СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ
„СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“

Физика

ТЕМА №13

Съдържание

Тема 13: Физика

- Плавност
- Вибрация
- Топане
- Свободно летене
- Скачане
- Вълни

Плавност

Физика

Физика в компютърната графика

- Създава чувство за реалност
- Поддържа естествено поведение на обектите

Често

- Физичните явления се моделират приближено – физически неточно, но визуално приемливо

Често използвани закони и явления

- Запазване на енергията
- Триене и съпротивления
- Привличане и гравитация
- Инерция

Движенията винаги са плавни

- Изключение – удар в твърдо тяло
  (ама и това изключение не е изключение)

Плавност

Плавни движения

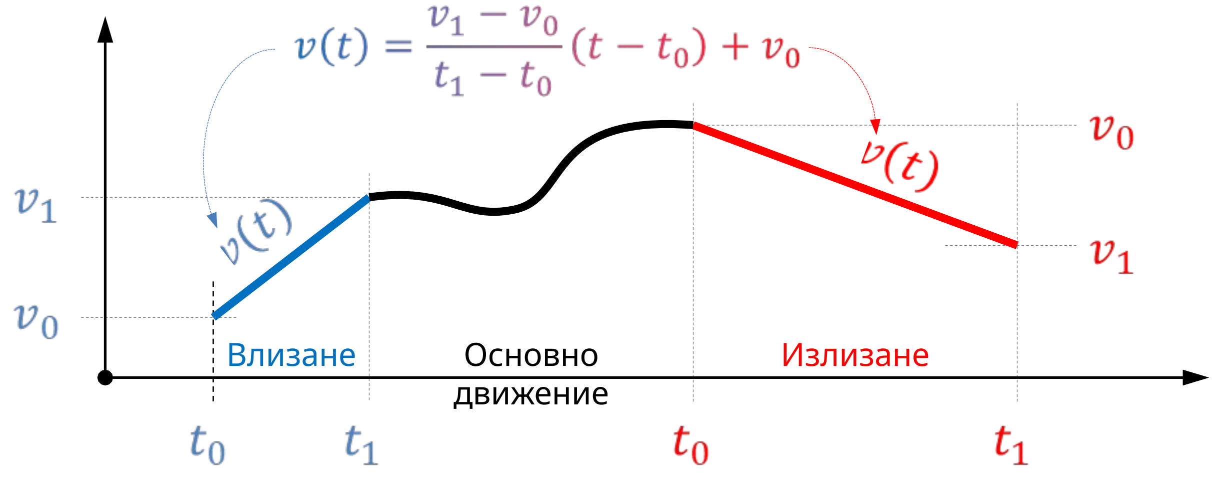
- Плавно тръгване и спиране
- Плавна промяна на разстояние

Реализация

- Линейна
- Полиномиална
- Експоненциална/логаритмична
- Тригонометрична

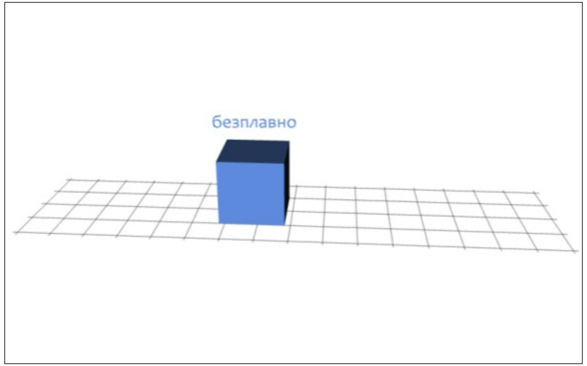
Линейна плавност

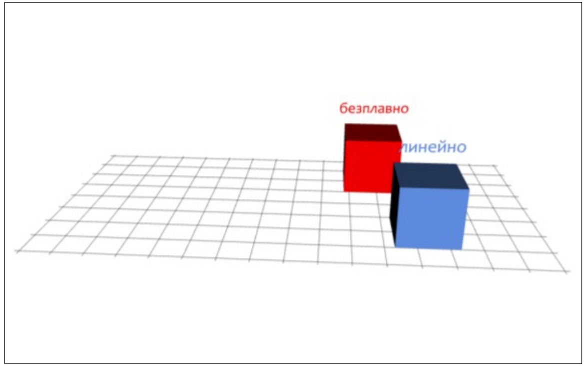
- Параметърът се променя линейно до достигане на желаната стойност



Пример със засилване и спиране

– Без заглаждане
– С линейно заглаждане





Проблем

Проблем на линейната плавност

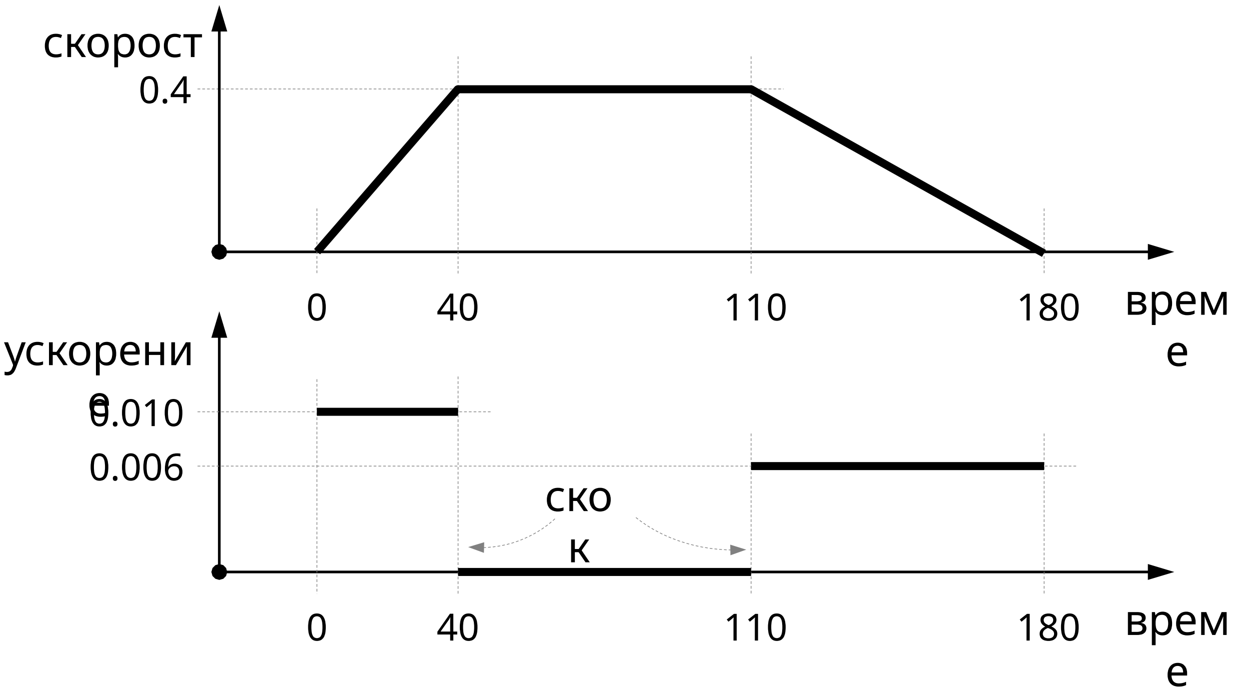
- Не се възприема като чак толкова естествена

Човек има инстинктивен усет към

- Пространството
- Първата му производна (скоростта)
- Втората му производна (ускорението)

В примера с линейната промяна

– Ускорението “скача” рязко
  (математически – не е непрекъснато)



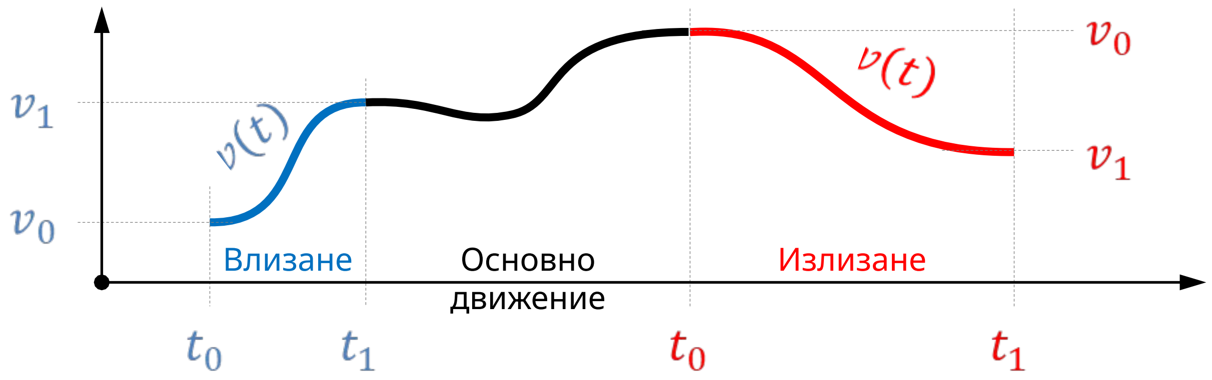
Нелинейна плавност

Друга функция за постигане на плавност

- Полиномиална с относително ниска степен
- Тригонометрична с фрагмент от функция
- Експоненциална, но не задължително спрямо e^x

Тригонометрична плавност

- Използваме фрагменти от $\cos x$
- Може и от $\sin x$, ако искаме да съгрешим

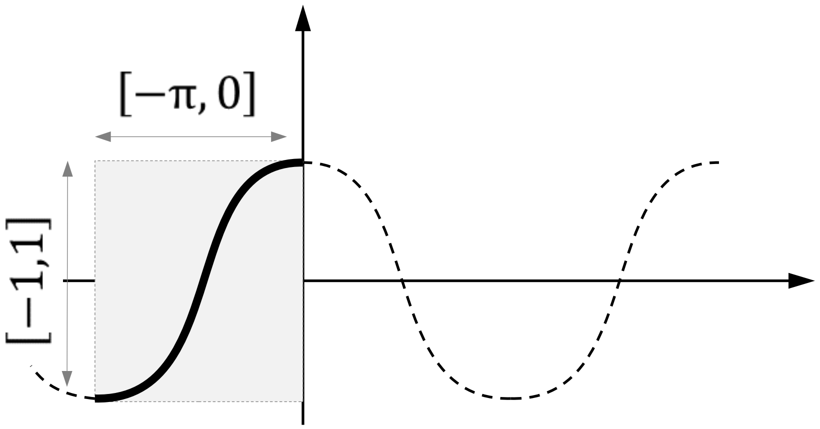


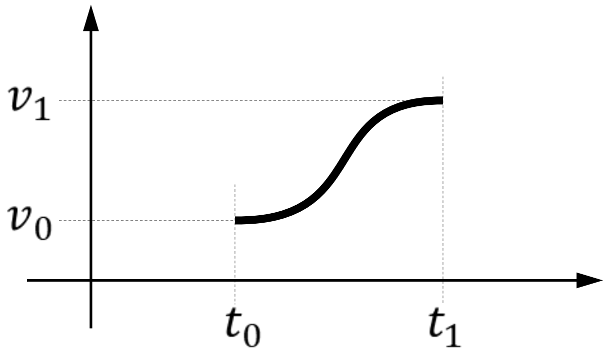
– Изрязва се желан фрагмент от функцията

– Трансформира се до желаната форма

$$v(t) = \frac{1}{2}(v_1 + v_0) + \frac{1}{2}(v_1 - v_0)\cos\frac{t - t_0}{t_1 - t_0}\pi$$

като $v(t_0) = v_0$ и $v(t_1) = v_1$

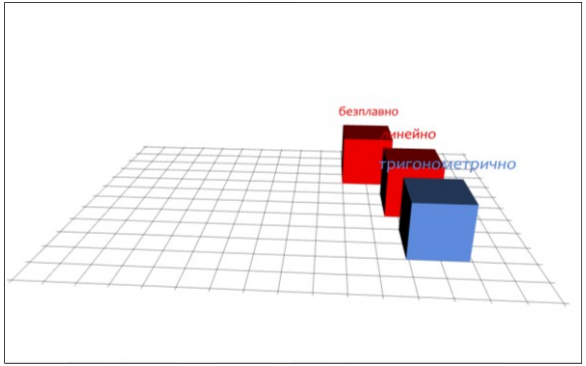




- След механично преобразуване

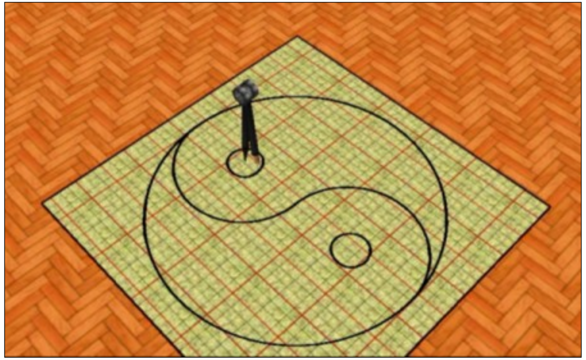
$$v(t) = \frac{v_1 + v_0}{2} + \frac{v_1 - v_0}{2} \cos \frac{t - t_1}{t_1 - t_0} \pi$$

- Сравнение с линейно заглаждане



Пример с плавно движение

- Пергел рисуващ символа на ин-ян
- Плавност само в излизането от движение



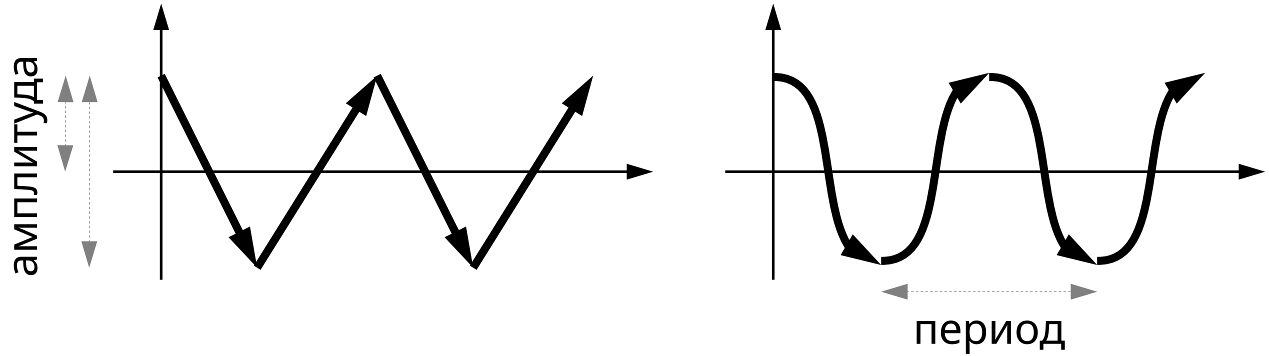
“Compass drawing Yin-Yang”
http://youtu.be/H4UfFBaWGVE

Вибрация

Вибрация

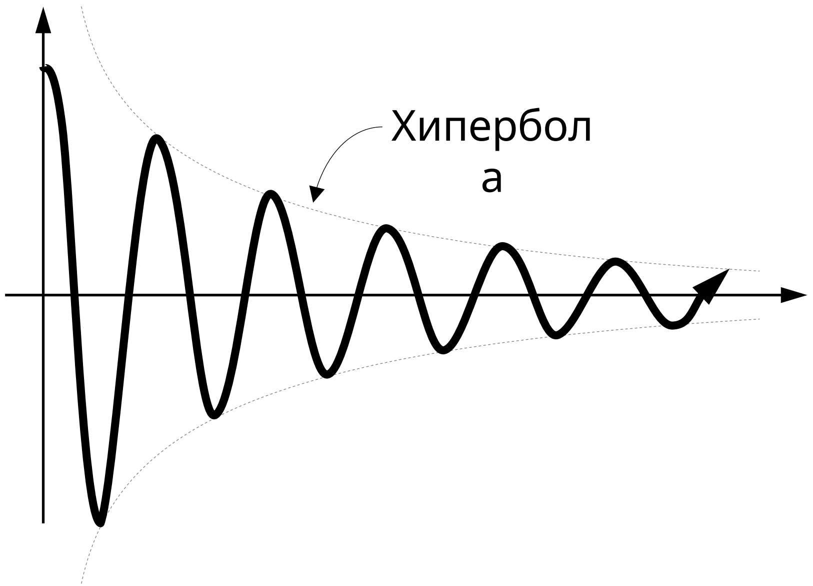
Вибрация – периодично трептене

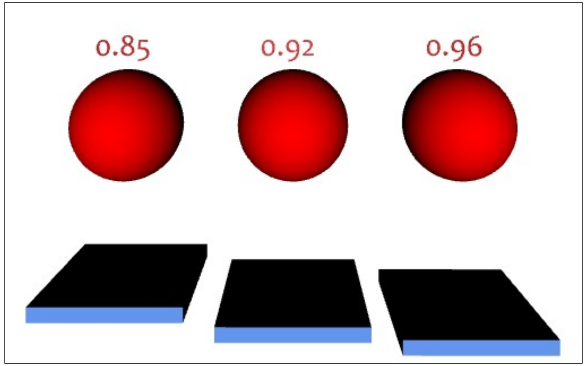
- Амплитуда+период (дължина, честота)
- Симулиране на загуба на енергия със затихване



Загуба на енергия

- Най-често намаляване с коефициент
- Начална амплитуда a_0 и $0 \ll k < 1$
- На всяка стъпка (не период!) $a_i = ka_{i-1}$





Различни k според материята

- Близки до 1 – силно стегната материя
- Не толкова близки – еластична материя

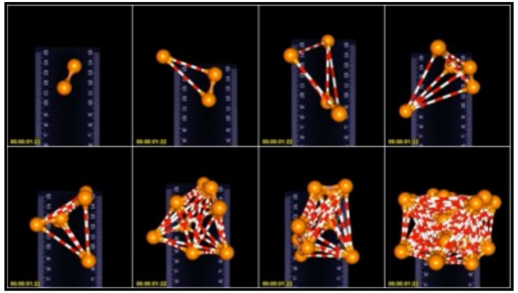
Трептенето

- Винаги го има, но не се вижда $a_i \approx 0$
- При удар се сменя текущата амплитуда

Изчаквам малко
за някаква реакция

Пример с вибрации

- Еластични системи
- Вибрация на секундната стрелка



“Lab experiments with elastic blobs”
http://youtu.be/lAlvYxAMoLk

“Being punished for the recess”
http://youtu.be/XfBdOg-p_zU

Топане

Топане

Физическа представа

- Падащ предмет с дадена скорост
- При удар векторът на скоростта се отразява

Топане

- Най-често с хоризонтална повърхност
- Обръщане на знака на z-компонентата на скоростта

Идеи за реализация

При физическа точност

- Използват се уравнения от балистиката
- Отчита се маса, скорост и земно привличане

При симулация

- Може да се замени топането с $\cos t$
- Физически грешно, но визуално приемливо

Формула на топането

- Може както със $\sin t$, така и с $\cos t$

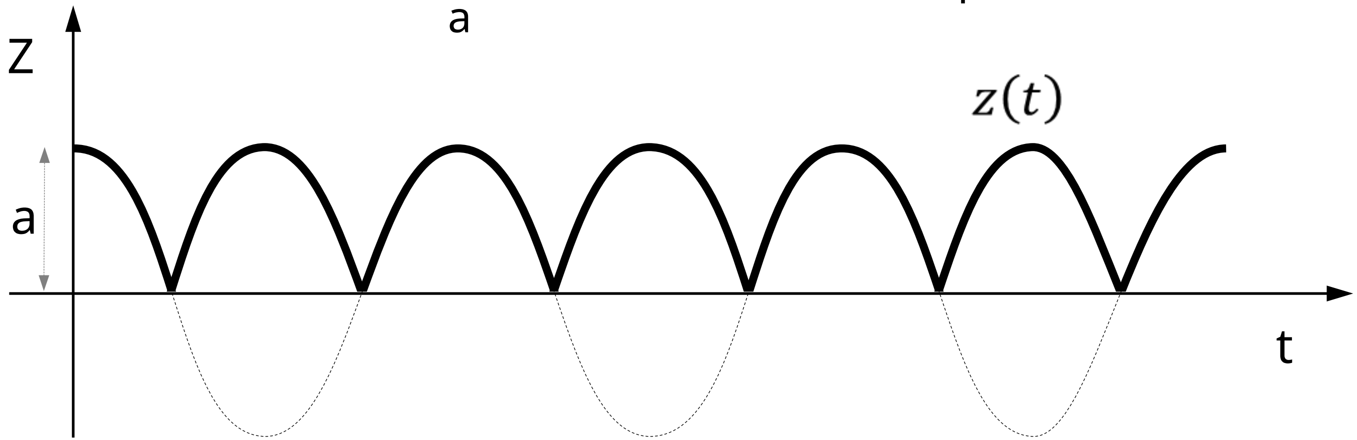
Отместване във времето

Абсолютн
а
стойност

$$z(t) = a|\cos(bt + c)|$$

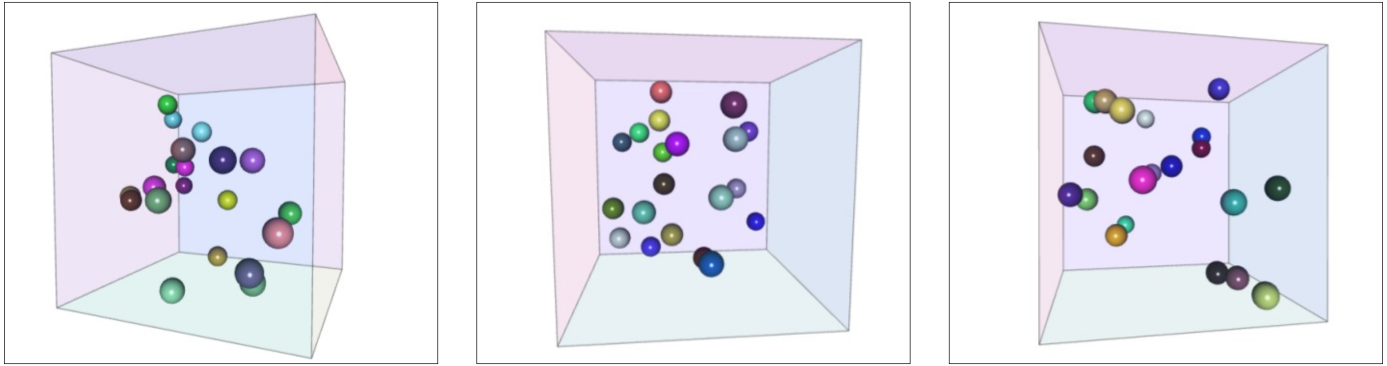
Амплитуд
а

Скорост на топане



Примери с топчета в куб

- Отблъскване от стени
- Симулиране на вертикално топане
- Топане с отблъскване



Свободно летене

Свободно летене

Изисквания

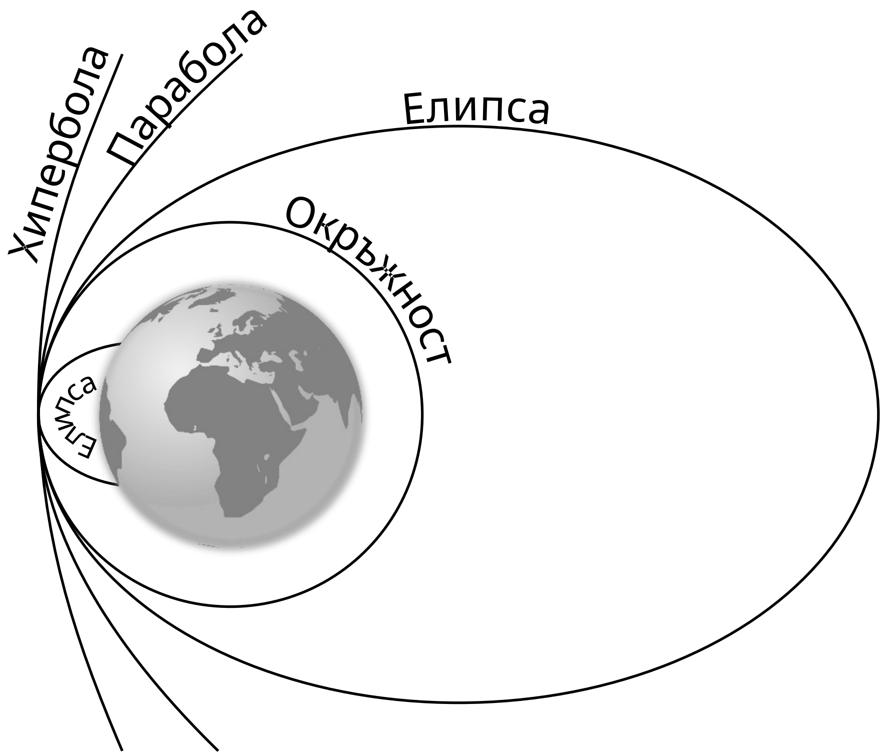
- Начално положение и скорост
- Влияние само на гравитацията

Частни случаи

- Балистика – колинеарна гравитация
  (т.е. безкрайно отдалечен център)
- Орбитална механика – точкова гравитация
  (т.е. крайно отдалечен център)

Орбитална механика

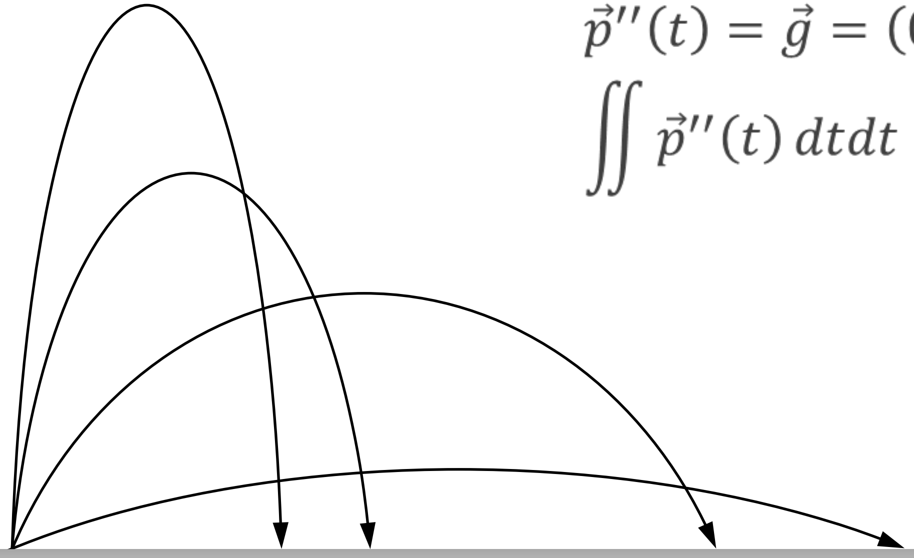
- Траекториите са конични сечения



Илюстрация на Земята на OpenClipart-Vectors

Балистика

– Траекториите са параболи с начална позиция $\vec{p}_0$, скорост $\vec{v}_0$ и земно ускорение $g \approx 9.81\,m/s^2$



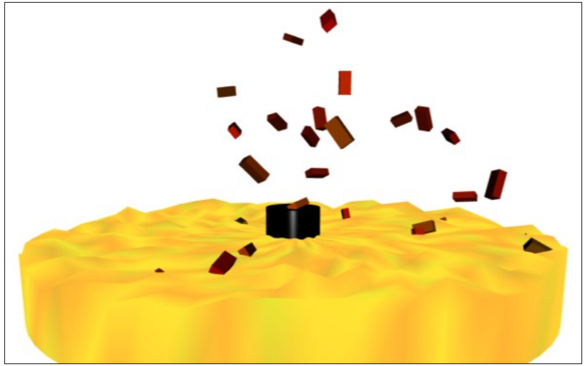
$$\vec{p}''(t) = \vec{g} = (0,0,-g)$$

$$\iint \vec{p}''(t)\,dtdt = \iint \vec{g}\,dtdt = \int \vec{g}t + \vec{v}_0\,dt =$$

$$= \frac{1}{2}\vec{g}t^2 + \vec{v}_0 t + \vec{p}_0$$

Пример с фонтан от тухли

- Тухли изригват в случайна посока
- Всяка се движи по парабола



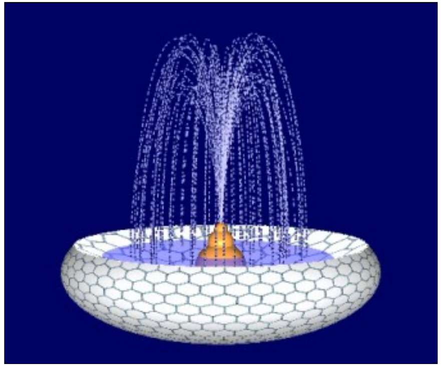
Балистична парабола

- Изчисляване чрез уравнението спрямо началните параметри $\vec{p}(t) = \frac{1}{2}\vec{g}t^2 + \vec{v}_0 t + \vec{p}_0$
- Чрез постъпково изчисление спрямо текущите параметри, с риск от акумулиране на грешка

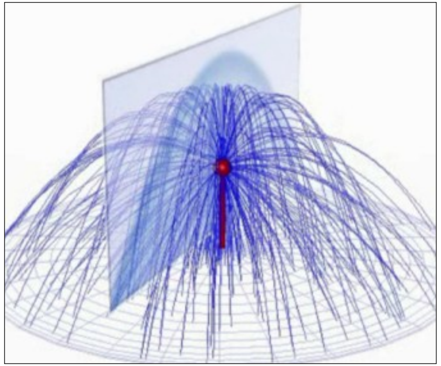
$$\vec{g} = const$$
$$\vec{v}_i = \vec{v}_{i-1} + \vec{g}$$
$$\vec{p}_i = \vec{p}_{i-1} + \vec{v}$$

Балистични примери

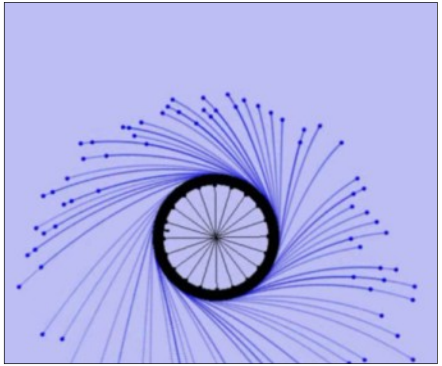
- Параболи, апроксимирани с елипси
- Пръскалка във всички посоки
- Въртящо се мокро колело



“Water Fountain”
http://youtu.be/Z7HxlTALKTE



“Sprinkler”
http://youtu.be/CKSXVkjntXg

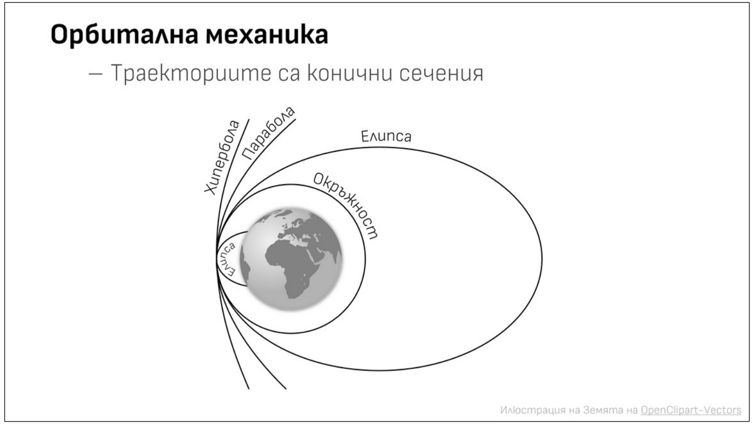


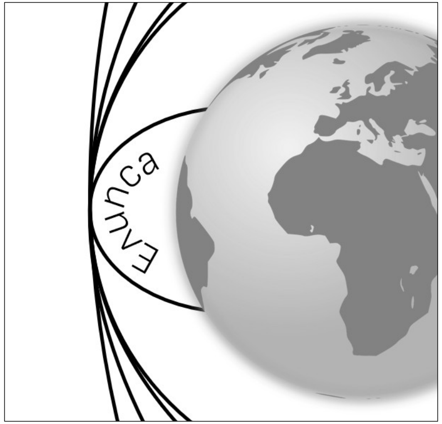
“Wet Wheel”
http://youtu.be/Y2pujOMQJcg

Задача за 2 бонус-точки

Най-вътрешната орбита е елипса

- Защо като се хвърли тухла или лаптоп те летят по параболи, а не по елипси?





Скачане

Скачане

Моделиране на скачане

- По същество това е балистична крива
- Точен модел – с парабола
- Приближени модели – с елипса или с $\cos x$

При (пре–)скачане

- Извършва се преди евентуален удар

Идея за илюстрация

Налични обекти

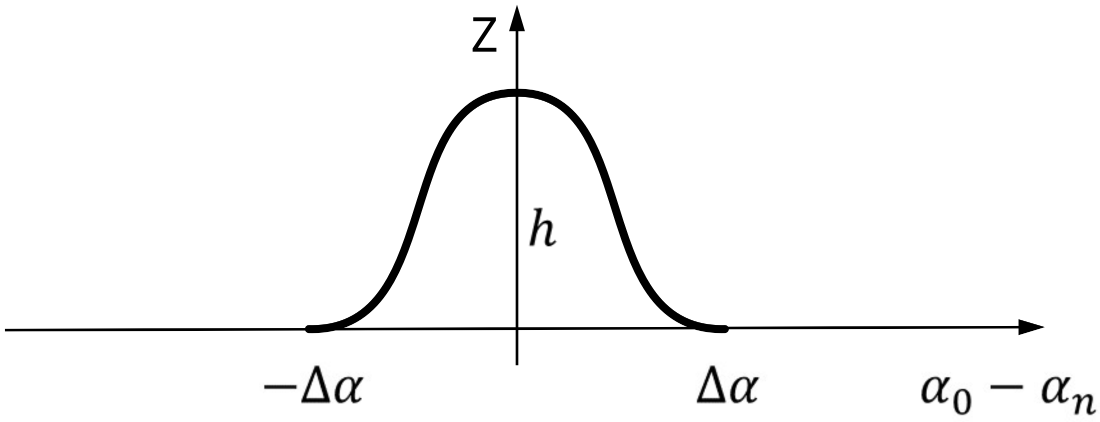
- Преграда, която се върти
- Обект, който я прескача

Реализация

- Работи се в полярни координати
- Ъгъл на обект α_0, ъгъл на преграда α_n
- Когато ъглите са близки, обектът скача

Използва се хитрост

- Гледа се ъгловото разстояние $\alpha_0 - \alpha_n$
- Ако $-\Delta\alpha \le \alpha_0 - \alpha_n \le \Delta\alpha$ то $z(\alpha) = h\cos(\alpha_0 - \alpha_n)$
- Височината на скока е h
- $\Delta\alpha$ определя колко предварително се скача



Много скачащи пешки

- Всяка се интересува единствено от ъгловото разстояние до преградата

Вълни

Задача

Модел на водна повърхност

- Има вълни (като в басейн, а не морски
- Физически модел – прекалено сложен

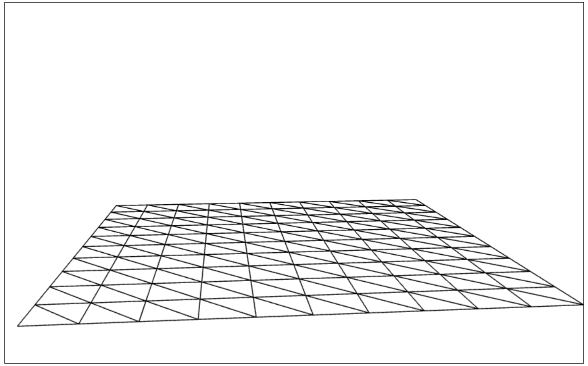
Опростен модел

- Мрежа от точки, движещи се нагоре-надолу
- Движат се случайно, но не изцяло случайно

Реализация

Начална конструкция

- Започва се с мрежа от точки
- Движение нагоре-надолу $y(t) = \sin t$
- Всички го правят заедно ☹

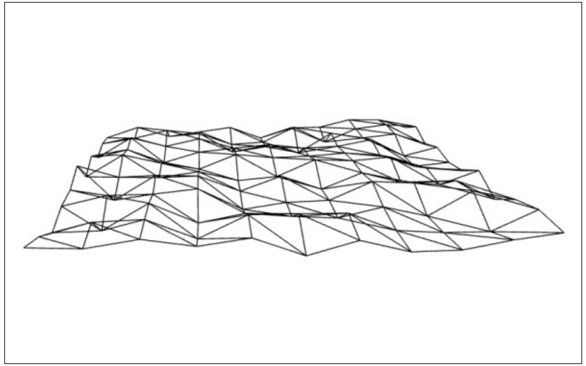


Подобрена (уж) конструкция

- Добавя се случайно отместване на синусоидата с число от 0 до 2π: $y(t) = \sin\big(t + \psi(2\pi)\big)$

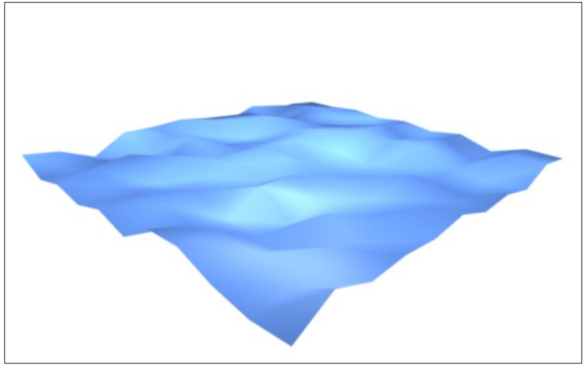
Не е грешка

- Резилтатът е хаотичен и се губи ролята на $\sin x$
- Ето го резилтатът



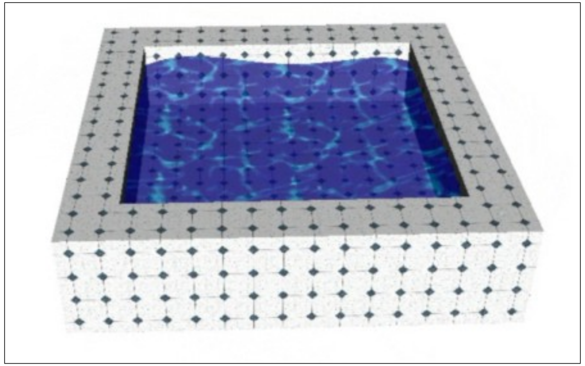
Последен вариант

- Случайността се определя еднократно за всяка точка
  $\psi_{i,j} = \psi(2\pi)$
- При вълнение отместванията не се променят
  $z_{i,j} = \sin\left(t + \psi_{i,j}\right)$
- Резултатът е по-приемлив

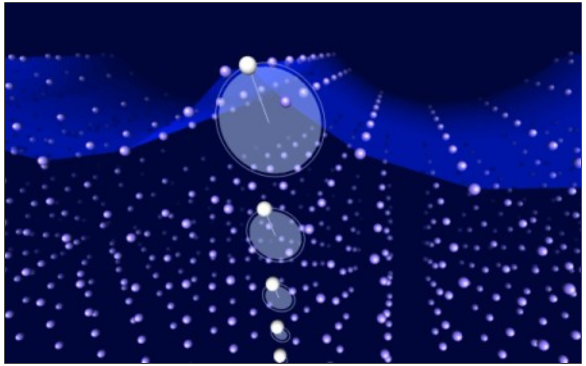


Пример с водни вълни

- Апроксимирана чрез сплайн-повърхнина
- Физичен модел на кръгово движение



“Water waves”
http://youtu.be/lx6XUzG0Dt4



“Water waves”
http://youtu.be/fSwKRiPf7VE

Хоризонтални вълни

Нова задача

- Модел на ливада с тревички
- Духа средно силен вятър

Идея

- Същата, като при вълните в басейн
- Но с допълнение: съседни тревички трябва да се вълнуват почти синхронно

Разглежда се матрица от тревички

- Тревичка $T_{i,j}$ има отместване във времето $\Delta_{i,j}$
- За съседни треви, отместванията трябва да са близки (с точност ε)

$$\left|\Delta_{i,j} - \Delta_{i+1,j}\right| < \varepsilon$$
$$\left|\Delta_{i,j} - \Delta_{i,j+1}\right| < \varepsilon$$

- Не бива да се забравя, че тревичките се вълнуват двумерно, а не едномерно

При достатъчна лудост

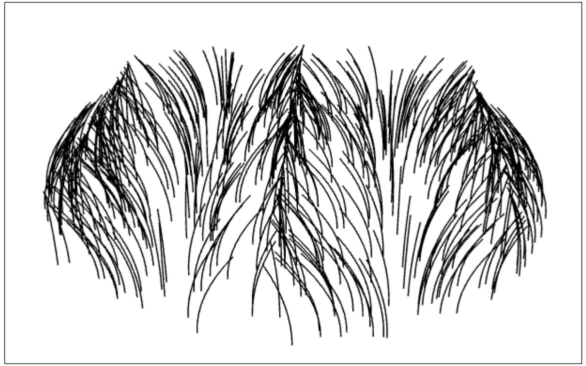
- Ще се направи невидима водна повърхност
- Вертикалното водно отместване дава ъгловото отместване на тревичка
- За плавност вместо случайно начално отместване има отместване, зависещо от мястото на тревичката

$$\psi_{i,j} = a_{\psi} \sin(b_{\psi} i + c_{\psi})$$

- Коефициентите се избират такива, че крайното отместване на тревичките да е каквото се иска

Резултат до момента

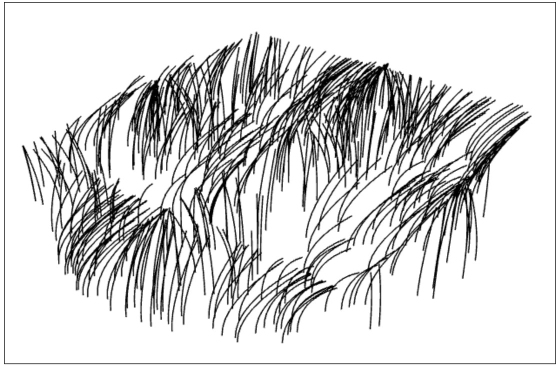
- Поглед отгоре на ливадата
- Отместванията са само по едно направление, защото в $\psi_{i,j} = a_\psi \sin(b_\psi i + c_\psi)$ участва i, но не и j



Хоризонталното отместване е в 2D

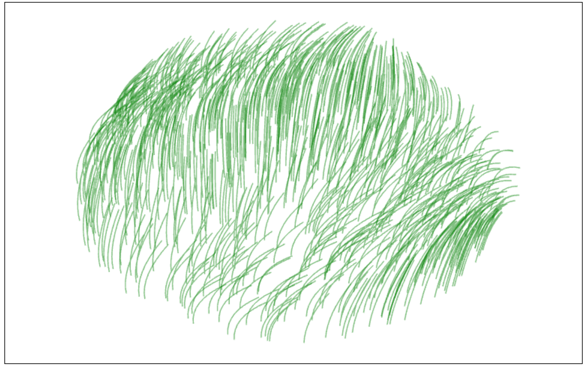
– Затова се прави още един невидим басейн
– Той дава отместване и по второ направление:

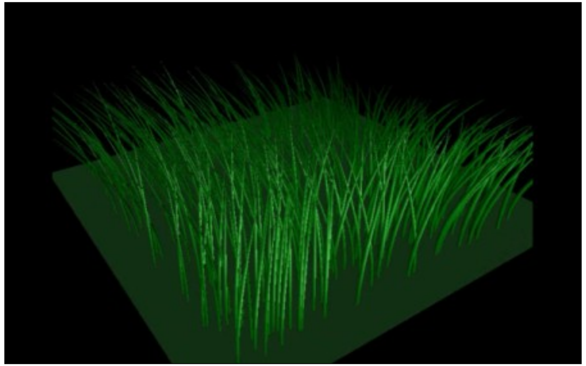
$$\varphi_{i,j} = a_\varphi \sin\left(b_\varphi i + c_\varphi\right)$$



Сглобяване на всичко в едно

- Хоризонтални отмествания по X и Z
- Включена е сила на вятъра
- Свобода на избор къде и как участва
  (степен на наклона, отместване между съседни треви, ...)





"Grass in the wind"
http://youtu.be/IMTZ1sTpcOw

Поуката

Поуката

За моделиране на физични явления

- Ползват се всякакви функции, ако не се търси точност

Основният гъдел е

- Намиране на комбинация от познати функции, за получаване на исканото поведение
- В лекцията са показани само някои идеи от възможните

Въпроси?

)

Повече информация

AGO2 стр. 190-192
BAGL стр. 154-161
KLAW стр. 214-218
LENG стр. 352-362, 389-395, 401-415
PARE стр. 84-92, 283-291, 480-485

А също и:

- Trajectories and orbits
  https://web.archive.org/web/20100311131126/http://history.nasa.gov/conghand/traject.htm

Край