f_{c1} = -\frac{R}{4\pi L} + \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \left(\frac{1}{LC}\right)} [Hz] \quad (5.8)$$

A pre hornú medznú frekvenciu f_{c2} platí vzťah,

$$\omega_{c2} = \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \left(\frac{1}{LC}\right)} [rad/s] \quad (5.9)$$

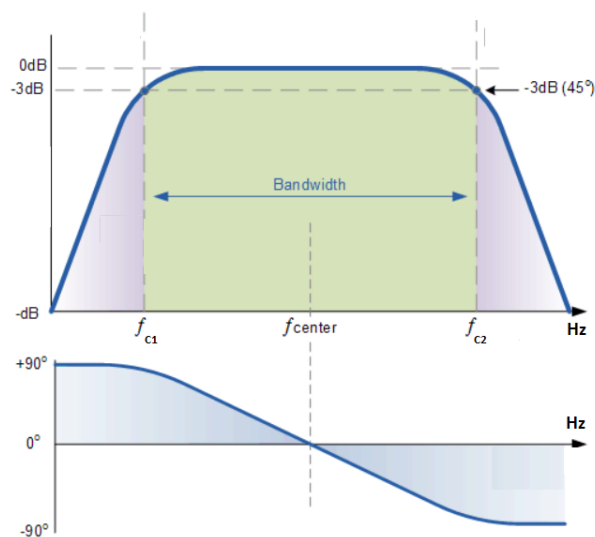
$$f_{c2} = \frac{R}{4\pi L} + \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \left(\frac{1}{LC}\right)} \text{ [Hz]} \quad (5.10)$$

kde L, C a R predstavujú hodnoty indukčnosti [L], kapacity [F] a odporu [Ω].

V prípade fázovej charakteristiky (znázornená na obr. 5.3) pre takýto typ filtra je možné odvodiť uhol/fázu pre obe medzné frekvencie nasledovným vzťahom:

$$\varphi(\omega) = \arctg\left(\frac{\frac{1}{LC} - \omega_m^2}{\omega_m \frac{R}{L}}\right) \text{ [rad]} \quad (5.9)$$

kde ω_m nám vyjadruje uhlové frekvencie zo vzťahu 5.7 a 5.9. Fázová charakteristika takéhoto typu obvodového zapojenia je znázornená na obr. 5.3.

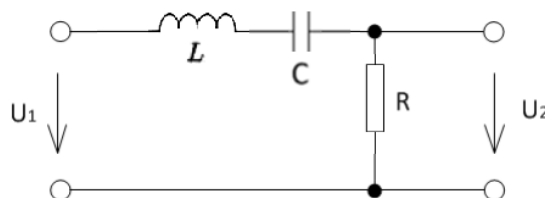


Obr. 5.3 amplitúdovo – frekvenčná a fázovo - frekvenčná charakteristika [16]

Zadania úloh pre filtre typu pásmový priepust

1. Úloha

Zo zadanej obvodovej schémy RLC PP s hodnotami prvkov: $R = 200\Omega$, $C = 20\mu\text{F}$ a $L = 2\text{mH}$ riešte úlohy v matematickom prostredí MATLAB:



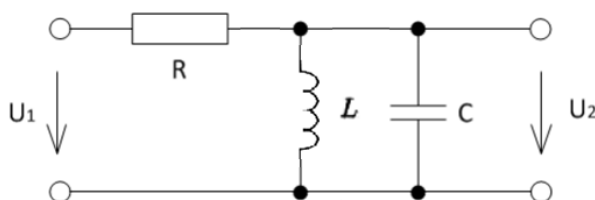
Obr. 5.4 Obvodová schéma RLC PP

- znázorníte amplitúdovú a fázovú charakteristiku; použite funkciu *semilogx()*,
- zistíte hodnotu medzných frekvencií a vyznačte ich na grafe z úlohy a),
- ako sa zmenia medzné frekvencie, ak:
 - hodnoty rezistora za budú meniť v rozsahu od 1Ω po 500Ω a hodnota kapacitora sa nezmení;
 - hodnoty kapacitora meňte v rozsahu $1\mu\text{F}$ po $50\mu\text{F}$;
 - hodnoty induktora budeme meniť od 1mH do 10mH ;

Poznámka: počet hodnôt si zvolte tak, aby ste mohli urobiť záver a slovne vyhodnotiť výsledky.

2. Úloha

Zo zadanej obvodovej schémy RLC PP s hodnotami prvkov: $R = 25\Omega$, $C = 3\mu\text{F}$ a $L = 10\text{mH}$ riešte úlohy v matematickom prostredí MATLAB:



Obr. 5.4 Obvodová schéma RLC PP

- znázorníte amplitúdovú charakteristiku; použite funkciu *semilogx()*,
- zistíte hodnotu medzných frekvencií a vyznačte ich na grafe z úlohy a),

c) ako sa zmenia medzné frekvencie, ak:

1. hodnoty rezistora za budú meniť v rozsahu od $1\ \Omega$ po 100Ω a hodnota kapacitora sa nezmení;
2. hodnoty kapacitora meňte v rozsahu $1\mu\text{F}$ po $10\ \mu\text{F}$ a hodnoty induktora;
3. hodnoty induktora budeme meniť od $1\ \text{mH}$ do 10mH ;

Poznámka: počet hodnôt si zvolíte tak, aby ste mohli urobiť záver a slovne vyhodnotíte výsledky.

Vypracovanie úloh pre filtre typu pásmový priepust

1. Úloha

a) Pre vykreslenie frekvenčnej charakteristiky filtra si definujeme vektor frekvencie, ktorý nám bude vytvárať os x. Frekvenciu si môžeme rovno prepočítať na uhlovú frekvenciu, ktorú budeme používať pri zapisovaní vzťahu pre frekvenčnú odozvu systému.

```
f = 0:1000000; % vektor frekvencie  
w = 2*pi*f; % uhlová frekvencia
```

Následne si môžeme vytvoriť premenné pre hodnotu rezistora R, hodnotu kapacitora C, hodnotu induktora L a rovno im priradíme hodnoty zo zadania.

```
R = 200; % odpor rezistora v Ω  
C = 20e-6; % kapacita kapacitora v F  
L = 2e-3; % kapacita induktora v H
```

Keď máme vytvorené premenné môžeme vzťah pre frekvenčnú odozvu prepísať do MATLAB-u. Nesmieme zabudnúť, že pri vektorovom/maticovom delení treba pred znak delenia pridať bodku.

```
Hwj = 1./(1-(1j*R)*(1./(w*L-(1./(w*C))))); % frekvenčná odozva
```

Keďže chceme vykresliť túto závislosť v logaritmickej miere musíme tento vzťah previesť do decibelov. Môžeme to spraviť 2 spôsobmi, prvý je využiť vzťah z teórie a druhý, ktorý použijeme v tomto prípade je zabudovaná funkcia *mag2db()*.

```
HwjdB = mag2db(Hwj); % v logaritmickej mierke
```

Pre vykreslenie fázovej charakteristiky musíme vzťah prepísať a uložiť do premennej. Matematická funkcia arkus tangens je v MATLAB-e ako funkcia *atan()*. V MATLAB-e je základnou jednotkou uhla radián preto ju treba previesť na stupeň pomocou funkcie *rad2deg()*.

```
fiRadian = -atan((w./(R*C))./((1/(L*C))-(w.^2))); % vzťah pre fázovú charakteristiku  
fiStupen = rad2deg(fiRadian); % prevod z radiánov na stupne
```

Aby sa nám charakteristiky vykreslili pod sebou použijeme funkciu *subplot()* a vykreslíme jednotlivé charakteristiky pomocou funkcie *semilogx()*. Pre označenie jednotlivých osí využijeme funkcie *xlabel()* a *ylabel()*. Funkcia *xlabel()* nám označí os x a funkcia *ylabel()* nám označí os y. Tieto funkcie je potrebné použiť pre obe vykreslenia charakteristík.

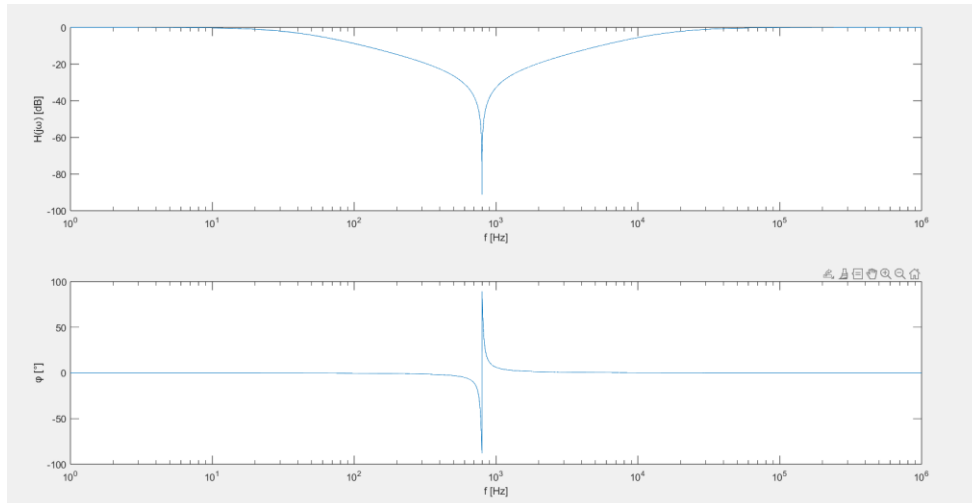
```
subplot(2,1,1)  
semilogx(f,HwjdB) % vykreslenie frekvenčnej charakteristiky
```

```

ylabel("H(jw) [dB]") % označenie y osi
xlabel("f [Hz]") % označenie x osi
subplot(2,1,2)
semilogx(f,fiStupen) % vykreslenie fázovej charakteristiky
ylabel("φ [°]") % označenie y osi
xlabel("f [Hz]") % označenie x osi

```

Výsledné charakteristiky by mali vyzerat' nasledovne:



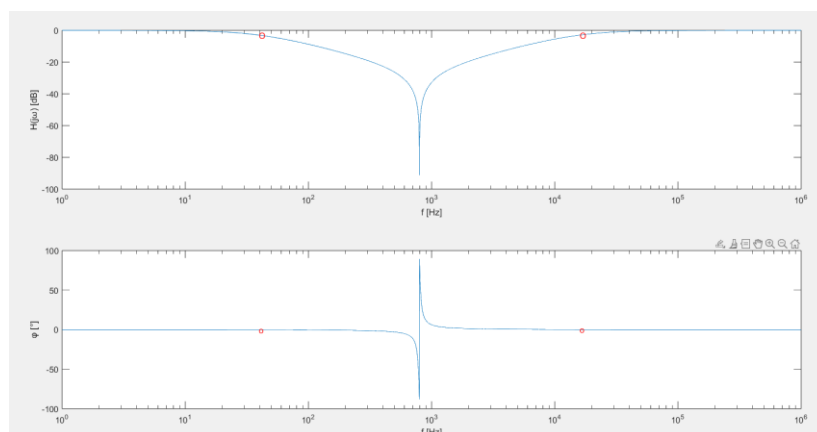
b) V tomto type filtra máme 2 medzné frekvencie a ich hodnoty sú pre $f_{c1} = 39.69 \text{ Hz}$ a pre $f_{c2} = 15955 \text{ Hz}$. V grafe to vykreslíme pomocou nasledovného kódu,

```

fc1 = -(R/(4*pi*L))+(1/(2*pi))*sqrt(((R/(2*L))^2+(1/(L*C)))); %fc1
fc2 = (R/(4*pi*L))+(1/(2*pi))*sqrt(((R/(2*L))^2+(1/(L*C)))); %fc2
fi1 = rad2deg(-atan(((fc1*2*pi)./(R*C))./((1/(L*C))-((2*pi*fc1).^2))));% výpočet
fázy na pre fc1
fi2 = rad2deg(-atan(((fc2*2*pi)./(R*C))./((1/(L*C))-((2*pi*fc2).^2))));% výpočet
fázy na pre fc2
text(fc1,-3,0, "0", "Color", "r") % x-os medzná frekvencia fc1, y-os pokles o 3dB
text(fc2,-3,0, "0", "Color", "r") % x-os medzná frekvencia fc2, y-os pokles o 3dB
text(fc1,fi1, "0", "Color", "r") % x-os medzná fc1, y-os uhol fi1
text(fc2,fi2, "0", "Color", "r") % x-os medzná fc2, y-os uhol fi2

```

a výsledný graf bude vyzerat' nasledovne:



c)

1) Zvolené hodnoty odporu sú uvedené v tabuľke nižšie. Môžeme vidieť, že so zvyšujúcou sa hodnotou odporu sa veľkosť šírky priepustného pásma zväčšuje, dolná medzná frekvencia sa znižuje a horná medzná frekvencia sa zvyšuje.

Hodnota odporu [Ω]	f_{c1} [Hz]	f_{c2} [Hz]
100	78.79	8036.5
250	31.7802	19926
500	15.9091	39805

2) Zvolené hodnoty kapacity sú uvedené v tabuľke nižšie. Môžeme vidieť, že so zmenou kapacity sa veľkosť šírky priepustného pásma nemení. Medzné frekvencie sa so zvyšujúcou kapacitou znižujú.

Hodnota kapacity [μF]	f_{c1} [Hz]	f_{c2} [Hz]
1	315.80	16675
25	31.76	15947
50	15.89	15931

3) Zvolené hodnoty indukčnosti sú uvedené v tabuľke nižšie. Môžeme vidieť, že so zmenou indukčnosti sa dolná medzná frekvencia takmer nemení. Horná medzná frekvencia sa so zvyšujúcou indukčnosťou znižuje.

Hodnota indukčnosti [mH]	f_{c1} [Hz]	f_{c2} [Hz]
1	39.73	31871
5	39.54	6405.7
10	39.30	3222.4

2. Úloha

a) V tejto úlohe si taktiež ako aj v prvej úlohe vytvoríme premenné pre frekvenciu, uhlovú frekvenciu, odpor a induktor a priradíme im rovno hodnoty zo zadania.

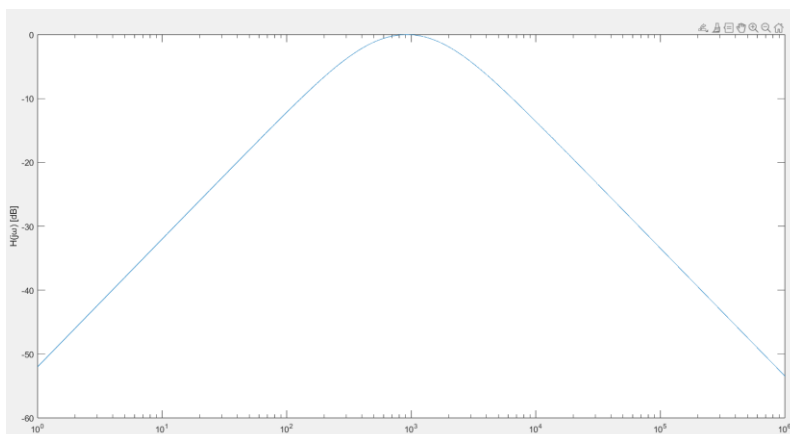
```
f = 0:1000000; % vektor frekvencie
w = 2*pi*f; % uhlová frekvencia
R = 25; % odpor rezistora v  $\Omega$ 
C = 3e-6; % kapacita kapacitora v F
L = 10e-3; % kapacita induktora v H
```

Následne budeme pokračovať prepisom vzťahu v tomto prípade iba pre frekvenčnú odozvu a vykreslíme ju pomocou funkcie *semilogx()*. Postup je takmer totožný ako v prvej úlohe, jediný rozdiel je, že v tomto zapojení bude iný vzťah pre frekvenčnú odozvu.

```
Hwj = 1./(1+(1j*R)*((w*C)-(1./(w*L)))); % frekvenčná odozva
```

```
HwjdB = mag2db(Hwj);% frekvenčná odozva v dB
semilogx(f,HwjdB)% vykreslenie frekvenčnej charakteristiky
```

Vykreslenie by malo vyzerat' nasledovne:



b) V tomto type filtra máme 2 medzné frekvencie a ich hodnoty sú pre $f_{c1} = 342.58$ Hz a pre $f_{c2} = 2464.6$ Hz. V grafe to vykreslíme pomocou nasledovného kódu,

```
fc1 = -(1/(4*pi*R*C))+(1/(2*pi))*sqrt(((1/(2*R*C))^2+(1/(L*C)))); %fc1
fc2 = (1/(4*pi*R*C))+(1/(2*pi))*sqrt(((1/(2*R*C))^2+(1/(L*C)))); %fc2
text(fc1,-3,01,"0","Color","r") % x-os medzná frekvencia fc1, y-os pokles o 3dB
text(fc2,-3,01,"0","Color","r") % x-os medzná frekvencia fc2, y-os pokles o 3dB
```

c)

1) Zvolené hodnoty odporu sú uvedené v tabuľke nižšie. Môžeme vidieť, že so zvyšujúcou sa hodnotou odporu sa veľkosť šírky priepustného pásma znižuje, dolná medzná frekvencia sa zväčšuje a horná medzná frekvencia sa znižuje.

Hodnota odporu [Ω]	f_{c1} [Hz]	f_{c2} [Hz]
1	15.91	53068
50	530.51	1591.5
100	691.14	1221.7

2) Zvolené hodnoty kapacity sú uvedené v tabuľke nižšie. Môžeme vidieť, že medzné frekvencie sa so zvyšujúcou kapacitou znižujú.

Hodnota kapacity [μ F]	f_{c1} [Hz]	f_{c2} [Hz]
1	375.71	6741.9
5	318.30	1591.5
10	277.19	913.81

3) Zvolené hodnoty indukčnosti sú uvedené v tabuľke nižšie. Môžeme vidieť, že so zmenou indukčnosti sa veľkosť šírky priepustného pásma nemení. Medzné frekvencie sa so zvyšujúcou kapacitou znižujú.

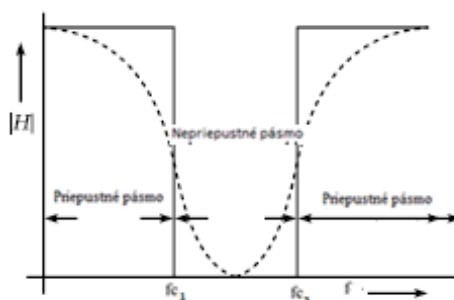
Hodnota indukčnosti [mH]	f_{c1} [Hz]	f_{c2} [Hz]
1	2032.4	4154.4
5	616.61	2738.7
8	415.86	2537.9

6 FILTER TYPU PÁSMOVÝ ZADRŽ

Filter typu pásmový zadrž (PZ) je druh filtru, ktorý potláča signály v určitom frekvenčnom pásme, zatiaľ čo signály mimo tohto pásma sú prepúšťané s minimálnym útlmom resp. v ideálnom prípade nie sú tlmené vôbec. Tento druh filtra, tak ako aj v prípade PP nie je možné vytvoriť ako filter 1. rádu, pretože pre správnu funkciu potrebuje najmenej dva akumulčné prvky. PZ majú využitie v širokom spektre aplikácií, vrátane komunikačných systémov, spracovania zvuku a elektrotechniky. Niektoré konkrétne príklady zahŕňajú: [17]

1. **Spracovanie zvuku:** PZ sa používajú na elimináciu špecifických frekvencií, ako je napríklad šum spôsobený elektrickým rušením, v audio signáloch.
2. **Komunikačné systémy:** PZ používajú v komunikačných systémoch na zabránenie interferencie z príslušných kanálov alebo na odstránenie nežiadúceho šumu, ktorý môže ovplyvniť kvalitu signálu.
3. **Biomedicínske aplikácie:** sa používajú v biomedicínskych aplikáciách na odstránenie rušenia z biologických signálov, biomedicínske prístroje, ktoré využívajú takýto filter sú napríklad elektrokardiogramy (EKG) alebo elektroencefalogramy (EEG).
4. **Riadiace systémy:** PP sa používajú v riadiacich systémoch na odstránenie nežiadúcich oscilácií alebo rezonancií spôsobených mechanickými vibráciami.
5. **Napájacie zdroje:** PZ sa používajú v napájacích zdrojoch na odstránenie vysokofrekvenčného šumu, ktorý môže ovplyvniť činnosť elektronických zariadení.

Vo všeobecnosti sa tento typ filtra využíva v rôznych aplikáciách na odstránenie resp. tlmenie špecifických frekvencií a zlepšenie celkového výkonu systémov. Tolerančná schéma na obr. 6.1 zobrazuje amplitúdovo-frekvenčnú charakteristiku PP.

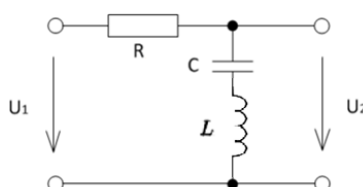


Obr. 6.1 Tolerančná schéma PZ [13]

Tak ako aj v prípade filtra PP aj tento typ filtra bude mať dve medzné frekvencie. Frekvencie menšie ako fc_1 budú prepúšťané bez útlmu, pásmo ktoré vznikne medzi fc_1 a fc_2 bude v ideálnom prípade úplne potlačené a frekvencie väčšie ako fc_2 budú prepúšťané bez útlmu. Veľkosť nepriepustného pásma, ktoré vznikne medzi medznými frekvenciami je možné určiť tak isto ako aj v prípade PP nasledovne:

$$B = fc_2 - fc_1 \text{ [Hz]} \quad (6.1)$$

Typickým príkladom PZ uvádzaným v mnohých literatúrach je RLC obvod znázornený na obr. 6.2.



Obr. 6.2 Obvodová schéma RLC PZ

Pre matematickú analýzu takéhoto zapojenia budeme uvažovať nad napäťovým deličom,

$$U_2 = U_1 \frac{X_C + X_L}{R + X_C + X_L} \quad (6.2)$$

kde U_2 predstavuje obraz výstupného napätia, U_1 je obraz vstupného napätia, R je hodnota rezistora, X_C je hodnota reaktancia kapacitora a X_L je hodnota reaktancia induktora. Následne, keď sme určili vzťah pre napäťový delič môžeme odvodiť vzťah pre frekvenčnú odozvu takéhoto systému ako pomer medzi vstupným a výstupným napätím.

$$\begin{aligned}
 H(j\omega) &= \frac{U_2}{U_1} = \frac{\dot{X}_C + \dot{X}_L}{R + \dot{X}_C + \dot{X}_L} = \frac{\frac{1}{j\omega C} + j\omega L}{R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L} = \\
 &= \frac{1}{1 - jR\left(\frac{1}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}\right)}
 \end{aligned} \tag{6.3}$$

Amplitúdovú resp. magnitúdovú časť z komplexnej funkcie $H(j\omega)$ určíme ako absolútnu hodnotu. Postup určenia amplitúdovej časti je totožný ako v prípade ostatných filtrov a výsledný vzťah môžeme určiť takto:

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}\right)^2}} \tag{6.4}$$

v logaritmickej mierke určíme nasledovne:

$$|H(j\omega)|_{dB} = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}\right)^2}} [dB] \tag{6.5}$$

Medznú frekvenciu zistíme ako aj pri ostatných typoch filtrov tak, že absolútnu hodnotu komplexnej funkcie $H(j\omega)$ (vzťah 6.4) položíme do rovnosti s hodnotou $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Hodnota $\frac{1}{\sqrt{2}}$ nám v logaritmickej mierke predstavuje pokles o 3dB.

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{6.6}$$

Keby upravujeme rovnicu 6.6 zistili by sme, že táto rovnica má 4 korene. Tak ako aj v prípade PP iba kladné dva korene tejto rovnice sú pre nás podstatné, pretože zvyšné korene sú záporné a záporné hodnoty frekvencie nie je možné technicky zrealizovať. Kladné korene tejto rovnice

nám určujú vzťahy pre medzné frekvencie. Pre spodnú medznú frekvenciu f_{c1} platí nasledovný vzťah,

$$\omega_{c1} = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \left(\frac{1}{LC}\right)} \text{ [rad/s]} \quad (6.7)$$

$$f_{c1} = -\frac{R}{4\pi L} + \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \left(\frac{1}{LC}\right)} \text{ [Hz]} \quad (6.8)$$

A pre hornú medznú frekvenciu f_{c2} platí vzťah,

$$\omega_{c2} = \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \left(\frac{1}{LC}\right)} \text{ [rad/s]} \quad (6.9)$$

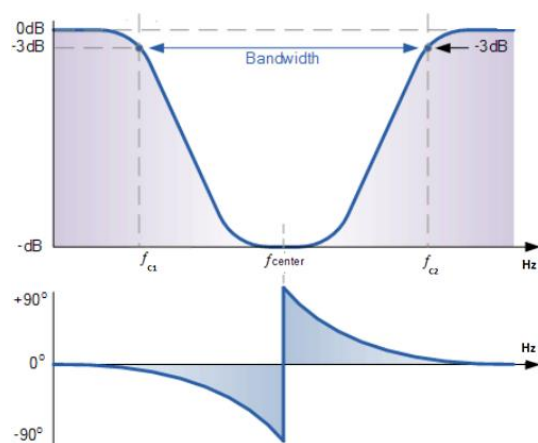
$$f_{c2} = \frac{R}{4\pi L} + \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \left(\frac{1}{LC}\right)} \text{ [Hz]} \quad (6.10)$$

kde L , C a R predstavujú hodnoty indukčnosti [L], kapacity [F] a odporu [Ω]. Z určených vzťahov pre medzné frekvencie je možné konštatovať, že výpočet medzných frekvencií pre PP a PZ je totožný aj keď obvodové schémy sú rozdielne.

V prípade fázovej charakteristiky (znázornená na obr. 6.3) pre takýto typ filtra je možné odvodiť uhol/fázu pre obe medzné frekvencie nasledovným vzťahom:

$$\varphi(\omega) = -\arctg\left(\frac{\frac{\omega_m}{RC}}{\frac{1}{LC} - \omega_m^2}\right) \text{ [rad]} \quad (5.9)$$

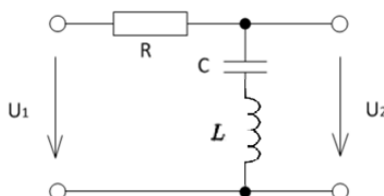
kde ω_m nám vyjadruje uhlové frekvencie zo vzťahu 6.7 a 6.9. Fázová charakteristika takéhoto typu obvodového zapojenia je znázornená na obr. 6.3.



Obr. 6.3 amplitúdovo – frekvenčná a fázovo - frekvenčná charakteristika [17]

Zadania úloh pre filtre typu pásmový zadrž**1. Úloha**

Zo zadanej obvodovej schémy RLC PZ s hodnotami prvkov: $R = 200\Omega$, $C = 20\mu\text{F}$ a $L = 2\text{mH}$ riešte úlohy v matematickom prostredí MATLAB:



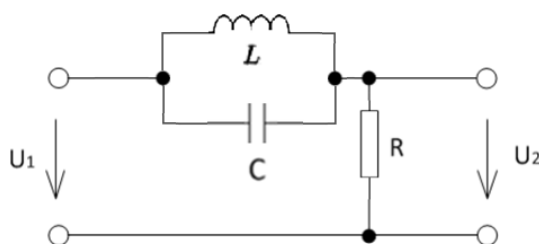
Obr. 6.4 Obvodová schéma RLC PP

- a) znázorníte amplitúdovú charakteristiku; použijete funkciu *semilogx()*,
- b) zistíte hodnotu medzných frekvencií a vyznačíte ich na grafe z úlohy a),
- c) Ako sa zmenia medzné frekvencie, ak:
 - 1. hodnoty rezistora za budú meniť v rozsahu od 1Ω po 500Ω a hodnota kapacitora sa nezmení;
 - 2. hodnoty kapacitora meňte v rozsahu $1\mu\text{F}$ po $50\mu\text{F}$ a hodnoty induktora;
 - 3. hodnoty induktora budeme meniť od 1mH do 10mH ;

Poznámka: počet hodnôt si zvolte tak, aby ste mohli urobiť záver a slovne vyhodnoťte výsledky.

2. Úloha

Zo zadanej obvodovej schémy RLC PZ s hodnotami prvkov: $R = 10\Omega$, $C = 30\mu\text{F}$ a $L = 10\text{mH}$ riešte úlohy v matematickom prostredí MATLAB:



Obr. 6.5 Obvodová schéma RLC PP

- a) znázorníte amplitúdovú charakteristiku; použijete funkciu *semilogx()*,

- b) zistíte hodnotu medzných frekvencií a vyznačte ich na grafe z úlohy a),
- c) Ako sa zmenia medzné frekvencie, ak:
1. hodnoty rezistora sa budú meniť v rozsahu od $1\ \Omega$ po 100Ω a hodnota kapacitora sa nezmení;
 2. hodnoty kapacitora meňte v rozsahu $1\mu\text{F}$ po $30\ \mu\text{F}$;
 3. hodnoty induktora budeme meniť od $1\ \text{mH}$ do 10mH ;

Poznámka: počet hodnôt si zvolte tak, aby ste mohli urobiť záver a slovne vyhodnotte výsledky.

Vypracovanie úloh pre filtre typu pásmový priepust

1. Úloha

a) Pre vykreslenie frekvenčnej charakteristiky filtra si definujeme vektor frekvencie, ktorý nám bude vytvárať x-os. Frekvenciu si môžeme rovno prepočítať na uhlovú frekvenciu ktorú budeme používať pri zapisovaní vzťahu pre frekvenčnú odozvu systému.

```
f = 0:1000000; % vektor frekvencie  
w = 2*pi*f; % uhlová frekvencia
```

Následne si môžeme vytvoriť premenné pre hodnotu rezistora R, hodnotu kapacitora C, hodnotu induktora L a rovno im priradíme hodnoty zo zadania.

```
R = 200; % odpor rezistora v Ω  
C = 20e-6; % kapacita kapacitora v F  
L = 2e-3; % kapacita induktora v H
```

Keď máme vytvorené premenné môžeme vzťah pre frekvenčnú odozvu prepísať do MATLAB-u. Nesmieme zabudnúť, že pri vektorovom/maticovom delení treba pred znak delenia pridať bodku.

```
Hwj = 1./(1-(1j*(1/R))*(1./(w*C-(1./(w*L))))); % frekvenčná odozva
```

Keďže chceme vykresliť túto závislosť v logaritmickej mierke musíme tento vzťah previesť do decibelov. Môžeme to spraviť 2 spôsobmi, prvý je využiť vzťah z teórie a druhý, ktorý použijeme v tomto prípade je zabudovaná funkcia *mag2db()*.

```
HwjdB = mag2db(Hwj); % v logaritmickej mierke
```

Pre vykreslenie fázovej charakteristiky musíme vzťah prepísať a uložiť do premennej. Matematická funkcia arkus tangens je v MATLAB-e ako funkcia *atan()*. V MATLAB-e je základnou jednotkou uhla radián, preto ju treba previesť na stupeň pomocou funkcie *rad2deg()*.

```
fiRadian = atan((1/(L*C)-(w.^2))./(w*(R/L))); % vzťah pre fázovú charakteristiku  
fiStupen = rad2deg(fiRadian); % prevod z radiánov na stupne
```

Aby sa nám charakteristiky vykreslili pod sebou, použijeme funkciu *subplot()* a vykreslíme jednotlivé charakteristiky pomocou funkcie *semilogx()*. Pre označenie jednotlivých osí využijeme funkcie *xlabel()* a *ylabel()*. Funkcia *xlabel()* nám označí os x a funkcia *ylabel()* nám označí os y. Tieto funkcie je potrebné použiť pre obe vykreslenia charakteristík.

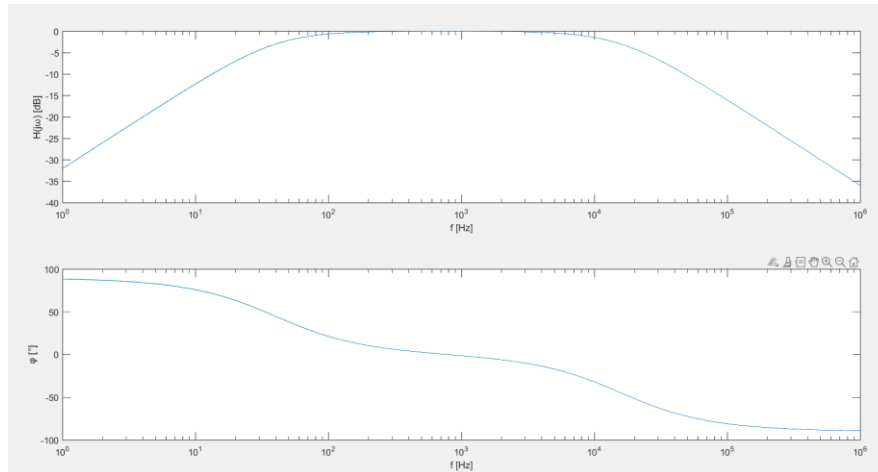
```
subplot(2,1,1)  
semilogx(f,HwjdB) % vykreslenie frekvenčnej charakteristiky
```

```

ylabel("H(jw) [dB]") % označenie y osi
xlabel("f [Hz]") % označenie x osi
subplot(2,1,2)
semilogx(f,fiStupen) % vykreslenie fázovej charakteristiky
ylabel("φ [°]") % označenie y osi
xlabel("f [Hz]") % označenie x osi

```

Výsledné charakteristiky by mali vyzerat' nasledovne:



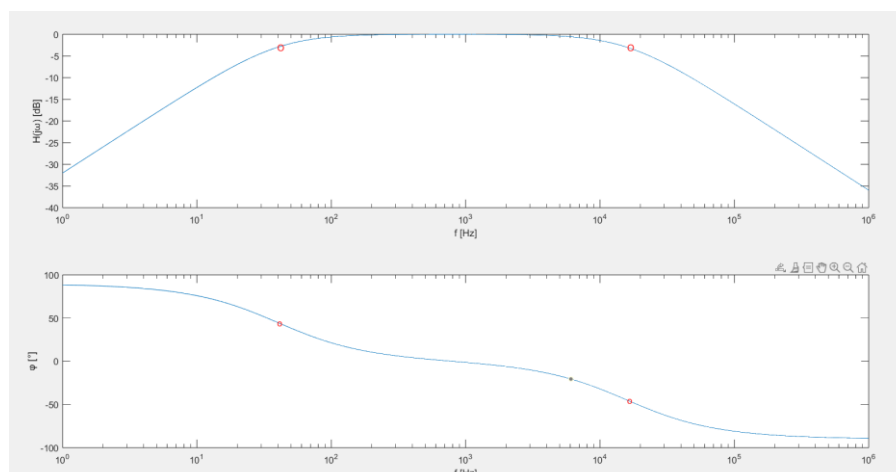
b) V tomto type filtra máme 2 medzné frekvencie a ich hodnoty sú pre $f_{c1} = 39.69$ Hz a pre $f_{c2} = 15955$ Hz. Zmeny fáz na jednotlivých medzných frekvenciách sú nasledovné hodnoty pre f_{c1} : $\varphi(\omega) = 45^\circ$ a pre f_{c2} : $\varphi(\omega) = -45^\circ$. V grafe to vykreslíme pomocou nasledovného kódu,

```

fc1 = -(R/(4*pi*L))+(1/(2*pi))*sqrt(((R/(2*L))^2+(1/(L*C))))); %fc1
fc2 = (R/(4*pi*L))+(1/(2*pi))*sqrt(((R/(2*L))^2+(1/(L*C))))); %fc2
fi1 = rad2deg(atan((1/(L*C)-((fc1*2*pi)^2)/((fc1*2*pi)*(R/L)))); % fáza pre fc1
fi2 = rad2deg(atan((1/(L*C)-((fc2*2*pi)^2)/((fc2*2*pi)*(R/L)))); % fáza pre fc2
text(fc1,-3,01,"0", "Color", "r") % x-os medzná frekvencia fc1, y-os pokles o 3dB
text(fc2,-3,01,"0", "Color", "r") % x-os medzná frekvencia fc2, y-os pokles o 3dB
text(fc1,fi1,"o", "Color", "r") % x-os medzná fc1, y-os uhol fi1
text(fc2,fi2,"o", "Color", "r") % x-os medzná fc2, y-os uhol fi2

```

a výsledný graf bude vyzerat' nasledovne:



c)

1) Zvolené hodnoty odporu sú uvedené v tabuľke nižšie. Môžeme vidieť, že so zvyšujúcou sa hodnotou odporu sa veľkosť šírky priepustného pásma zväčšuje, dolná medzná frekvencia sa znižuje a horná medzná frekvencia sa zvyšuje.

Hodnota odporu [Ω]	f_{c1} [Hz]	f_{c2} [Hz]
1	756.98	836.55
250	31.7802	19926
500	15.9091	39805

2) Zvolené hodnoty kapacity sú uvedené v tabuľke nižšie. Môžeme vidieť, že so zmenou kapacity sa veľkosť šírky priepustného pásma nemení. Medzné frekvencie sa so zvyšujúcou kapacitou znižujú.

Hodnota kapacity [μF]	f_{c1} [Hz]	f_{c2} [Hz]
1	759.52	16675
25	31.76	15947
50	15.89	15931

3) Zvolené hodnoty indukčnosti sú uvedené v tabuľke nižšie. Môžeme vidieť, že so zmenou indukčnosti sa dolná medzná frekvencia takmer nemení. Horná medzná frekvencia sa so zvyšujúcou indukčnosťou znižuje.

Hodnota indukčnosti [mH]	f_{c1} [Hz]	f_{c2} [Hz]
1	39.73	31871
5	39.54	6405.7
10	39.30	3222.4

Môžeme vidieť, že hodnoty medzných frekvencií sú totožné s hodnotami z prvej úlohy pre filter typu pásmový priepust. Je to spôsobené tým, že vzťahy pre medzné frekvencie sú totožné. Rozdiel je v tom, že tu nám medzné frekvencie vyjadrujú pásmo zadrže.

2. Úloha

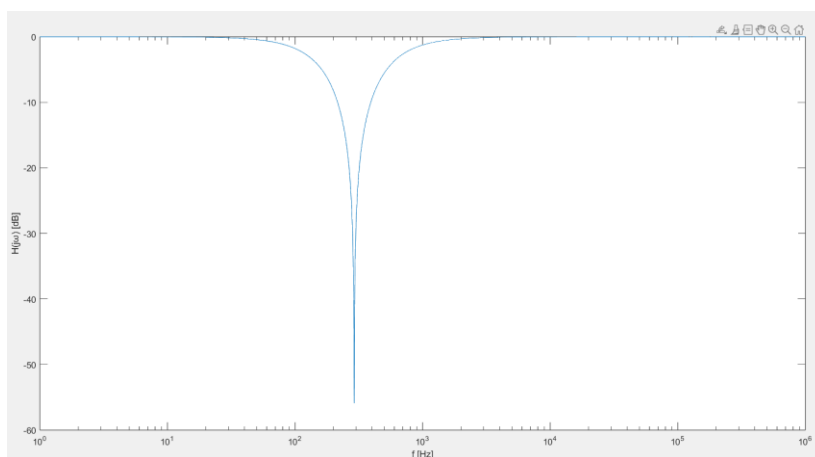
a) V tejto úlohe si taktiež ako aj v prvej úlohe vytvoríme premenné pre frekvenciu, uhlovú frekvenciu, odpor a induktor a priradíme im rovno hodnoty zo zadania.

```
f = 0:1000000; % vektor frekvencie
w = 2*pi*f; % uhlová frekvencia
R = 10; % odpor rezistora v  $\Omega$ 
C = 30e-6; % kapacita kapacitora v F
L = 10e-3; % kapacita induktora v H
```

Následne budeme pokračovať prepisom vzťahu v tomto prípade iba pre frekvenčnú odozvu a vykreslíme ju pomocou funkcie *semilogx()*. Postup je takmer totožný ako v prvej úlohe, jediný rozdiel je, že v tomto zapojení bude iný vzťah pre frekvenčnú odozvu.

```
Hwj = 1./(1-(1j*(1/R))*(1./(w*C-(1./(w*L)))));% frekvenčná odozva
HwjdB = mag2db(Hwj);% frekvenčná odozva v dB
semilogx(f,HwjdB)% vykreslenie frekvenčnej charakteristiky
```

Vykreslenie by malo vyzerat' nasledovne:



b) V tomto type filtra máme 2 medzné frekvencie a ich hodnoty sú pre $f_{c1} = 128.18$ Hz a pre $f_{c2} = 658.69$ Hz. V grafe to vykreslíme pomocou nasledovného kódu,

```
fc1 = -(1/(4*pi*R*C))+(1/(2*pi))*sqrt(((1/(2*R*C))^2+(1/(L*C)))); %fc1
fc2 = (1/(4*pi*R*C))+(1/(2*pi))*sqrt(((1/(2*R*C))^2+(1/(L*C)))); %fc2
text(fc1,-3,01,"0","Color","r") % x-os medzná frekvencia fc1, y-os pokles o 3dB
text(fc2,-3,01,"0","Color","r") % x-os medzná frekvencia fc2, y-os pokles o 3dB
```

c)

1) Zvolené hodnoty odporu sú uvedené v tabuľke nižšie. Môžeme vidieť, že so zvyšujúcou sa hodnotou odporu sa veľkosť šírky priepustného pásma znižuje, dolná medzná frekvencia sa zväčšuje a horná medzná frekvencia sa znižuje.

Hodnota odporu [Ω]	f_{c1} [Hz]	f_{c2} [Hz]
1	15.86	5321.0
50	242.32	348.43
100	265.25	318.30

2) Zvolené hodnoty kapacity sú uvedené v tabuľke nižšie. Môžeme vidieť, že medzné frekvencie sa so zvyšujúcou kapacitou znižujú.

Hodnota kapacity [μF]	f_{c1} [Hz]	f_{c2} [Hz]
1	157.59	16073
5	140.53	1201.6
10	128.18	658.69

3) Zvolené hodnoty indukčnosti sú uvedené v tabuľke nižšie. Môžeme vidieť, že so zmenou indukčnosti sa veľkosť šírky priepustného pásma nemení. Medzné frekvencie sa so zvyšujúcou kapacitou znižujú.

Hodnota indukčnosti [mH]	f_{c1} [Hz]	f_{c2} [Hz]
1	691.14	1221.7
5	223.85	754.37
10	128.18	658.69

7 ZÁVER

Cieľom tejto semestrálnej práce bolo vytvoriť zadania úloh pre rôzne typy analógových frekvenčných filtrov v softvérovom prostredí MATLAB. Táto práca poskytuje študentom rôzne úlohy, ktoré by im pomohli lepšie porozumieť princípom fungovania a aplikácii rôznych typov analógových frekvenčných filtrov. Taktiež môžu byť prínosom pre všetkých, ktorí sa zaujímajú o spracovanie signálov a hľadajú nové a zaujímavé úlohy na precvičenie svojich vedomostí.

Táto práca je napísaná formou laboratórnych cvičení, kde je najprv vysvetlená teória a praktické využitie frekvenčných filtrov, za čím nasledujú konkrétne úlohy pre daný typ filtra. V teoretickej časti je pozornosť venovaná matematickej analýze obvodu a následnému odvodeniu základných parametrov akými sú medzná frekvencia, frekvenčná odozva a fázová charakteristika jednotlivých typov filtrov. K jednotlivým typom filtrov je uvedené jeho praktické využitie v konkrétnych technických, multimediálnych a medicínskych oblastiach.

Ku každému typu filtra sú vytvorené dve úlohy s rozdielnymi obvodovými schémami, aby bolo možné vidieť, že aj pri použití inej topológie alebo iných obvodových prvkov je možné vytvoriť filter, ktorý bude filtrovať rovnaké frekvencie resp. frekvenčné pásmo. V každom zadání je úlohou podľa zadanej schémy a zadaných hodnôt jednotlivých elektrických prvkov vykresliť grafy závislosti a označiť na nich medznú frekvenciu.

Vytvorené úlohy v tejto práci môžu byť užitočným nástrojom na praktické uplatnenie teoretických vedomostí o analógových frekvenčných filtroch. Môžu poskytnúť študentom príležitosť hlbšie porozumieť správaniu sa frekvenčných filtrov v časovej oblasti a ich praktickým aplikáciám.

ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY – BIBLIOGRAFIA

- [1] Žatkovič, A. Frekvenčné selektory. [online]. Dostupné na internete:
https://alzat.spseke.sk/selektory/frekvenc/frek_sel.htm
- [2] Gladišová, I. – Mihalík, J. – Zavacký, J. 2015. Lineárne spojité sústavy [online]. Dostupné na internete:
https://ldipv.fei.tuke.sk/publications/books/Zavacky_Mihalik_Gladisova_Linearne%20spojite%20sustavy_ldipv.pdf
- [3] Purdue University. 2018. Frequency response. [online]. Dostupné na internete:
https://engineering.purdue.edu/~zak/ECE_382-Fall_2018/Frequency_resp.pdf
- [4] Chegg.com. Ideal Low-pass Filter. [online]. Dostupné na internete:
<https://www.chegg.com/homework-help/definitions/ideal-low-pass-filter-4>
- [5] Everything RF. 2018. What are pass band ripples in a Filter. [online]. Dostupné na internete:
<https://www.everythingrf.com/community/what-are-pass-band-ripples-in-a-filter>
- [6] Dostál, T., Axman, V.: Elektrické filtry. FEKT VUT, Česká republika, Brno 2002.
- [7] Su, K.: Analog Filters. Kluwer Academic Publishers. USA, New York 2002.
- [8] Wanhammar, L.: Analog Filters Using MATLAB. Department of Electrical Engineering Linköping University, Švédsko, Linköping 2009.
- [9] Qazizadeh, A. 2017. Bode diagram. [online]. Dostupné na internete:
https://www.researchgate.net/figure/Cut-off-frequency-of-a-first-order-low-pass-filter_fig4_317304245
- [10] Fox, A. Audio EQ: What Is A High-Pass Filter & How Do HPFs Work?. [online]. Dostupné na internete:
<https://mynewmicrophone.com/audio-eq-what-is-a-high-pass-filter-how-do-hpfs-work/>
- [11] Jadhav, A. 2022 Difference between active and passive filters. [online]. Dostupné na internete:
<https://www.wevolver.com/article/difference-between-active-and-passive-filters>
- [12] Siddiqi M. A.: Continuous Time Active Analog Filters. Aligarh Muslim University, India 2020.
- [13] ECStudioSystems. 2021. RC Passive High-Pass Filter. [online]. Dostupné na internete:
<https://ecstudiosystems.com/discover/textbooks/basic-electronics/filters/passive-high-pass-filter/>
- [14] Keim, R. 2019. Understanding the First-Order High-Pass Filter Transfer Function. [online]. Dostupné na internete:
<https://www.allaboutcircuits.com/technical-articles/understanding-the-first-order-high-pass-filter-transfer-function/>
- [15] Whiteley, M. 2002. Band Pass Filters. [online]. Dostupné na internete:
<http://info.ee.surrey.ac.uk/Teaching/Courses/ee1.cct/circuit-theory/section8/bandpass.html>

[16] Storr, W. 2018. Passive Band Pass Filter. [online]. Dostupné na internete:

https://www.electronics-tutorials.ws/filter/filter_4.html

[17] Storr, W. 2019. Band Stop Filter. [online]. Dostupné na internete:

<https://www.electronics-tutorials.ws/filter/band-stop-filter.html>