

СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ
„СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“



Ориентация

ТЕМА №14

Съдържание

Тема 14: Ориентация

- Ойлерови ъгли
- Астрономически координати
- Динамика на полета
- Клониране

Ориентация в 3D

Ориентация в 3D

Под ориентация се разбира

- Завъртността на обект в 3D

Цел на ориентацията на обект

- Еднозначното ѝ представяне в 3D
- Удобно за потребителя
- Предсказуем резултат

Някои методи за ориентация

- Ойлерови ъгли
- Астрономически координати
- Динамика на полета

Избор на метод

- Според наличните изисквания за ориентация в 3D

Реализация на различните методи

- Чрез умножение на матрици
- Подробности в теми 19 и 26

СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ
„СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“



Матрици

ТЕМА №19

ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНАТА ГРАФИКА · проф. г-р ПАВЕЛ БОЙЧЕВ · ИТ-ФМИ-СУ · 2025

СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ
„СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“



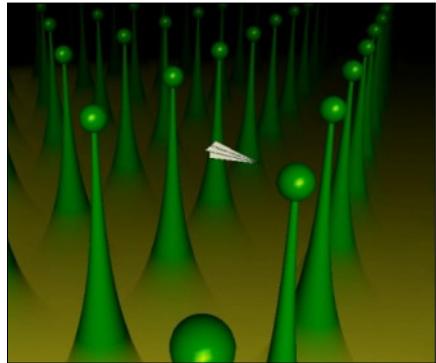
Деформации

ТЕМА №26

ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНАТА ГРАФИКА · проф. г-р ПАВЕЛ БОЙЧЕВ · ИТ-ФМИ-СУ · 2025

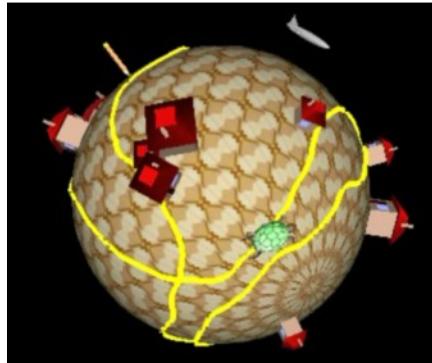
Примери с контрол на ориентацията

- Слалом на непозната планета
- Нервна костенурка върху планета
- Полет между най-големите градове



“Slalom”

<http://youtu.be/cCxduRWjoRM>



“Turtle Land”

<http://youtu.be/HhlUgQKwc1o>



“Around The World”

<http://youtu.be/Acx9Pa14dkk>

Ойлерови ъгли

Ойлерови ъгли

Ойлерова теорема за ротацията

- Всяка ориентация в 3D пространството може да се представи чрез три ъгъла (ротации)
- Поредността им не е в произволен ред

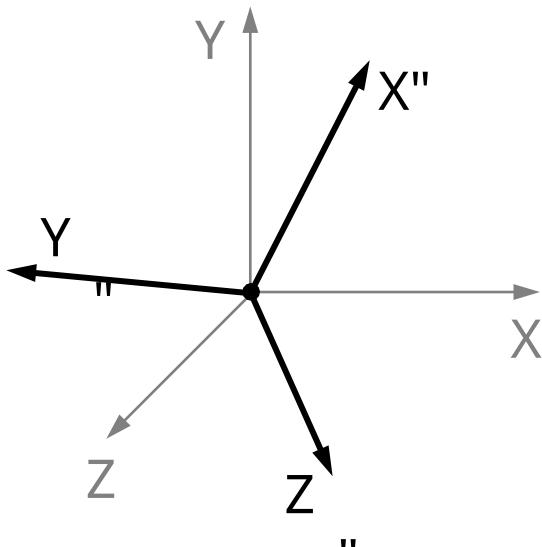
Ойлеровите ъгли

- 12 различни комплекта от по три ъгъла

Пример с комплект ZXZ

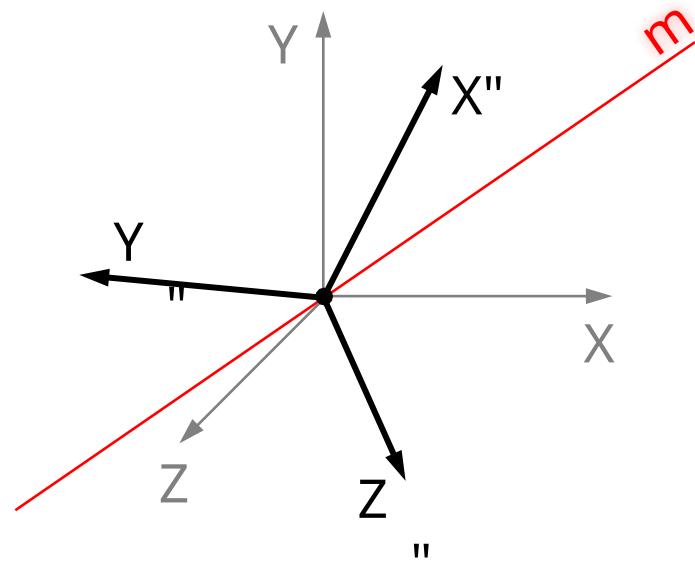
Начало и крайне положение

- Две координатни системи $XYZ \rightarrow X''Y''Z''$
- Общо начало (т.е. без трансляция)



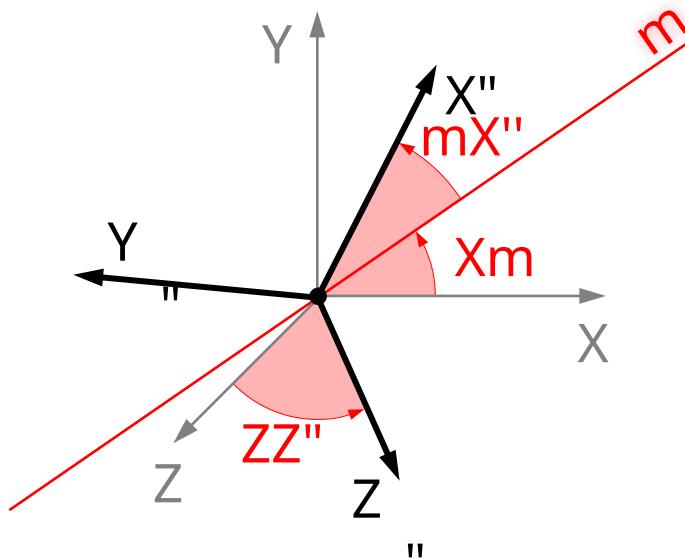
Обща права

- Обща права m на равнините $X''Y''$ и XY
- Правата m е перпендикулярна на Z'' и Z
- Правата m ще е ориентир



Кон са ойлеровите Ѹгли ZXZ

- Ѹгъл №1 – Xm
- Ѹгъл №2 – ZZ''
- Ѹгъл №3 – mX''



Построение

Построение чрез комплект ZXZ

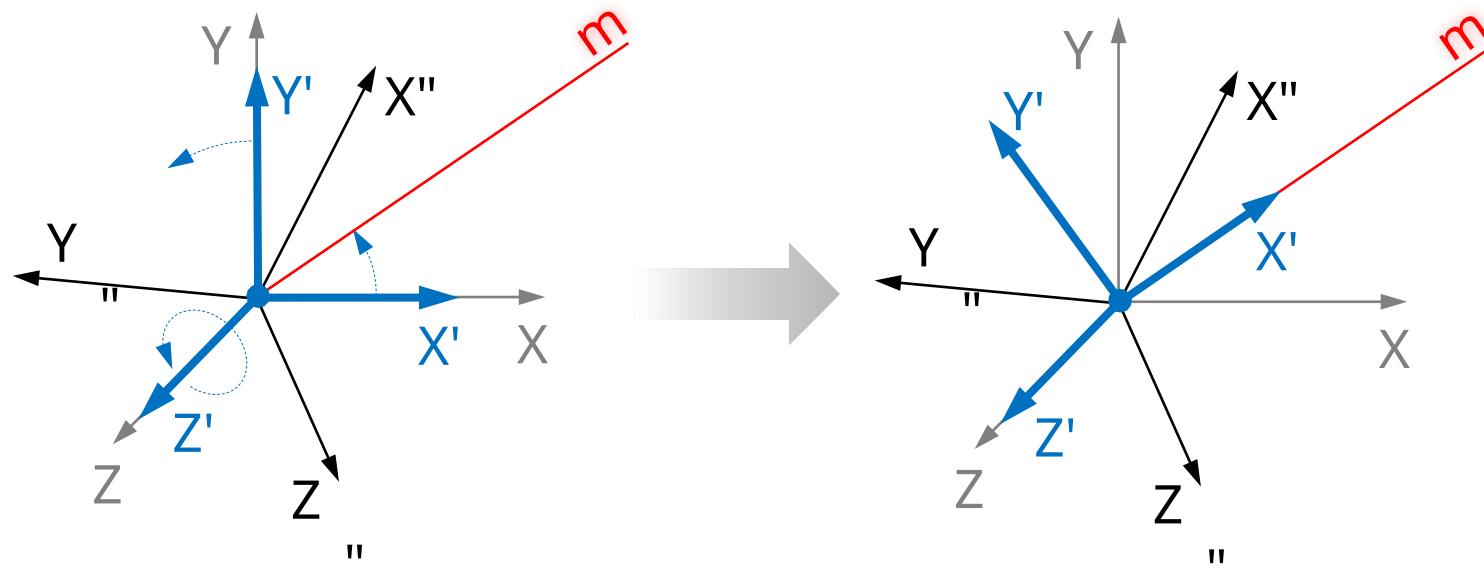
- Въртене около локалната ос Z
- Въртене около локалната ос X
- Въртене около локалната ос Z
- Редът на ротациите е фиксиран

Локалните оси се кръщават X' , Y' , Z'

- Първоначално съвпадат с X , Y , Z
- Накрая ще съвпадат с X'' , Y'' , Z''

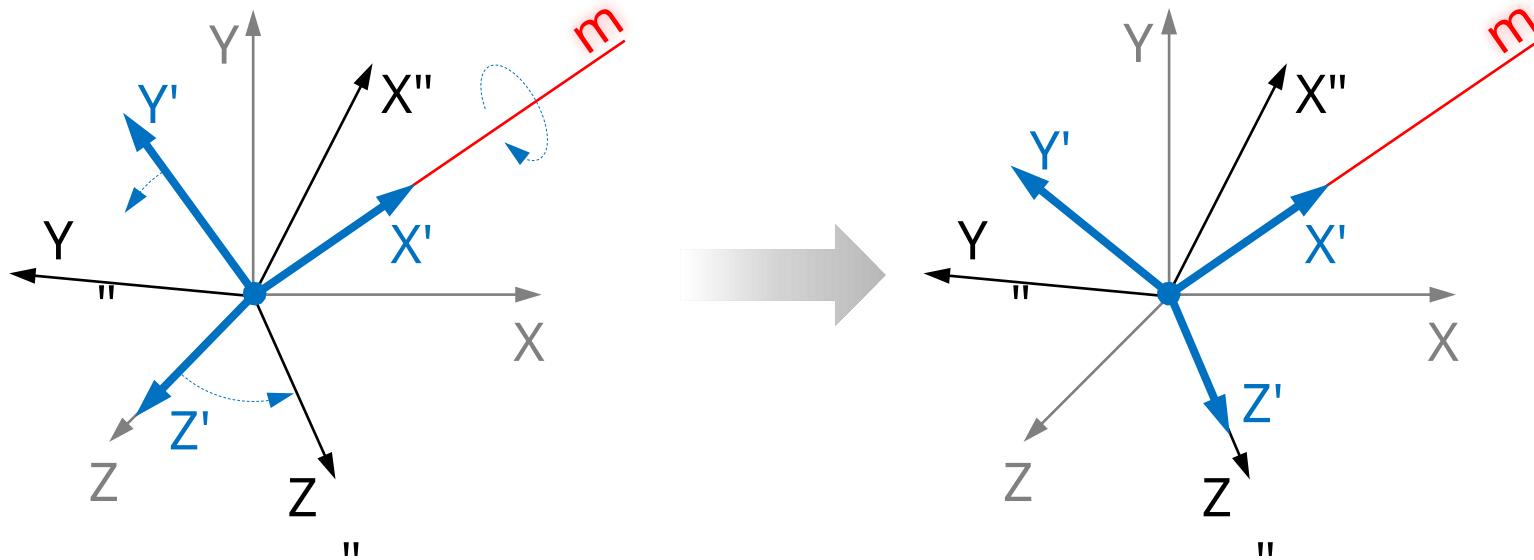
Ъгъл №1 (Xm)

- Въртене около Z' (съвпада със Z)
- Целта е X' от X да отиде в m
- Така координатна ос X' съвпада с обща права m



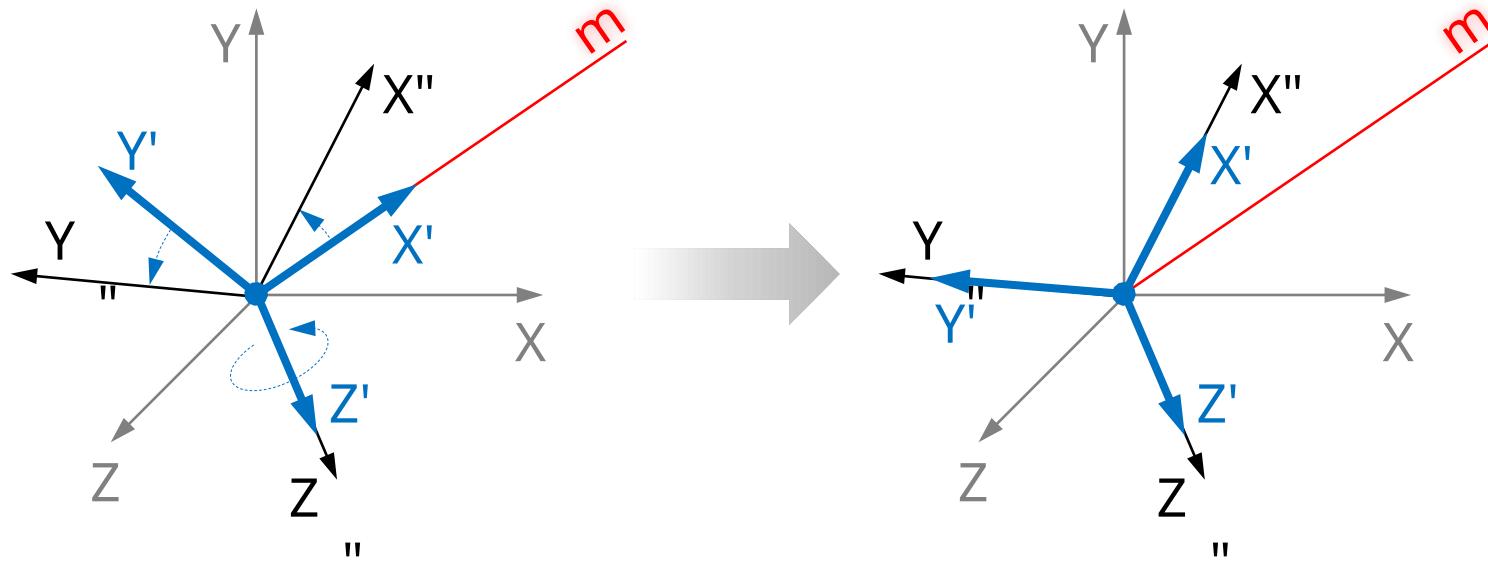
Часъл №2 (ZZ'')

- Въртене около X' (съвпада с m)
- Целта е Z' да отиде завинаги в Z''
- Така гъвките равнини се слепват



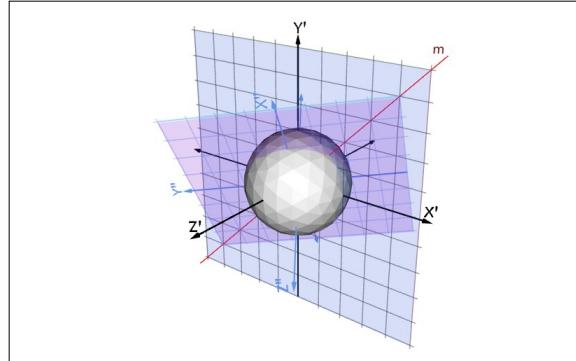
Тъгъл №3 (mX'')

- Въртене отново около Z'
- Целта е X' от m га отиде окончателно в X''
- Y' няма къде да ходи освен в Y'' (Зашо?)



Демонстрация на стъпките

- Стъпка №1 – постига се обща права
- Стъпка №2 – постига се обща равнина
- Стъпка №3 – постига се общо пространство
(незадължителна стъпка №4 – гледа се многократно до разбиране)



Астрономически
координати

Основни идеи

Астрономически координати

- Определяне на положението на обекти по небето (звезди, планети, спътници, гарги)
- Различни модели (хоризонтален, екваториален, еклиптичен и др)

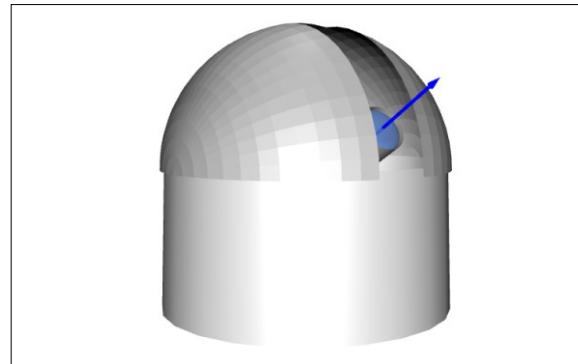
В компютърната графика

- Най-често се ползва хоризонталният метод

Хоризонтален метод

Ориентация на телескоп

- Хоризонтално въртене наляво-надясно
- Вертикално въртене нагоре-надолу



При ориентацията на телескоп

- Може да се завърта на всички посоки
(това, че не може надолу, е дизайнерско решение)
- Ориентацията се определя от два ъгъла
- Ойлер обаче твърди, че ни трябват три

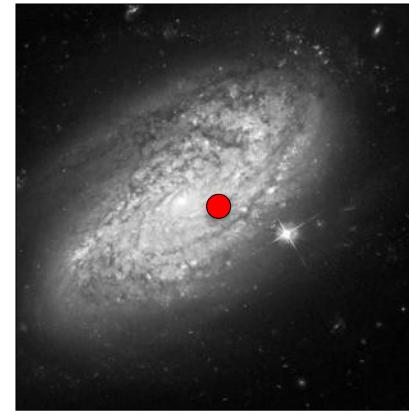
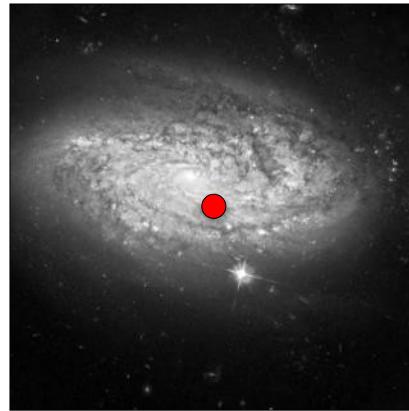
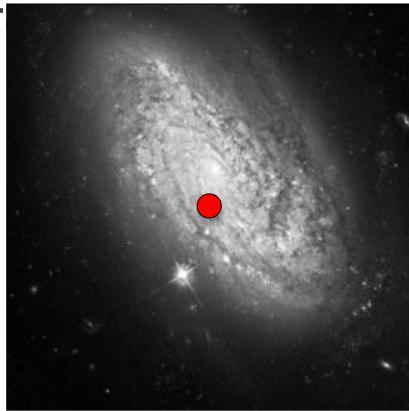
На кого да вярваме

- На очите си или на Ойлер?
- Къде е разминалането?

Липсващото число

- Без него ориентацията не е еднозначна
- Галактика NGC 3021 при еднка ориентация на

Т

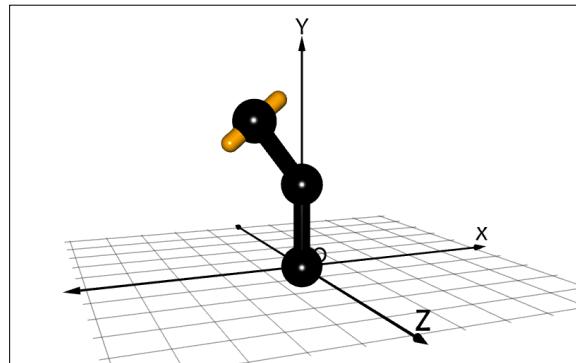


- Липса фиксиране на въртенето на сцената около централната точка

Приложение

Виртуален механизъм

- Вертикален и хоризонтален ъгъл
- Ъгъл на въртене около собствената ос



Ориентация с вектор

Преимущества

- Вектор за посока, ъгъл за завъртяност
- Интуитивна дефиниция на посока

Недостатък

- Ойлер пак е недоволен от нас
- Вектор и ъгъл са ... четири числа

Кое число е излишното?

- α – Определено не е ъгълът α
(без него се губи еднозначността)
- $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ – Не е и някоя от координатите x , y или z на Вектора
(той трябва да е тримерен)

Може ли някой да обясни парадокса

- Хем има излишно число, хем всички са жизнено важни

Бонус-упражнение за 5 т.

- Само за първия верен отговор във форума на курса

Динамика на полета

Роли на ориентацията

Статична роля

- Определяне на завъртятостта на обект
- С ойлеровите ъгли или астрономическите координати

Динамична роля

- Завиване при движение в 3D
- Заимстване на модели от авиониката

Модел на ориентацията

Координатна система

- Декартова, локална
- Движи се и се върти заедно с обекта

Въртене

- Около локалните координатни оси
- Сложното въртене се композира от няколко по-прости ротации

Използване в компютърната графика

- Клониране
(подробности в тема 14)
- Геометрично създаване на фрактали
(подробности в тема 22)
- Сложни системи от свързани елементи
(подробности в тема 25)
- Движения на части и на цели обекти
(подробности в тема 27)

Преимущества

- Движението не зависи от пространственото положение и ориентация

Недостатъци

- По-лесна ориентация, ако се „вживеем“ в обекта
- Задълбочената наляво на екрана може да изглежда надясно

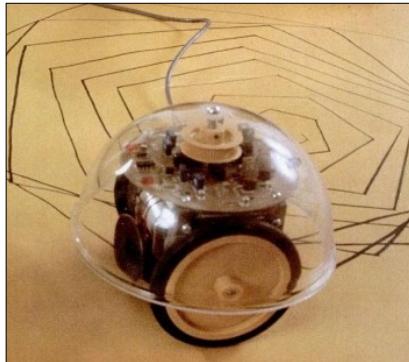
Основни характеристики

- Всичко се измерва спрямо АЗ^{ът}
- Няма глобална координатна система, няма точка (0,0,0)
(т.е. има, това съм АЗ, където и да съм)

История отпреди 40 г.

Роботи, оставящи следи по пода

- Контролират се с програма
- Наричали са се „костенурки“ заради фòрмата и скоростта на пълзене



Команди на роботите

- Движение напред и назад
- Завой наляво и надясно
- Спускане или вдигане на писец

Използване на роботите

- За образователни цели
- Обучение по математика и информатика

Костенуркова графика

Наименование

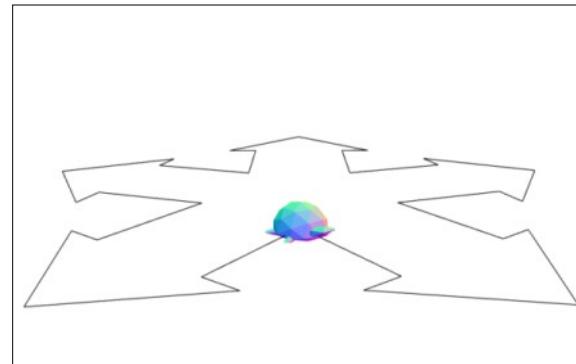
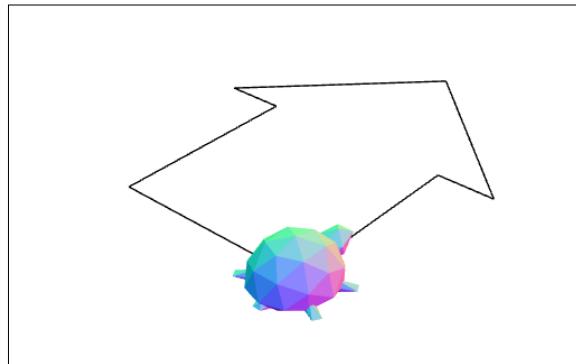
- На английски *turtle graphics*

Език за програмиране Лого

- Създаден преди 40-50 години
- Досега над 300 версии и диалекти
- Имат костенуркова графика

Независимост от ориентацията

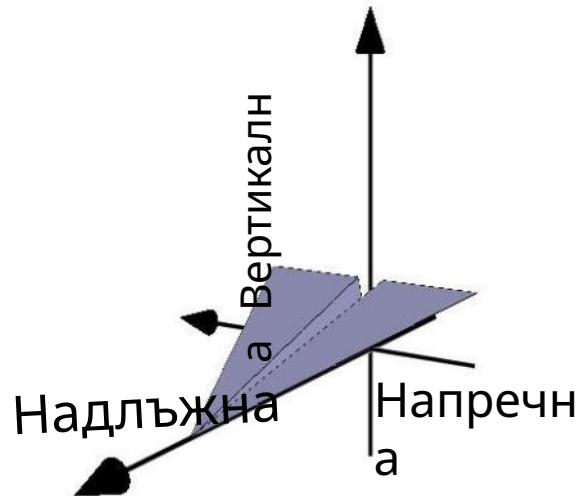
- Елементарна къща
- Петокъщие без основа



Ориентация в 3D

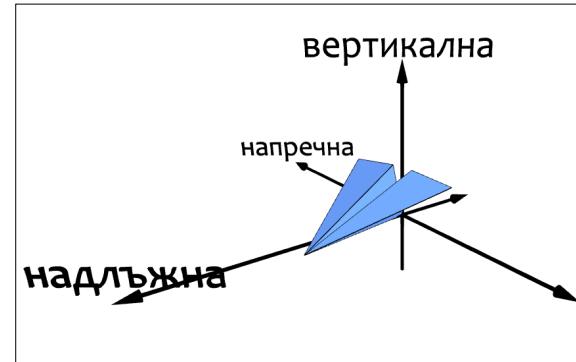
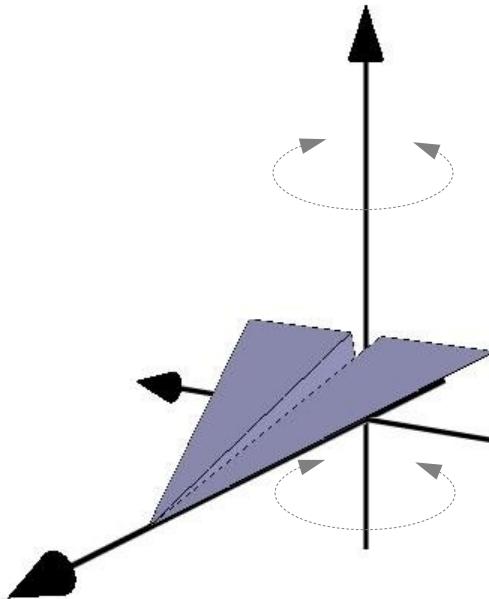
Оси на локална координатна система

- Надлъжна, вертикална, напречна



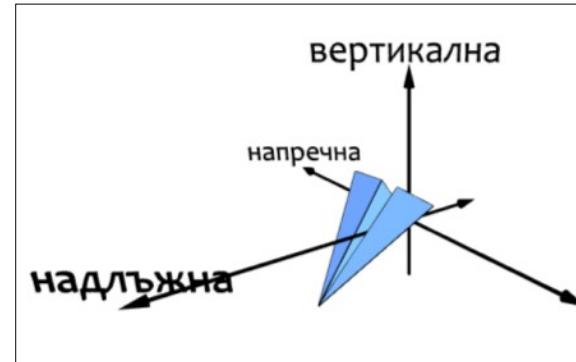
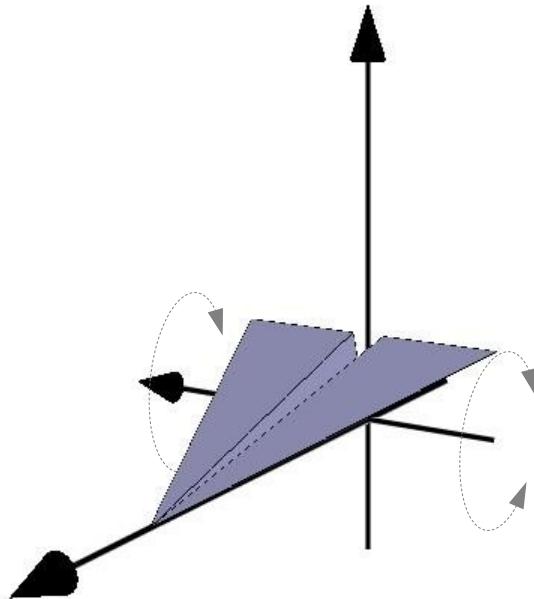
Въртене 1

- Въртене около вертикалната ос
- Отклонение от курса – завой, (англ. yaw)



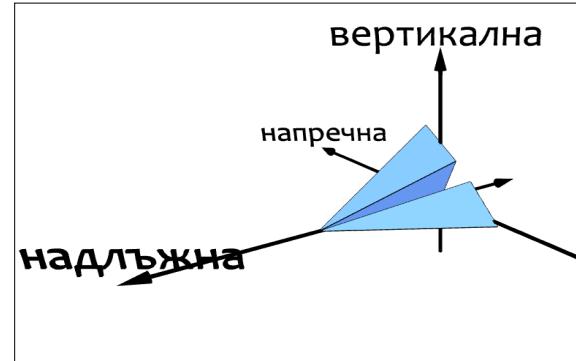
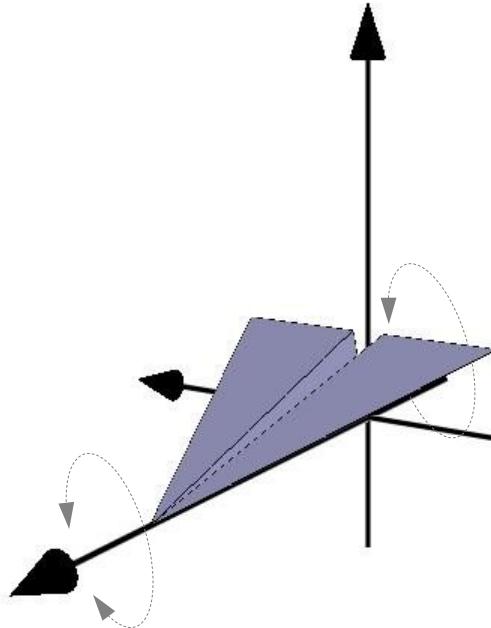
Въртене 2

- Въртене около напречната ос
- Наклон на носа – *танграж* (англ. *pitch*)



Въртене 3

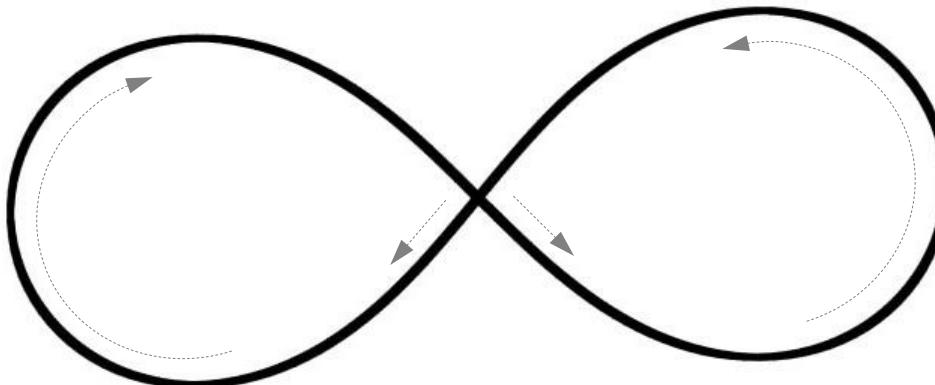
- Въртене около надлъжната ос
- Наклон на крилата – *крен* (англ. *roll*)



Пример със самолетче

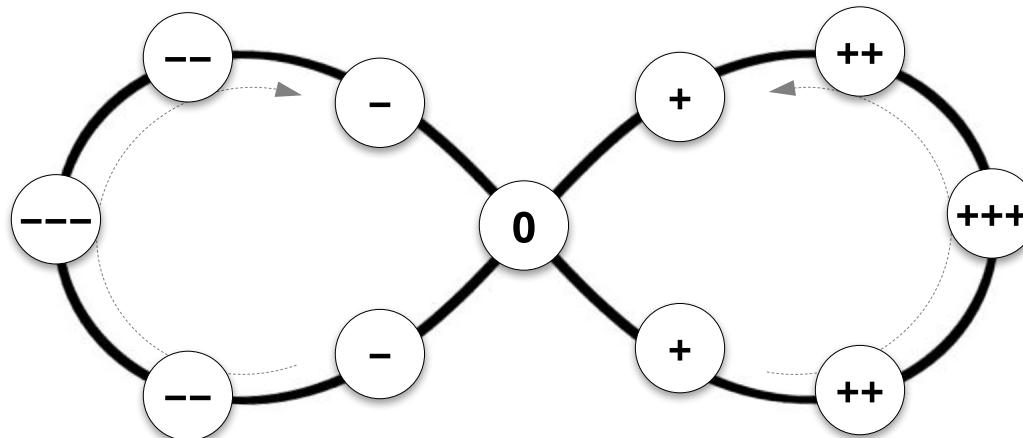
Прави осморки във въздуха

- При движение по едната примка завива наляво, а по другата – надясно
- Плавен переход между двете примки



Анализ на ъгъла на завиване

- Положителен, ако е наляво
- Отрицателен, ако е надясно
- Ъгълът е периодична функция



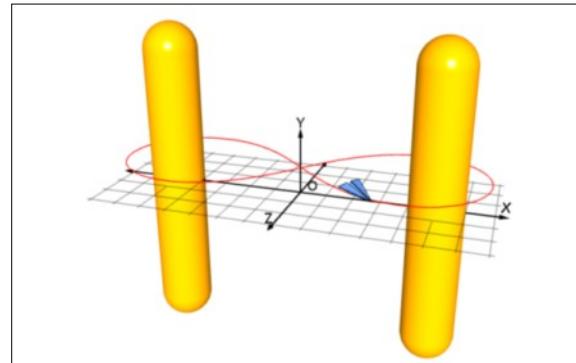
Уравнение на движението

- Правят се малки стъпки и малки завои
- От точка p_i движение със стъпка \vec{v}_i , ъгъл на завой α_i
- Пресмятаме в обратен ред:

$$\alpha_i = k \sin mt$$

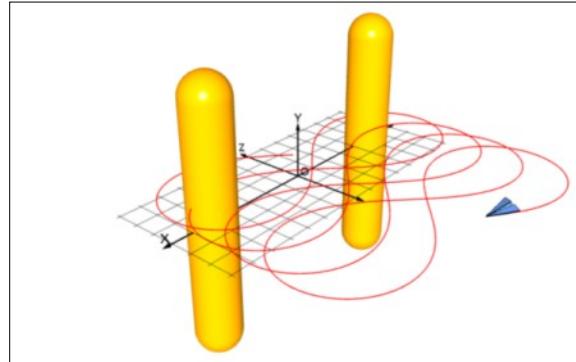
$$\vec{v}_i = \text{rot}(\vec{v}_{i-1}, \alpha_i)$$

$$p_i = p_{i-1} + \vec{v}_i$$



Параметри k и t

- Избрани така, че кривата да се затвори
- Ако не се затвори се получава лошо

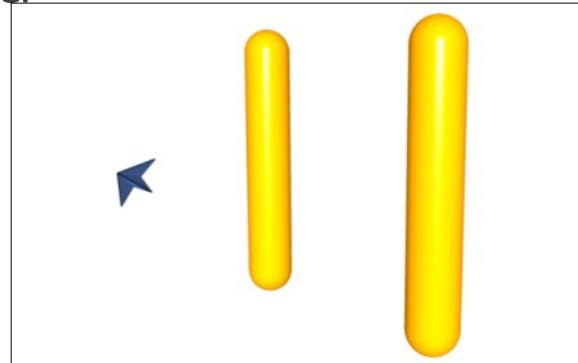


По-естествен полет

- При завой самолетът да се накланя

Тъжно

- Наклони ли се самолетът, променя се и траекторията



Решение с две координатни системи

- Първата е за навигация, втората е за ориентация
(първата дава координатите на самолетчето, втората - наклона му)

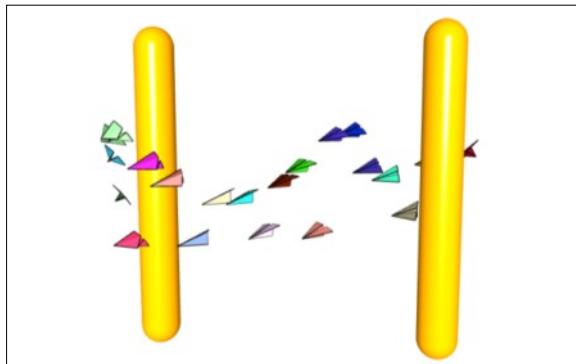
Решение с една координатна система

- Проблемът е да се съчетаят без да си прочат
(промяната в едната влияе негативно на другата)
- Заслужава се да се пробва

– Споделяне на една и съща координатна система

1. Прави се завой
2. Стъпка напред
3. Създава се кадър

1. Прави се завой
2. Стъпка напред
3. **Наклон встрани**
4. Създава се кадър
5. **Обратен наклон**
до хоризонтално положение



Клониране

Клониране

Основна идея

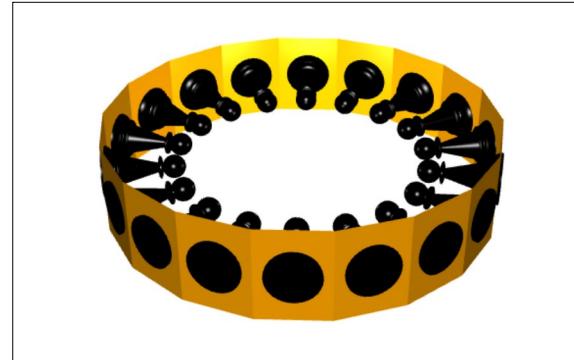
- Има невидим обект-самолет
- Клонира се образ на друг обект там
- Поставя се където е невидимият обект, като се ползват неговите координати и ориентация

Каква е полза?

- Спестяват се много сметки

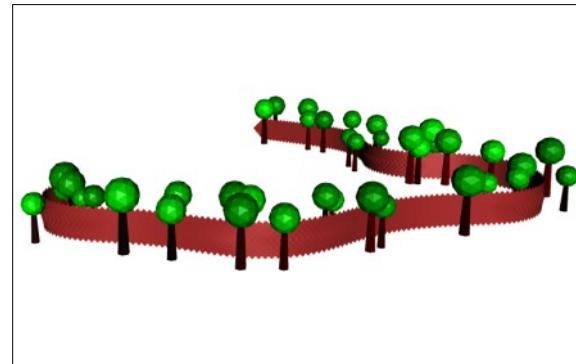
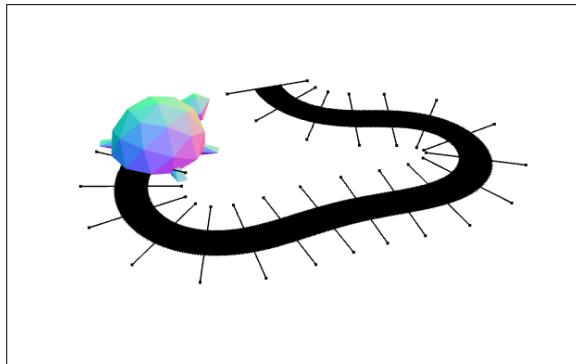
Пешки расположени в кръг

- Садистичен вариант
- Мазохистичен вариант



Последен пример

- Метод на стоножката
- Ограда с дръвчета по нормалния вектор към нея
(той е напречната ос от авиониката)



Повече информация

PARE

стр. 42-45, 54-58, 102-106

VINC

стр. 69-72

А също и:

- Astronomical Coordinate Systems
<http://spider.seds.org/spider/ScholarX/coords.html>
- Maths - Euler Angles
<http://www.euclideanspace.com/mathematics/geometry/rotations/euler/index.htm>
- Roll, Pitch, and Yaw | How things fly
<http://howthingsfly.si.edu/flight-dynamics/roll-pitch-and-yaw>

Край