Александър Делеинизов 2MI0800684

Задача 1 База: $n=0$

$$A_0 = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}^0 = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Допускаме за произволно n, че е вярно:

$$A_n = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}^n$$

Ще докажем за $n+1$

$$A_{n+1} = 3A_n - A_{n-1}$$

$$A_{n+1} = 3\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}^n - \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}^{n-1}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}^{n-1}\left[3\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}^{n-1}\underbrace{\begin{pmatrix} 8 & 3 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}}_{\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}^{n+1}$$

Задача 2 а) 1, 1, 2, 3, 4, 5, 6

б) 3, 3, 3, 3, 3, 3, 6

в) $a_1, \dots, a_n : \sum_{i=1}^{n} a_i = 2n-2,\ a_i \neq 0 \quad i \in \{1, \dots, n\}$

Решение:

Използваме алгоритъма на Хавел-Хакими за

а и б подточка:

Алгоритъма:

Слагаме елементите на редицата в намаляващ ред и взимаме първо число. Взимаме ~~а~~ другите числа и изваждаме единица:

Пример: (3, 2, 2, 2)

$\sim$(1, 1, 1, 0)

И така правим докато стигнем до отговора

Реш:

а) ($\underline{6}$, 5, 4, 3, 2, 1, 1)

$\rightarrow$ (4, 3, 2, 1, 0, 0, 0)

Тъй като $\boxed{4}$ няма достатъчно върхове с които

да се свърже - редицата не е графична

б) (6, 3, 3, 3, 3, 3, 3)

(2, 2, 2, 2, 2, 2, 0)

(2, 2, 2, 1, 1, 0, 0)

(1, 1, 1, 1, 0, 0, 0)

-редицата е графична

в) $a_1, \dots, a_n$: $\sum_{i=1}^{n} a_i = 2n-2$

$a_1, \dots, a_n$ са върхове

$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{v \in V} d(v) = 2|E|$

$2|E| = 2n-2$

$|E| = n-1$

Получава се дърво → редицата е графична

Задача 4 Хоро и Сабрина и още 4 двойки

⇒ 10 човека — 2 от 5 двойки

Една двойка не може да се поздравява по между си.

Хоро попитал накрая кой колко човека е поздравил и получил 9 различни отговора

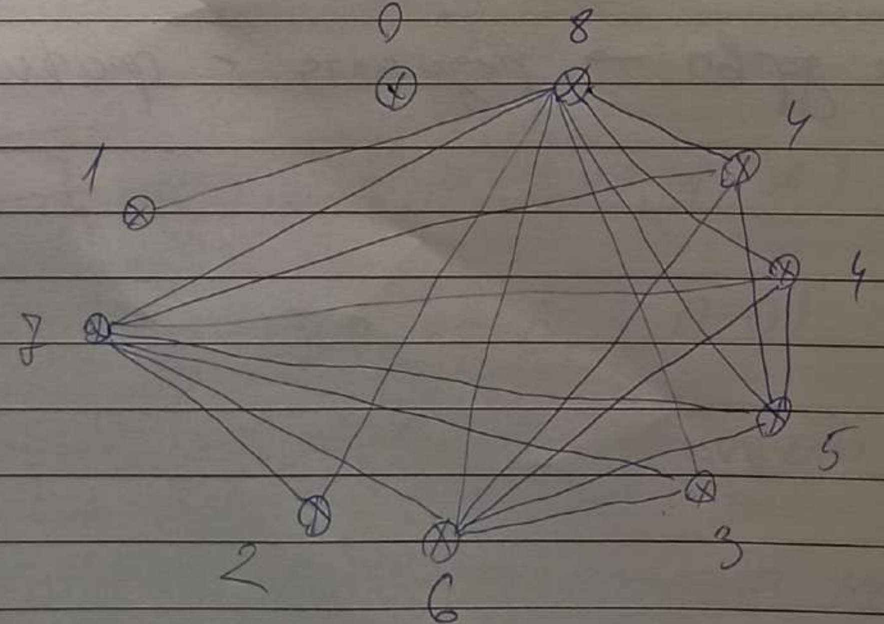
Решение

9 различни отговора: от 0 до 8

0 1 2 3 4 5 6 7 8

Всяка двойка може да има 8 поздрава (без партньора си и себе си)

Тогава да представим поздравите като граф като двойките са (0, 8), (1, 7), (2, 6), (3, 5), (4, 4)



Търси се колко човека са поздравили Жоро и Сабрина.

Жоро получил 3 различни отговора. Да разгледаме случаите:

~~9 човека~~ - Жоро ще има същия брой като някой друг от банкета, защото той не влиза в бройката с разл. отговорите:

8 човека - Ако Жоро има също 8 поздрава се получава счупване с другите

7 човека - Отново счупване

. . . .

4 човека - Ако Жоро има 4 поздрава, то тогава може да има още един човек който да има толкова поздрава без да става грешка. То тогава Сабрина е другият човек с 4 поздрава, защото двойката е (4,4)

Отговор: Жоро и Сабрина са поздравили по 4 човека.