

Име: _____, ФН: _____, Курс: ____

Задача	1	2	3	4	5	Общо
получени точки						
максимум точки	1	1	1	1	1	5

Задача 1. Дефинираме редицата от матрици

$$A_0 = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_1 = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_{n+2} = 3A_{n+1} - A_n$$

Да се докаже, че $A_n = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}^n$

Упътване: Как повдигате матрици на степен в курса по Алгебра?

Задача 2. Редица от n естествени числа ще наричаме **графична**, ако има граф с n върха, чиито степени са точно елементите на тази редица. За следните редици, докажете или опровергайте, че са графични:

- 1, 1, 2, 3, 4, 5, 6
- 3, 3, 3, 3, 3, 3, 6
- a_1, a_2, \dots, a_n , където $\sum_{i=1}^n a_i = 2n - 2$ и $a_i \neq 0$ за $i \in \{1, 2, \dots, n\}$

Задача 3. Нека $n \in \mathbb{N}^+$ и $f : I_n \rightarrow \mathbb{N}$ е функция. Да се докаже, че съществува неориентиран граф $G(I_n, E)$ и функция $g : E \rightarrow I_{n-1}$, за които е изпълнено

1. G е свързан
2. g е биекция
3. за всяко ребро $e = \{a, b\}$ е изпълнено, че $|f(a) - f(b)|$ се дели на $g(e)$

Задача 4. Жоро и Сабрина са двойка и организират банкет заедно с още 4 двойки. Някои хора на банкета се поздравяват, като хората от една двойка не се поздравяват помежду си. В края на банкета, Жоро попитал всеки колко човека е поздравил и получил 9 различни отговора. Колко човека е поздравил Жоро и колко Сабрина?

Упътване: Колко души са поздравили членовете на всяка двойка?

Задача 5. Да се намери броят на булевите функции на n променливи, за които е изпълнено

$$\forall i \in \{1, \dots, n\} \left(f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) = \overline{f(x_1, \dots, \overline{x_i}, \dots, x_n)} \right)$$

Срок за предаване: Предайте домашното на асистента на вашата група до 26 януари 2025 г.!

Как да ползваме L^AT_EX?

L^AT_EX е език за автоматизиране на издателската дейност. Като среда за типографска дейност, езикът е достъпен за различни операционни системи и е с отворен лиценз (open source). Той е създаден от Лесли Лампорд (Leslie Lamport), американски учен, по-известен с работите си по теория на разпределените компютърни системи, за които получава Тюрингова премия през 2013 г.

L^AT_EX е макро-разширение на T_EX, език за описание на типографската дейност, създаден около 1978 г. от Доналд Кнут (Donald Knuth), американски учен, по-известен с многотомника си „Изкуството на програмирането“. Кнут е считан за баща на теорията за анализ на алгоритми, получава Тюрингова премия през 1974 г.

Първи стъпки:

Започнете с учебника <https://www.latex-tutorial.com/tutorials/>

Той съдържа инструкции за инсталиране на системата и въвежда в създаването на прости документи, ползването на математически формули и графика.

Образец:

За да напишете решенията си, ползвайте сорса на този документ (файла с разширение .tex), публикуван в Мудъл.

Изтрийте втората страница, съдържаща тези инструкции, а вашите решения опишете на последната страница.

Можете да рисувате графики с друга програма и да ги вмъквате във вашия документ с команда `\includegraphics`.

Друга възможност е да рисувате в самия L^AT_EX, с ползване на пакета TikZ.

После компилирайте до формат *.pdf.

Полезни връзки:

<https://en.wikipedia.org/wiki/LaTeX>

<https://en.wikipedia.org/wiki/TeX>

<https://www.latex-tutorial.com/tutorials/>

<https://tikz.dev/>

<https://texample.net/tikz/examples/>

Решения

Задача 1.

Задача 2.

Задача 3.

Задача 4.

Задача 5.