10. Регулярни граматики, сечение на граматика с рег. език.

Видяхме, че рег. езици $\subseteq$ езиците на рег. граматики.

обратното вярно ли е?

Нека $A = (\Sigma, Q, \{q_0\}, \Delta, F)$. Искаме рег. граматика G_A т.ч. $L(G_A) = L(A)$

$$G_A = (Q, \Sigma, q_0, R).$$

за вс. преход (q, σ, q') в R

поставяме правило

$$q \longrightarrow \sigma q'$$

за всяко финално състояние добавяме преход

$$f \longrightarrow \varepsilon$$

д-во на упражнение.

а сега обратното

Нека $G_R = (N, \Sigma, S, R)$ е регулярна граматика.

Първо, всяко правило $A \longrightarrow wB$ "разнищаме" на правила

$A = A_0 \longrightarrow w_1 A_1$

$A_1 \longrightarrow w_2 A_2$

$\vdots$

$A_{|w|-1} \longrightarrow w_{|w|} A_{|w|} = B$

, където $A_1 \ldots A_{|w|-1}$ са нови нетерминали, аналогично за $A \to w$

Така получаваме граматика G' т.че $L(G') = L(G_R)$ очевидно.

Освен това, всички правила в G' са от вида

$$A \to \sigma B \text{ или } A \to \varepsilon.$$

Сега можем да построим автомат. Нека $G' = (N', \Sigma, S', R')$

$A_G = (\Sigma, N', \{S'\}, F, \Delta)$, където

$F = \{A \in N' \mid A \to \varepsilon \in R'\}$

$\Delta = \{(A, \sigma, B) \mid A \to \sigma B \in R'\}$

...д-во в двете посоки да изводиме

сечение на КСЕ с РЕ.

Първо трябва да съхраним правилата

$$A \to w$$

разбиваме на

$$A_0 = A \to w_1 A_1$$

$$\vdots$$

$$A_{|w|-1} \to w_{|w|} A_{|w|}$$

$$A_{|w|} \to \varepsilon$$

Така получаваме правила от вида

$A \to \sigma B, \quad \sigma \in \Sigma, \quad B \in N$

$A \to BC, \quad B, C \in N$

$A \to \varepsilon$

Конструирам

$G_A = (N', \Sigma, S', R')$, където

$N' = Q \times N \times Q$

$S' = (q_0, S, q_f)$ искаме единствено финално

в R' за всяко правило от вида $A \to \varepsilon$ в R:

$(q_i, A, q_i) \to \varepsilon$ за вс. $q_i \in Q$

за всяко правило от вида $A \to \sigma B$ в R

$(q_i, A, q_j) \to \sigma (q_i', B, q_j)$,

за произволни $q_i, q_j \in Q$ и $q_i' \in C_\varepsilon(\{q' \mid (q_i, \sigma, q') \in \Delta\})$

за всяко правило от вида $A \to BC$ в R

$(q_i, A, q_j) \to (q_i, B, q_k)(q_k, C, q_j)$ за произволни $q_i, q_j, q_k \in Q$

Д-во, че $L(G_A) = L(G) \cap L(A)$

Ще док, че $(q_i, A, q_j) \Rightarrow^*_{G_A} \alpha$ т.с.т.к. $A \Rightarrow^*_G \alpha$ & $q_i \xrightarrow{\alpha} q_j$

(⇒) индукция по дължина на извода

$(q_i, A, q_j) \Rightarrow^1 \varepsilon$ като дума от Σ^*

TODO:

$\Rightarrow \sigma (ux) \Rightarrow^* \alpha$ ok

$\Rightarrow (\cancel{\ldots})(ux) \Rightarrow^* \alpha$

(⇐) $A \Rightarrow^*_G \alpha$

$q_i \xrightarrow{\alpha} q_j$

$A \Rightarrow \varepsilon$ ok

даде

$A \Rightarrow \sigma B \Rightarrow \sigma\alpha'$

$(q_i, A, q_j) \Rightarrow \sigma(q', B, q_j)$

$\Rightarrow \sigma\alpha' = \alpha$

ok

Конструкции:

$Pref(L)$, L - безконт.

Взимаме граматиката във формата със съкратени правила

за вс. нет. $A \in N$ добавяме A_ε - нет.

а правилата: (добавяме)

$A \to \varepsilon$ ok

$A \to \sigma B \rightsquigarrow A_\varepsilon \to \varepsilon$

$A_\varepsilon \to \sigma B_\varepsilon$

$A \to BC \rightsquigarrow A_\varepsilon \to B_\varepsilon$

$A_\varepsilon \to BC_\varepsilon$

D-во: TODO