СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ
„СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“

Повърхнини

ТЕМА №24

Съдържание

Тема 24: Повърхнини

- Сплайн повърхнини
- Подразделяне

Сплайн повърхнини

Повърхнини в графиката

Съществуват различни техники

- Пряко изчисление
  (като при сфера)
- Въртене на крива
  (като при ротационните повърхности)
- Плъзгане на крива
  (като при тунели)
- Други
  (в тази тема ще се запознаем с две от тези други)

NURBS повърхнини

NURBS повърхнини

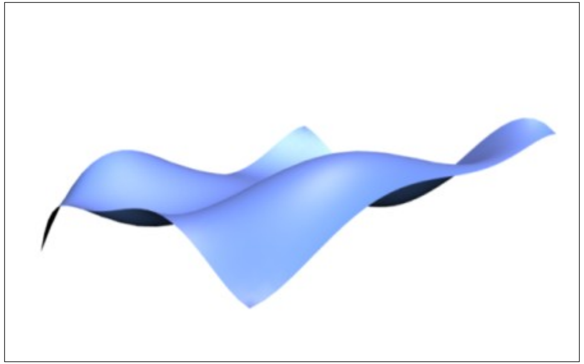
- Non-uniform……неравномерни
- Rational…………….рационални
- B………………………..базисни
- Spline……………….   сплайн
- Повърхнини…….повърхнини

Основни идеи

- 2D вариант на криви с B-сплайн
- Параметрично дефиниране чрез контролни точки
- Бързо изчисление без сложни за изчисление функции
- Уважават афинните трансформации
- Точността на визуализиране не е ограничена
- Удобни за интерактивно моделиране

И някои недостатъци

- Проблеми при снаждане около особени точки
- Трудности при постигане на C^2 гладкост
- Природата им е правоъгълна:



Тензори

Обобщение на скалар и вектор

- Скалар = тензор от 0-ва степен
- Вектор = тензор от 1-ва степен
- Матрица = тензор от 2-ра степен

Параметрични повърхнини с тензори

- Базисни функции $f(u)$ и $g(v)$, точки P

$$p(u,v) = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{m} f_i(u) g_i(v) P_{ij}$$

NURBS криви

– Маркирани в тема 23

$$p(t) = \sum_{i=0}^{n} N_i^k(t) P_i$$

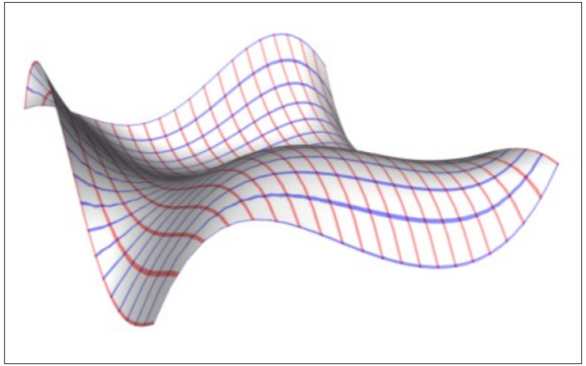
NURBS повърхнини

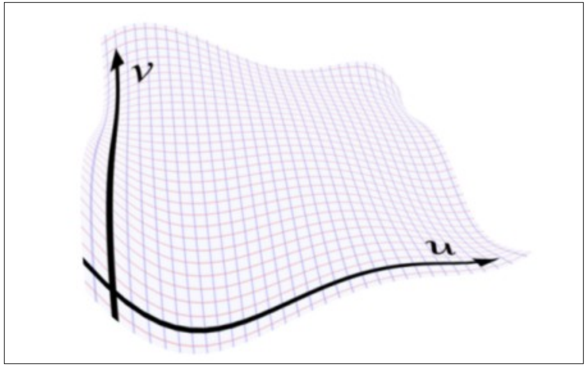
– Те са „каре“ от пресичащи се фамилии криви

$$p(t) = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{m} N_i^k(u) N_j^l(v) P_{ij}$$

Примери

- Фамилия криви по профила на повърхнина
- Параметрична координатна система с òси по u и v





Пълна форма

R-то на NURBS означава

- Контролните точки имат „тегла“ и са в хомогенни координати $P_{ij}(x, y, z) \rightarrow P_{ij}(w_{ij}x, w_{ij}y, w_{ij}z, w_{ij})$

$$p(u,v) = \frac{\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m} N_i^k(u) N_j^l(v) w_{ij} P_{ij}}{\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m} N_i^k(u) N_j^l(v) w_{ij}}$$

Знаменателят е с цел нормиране (Σ=1)

Опростен пример

Кубична NURBS повърхнина

- С равни тегла ($w_{ij} = 1$)
- Трета степен ($k = l = 3$)
- С 4×4 контролни точки ($i = j = 3$)
- С многократни крайни възли
  (за постигане на интерполация в крайните контролни точки)
- Това е повърхнинен еквивалент на крива на Безиѐ

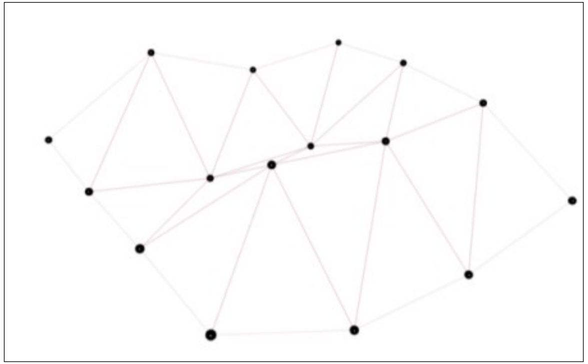
Повърхнина на Безиѐ

- Използва се частния случай на NURBS от предния слайд
- Изчисляване на точка, B са полиномите на Бернщайн

$$p(u,v) = \sum_{i=0}^{3}\sum_{j=0}^{3} B_I^3(u) B_j^3(v) P_{ij}$$

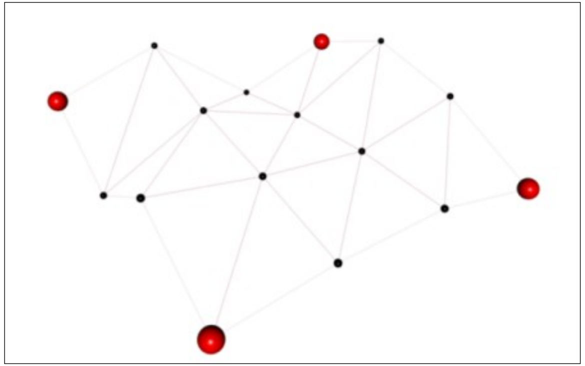
Начало с 4×4 контролни точки

- В квадратна мрежа
- За визуално удобство само с вертикално движение



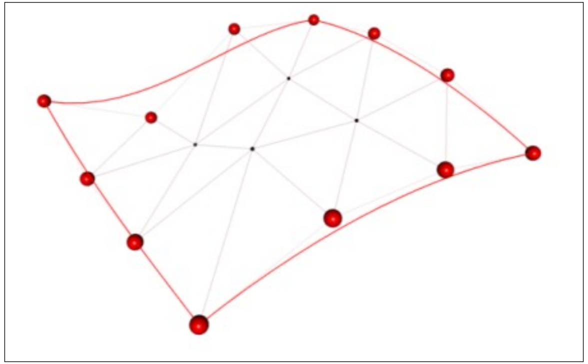
Връхни точки

- С uv-координати $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,0)$ и $(1,1)$
- Съвпадат със съответните им 4 контролни точки



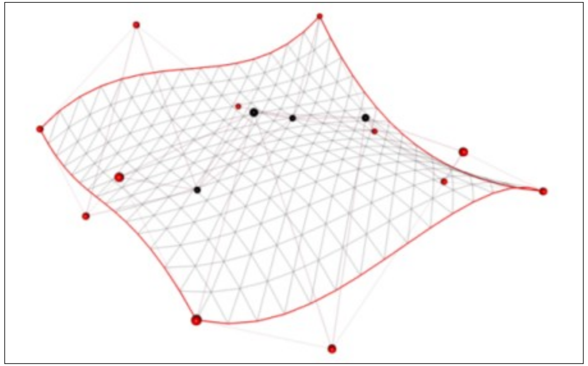
Контурни криви

- Дефинирани от нейните 4 контурни контролни точки
- Кривите съвпадат с кривите на Безиѐ спрямо същите тези контролни точки



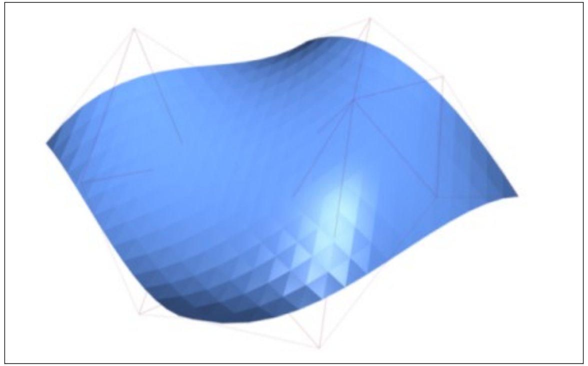
Повърхност от триъгълници

- Квадратна мрежа в параметричното uv-пространство
- Броят деления няма връзка с контролните точки



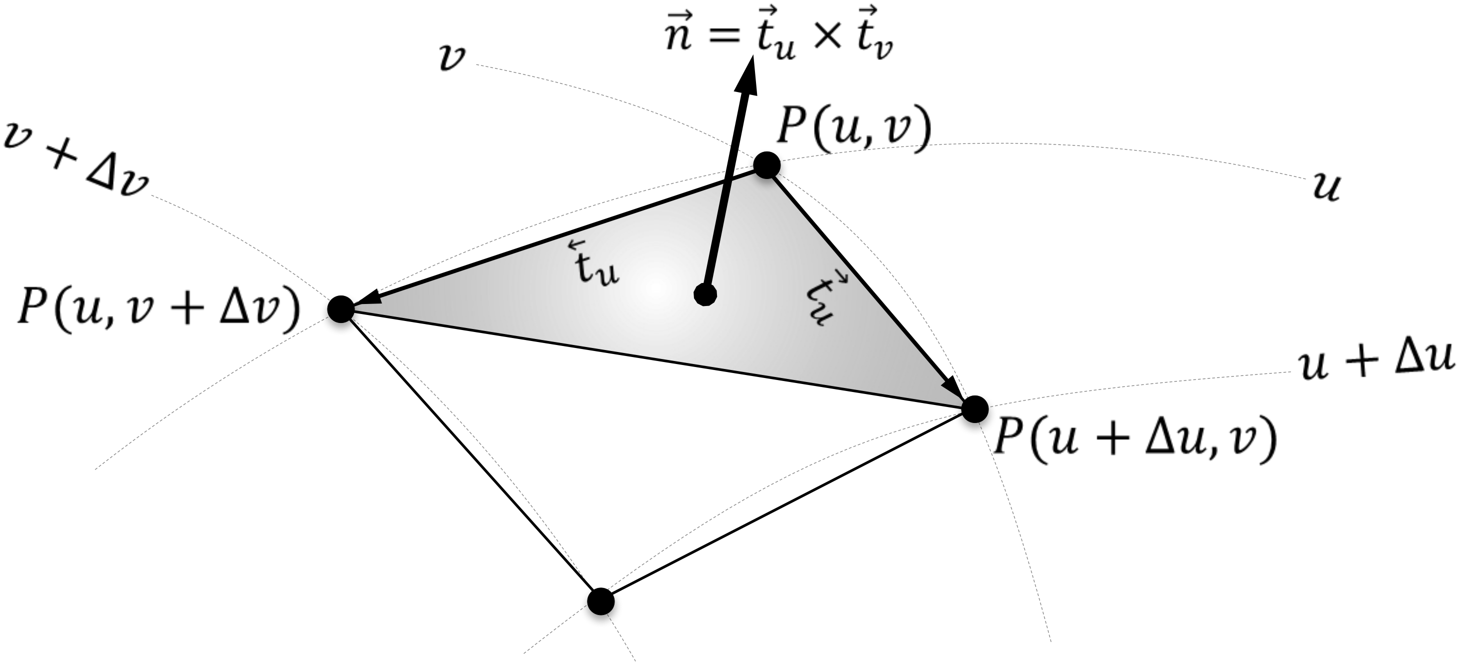
Плътна повърхност

- Оцветяване и осветяване на триъгълниците в мрежата
- Нормален вектор чрез векторно произведение



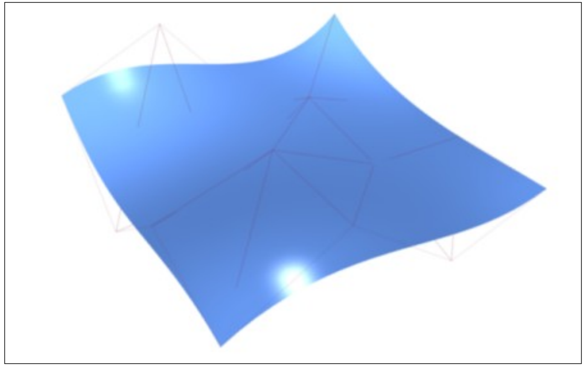
За всеки триъгълник

- Две от страните са по $\boldsymbol{u}$ и $\boldsymbol{v}$
- Векторното им произведение е нормален вектор



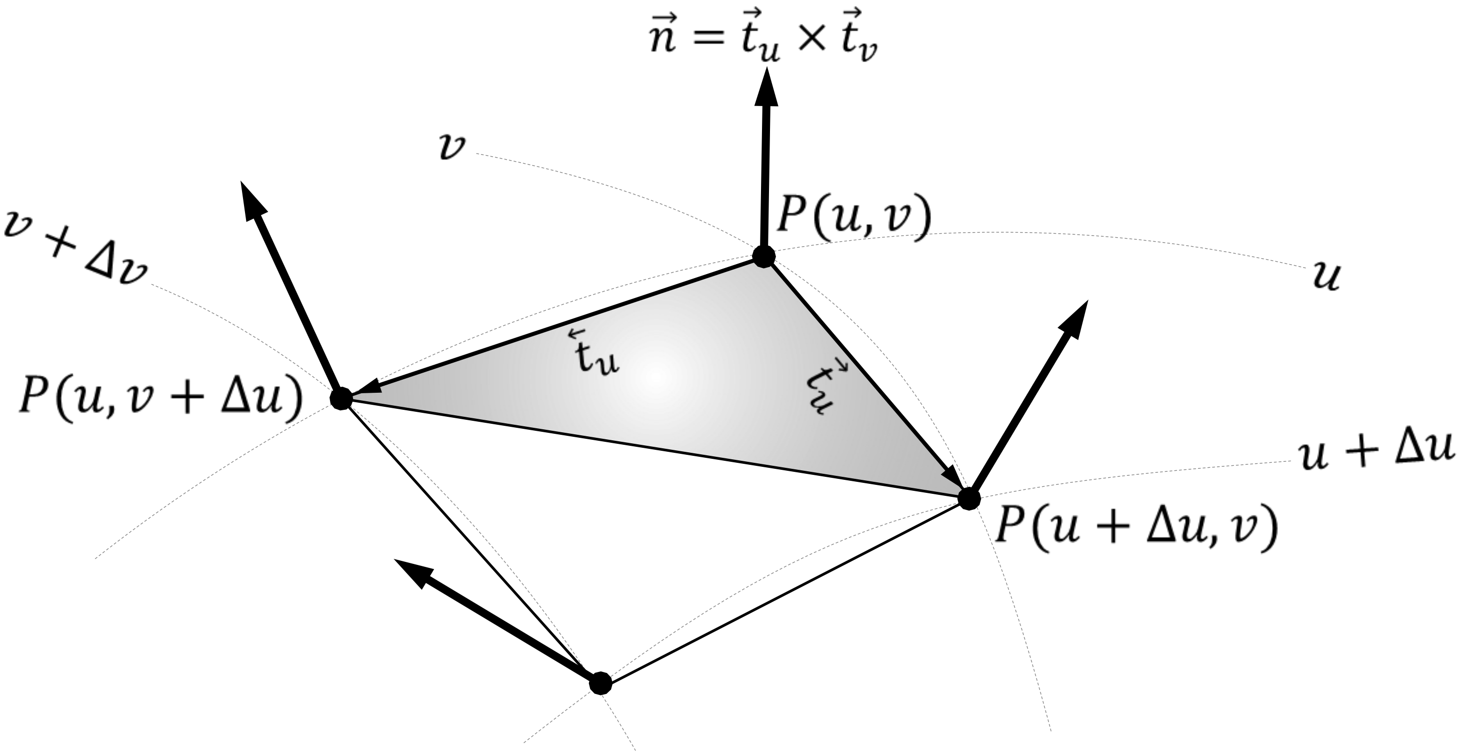
Плавно оцветяване

- Индивидуален нормален вектор за всеки връх от мрежата, а не за всеки триъгълник



Намиране

– Пак чрез векторно произведение



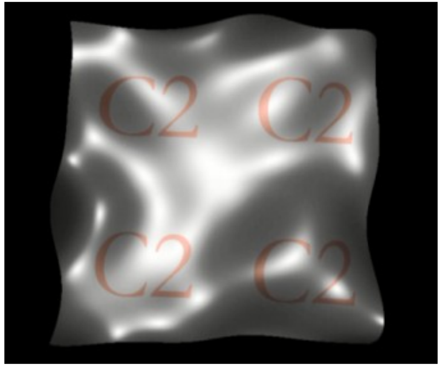
Примери

Хоризонтално отместване

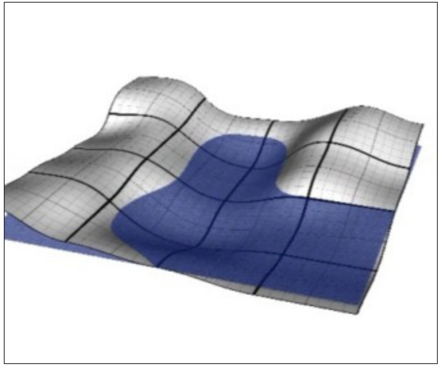
- Повърхнината се запазва равнинна (планарна)
- Произволно аранжиране на контролните точки

NURBS/Безиѐ повърхнини

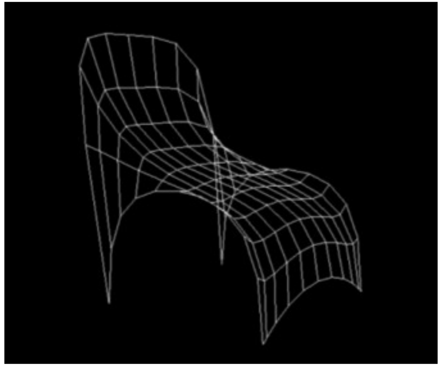
- Степени на гладкост
- Терен с наводнение
- Стол от една единствена NURBS



“Stitching NURBS”
http://youtu.be/c1kTuLv6gQQ



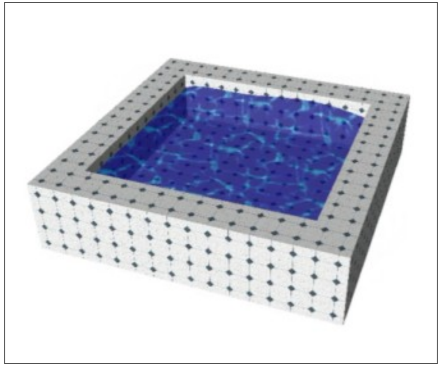
“Flood”
http://youtu.be/ZYlA-259YNw



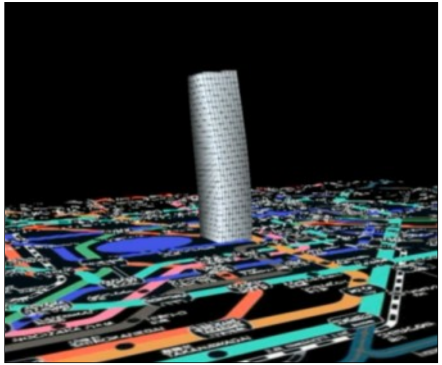
“Chair”
http://youtu.be/mAWM8hfrECQ

Малко по-сложни примери

- Анимирани вълнѝ
- Деформации при земетресение
- Проекция върху сфера



“Water waves”
http://youtu.be/lx6XUzG0Dt4



“Earthquake”
http://youtu.be/tYzX4kmx1OY

“Equirectangular Projection”
http://youtu.be/3Ic5ZIf74Ls

Подразделяне (subdivision)

Подразделяне

Основна цел

- Създаване на сложни повърхнини с произволна топология
- Без проблемите на парметричните и сплайн повърхнини
- Висока степен на интуитивност
- Лекота на изчисление и постигане на гладкост

Начални данни

- Груб модел на обект чрез мрежа (граф)
- Няколко прости правила за преобразуване на мрежата
  в по-ситна мрежа (refining)

Всяко преобразуване

- Прави обекта по-гладък, но с повече данни
- Увеличава броя на възлите, ръбовете и стените

Методи

Апроксимиращи

- Раздробената мрежа се отдалечава затихващо от контролните точки
- Като цяло мрежата се свива

Някои по-известни метода

- Метод на Катмул-Кларк (Catmull–Clark)
- Метод на Лууп (Loop)
- Метод $\sqrt{3}$

Интерполиращи

- Раздробената мрежа е през контролните точки
- Като цяло мрежата се раздува

Някои по-известни метода

- Метод на пеперудата (Butterfly)
- Метод на средната точка (Midedge)
  Забележка: Май има и апроксимиращ метод с това име

На английски

- Subdivision, subdiv, …

Преимущества

- Произволна топология

Недостатъци

- Нуждае се от много памет
- Някои методи са само за конкретни мрежи
  (3-ъгълни или 4-ъгълни)
- Модификацията се прави на ниво 0
- Трудно се съшиват мрежи от различни нива

Метод на Лууп

Идея на метода

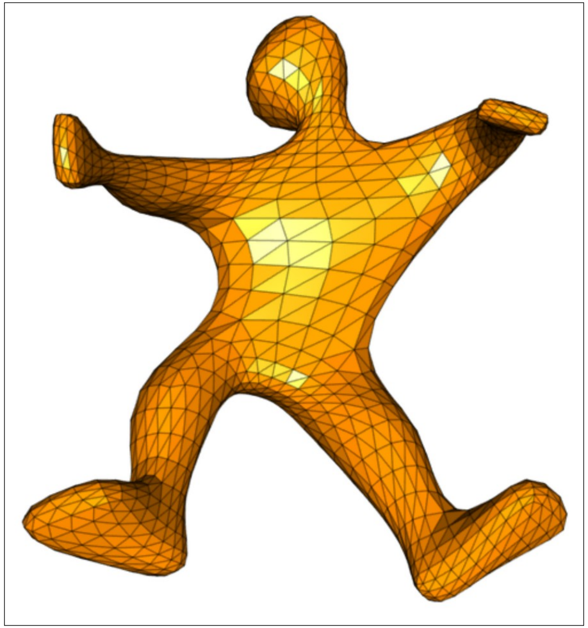
- Описана от Чарлз Лууп (Charles Loop)
- Работи само с триъгълна мрежа
- Добавят се нови върхове и ръбове
- Старите върхове и ръбове се променят
- Граничната повърхност е предимно C^2
- Тя е C^1 само около особените върхове

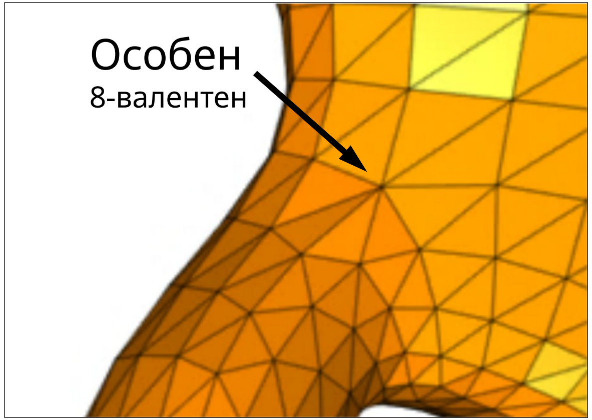
Особен връх

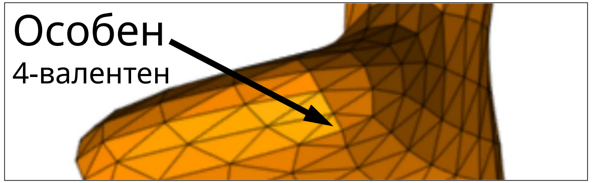
- В него мрежата променя структурата си
- Невъзможно да се избегне при някои топологии
- Подразделянето се справя прилично с тях,
  но на сплайните им е доста трудно

Конкретно в този пример

- Шествалентните върхове са нормални
- Другите са особени





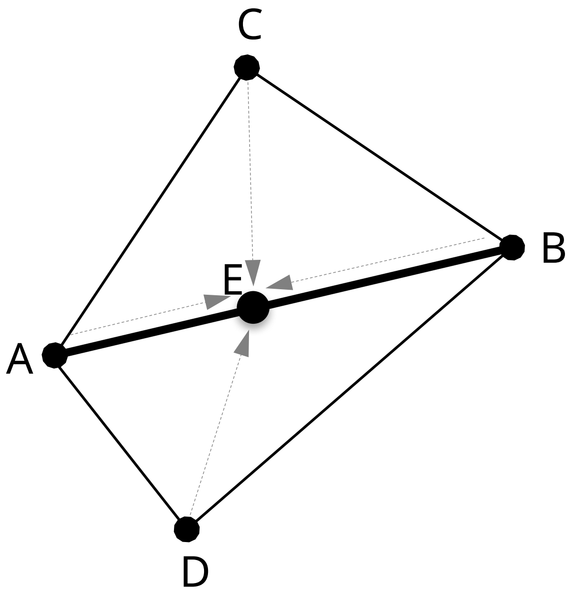


Алгоритъм

Стъпка №1 – нови върхове

– За всеки ръб се създава нов връх E

$$E = \frac{3A + 3B + C + D}{8}$$



Стъпка №2 – стари върхове

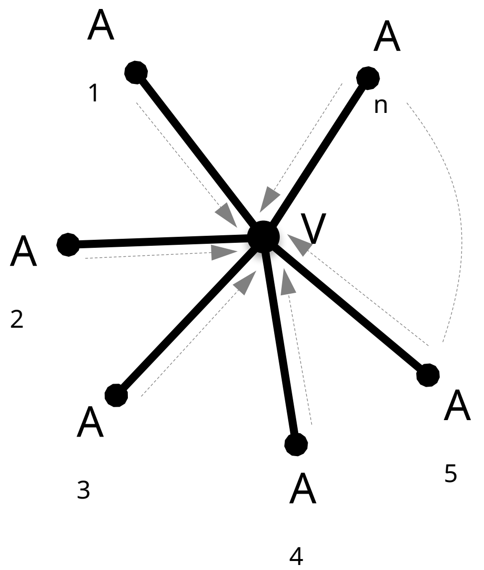
– Всеки стар връх V се преизчислява според околните му n стари върха

$$V = (1 - n\beta)V + \beta \sum_{i=1}^{n} A_i$$

– като:

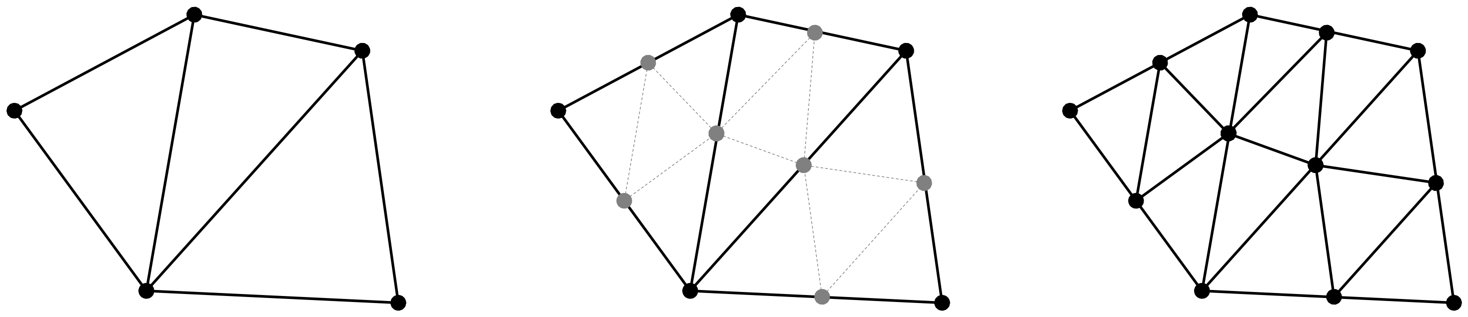
$\beta = \frac{3}{16}$ при $n = 3$

$\beta = \frac{3}{8n}$ при $n > 3$



Неясно е какво става?

- Преход от мрежа към следващата
- Всеки триъгълник се разбива на четири по-малки



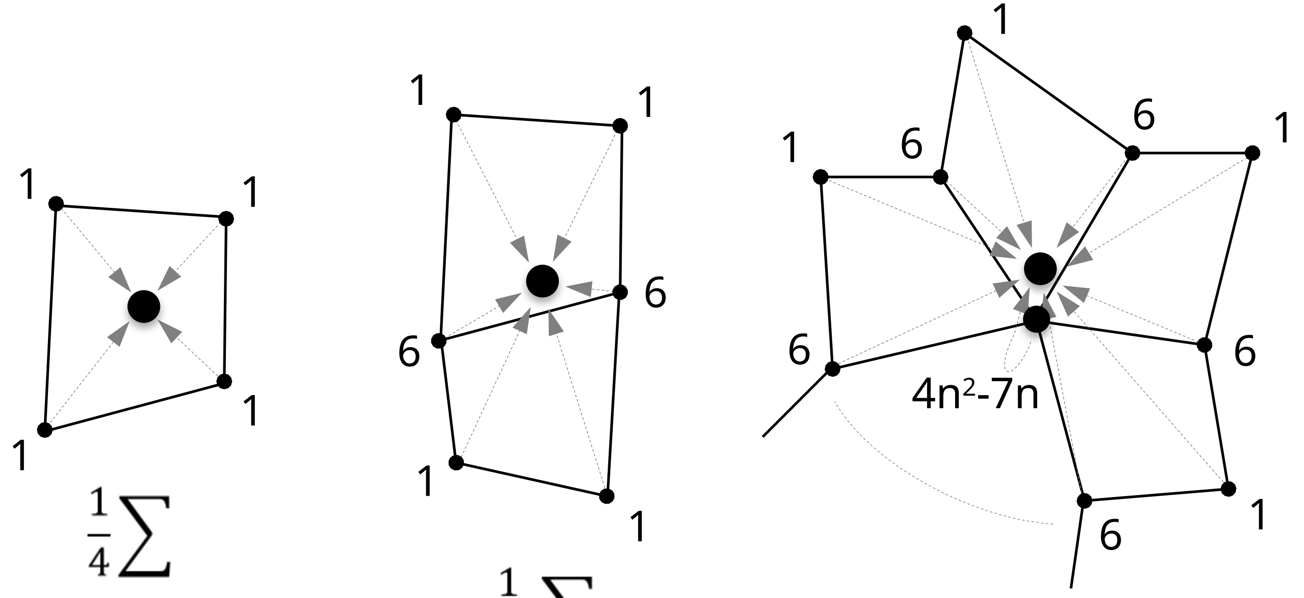
Метод на Катмул-Кларк

Идея

- Описана от Едуин Катмул и Джим Кларк (E. Catmull, J. Clark)
- Аналогичен на метода на Лууп
- Работи с четириъгълници
  (след първата стъпка стените стават четириъгълни)
- Нормалните точки са четиривалентни

Геометрични маски по Катмул-Кларк

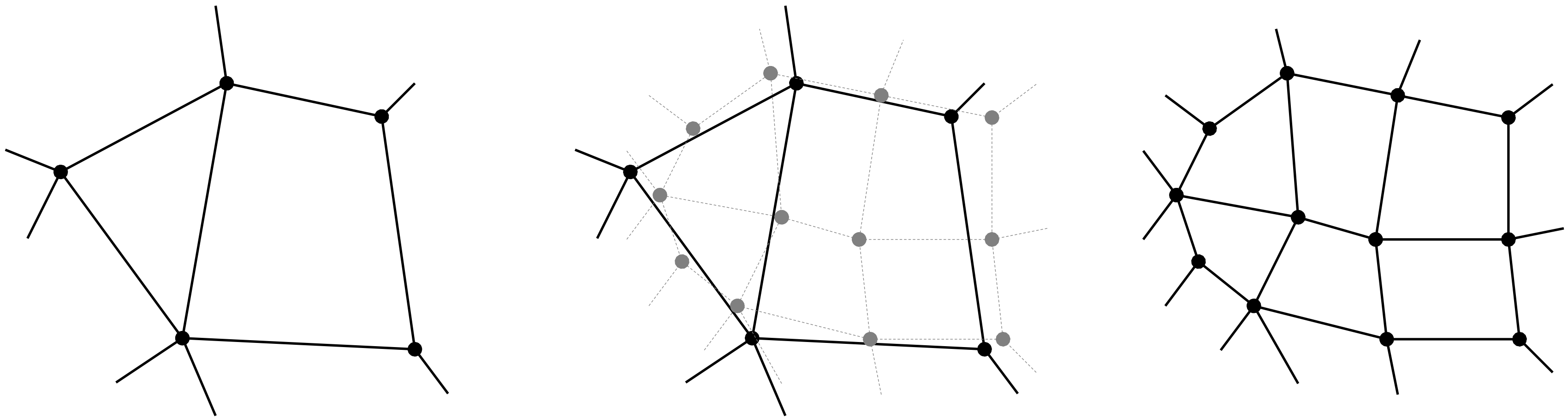
– За стенен, ръбен и върхов връх



$$\frac{1}{4}\sum \qquad \frac{1}{16}\sum \qquad \frac{1}{4n^2}\sum$$

Неясно е какво става?

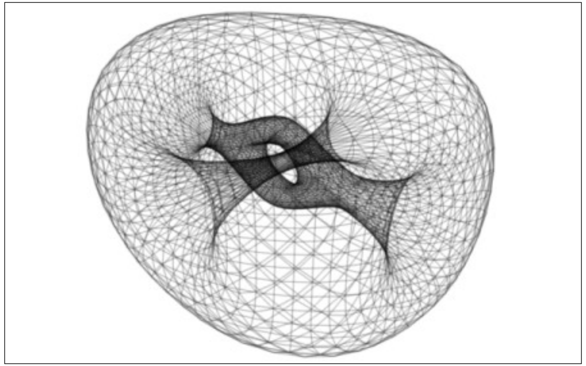
- Преход от мрежа към следващата
- Четворно повече стени
- Всички стени стават четириъгълници



Примери

Дупка през дупка на дупка

- Оригинална мрежа с едно подразделяне
- Още степени на подразделяне



Динамично подразделяне

– На всеки кадър се прави ново подразделяне

Въпроси?

Повече информация

BAGL стр. 32-34 **KLAW** стр. 155-160
MORT стр. 283-285 **PAQU** стр. 198-225
SALO другата половина **SEAK** стр. 181-187
VINC стр. 142-146 **ZHDA** стр. 384-387

А също и:

- The Simplest Subdivision Scheme for Smoothing Polyhedra
  http://www.cs.purdue.edu/research/technical_reports/1996/TR%2096-032.pdf
- Subdivision Zoo
  http://www.cmlab.csie.ntu.edu.tw/~robin/courses/gm/note/subdivision-prn.pdf

Край