Линейни операции с вектори

Определение 1 Нека v е вектор и $\overrightarrow{AB}$ е представител на v. Тогава векторът с представител $\overrightarrow{BA}$ се нарича *противоположен на* v и се означава с $-v$.
(Дефиницията е коректна, тоест не зависи от избора на представителя $\overrightarrow{AB}$ на v.)

Пример 1 $-0 = 0$.

Определение 2 (*събиране на вектори*) Нека u и v са вектори, O е произволна точка, $\overrightarrow{OP}$ е представител на u с начало O, $\overrightarrow{PQ}$ е представител на v с начало P. Векторът с представител $\overrightarrow{OQ}$ се нарича *сбор* или *сума на* u *и* v и се означава с $u + v$.
(Дефиницията е коректна, тоест не зависи от избора на точката O.)

Определение 3 (*изваждане на вектори*) *Разлика на векторите* u *и* v е векторът $u - v := u + (-v)$.

Определение 4 (*умножение на вектор с число*) *Произведение на числото* $\lambda \in \mathbb{R}$ *с вектора* u се нарича векторът v, определен по следния начин:

а) ако $\lambda = 0$ или $u = 0$, то $v = 0$.

б) ако $\lambda \neq 0$ и $u \neq 0$, то: Нека O е произволна точка и нека P е такава, че $\overrightarrow{OP} = u$. Считайки, че е фиксирана единична отсечка, избираме точката Q върху правата OP така, че $|OQ| = |\lambda||OP|$ и

$$\begin{array}{ll} \overrightarrow{OQ} \uparrow\uparrow \overrightarrow{OP}, & \text{ако } \lambda > 0 \\ \overrightarrow{OQ} \uparrow\downarrow \overrightarrow{OP}, & \text{ако } \lambda < 0 \end{array}.$$

Тогава v е векторът с представител $\overrightarrow{OQ}$.

Векторът v се означава с $\lambda.u$ (или λu).
(Дефиницията е коректна, тоест не зависи от избора на единичната отсечка и от избора на точката O.)

Теорема 1 *С така дефинираните операции събиране на вектори и умножение на вектор с число векторите в пространството (а и в равнината, а също и върху права) образуват реално линейно пространство (като нулевият вектор и противоположният вектор са също дефинираните по-горе).*