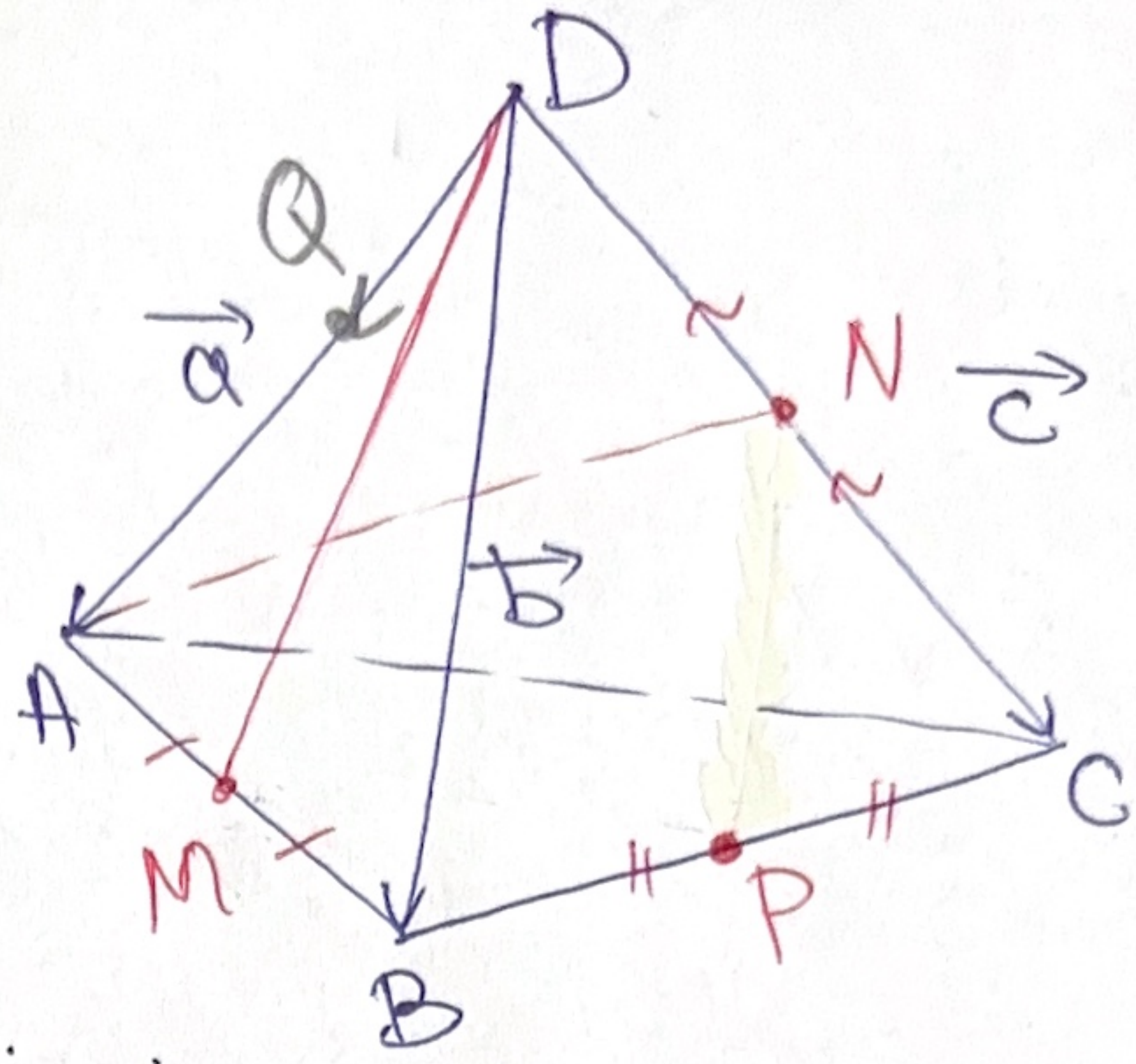
5зад. ABCD - тетраедър
т. M - ср. на AB ; N - ср. на CD
т. P - ср. на BC

$\beta \begin{cases} \ni \text{т. } P \\ \parallel DM \\ \parallel AN \end{cases}$

Да се намери в какво отношение р-ната β разделя ребро AD.



реш.: Нека $\vec{DA}=\vec{a}$, $\vec{DB}=\vec{b}$, $\vec{DC}=\vec{c}$ - ЛНЗ

Нека $AD \cap \beta = Q$.

Тъй като т. $Q \in \beta \Rightarrow \vec{PQ}, \vec{DM}$ и $\vec{AN}$ са компланарни.

$\vec{DM} \overset{\text{осн.}}{\underset{\text{зад. 2}}{=}} \frac{1}{2}(\vec{DA}+\vec{DB}) = \frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b})$

$\vec{AN} = \frac{1}{2}(\vec{AD}+\vec{AC}) = \frac{1}{2}(-\vec{DA}+\vec{DC}-\vec{DA}) = \frac{1}{2}(\vec{c}-2\vec{a})$

от осн. зад. и т. N - ср. на DC

$\vec{PQ} = \vec{DQ} - \vec{DP}$

$\rightarrow Q \in AD \Rightarrow \exists!\, k \in \mathbb{R} : \vec{DQ} = k.\vec{DA} = k.\vec{a}$

$\rightarrow \vec{DP} = \frac{1}{2}(\vec{DB}+\vec{DC})$ - от осн. зад., т. P - ср. на BC

$\vec{DP} = \frac{1}{2}(\vec{b}+\vec{c})$

$\Rightarrow \vec{PQ} = k.\vec{a} - \frac{1}{2}(\vec{b}+\vec{c})$

$\vec{PQ}(k, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$
$\vec{DM}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$
$\vec{AN}(-1, 0, \frac{1}{2})$
спрямо $D\vec{a}\vec{b}\vec{c} \Rightarrow \begin{vmatrix} k & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ -1 & 0 & \frac{1}{2} \end{vmatrix} = 0$

$\frac{1}{4}k - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = 0 \Rightarrow \frac{1}{4}k = \frac{1}{8}$

$\Rightarrow k = 1/2 \Rightarrow \vec{DQ} = \frac{1}{2}\vec{DA} \Rightarrow$

$\boxed{\text{т. } Q \text{ - ср. на } AD}$