

Име: \_\_\_\_\_, ФН: \_\_\_\_\_, Курс: \_\_\_\_\_

Задача	1	2	3	4	5	Общо
получени точки						
максимум точки	1	1	1	1	1	5

**Задача 1.** Играта **МининиМ** се играе от двама души по следния начин:

- На земята се поставят  $n > 0$  камъчета в купчинка
- Играчите се редуват да взимат по 1, 2 или 3 камъчета от купчинката
- Играчът, който вземе последното камъче, губи

Покажете, че един от играчите има печеливша стратегия, независимо от броя на камъчетата.

**Задача 2.**

1. Нека  $I_n := \{1, 2, \dots, n\}$  и  $\mathcal{R}$  множеството на всички релации на еквивалентност над  $I_n$ . Нека  $\sim$  е релацията на еквивалентност над  $\mathcal{R}$ , определена чрез:

$$R \sim S \iff |I_n/R| = |I_n/S|$$

Нека  $\equiv \subseteq I_n \times I_n$  е релацията, дефинирана с  $a \equiv b \iff b - a$  се дели на 2  
Намерете  $|\equiv|_\sim$

2. Нека  $R \subseteq \mathcal{P}(\mathbb{N}) \times \mathbb{N}$ , определена чрез

$$(A, a)R(B, b) \iff A \cup \{3b\} = B \cup \{3a\}$$

Определете кои от свойствата рефлексивност, симетричност, антисиметричност и транзитивност притежава  $R$ .

**Задача 3.** В кръг са наредени 13 момчета и 13 момичета. Да се докаже, че има човек (момче или момиче), застанал между две момичета.

**Задача 4.** "Галена" пермутация на крайно множество  $A$  наричаме пермутация  $g$  на  $A$ , такава, че за всяко  $a$  от  $A$  е изпълнено  $g(g(a)) = a$ .

Да се намери броя на галените пермутации на  $I_n := \{1, 2, \dots, n\}$ .

**Задача 5.** Заек скача по пътека с начало, но без край, разделена на квадратчета с номера естествените числа. Той започва от позиция  $n$  и всяка секунда скача през  $m$  полета, т.е. на секунда  $i$  той се намира на поле  $n + im$ . Лисица скача всяка секунда по пътеката, на полета по неин избор.

Може ли лисицата да хване заека, без да знае  $n$  и  $m$ ? Ако да, опишете стратегията ѝ.

*Срок за предаване:* Предайте домашното на асистента на вашата група до 1 декември 2024 г.!

*Варианти за описание на решенията:*

- (1) Ръкописно написани решенията. Предайте ги по начин, обсъден с асистента на групата!
- (2) Файлове във формат \*.tex и \*.pdf, изготвени по стандарта L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X. Пратете мейл на асистента с приложените файлове. На следващата страница има кратки инструкции за L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X.

## Как да ползваме L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X?

L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X е език за автоматизиране на издателската дейност. Като среда за типографска дейност, езикът е достъпен за различни операционни системи и е с отворен лиценз (open source). Той е създаден от Лесли Лампорд (Leslie Lamport), американски учен, по-известен с работите си по теория на разпределените компютърни системи, за които получава Тюрингова премия през 2013 г.

L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X е макро-разширение на T<sub>E</sub>X, език за описание на типографската дейност, създаден около 1978 г. от Доналд Кнут (Donald Knuth), американски учен, по-известен с многотомника си „Искусството на програмирането“. Кнут е считан за баща на теорията за анализ на алгоритми, получава Тюрингова премия през 1974 г.

### Първи стъпки:

Започнете с учебника <https://www.latex-tutorial.com/tutorials/>

Той съдържа инструкции за инсталиране на системата и въвежда в създаването на прости документи, ползването на математически формули и графика.

### Образец:

За да напишете решенията си, ползвайте сорса на този документ (файла с разширение .tex), публикуван в Мудъл.

Изтрийте втората страница, съдържаща тези инструкции, а вашите решения опишете на последната страница.

Решенията на първите 3 задачи от това домашно е удобно да се разкажат с използване на рисунки.

Можете да рисувате графики с друга програма и да ги вмъквате във вашия документ с команда `\includegraphics`.

Друга възможност е да рисувате в самия L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, с ползване на пакета TikZ. В мястото за решение на зад. 3 предлагаме рисунка на шахматна дъска с TikZ.

После компилирайте до формат \*.pdf.

### Полезни връзки:

<https://en.wikipedia.org/wiki/LaTeX>

<https://en.wikipedia.org/wiki/TeX>

<https://www.latex-tutorial.com/tutorials/>

<https://tikz.dev/>

<https://texample.net/tikz/examples/>

## Решения

Задача 1.

Задача 2.

Задача 3.

Задача 4.

Задача 5.