

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
ДР2	2MI0800684	3	1	I	Компютърни науки
Име:	Александър Илиев Девинизов				

Домашна работа № 2

Задача 1. Да се реши матричното уравнение $AXB = C$, където

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & 4 \\ -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -2 & -3 & -3 \\ -2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 39 & 63 & 66 \\ -58 & -107 & -122 \\ -6 & 8 & 22 \end{pmatrix}.$$

Задача 2. Да се пресметне детерминантата

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 3 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 3 & 2 \\ 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 2 \end{vmatrix}.$$

Задача 3. Нека $\mathbb{V} = M_2(\mathbb{F})$. Дадени са изображенията:

а) $\varphi(X) = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} X + X \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -2 & -5 \end{pmatrix};$

б) $\psi(X) = X \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -2 & -5 \end{pmatrix},$ където $X \in \mathbb{V}.$

Да се провери дали φ и ψ са линейни оператори във \mathbb{V} и когато са такива, да се напишат матриците им в базиса $E_{11}, E_{12}, E_{21}, E_{22}.$

Задача 4. В линейно пространство \mathbb{V} с базис $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ и \mathbf{e}_4 е даден линейният оператор \mathcal{A} :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(\xi_1 \mathbf{e}_1 + \xi_2 \mathbf{e}_2 + \xi_3 \mathbf{e}_3 + \xi_4 \mathbf{e}_4) = \\ = \mathbf{e}_1 (2\xi_1 - \xi_2 + \xi_4) + \mathbf{e}_2 (\xi_1 - 2\xi_2 + \xi_3) + \\ + \mathbf{e}_3 (-3\xi_1 + \xi_3 - 2\xi_4) + \mathbf{e}_4 (3\xi_1 - 6\xi_2 + 3\xi_3). \end{aligned}$$

Да се намерят матрицата на оператора \mathcal{A} в този базис, както и базиси на $\text{Ker}(\mathcal{A}), \text{Im}(\mathcal{A}).$

Задача 5. В линейно пространство \mathbb{V} с базис $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ и \mathbf{e}_3 е даден линейният оператор \mathcal{A} с матрица

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 6 & -6 \\ -2 & 8 & -2 \\ -4 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Да се намери базис, в който матрицата на \mathcal{A} е диагонална, както и матрицата на оператора в този базис.