Семестриално контролно по Дискретни структури, 01.12.2024г.

Име: ________________________________, ФН:__________, Група:___

Задача	1	2	3	4	5	Общо
получени точки						
максимум точки	6	6	6	6	6	30

Задача 1. Редицата на Фибоначи f_i е определена със следните условия:

(1) $f_0 = 0,\ f_1 = 1$

(2) $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ за всяко $n > 1$

Докажете, че за всяко $n > 0$ е вярна следната формула:

$$f_{n-1}f_{n+1} = f_n^2 + (-1)^n$$

Задача 2. Разглеждаме релацията $\perp \subseteq \mathbb{N}^+ \times \mathbb{N}^+$, дефинирана като

$$x \perp y \overset{def}{\longleftrightarrow} \frac{x}{y} \text{ е нечетно цяло число}$$

а) Да се докаже, че $\perp$ е частична наредба

б) Предложете релация на еквивалентност над $\mathbb{N}^+$, която има безброй много безкрайни класове на еквивалентност.

Задача 3. За произволно множество X и функция $f : X \to X$ дефинираме

$$f^0 = id_X$$
$$f^{k+1} = f \circ f^k \quad \text{за } k \in \mathbb{N}$$

а) Да се докаже, че ако има $n \geq 1$, за което f^n е биекция, то f е биекция

б) Конструирайте биекция $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, такава, че за всяко $n \geq 1$, $f^n \neq id_{\mathbb{N}}$

Задача 4. Нека $|X| = n$.

а) Колко са двойките (A, B), такива, че $A, B \subseteq X$?

б) Колко са двойките (A, B), такива, че $A, B \subseteq X$ и $A \cap B = \emptyset$?

в) Колко са двойките (A, B), такива, че $A, B \subseteq X$ и $|A \cap B| = k$?

Задача 5. Всяко квадратче на квадратна мрежа 5×5 се оцветява в един от 4 цвята. Да се намери броят на оцветяванията на мрежата, такива, че контурът ѝ е двуцветен, а във вътрешността всеки цвят се среща поне веднъж.

Екипът Ви желае успешна работа!