

СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ
„СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“



Вектори

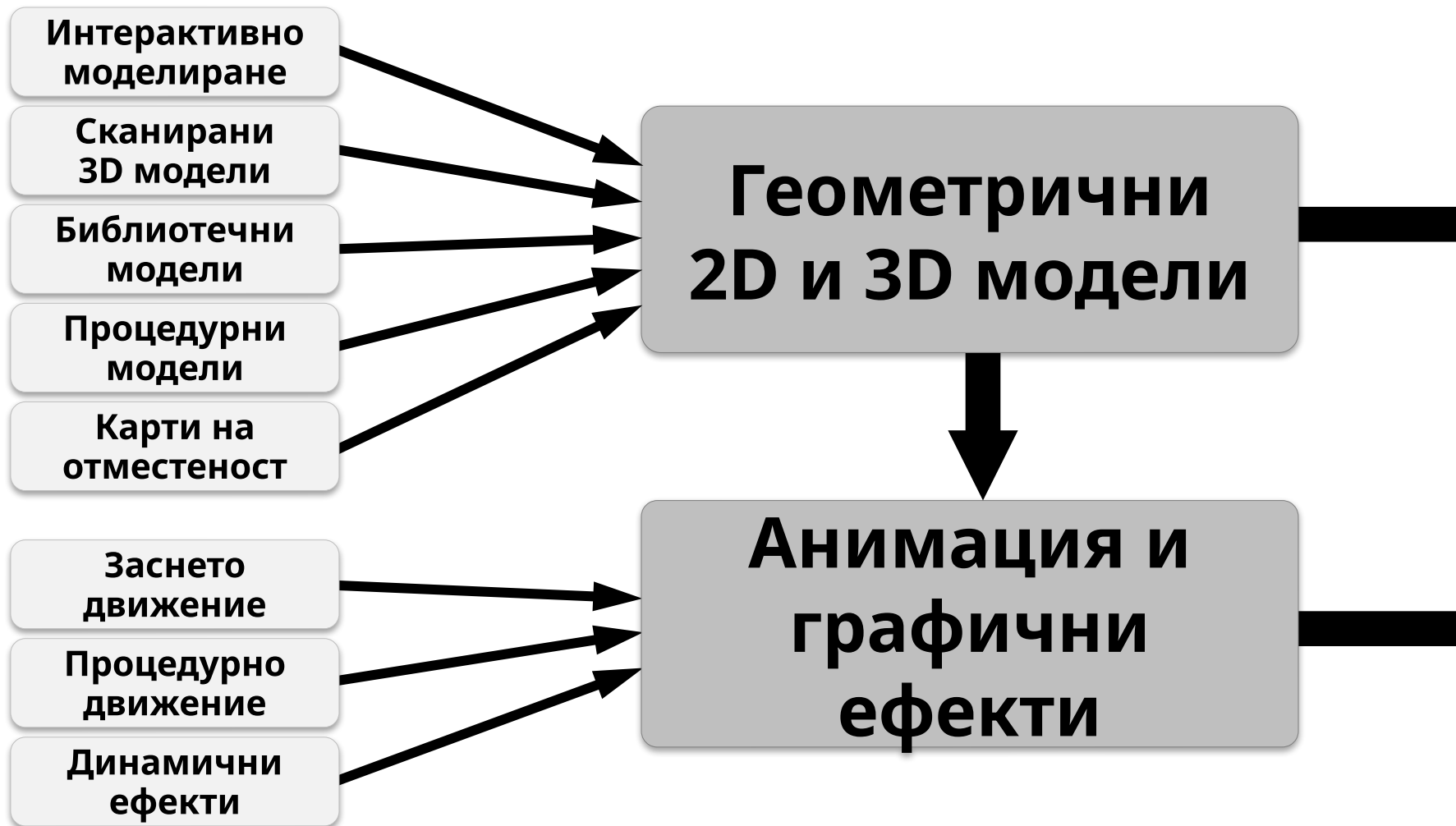
ТЕМА №4

Съдържание

Тема 4: Вектори

- Графична обработка
- Графични примитиви
- Точки и вектори
- Операции с точки и вектори

Графична обработка



РЕНДИРАН

E

Трасиране на лъчи

Матрични

трансформации

Растеризация и

изглаждане

Проекции и гледни точки

Скриване и изрязване

Текстури

**Сканирани
или снимани
изображения**

**Компютърно
генерирани
изображения**

**Ръчно
нарисувани
изображения**

РЕНДИРАН

E

Трасиране на лъчи

Матрични

трансформации

Растеризация и

изглаждане

Проекции и гледни точки

Скриване и изрязване

**Осветяване и
засенчване**


**Цветови
пространства**

Оцветяване

**Дифузия, фон,
материал**

Цветовете

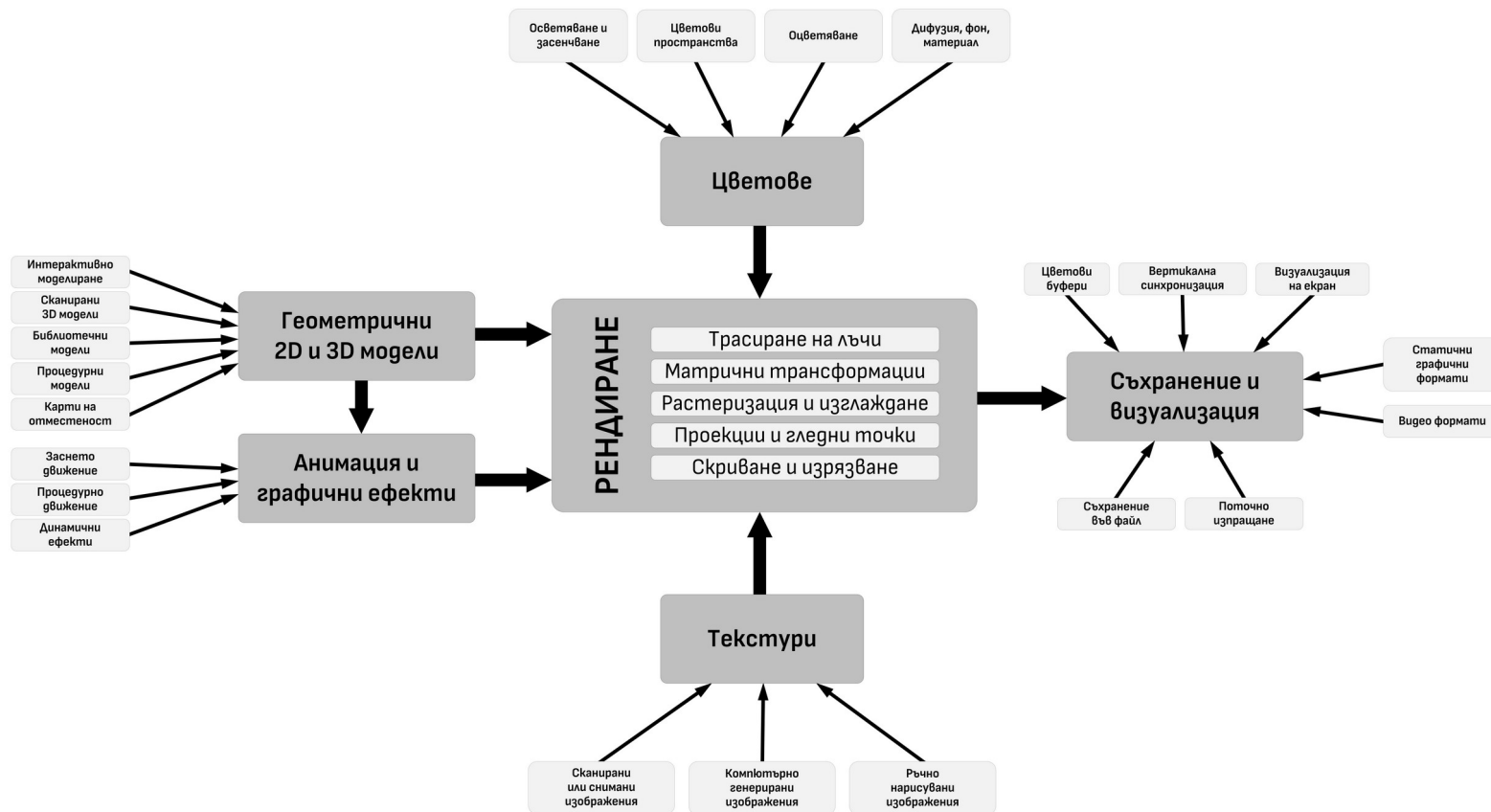
```
graph TD; A[Осветяване и засенчване] --> D[Цветовете]; B[Цветови пространства] --> D; C[Оцветяване] --> D; E[Дифузия, фон, материал] --> D; D --- F[ ]
```

A woman with blonde hair, wearing a white knit beanie and a yellow top, is peeking over a white horizontal surface. Her face is visible above the surface, and her hands are holding the edges of the surface. A large, light gray thought bubble is positioned in the center of the image, containing the text 'Не тук. Виж надолу!'. A black arrow points downwards from the bottom of the thought bubble. The background is a plain, light gray.

Не тук.
Виж
надолу!



Птичи поглед над КГ



Графични примитиви

Примитивни обекти

Характеристики

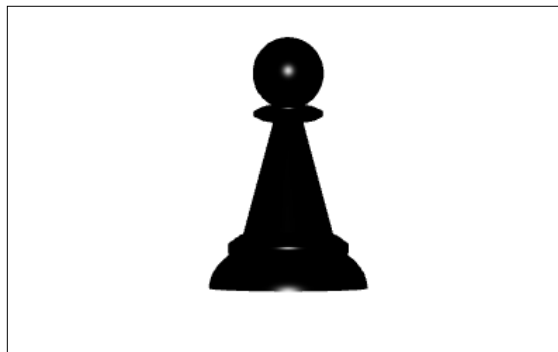
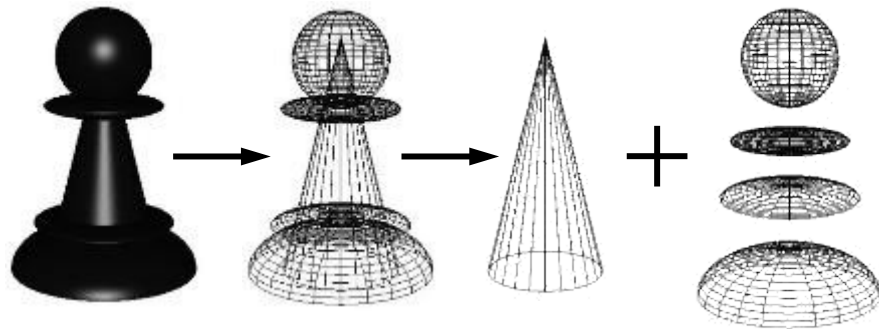
- Най-базисни обекти
- Могат да са прости или сложни
- Използвани за правене на по-сложни

Най-чести примитиви

- Точка, отсечка, квадрат
- Сфера, конус, цилиндър, тор

Модел на пешка

- Сфери, полусфери и конус



Йерархия на примитивите

- Нулевомерни: точки, вектори, ...
- Едномерни: отсечки, криви на Безие, ...
- Двумерни: полигони, NURBS, ...
- Тримерни: кубове, сфери, конуси, ...

Някои от примитивите са съставни

- Например сферата е мрежа от триъгълници

Точки и векторы

За какво се ползват

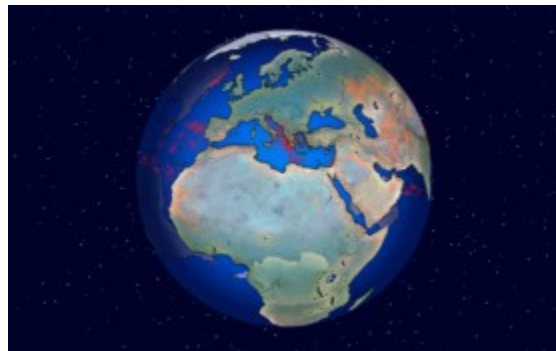
Освен за рисуване на точки

- За определяне на координати на други елементи
- За рисуване на системи от частици



"Fireworks"

<http://youtu.be/OkjuXrOb9I>



"Seismic Membranes"

<http://youtu.be/KVRov7VWHno>

Точки и вектори

Характеристики

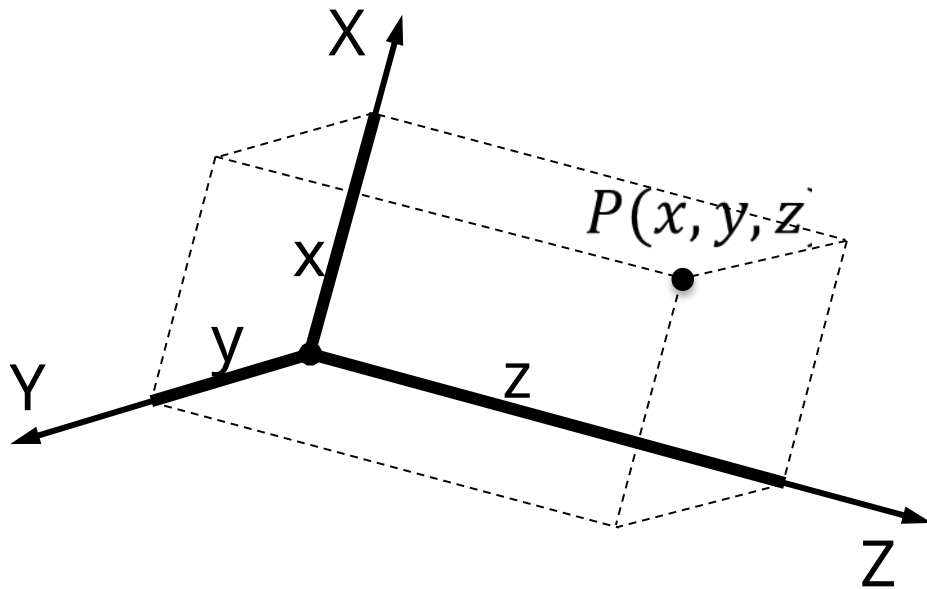
- Дефинират се с тройка числа (x, y, z)

Тройствена представа

- Абсолютни координати – точка
- Относителни координати – радиус-вектор
- Разстояния и посоки – вектор

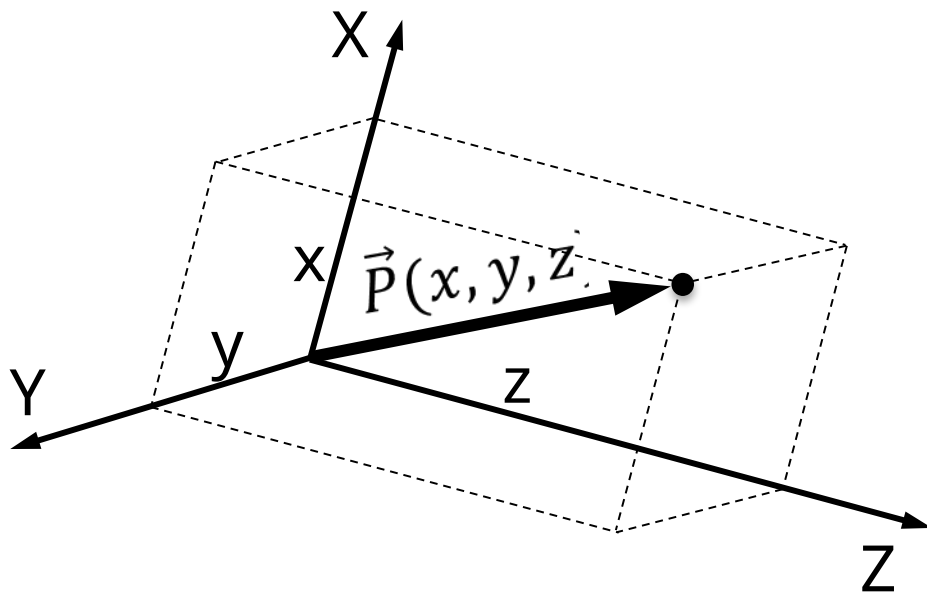
Точки в пространството

- Абсолютни координати в 3D



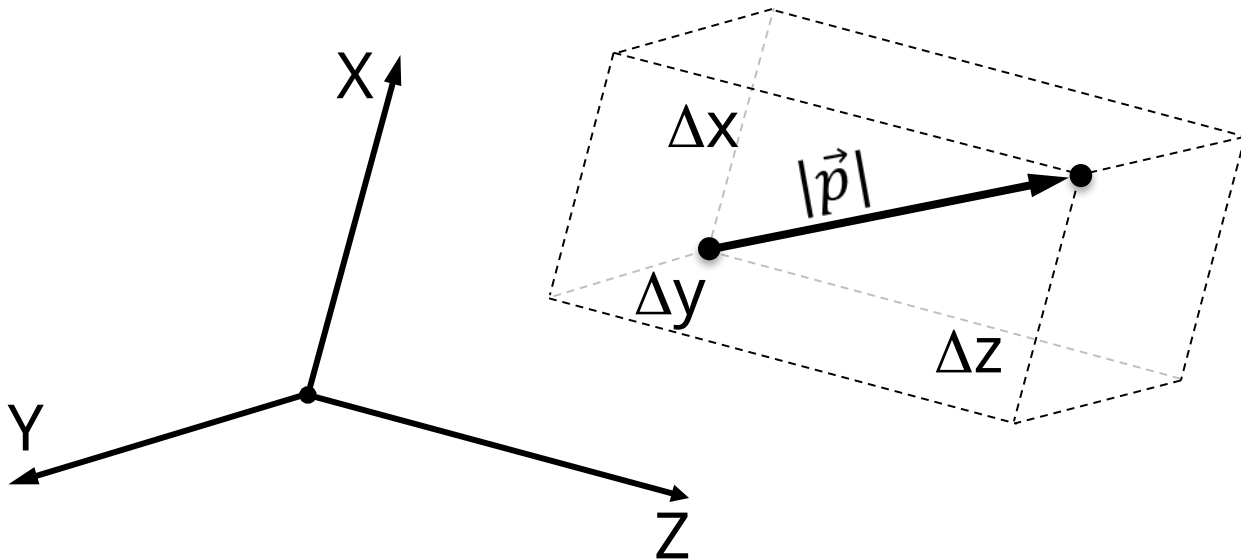
Радиус-вектори

– Относителни координати спрямо $(0,0,0)$



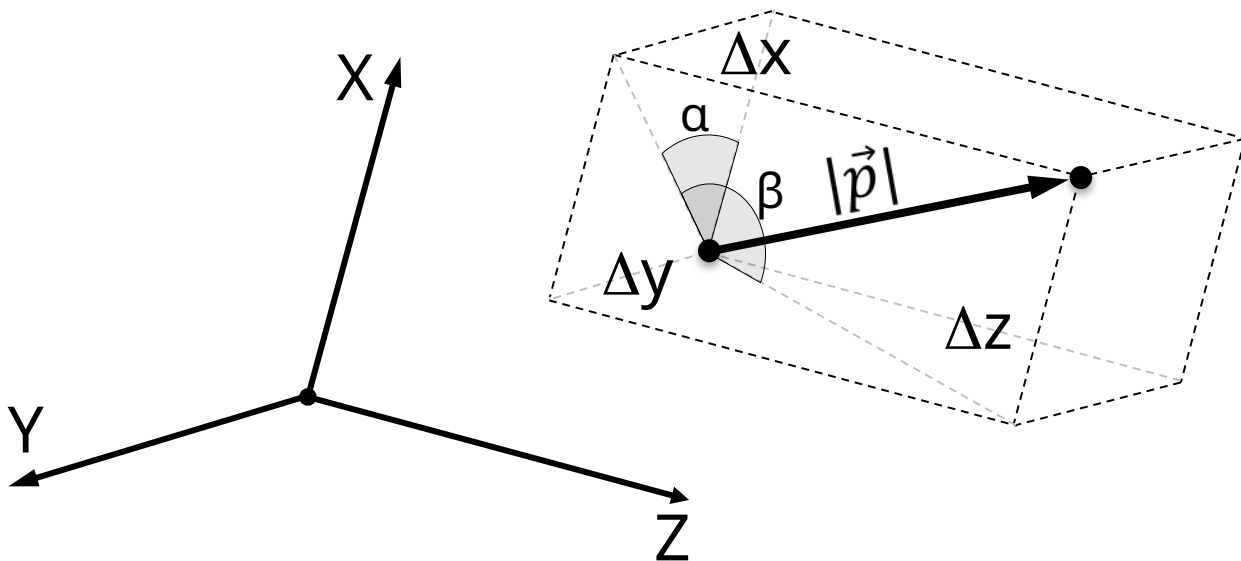
Разстояния и магнитуди

- Определяне на разстояние/магнитуд



Посоки

- Определяне на посока в 3D
- Това не е достатъчно за пълна ориентация



Операции с точки и векторы

Операции

Изписване на вектори (и точки)

$$(x, y, z) \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

При вектор зададен с точки X_1 и X_2

$$\begin{cases} \Delta x = x_2 - x_1 \\ \Delta y = y_2 - y_1 \\ \Delta z = z_2 - z_1 \end{cases} \quad (\Delta x, \Delta y, \Delta z) \quad \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix}$$

Дължина на вектор \vec{p}

$$|\vec{p}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$$

Единичен вектор

- Вектор с дължина 1
- Използва се в много графични алгоритми (за опростяване на изчисленията)
- Създаване на единичен вектор

$$\vec{p}(p_x, p_y, p_z) \quad k = \frac{1}{|\vec{p}|} \quad \vec{e}_p = \left(\frac{p_x}{|\vec{p}|}, \frac{p_y}{|\vec{p}|}, \frac{p_z}{|\vec{p}|} \right)$$

Събиране и изваждане на вектори

- Използват се пресмятане на координатите на обекти при движението им

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} \quad \vec{q} = \begin{pmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{pmatrix} \quad \vec{p} \pm \vec{q} = \begin{pmatrix} p_x \pm q_x \\ p_y \pm q_y \\ p_z \pm q_z \end{pmatrix}$$

Умножения на вектор

- Умножение със скалар (т.е. число)
- Скаларно умножение с вектор
- Векторно умножение с вектор
- Умножение с матрица

В компютърната графика

- И четирите се ползват за важни неща
- Базови инструкции в графичните процесори

Умножение със скалар (число)

- Мащабира (удължава, скъсява) вектор
- Запазва посоката при $k > 0$, обръща я при $k < 0$

$$k\vec{u}(u_x, u_y, u_z) = (ku_x, ku_y, ku_z)$$

Скаларно умножение

- Проверка за перпендикулярност
- Осветеност на повърхност
- Намиране на лицеви повърхности (не лице!)
- При ъгъл φ между двата вектора:

$$\vec{p} \cdot \vec{q} = |\vec{p}||\vec{q}| \cos \varphi$$

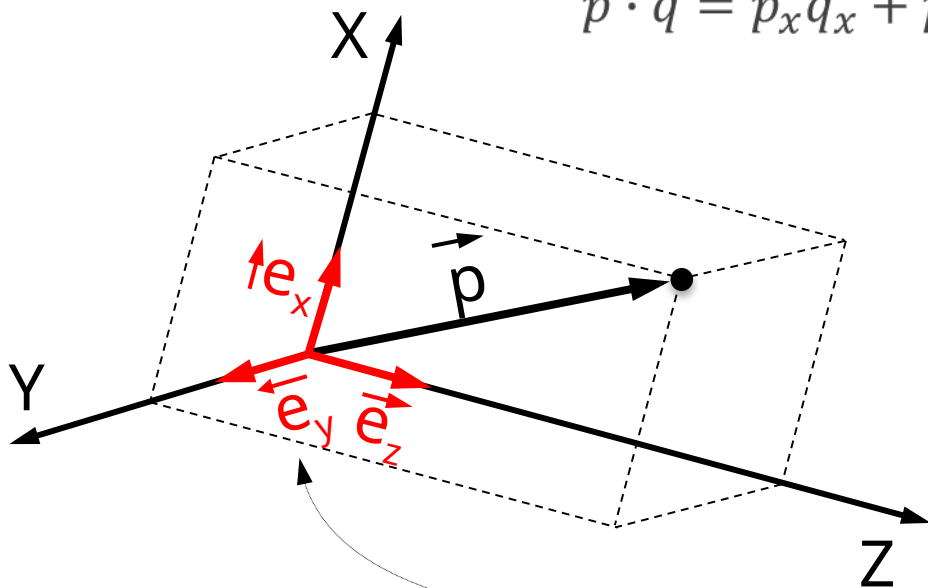
Изчисляване на $\vec{p} \cdot \vec{q}$

– Умножават се единичните осевектори

$$\vec{p}(p_x, p_y, p_z) = p_x \vec{e}_x + p_y \vec{e}_y + p_z \vec{e}_z$$

$$\vec{q}(q_x, q_y, q_z) = q_x \vec{e}_x + q_y \vec{e}_y + q_z \vec{e}_z$$

$$\vec{p} \cdot \vec{q} = p_x q_x + p_y q_y + p_z q_z$$



Ако не сте виждали вектор
с обратна стрелка, ето – вижте сега

Пример $(2,2,0) \cdot (0,1,0)$

– Лежат в една равнина

– Ъгълът между тях е 45°

– Изчисление по дефиниция – **ОМ**
G – свързване

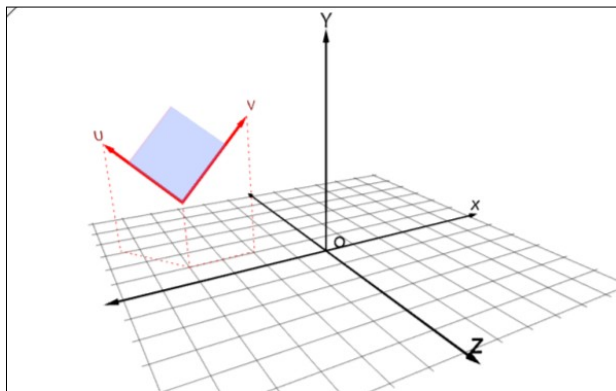
$$(2,2,0) \cdot (0,1,0) = 2\sqrt{2} \cdot 1 \cdot \cos 45^\circ = 2\sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2} = 2$$

– В графиката се ползва първокласен метод
(„първокласен“, защото и първокласник го може)

$$(2,2,0) \cdot (0,1,0) = 2 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 0 \cdot 0 = 2$$

Още един пример

- Перпендикулярни ли са $\vec{p}(4,0,1)$ и $\vec{q}(-2,3,8)$
 $(4,0,1) \cdot (-2,3,8) = -8 + 0 + 8 = 0$
- Построяване на перпендикуляр:



Векторно умножение

- Намиране на нормални вектори
- Лице на успоредник (не лицевост!)
- При ъгъл φ между двата вектора

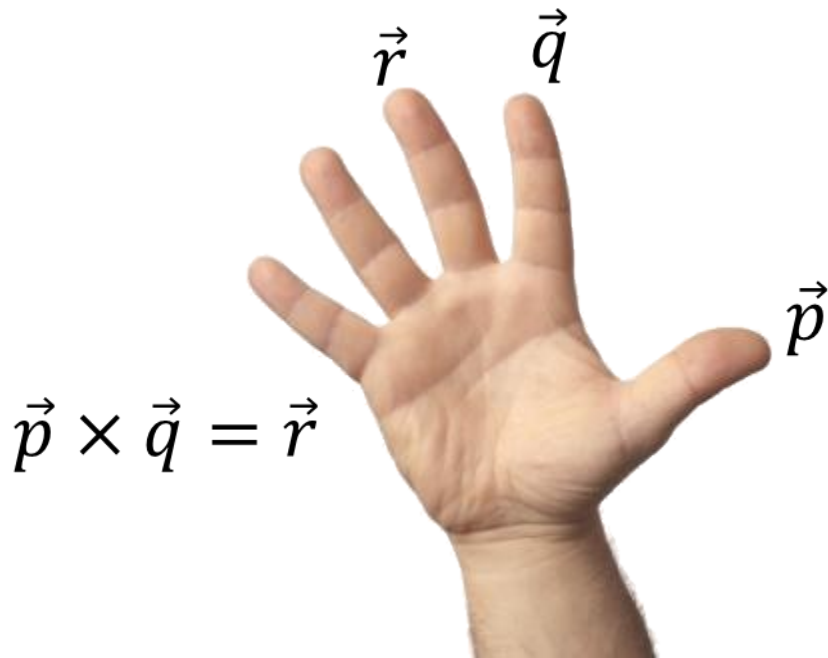
$$\vec{p} \times \vec{q} = \vec{r}, \quad |\vec{r}| = |\vec{p}||\vec{q}| \sin \varphi$$

Накъде сочи векторът?

- Перпендикулярен на равнината на \vec{p} и \vec{q}
- В полупространството, от което посоката на въртене от \vec{p} към \vec{q} е положителна (т.е. обратно на часовниковата стрелка)

Как се помни това?

- Използва се дясната ръка
- Координатната система PQR е дясна



А единичните вектори?

$$\vec{e}_x \times \vec{e}_y = \vec{e}_z$$

$$\vec{e}_y \times \vec{e}_z = \vec{e}_x$$

$$\vec{e}_z \times \vec{e}_x = \vec{e}_y$$

$$\vec{e}_x \times \vec{e}_x = 0$$

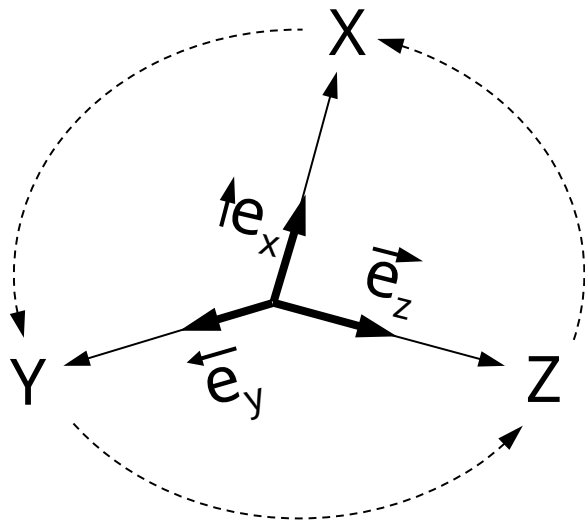
$$\vec{e}_y \times \vec{e}_y = 0$$

$$\vec{e}_z \times \vec{e}_z = 0$$

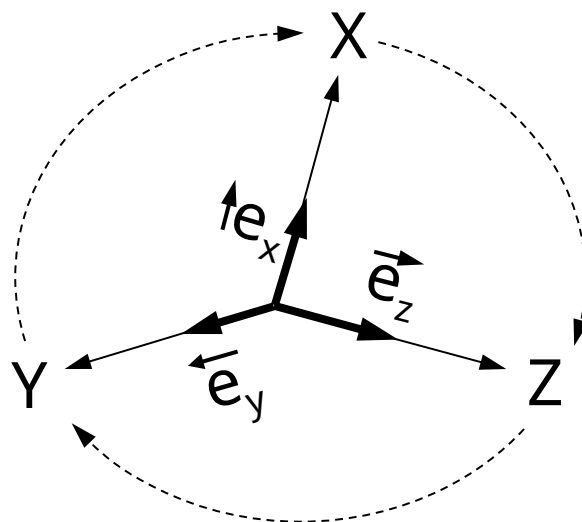
$$\vec{e}_y \times \vec{e}_x = -\vec{e}_z$$

$$\vec{e}_z \times \vec{e}_y = -\vec{e}_x$$

$$\vec{e}_x \times \vec{e}_z = -\vec{e}_y$$



Положителна посока



Отрицателна посока

Изчисляване на $\vec{p} \times \vec{q}$

- Използват се отново единичните осевектори

$$\begin{aligned}\vec{p} \times \vec{q} &= (p_x \vec{e}_x + p_y \vec{e}_y + p_z \vec{e}_z) \times (q_x \vec{e}_x + q_y \vec{e}_y + q_z \vec{e}_z) \\ &= p_x q_y \vec{e}_z - p_x q_z \vec{e}_y - p_y q_x \vec{e}_z + p_y q_z \vec{e}_x + p_z q_x \vec{e}_y - p_z q_y \vec{e}_x \\ &= (p_y q_z - p_z q_y) \vec{e}_x + (p_z q_x - p_x q_z) \vec{e}_y + (p_x q_y - p_y q_x) \vec{e}_z \\ &= \begin{vmatrix} p_y & p_z \\ q_y & q_z \end{vmatrix} \vec{e}_x + \begin{vmatrix} p_z & p_x \\ q_z & q_x \end{vmatrix} \vec{e}_y + \begin{vmatrix} p_x & p_y \\ q_x & q_y \end{vmatrix} \vec{e}_z\end{aligned}$$

- И в крайна сметка:

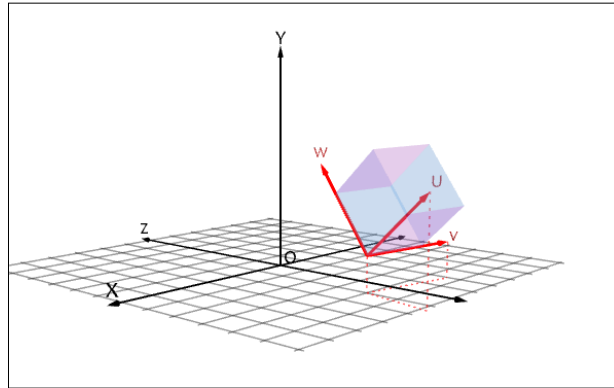
$$\vec{p} \times \vec{q} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ p_x & p_y & p_z \\ q_x & q_y & q_z \end{vmatrix}$$

Пример

- Перпендикуляр на онези два вектора

$$\begin{aligned}\vec{p} \times \vec{q} &= (0 \cdot 8 - 1 \cdot 3)\vec{e}_x + (-1 \cdot 2 - 4 \cdot 8)\vec{e}_y + (4 \cdot 3 + 0 \cdot 2)\vec{e}_z = \\ &= -3\vec{e}_x - 34\vec{e}_y + 12\vec{e}_z = (-3, -34, 12)\end{aligned}$$

- Да проверим метода



Въпроси?

Повече информация

BAGL стр. 8-12, 26-27

LASZ стр. 69-78

KLAW стр. 13-15

VINC стр. 31-49

MORT стр. 1-14, 165-170

LEGN стр. 11-26

PARE стр. 409-411, 420-425

Край