

СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ
„СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“



Графи

ТЕМА №6

Съдържание

Тема 6: Графи

- Дефиниции
- Класификация
- Представяне
- Операции с графи
- ДССР (DCEL)

Графи

История

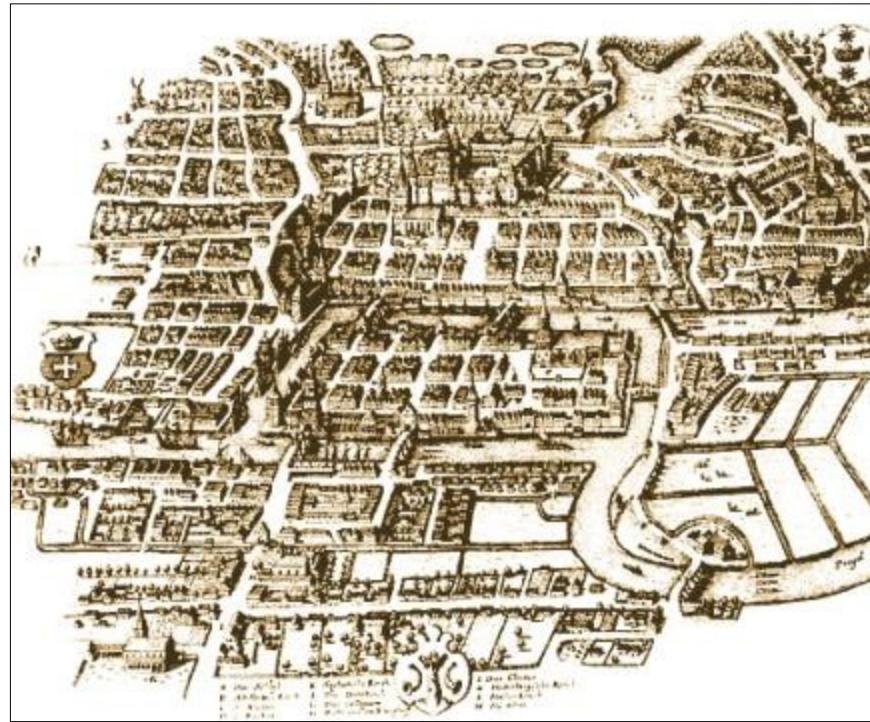
1736

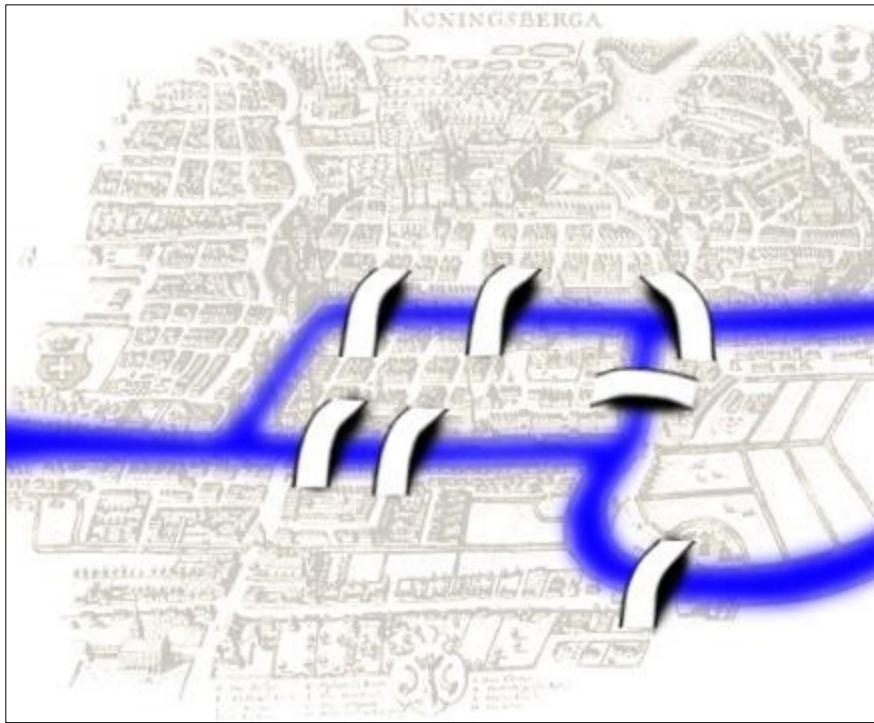
- Заражда се Теория на графите
- Статия на Ойлер

Първи академичен интерес

- Задачата за Кьонигсбергските мостове
- Може ли със затворен път да се мине през всички мостове точно по един път

7те моста на Кьонигсберг





Дефиниция

Дефиниция на граф

- Наредената гвойка (V, E) от множество от върхове V и множество от ребра E , които ги свързват

Частни случаи:

- Списък и дърво
- Многогълник
- Граф Дракула

Алтернативни имена

- Възли – състояния, върхове, точки, ...
- Ребра – ръбове, линии, преходи, ...

Път

- Поредица от върхове, свързани с ребра
- Цикъл – затворен път

Степен (валентност)

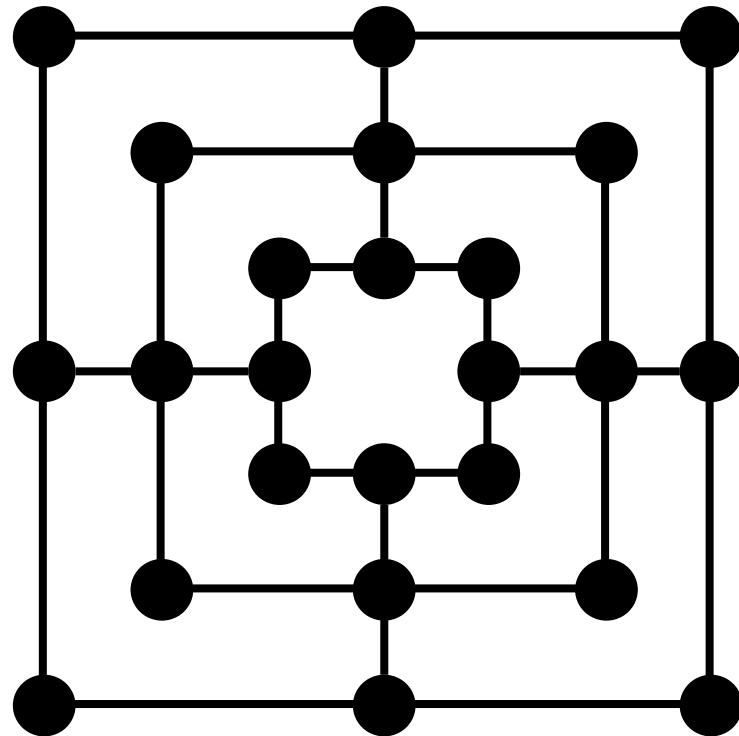
- Брой ребра, свързващи възел

Използване

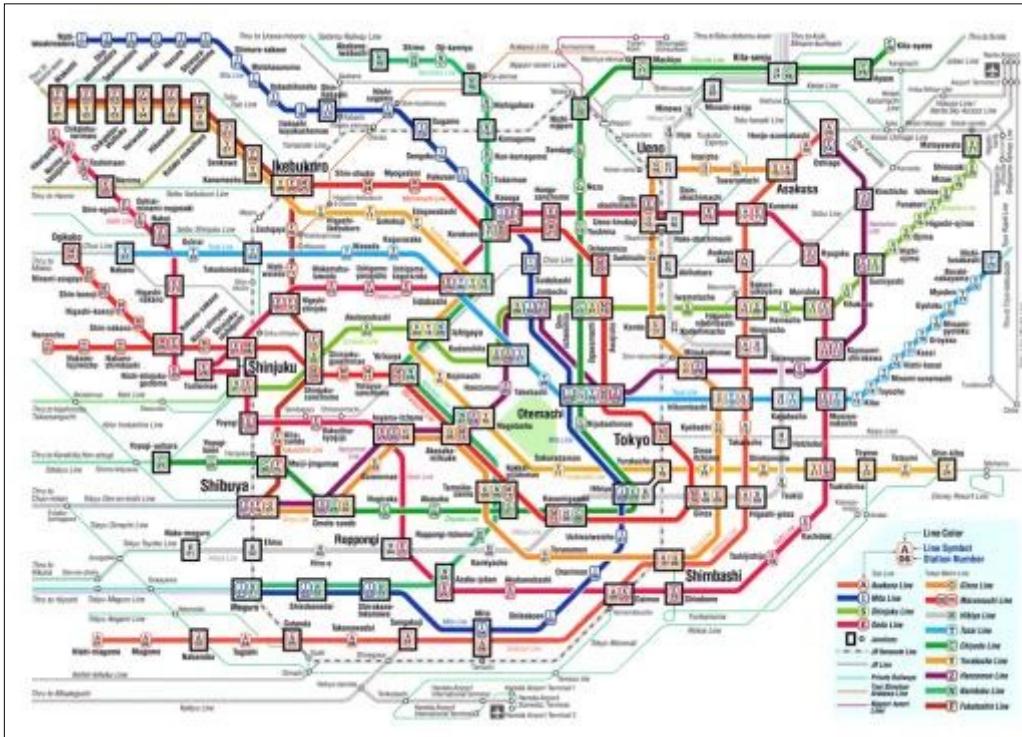
Използване на графи в КГ

- 3D модели чрез мрежи
- Състоянията и преходи на симулация
- Сцени в сложни игри
- Визуализиране на карти, маршрути

„Игра на дама“



Токийското метро

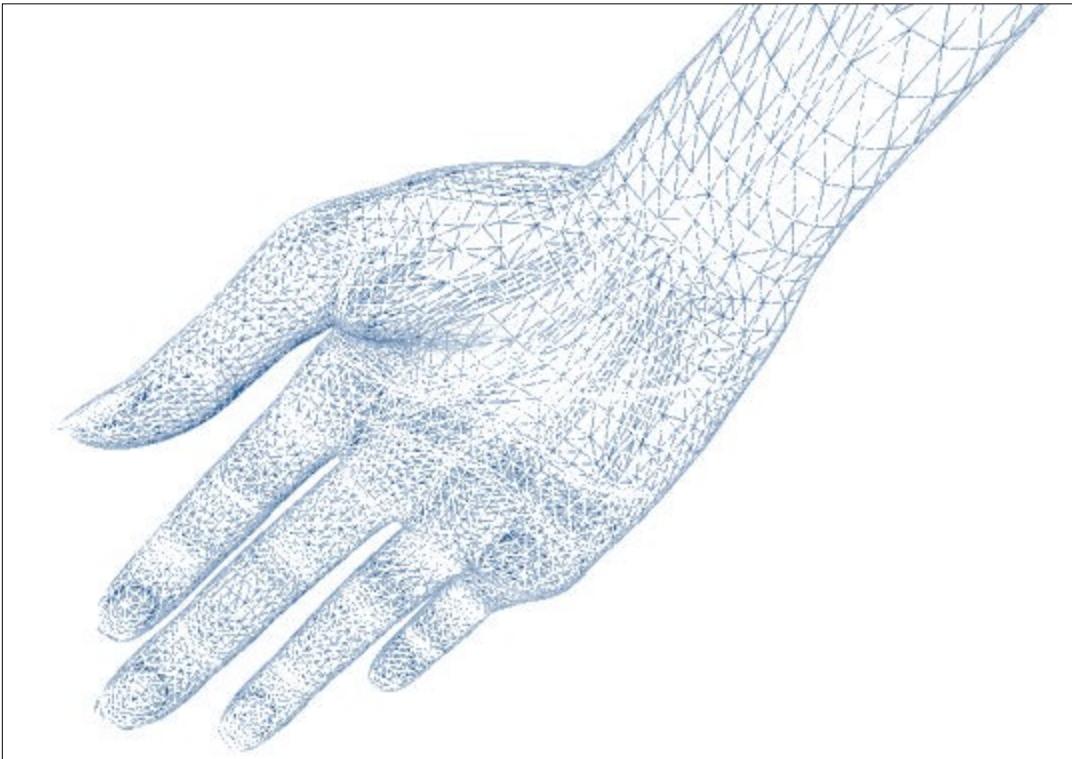


Карта на Токио от Bureau of Transportation, Tokyo Metropolitan Government

Центърът на София



Мрежест модел на длан



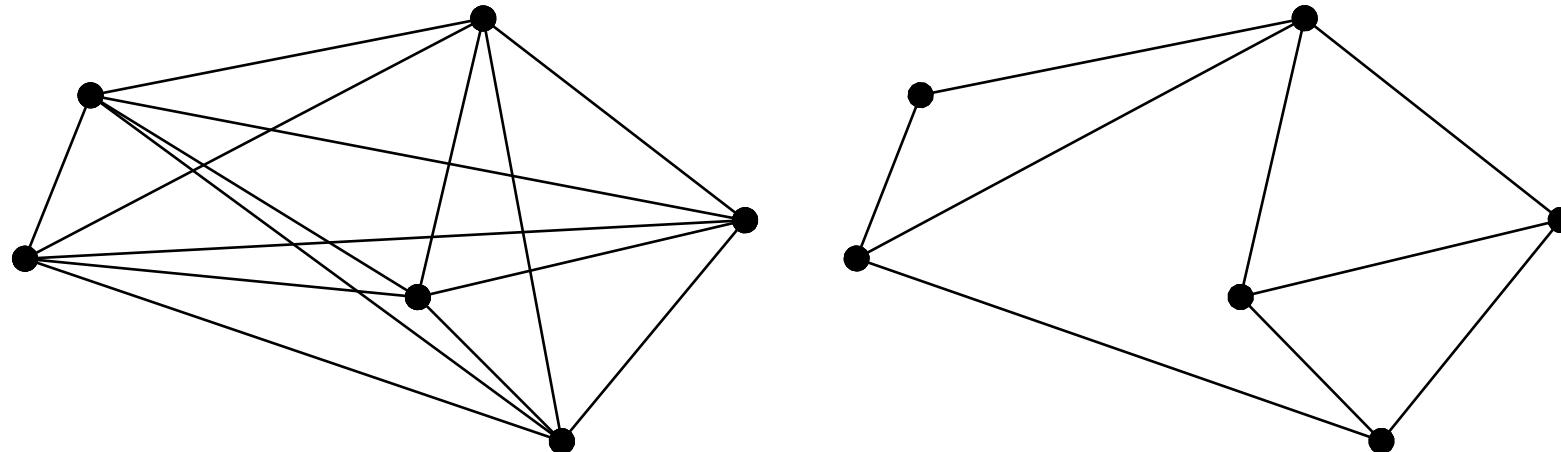
Классификация на графи

Класификации

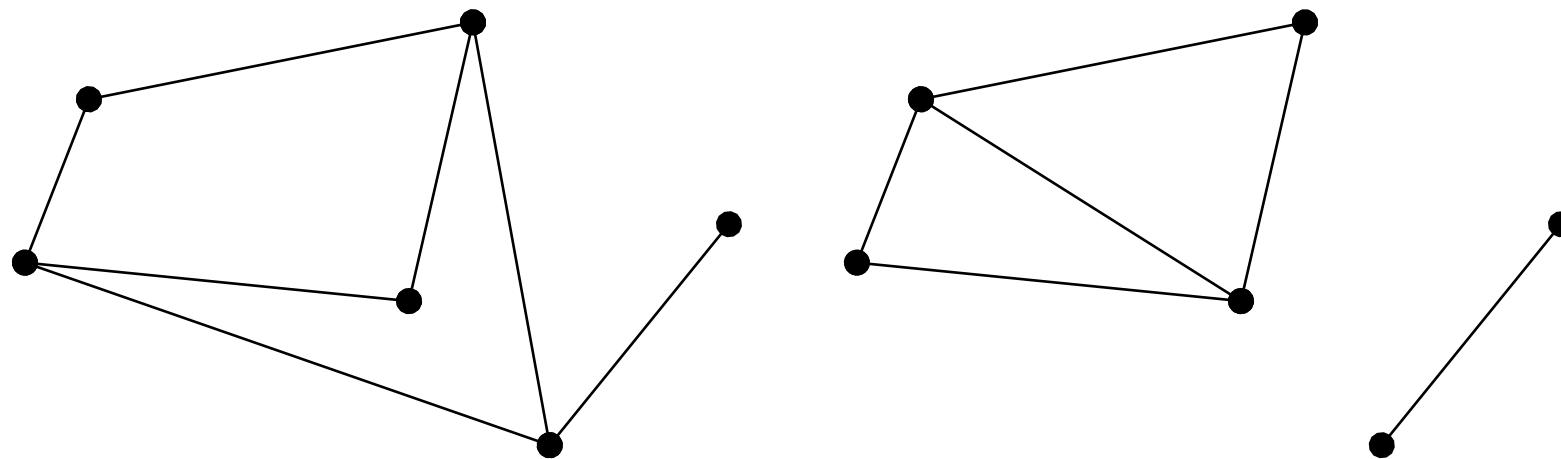
Според конкретни характеристики

- Пълен и непълен
- Свързан и несвързан
- Ориентиран и неориентиран
- Симетричен и асиметричен
- Планарен (равнинен) и непланарен
- Претеглен и непретеглен

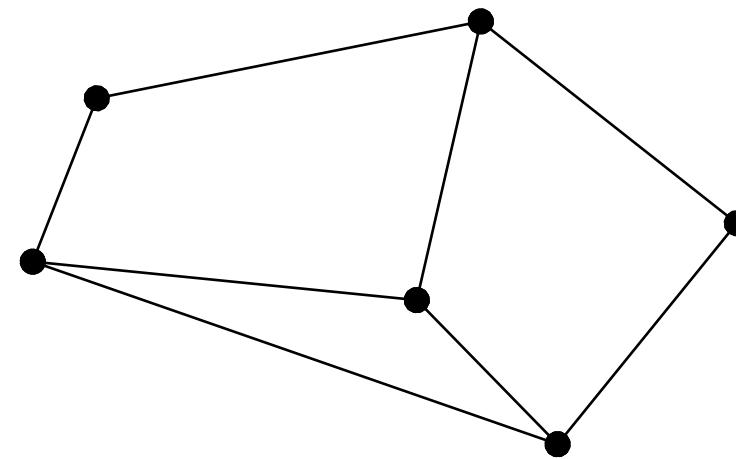
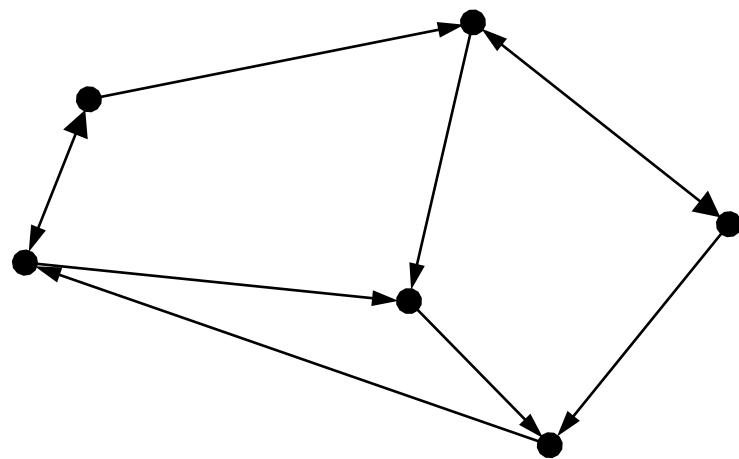
- Пълен граф
(всеки два възела са пряко свързани)
- Непълен граф
(някои възли не са пряко свързани)



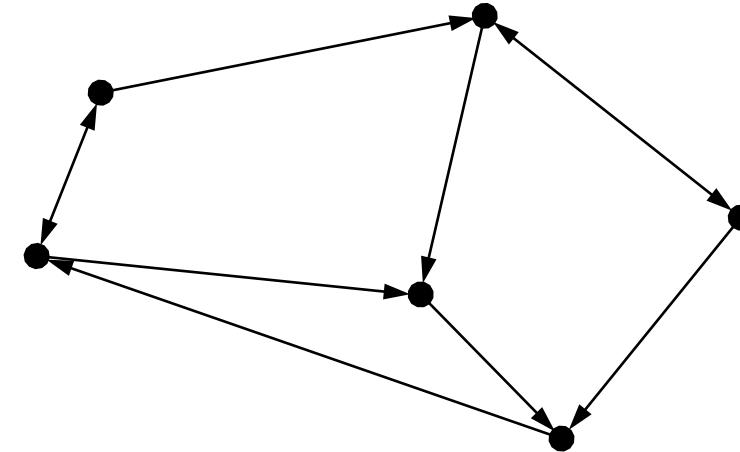
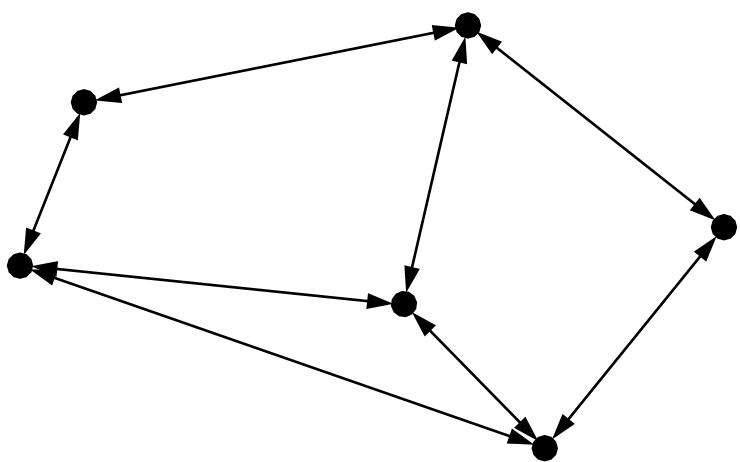
- Свързан граф
(между всеки два възела има път)
- Несвързан граф
(има възли без път между тях)



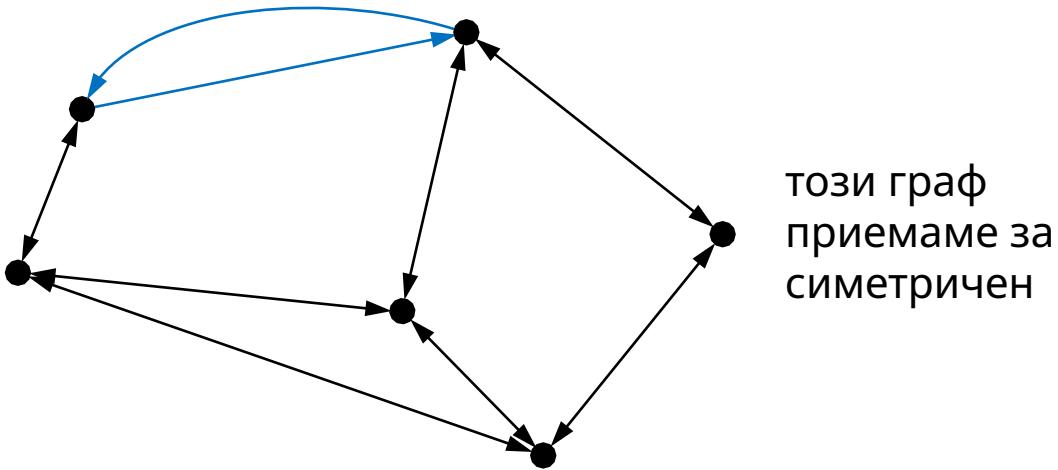
- Ориентиран граф
(ребрата имат посока)
- Неориентиран граф
(ребрата нямат посока)



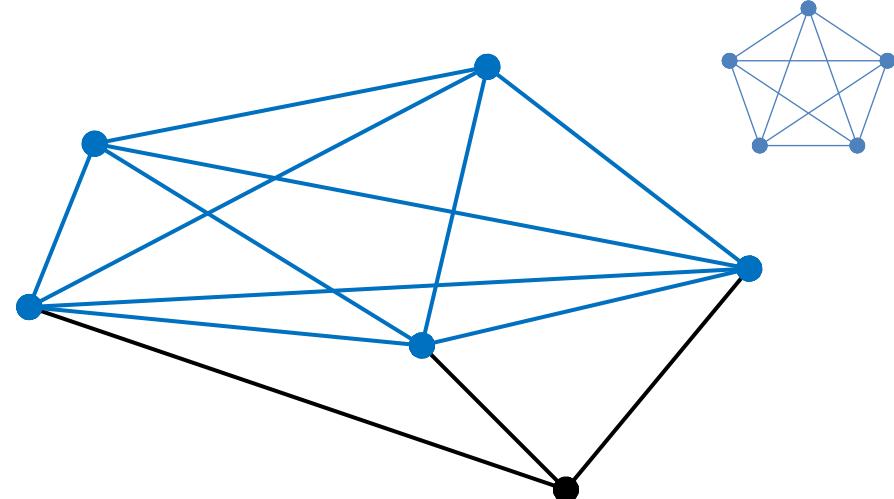
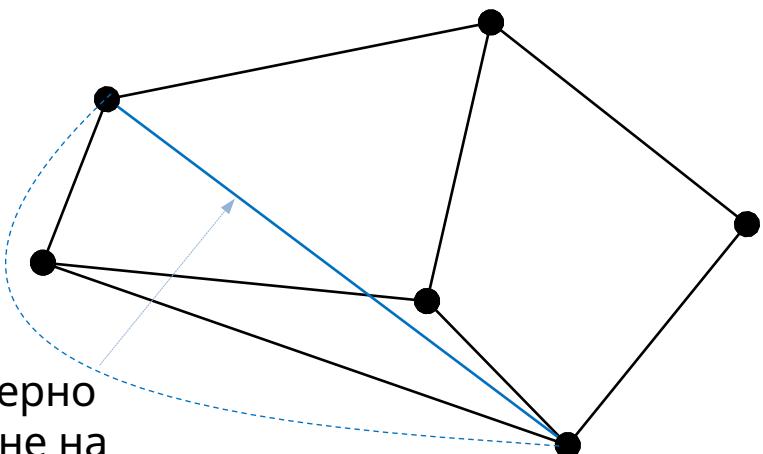
- Симетричен граф
(всички ребра са двупосочни)
- Асиметричен граф
(има възли, свързани само с едно еднопосочко ребро)



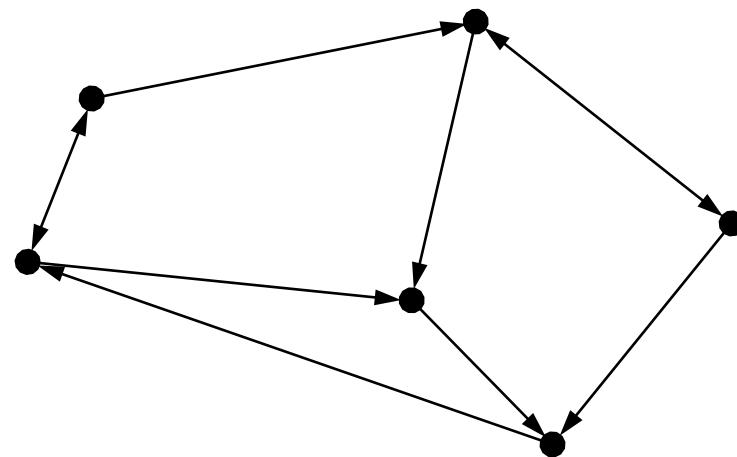
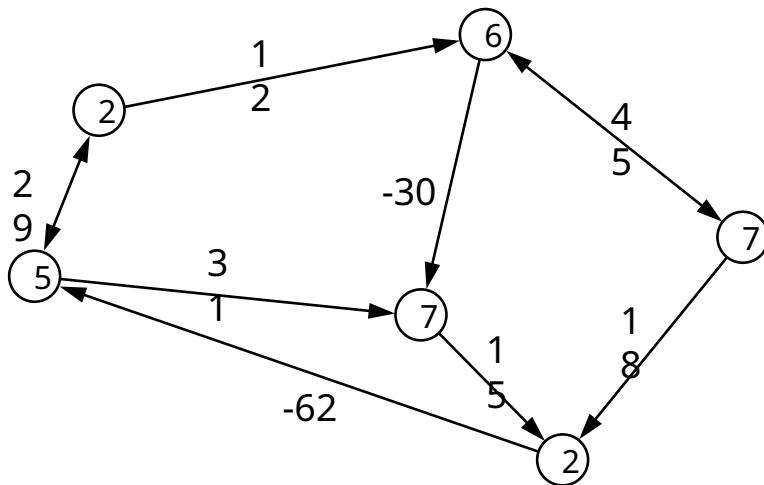
- Защо не трябва да се казва „някои ребра са еднопосочни“?



- Планарен граф
(може да се нарисува в равнината без пресичане на ребра)
- Непланарен граф
(не може)



- Претеглен граф
(ребрата и/или възлите имат „тегла“, „дължини“, „цени“)
- Непретеглен граф
(няма „тегла“ или пък всички тегла са равни)



Внимание

- Не всеки граф с числа по ръбовете е претеглен
 - Този по-долу е анотиран



Представяне на графи

Представяне на граф

Има различни представяния

- Най-доброто зависи от целите, за които ще се ползва
- Какви алгоритми ще се ползват
- Налични ресурси (памет и време)

Някои представяния са

- Чрез матрица на съседство
- Чрез двойно-свързани списъци

Матрица на съседство

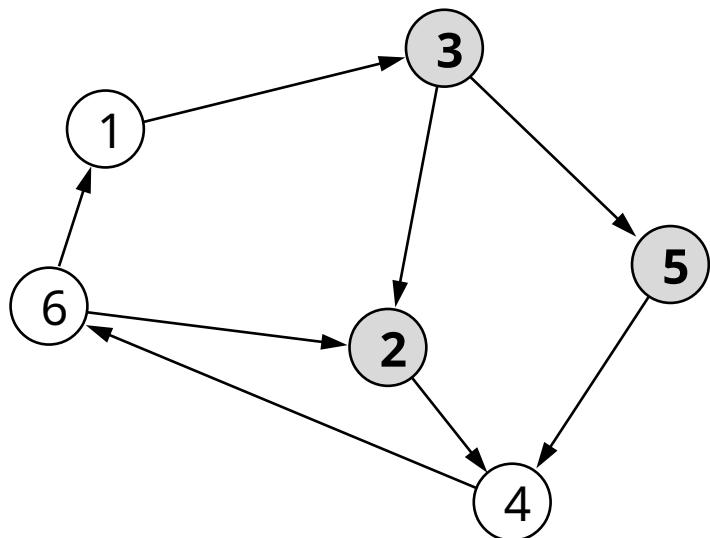
Граф с n възела (т.е. $|V| = n$)

- Матрица възел-към-възел
- Записваме 1 при наличието на ребро
- Записваме 0 при липса на ребро

Свойства на представянето

- Енородно и опростено представяне
- Непригодно за големи графи с много възли и ребра

Пример



от	къ м1	2	3	4	5	6
1	0	0	1	0	0	0
2	0	0	0	1	0	0
3	0	1	0	0	1	0
4	0	0	0	0	0	1
5	1	0	0	1	0	0
6	1	0	0	0	0	0

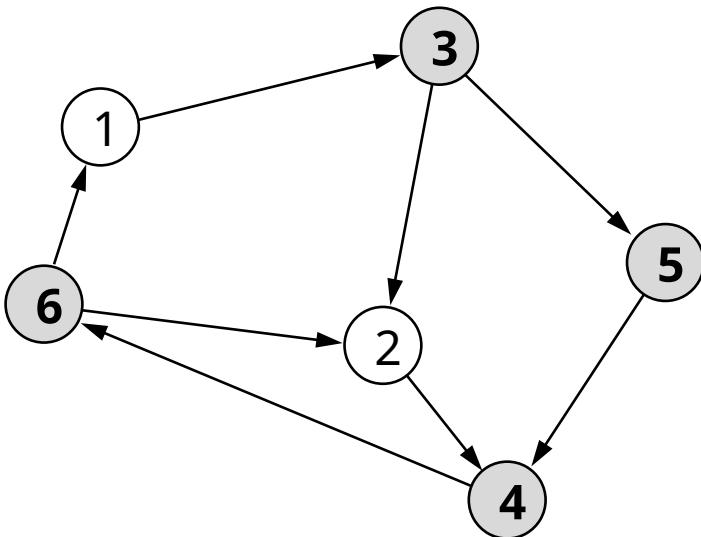
От възел 3 има ребра към възли 2 и 5

Повдигаме на квадрат

- Дали би станало нещо?

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Е, станаха брой пътища с дължина 2



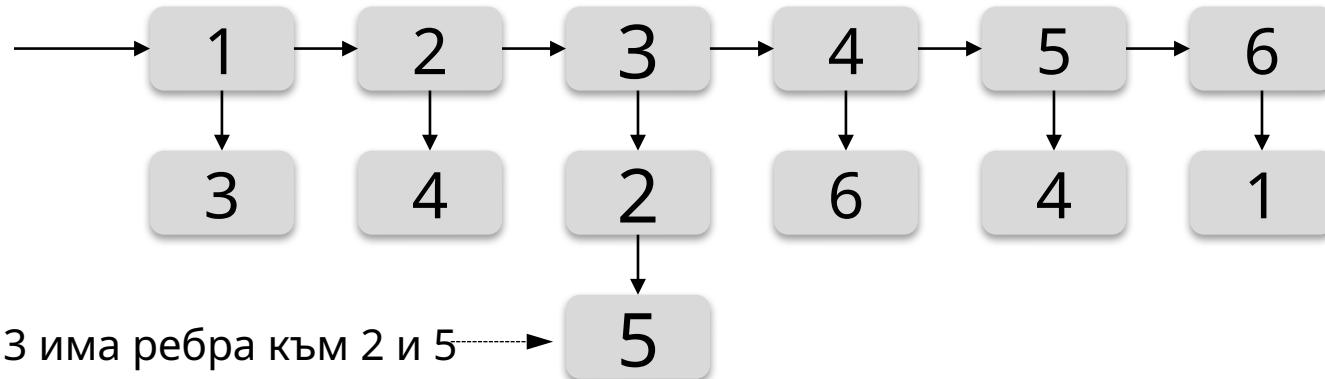
	къ м1	2	3	4	5	6
от 1	0	1	0	0	1	0
2	0	0	0	0	0	1
3	1	1	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	1
5	0	0	1	1	0	0
6	0	1	0	0	0	0

От 3 до 4 има два различни пътя От 5 до 6 има единствен път

Второ представяне

Представяне на матрица на съседство

- Чрез масив (дори битов) е неудобно
- Използва се, че е силно разредена



Други представяния

Списък на родителите

- За всеки възел се описват възлите, водещи до него

Списък на ребрата

- Списък от ребрата в произволен ред
- За всяко ребро се описва началния и крайния възел

Матрица на инцидентност

- Матрица възел-към-ребро
- Описва кой връх на кое ребро е начало или край

Матрица на достижимост

- Матрица възел-към-възел
- Записват се теглата на ребрата

Представените представяния

- Удобни за типичните задачи с графи
- А те са?

Типични задачи с графи

(скучни са ни и не ни интересуват)

- Обхождане на граф в дълбочина или широчина
- Намиране на най-къс път между възли
- Минимално покриващо дърво
- Хамилтонов цикъл
(обхождане еднократно на всички възли)
- Ойлеров път
(обхождане еднократно на всички ребра)

Обаче

КГ поставя нови уникални задачи

- Трудно решими със стандартните модели на графи

Примерни нови задачи

- Включване на стени към мрежа
(стена = полигон от ръбове в мрежа)
- Обхождане на мрежа
- Изглаждане на повърхност от мрежа

Някои от задачите в КГ

- Изискват ребрата да имат водеща роля
- Изискват графът да е и множество от стени
- Нужни са друг вид базови операции

КГ се интересува често от графи

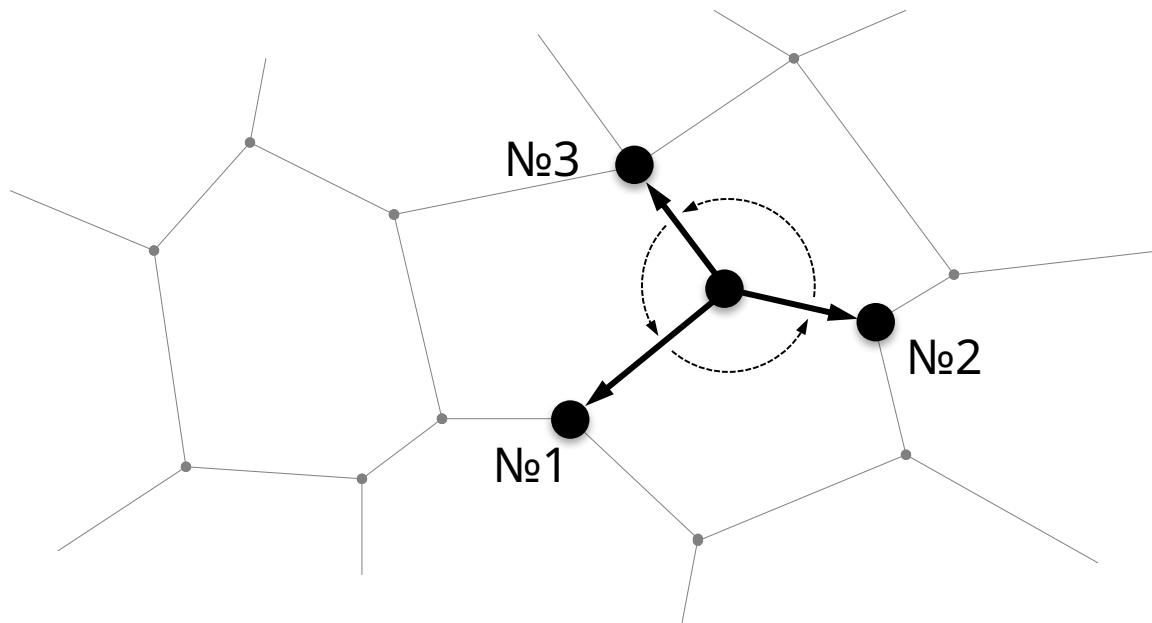
- Които са непълни, свързани, неориентирани, локално планарни, непретеглени
- Важно е пространственото положение
- Важна е поредността на ребрата и връховете

Операции с графи

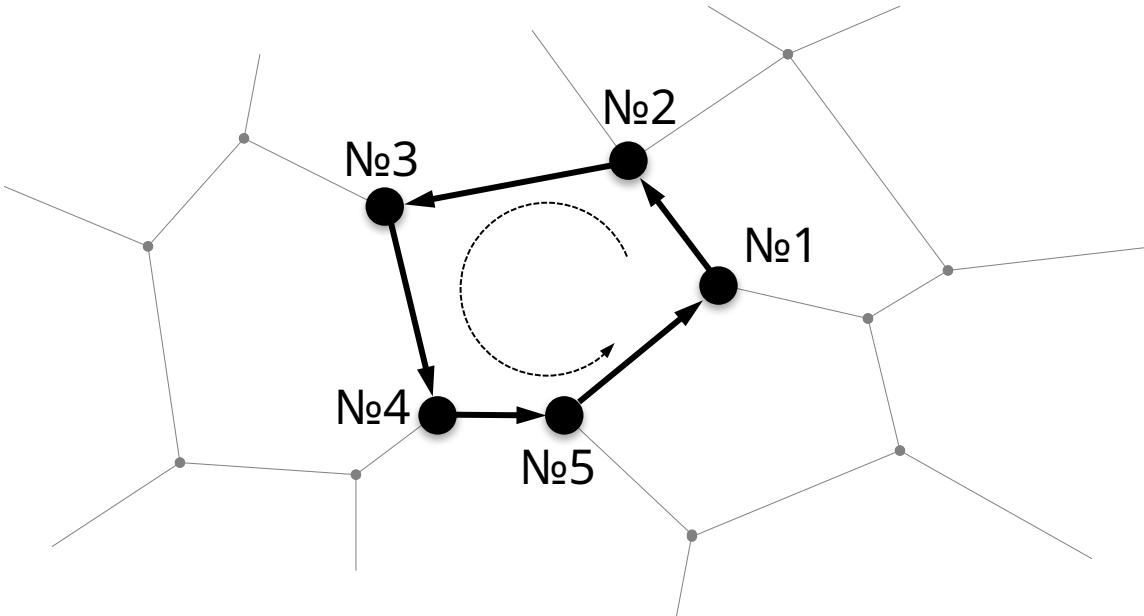
Операции с графи

Операции с графи в компютърната графика

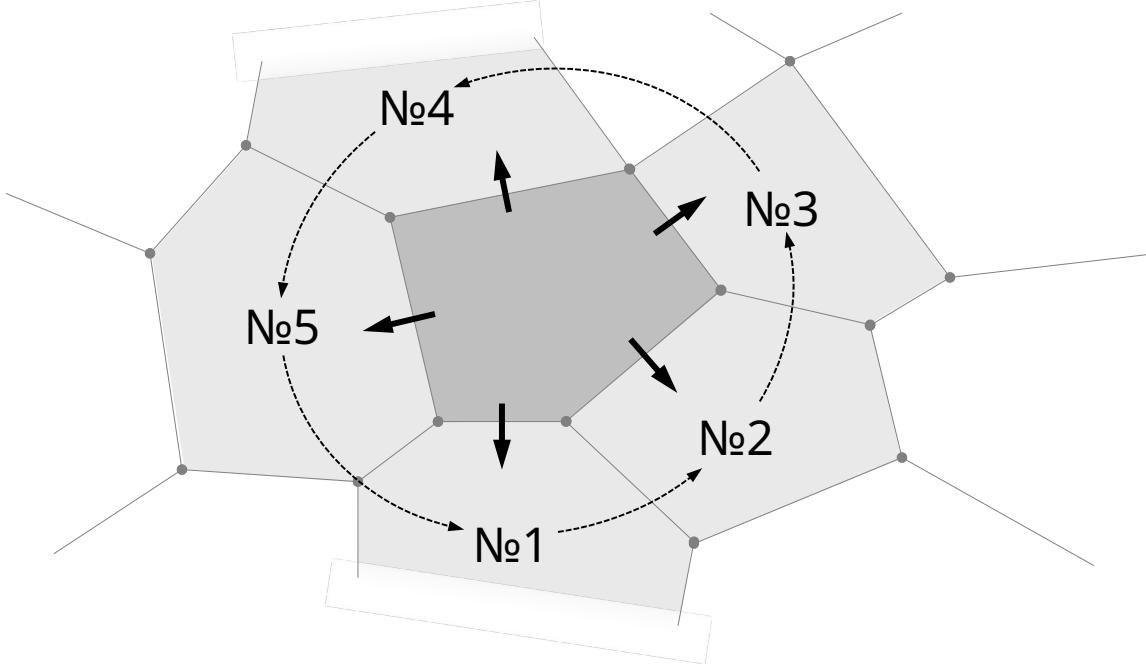
- Намиране на поредни съседни възли



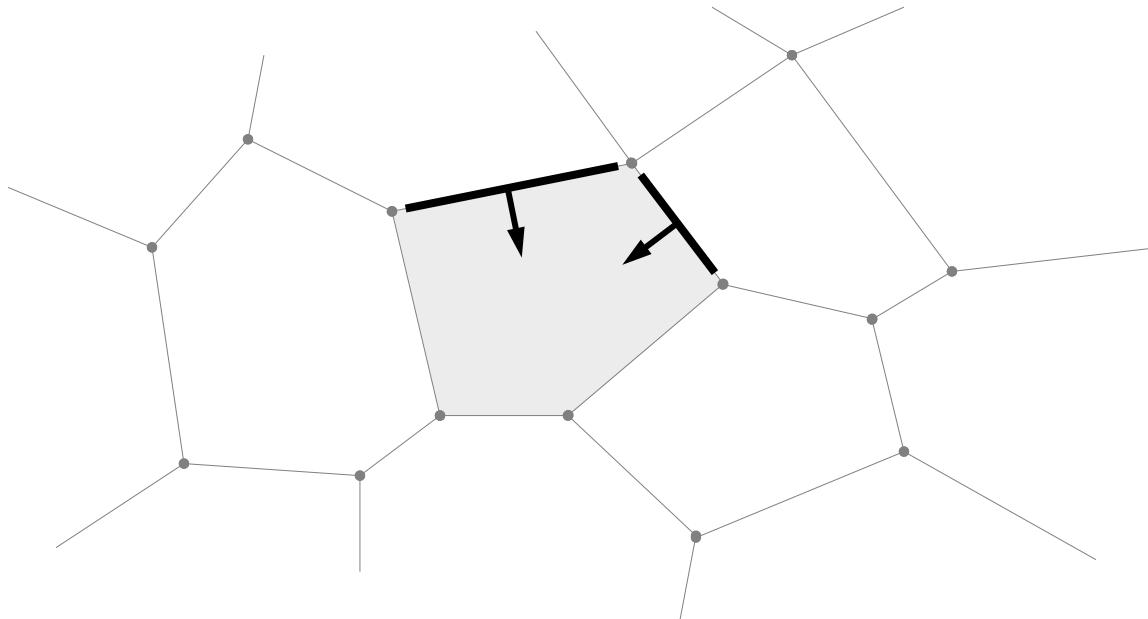
- Обхождане на възли от стена



- Намиране на съседни стени



- Намиране на стена по две съседни ребра



ДССР (DCEL)

абстрактна структура от данни

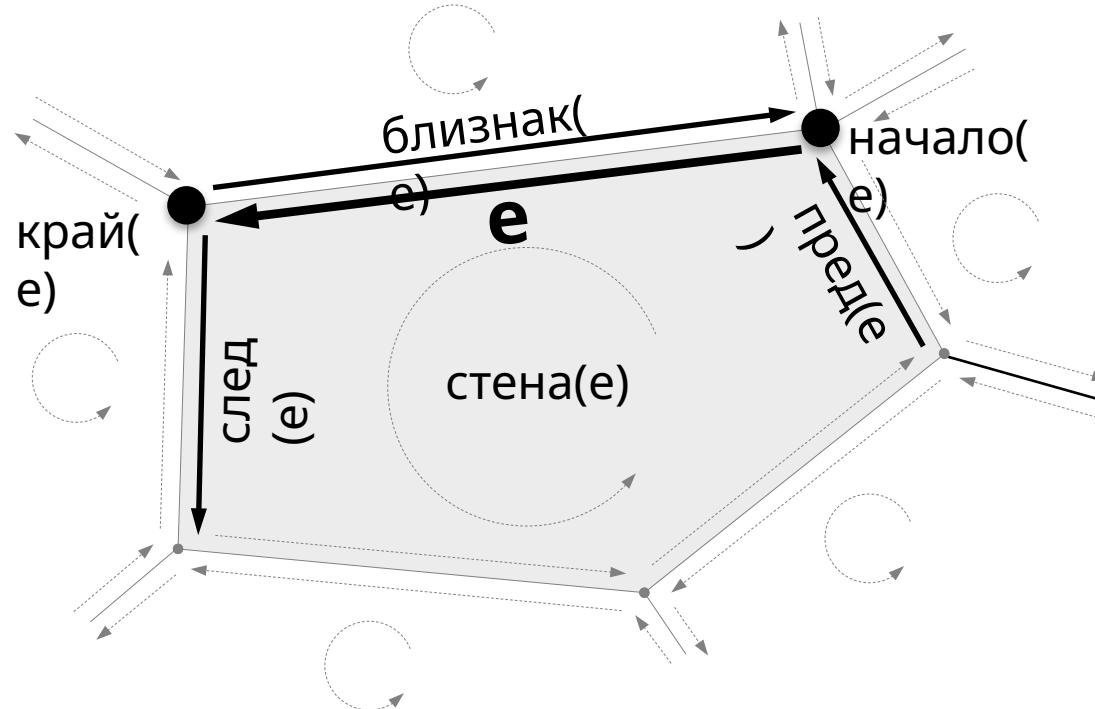
Нова структура от данни

Двойно свързан списък от ръбове

- DCEL (Doubly Connected Edge List)
 - Възлите са свързани с полуръбове
(двойка симетрични насочени ръбове)
 - Всички стени се обхождат еднообразно
 - Всеки полуръб е към единствена стена
 - За всеки полуръб има допълнителни данни
- 

Нови функции

- Съществуването им е част от ДССР
- Реализацията им не е част от ДССР



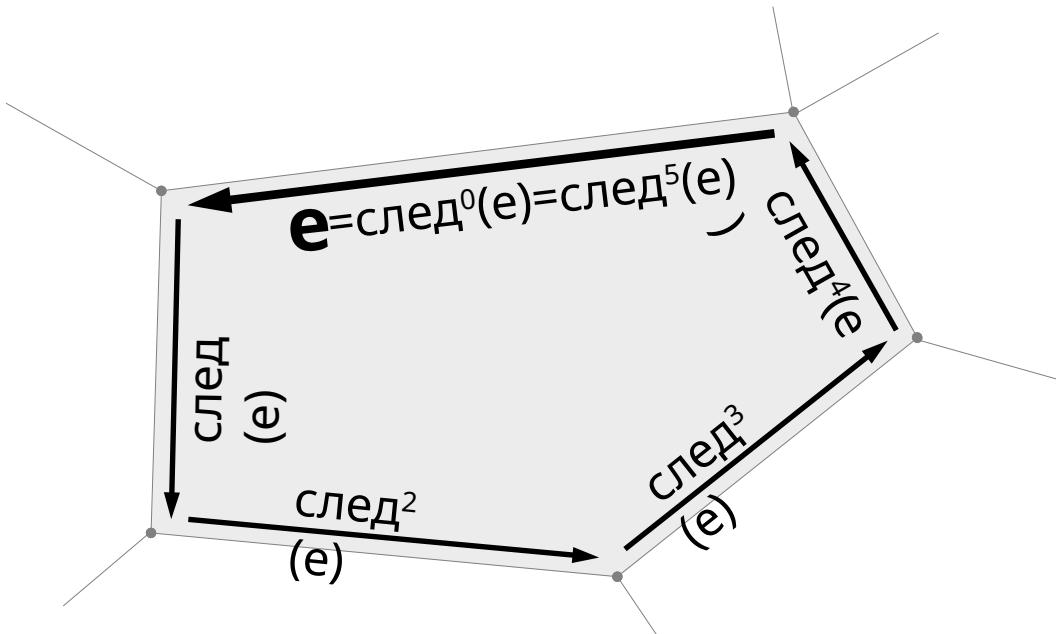
Примерно използване

Задачи с ДССР

- Намиране периметър на стена
- Намиране на две съседни стени
- Намиране на гранични полуръбове
- Обхождане на стени около възел

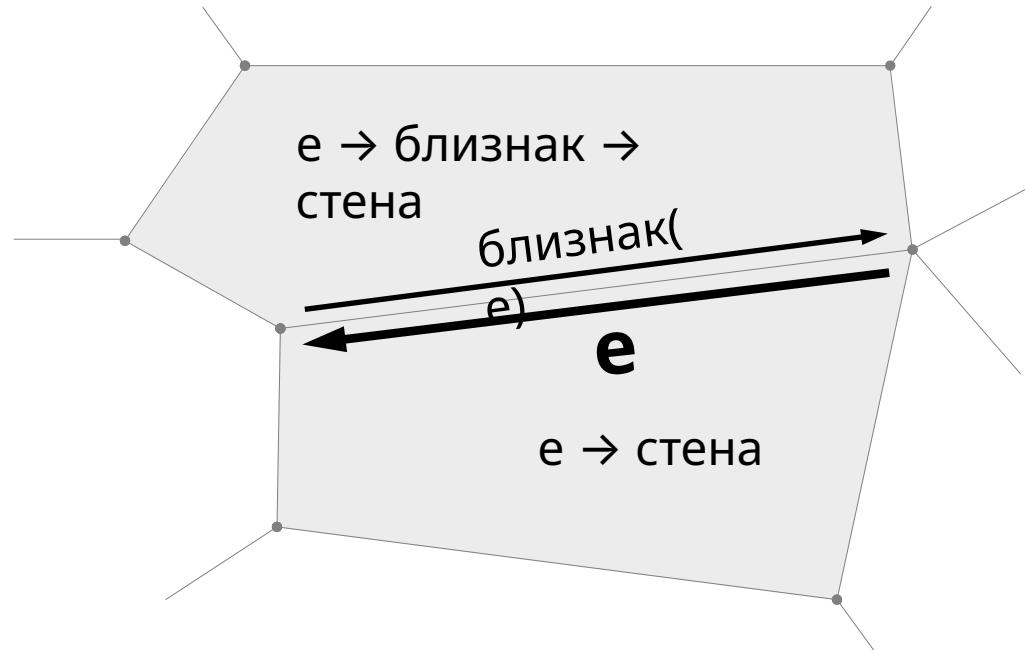
Периметър на стена

- Започваме от зададен полуръб: e
- Следваме: $e \rightarrow \text{след} \rightarrow \text{след} \rightarrow \dots \rightarrow e$



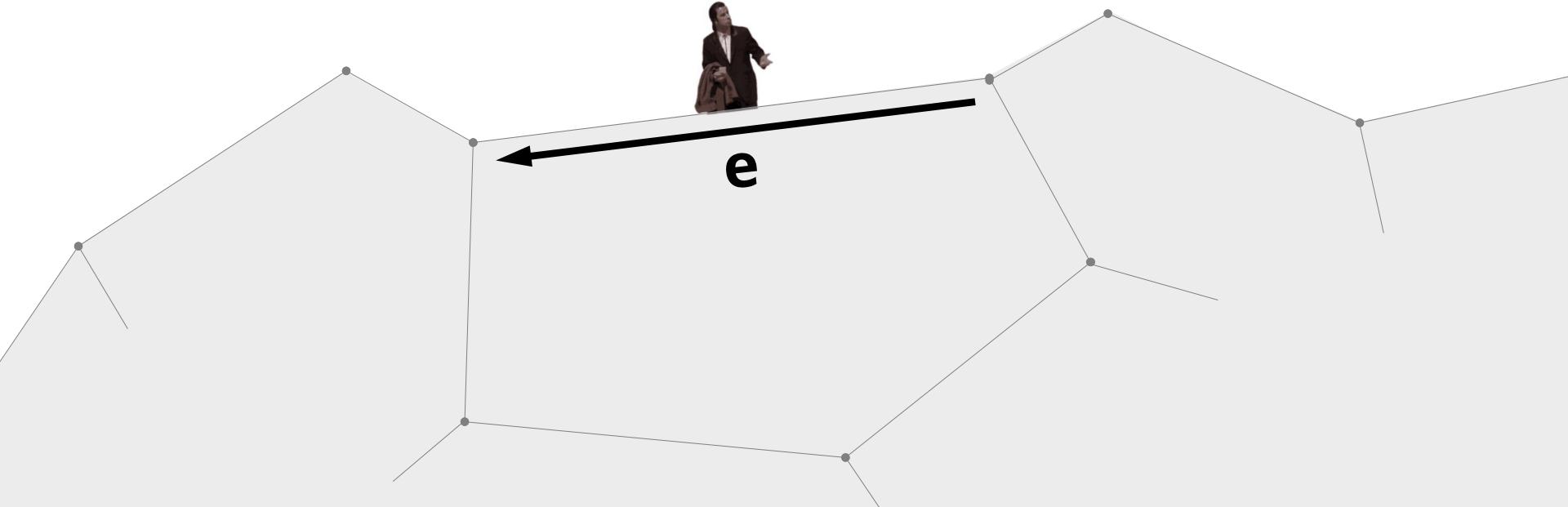
Съседни стени

- Първа стена: $e \rightarrow$ стена
- Съседна стена: $e \rightarrow$ близнак \rightarrow стена



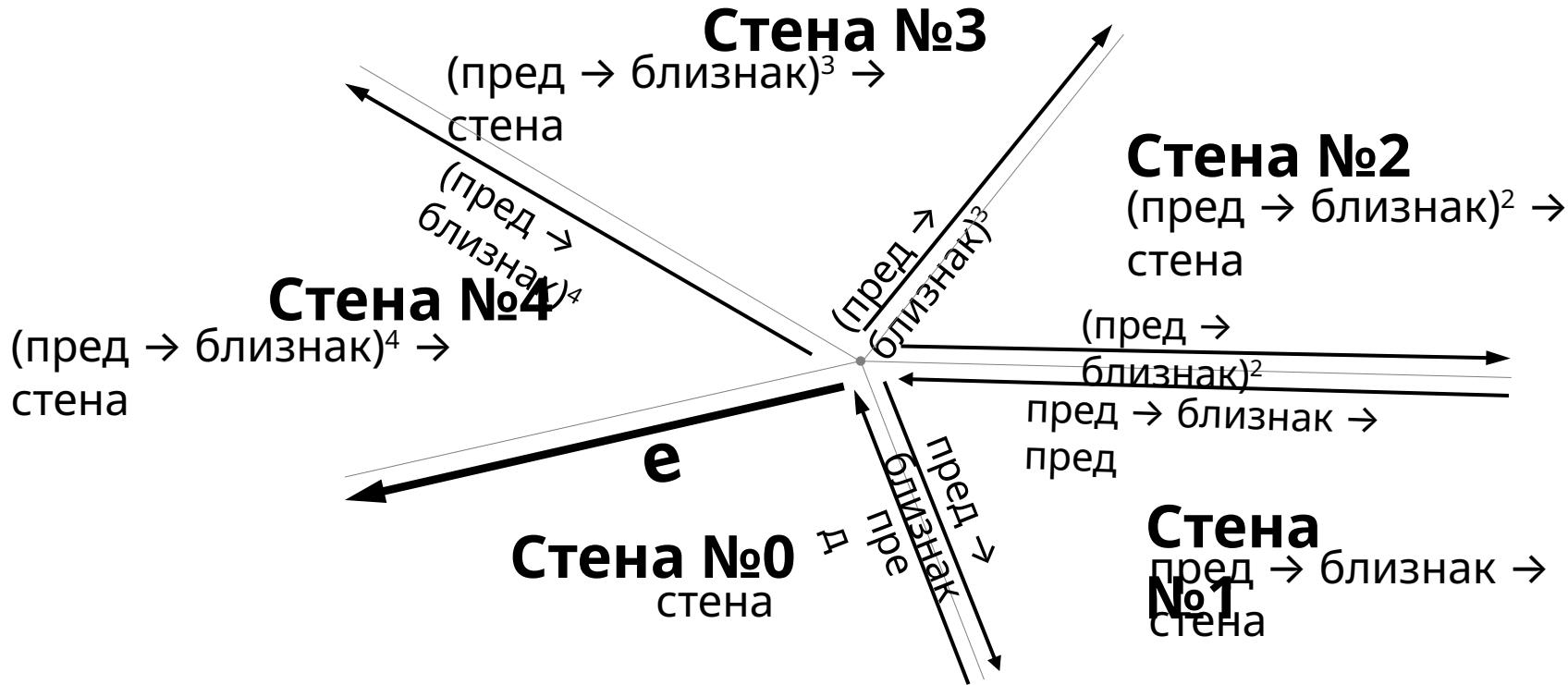
Границен полуръб

- Полуръбове, отвъд които няма мрежа
- Липсва: е → близнак



Обхождане на стени около възел

- Чрез полуръбовете: (пред → близнак)ⁿ → стена



Въпроси?

Повече информация

AGO2 стр. 199-203

GRIM стр. 513-516, 533-534

KLRO стр. 125-130

MORT стр. 219-221

А също и:

- The Winged-Edge Data Structure

<http://www.cs.mtu.edu/~shene/COURSES/cs3621/NOTES/model/winged-e.html>

Край