

Условия за колинеарност и за компланарност на вектори чрез координати

Теорема 1 Нека векторите u и v в геометричната равнина имат спрямо даден базис координати $u(x_1, x_2)$ и $v(y_1, y_2)$. Тогава u и v са колинеарни \Leftrightarrow рангът на матрицата от координатите им $\begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{pmatrix}$ е строго по-малък от 2 $\Leftrightarrow \det \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{pmatrix} = 0$.

Теорема 2 Нека векторите u и v в геометричното пространство имат спрямо даден базис координати $u(x_1, x_2, x_3)$ и $v(y_1, y_2, y_3)$. Тогава u и v са колинеарни \Leftrightarrow рангът на матрицата от координатите им $\begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{pmatrix}$ е строго по-малък от 2 $\Leftrightarrow \det \begin{pmatrix} x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{pmatrix} = 0, \det \begin{pmatrix} x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{pmatrix} = 0, \det \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{pmatrix} = 0$.

Теорема 3 Нека векторите u, v, w в геометричното пространство имат спрямо даден базис координати $u(x_1, x_2, x_3), v(y_1, y_2, y_3), w(z_1, z_2, z_3)$. Тогава u, v, w са компланарни \Leftrightarrow рангът на матрицата от координатите им $\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{pmatrix}$ е строго по-малък

от 3 $\Leftrightarrow \det \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{pmatrix} = 0$.