вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
ДР1	[redacted]	**1**	**1**	**III**	**Компютърни науки**
Име:	**Александър Илиев Девинизов**				

Домашна работа № 1

Задача 1. а) Да се намерят в алгебричен вид корените на уравнението

$$z^4 = 8.$$

б) Да се представят в тригонометричен вид корените на уравнението

$$x^{78} + 9x^{52} + 40x^{26} - 50 = 0.$$

в) Да се представи в алгебричен вид комплексното число

$$\frac{\left(\sqrt{3} + 15i\right)^{181}}{\left(156 + 96i\sqrt{3}\right)^{90}}.$$

Задача 2. Да се реши системата в зависимост от стойностите на параметрите λ и μ:

$$\left|\begin{array}{l} 4x_1 - 19x_2 - 4x_3 - (5-\mu)x_4 = 1 - \lambda \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 - x_4 = 2 \\ 2x_1 - 9x_2 - 2x_3 - 2x_4 = -2 \\ 2x_1 - 6x_2 - 3x_3 - 2x_4 = \lambda \end{array}\right. .$$

Задача 3. Нека

$$\mathbf{a_1} = (-1, \lambda - 3, 7, -2), \quad \mathbf{a_2} = (-1, 5, 1, 1), \quad \mathbf{a_3} = (2, -8, -4, -1) \quad \text{и} \quad \mathbf{v} = (-2, \mu - 1, \mu + 7, -2)$$

са вектори от линейното пространство $\mathbb{Q}^4$ над полето на рационалните числа $\mathbb{Q}$.

а) Да се определи за кои стойности на параметрите λ и μ рангът на системата вектори a_1, a_2, a_3 и v е 4.

б) Да се определи за кои стойности на параметрите λ и μ векторът v може да се представи по повече от един начин като линейна комбинация на векторите a_1, a_2 и a_3. Да се намерят три различни такива представяния.

Задача 4. В зависимост от стойностите на комплексния параметър λ да се намери рангът на матрицата $A \in M_6(\mathbb{C})$

$$A = \begin{pmatrix} -9i & 9i & 9i & 9i & 9i & -\lambda + 9i \\ -9i & 9i & 9i & 9i & -\lambda + 9i & 9i \\ -9i & 9i & 9i & -\lambda + 9i & 9i & 9i \\ -9i & 9i & -\lambda + 9i & 9i & 9i & 9i \\ -9i & -\lambda + 9i & 9i & 9i & 9i & 9i \\ -\lambda + 9i & -9i & -9i & -9i & -9i & -9i \end{pmatrix}$$

(тук i е имагинерната единица).

Задача 5. Дадено е множеството $\mathbb{V} = \left\{ \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} \\ 0 & a_{22} & 0 \\ a_{31} & 0 & a_{33} \end{pmatrix} \middle| \, a_{11}, a_{13}, a_{22}, a_{31}, a_{33} \in \mathbb{R} \right\}$ и множествата $\mathbb{U} = \{A \in \mathbb{V} \mid a_{31} = a_{11}\}$ и $\mathbb{W} = \{A \in \mathbb{V} \mid a_{13} + a_{22} + a_{31} = 0\}$.

а) Да се докаже, че $\mathbb{V}$ е линейно пространство над $\mathbb{R}$ относно операциите събиране на матрици и умножение на матрица с число. Да се намери един негов базис и да се определи размерността му.

б) Да се докаже, че $\mathbb{U}$ и $\mathbb{W}$ са линейни подпространства на $\mathbb{V}$ и да се определят размерностите им.

в) Да се определят размерностите на $\mathbb{U} + \mathbb{W}$ и $\mathbb{U} \cap \mathbb{W}$.