

СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ
„СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“



Графи

ТЕМА №6

Съдържание

Тема 6: Графи

- Дефиниции
- Класификация
- Представяне
- Операции с графи
- ДССР (DCEL)

Графи

История

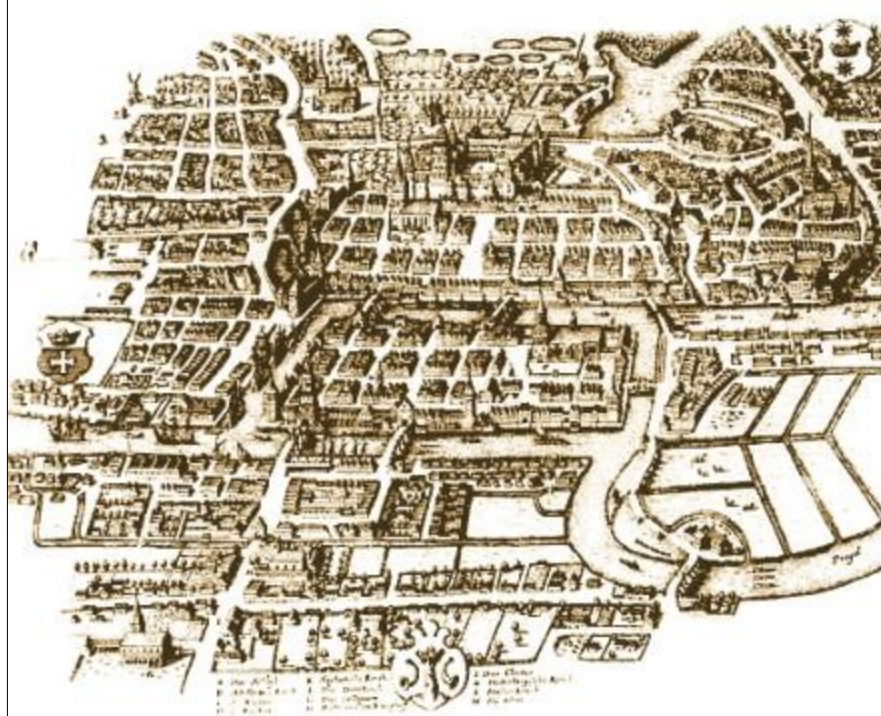
1736

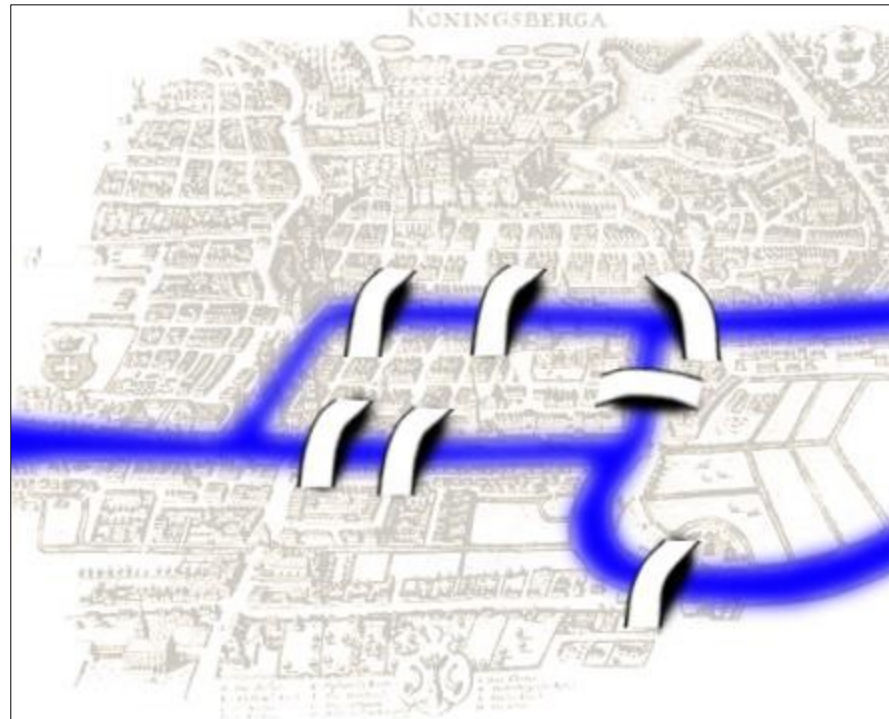
- Заражда се Теория на графите
- Статия на Ойлер

Първи академичен интерес

- Задачата за Кьонигсбергските мостове
- Може ли със затворен път да се мине през всички мостове точно по един път

7^{те} моста на Кьонигсберг





Дефиниция

Дефиниция на граф

- Наредената двойка (V, E) от множество от върхове V и множество от ребра E , които ги свързват

Частни случаи:

- Списък и дърво
- Многоъгълник
- Граф Дракула

Алтернативни имена

- Възли – състояния, върхове, точки, ...
- Ребра – ръбове, линии, преходи, ...

Път

- Поредица от върхове, свързани с ребра
- Цикъл – затворен път

Степен (валентност)

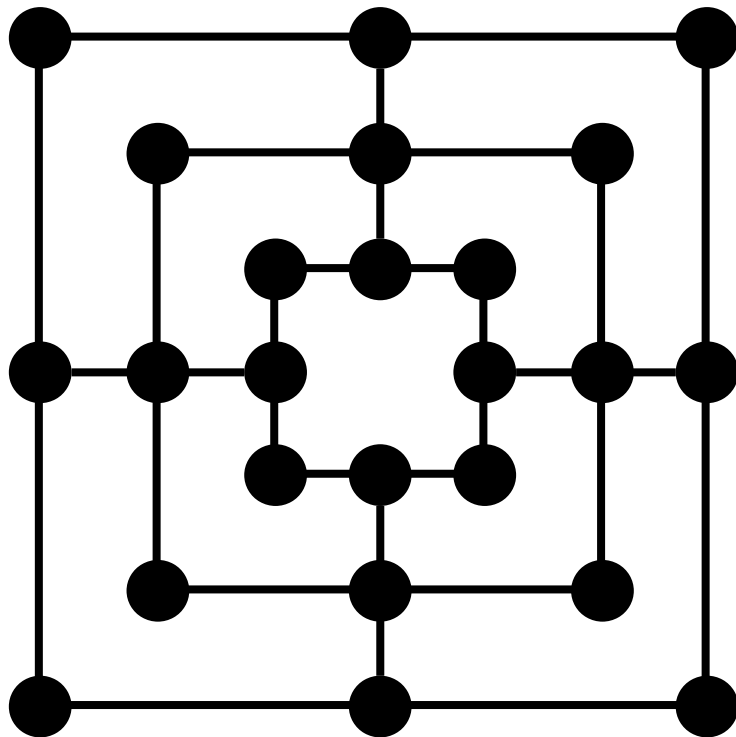
- Брой ребра, свързващи възел

Използване

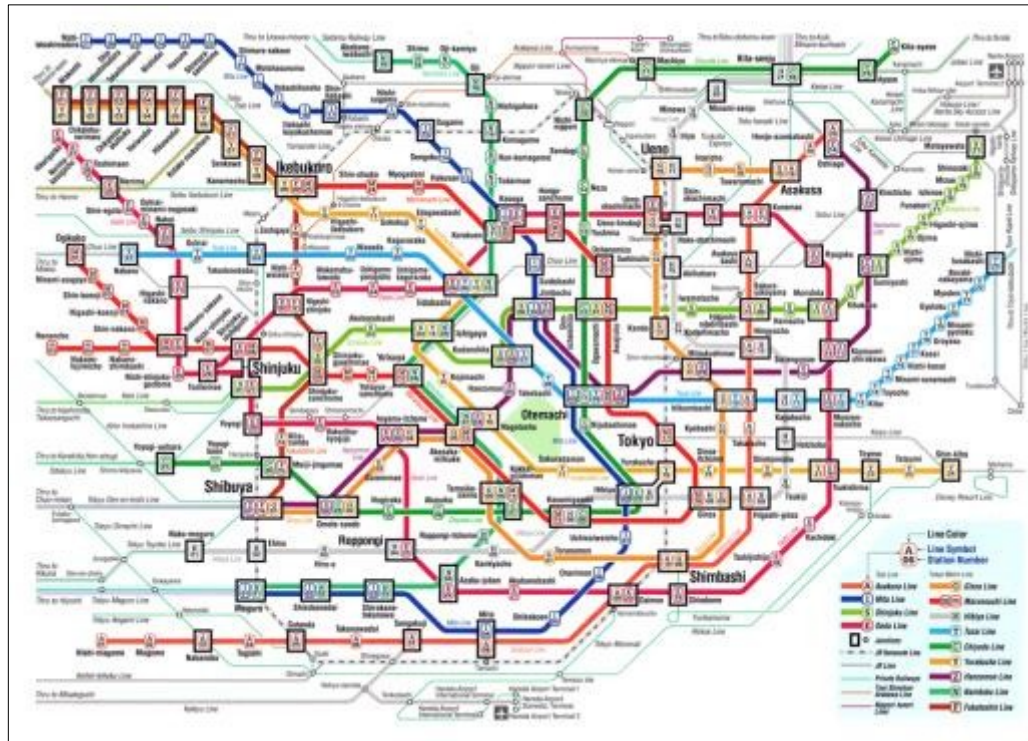
Използване на графи в КГ

- 3D модели чрез мрежи
- Състоянията и преходи на симулация
- Сцени в сложни игри
- Визуализиране на карти, маршрути

„Игра на дама“



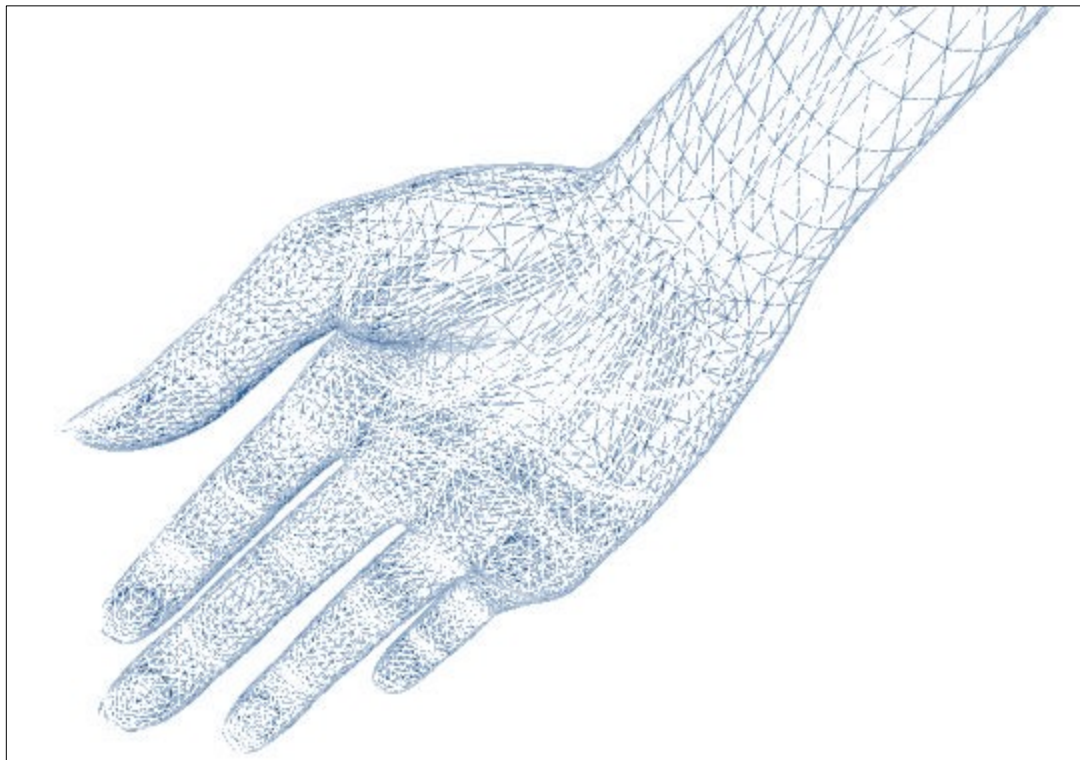
Токийското метро



Центърът на София



Мрежест модел на длан



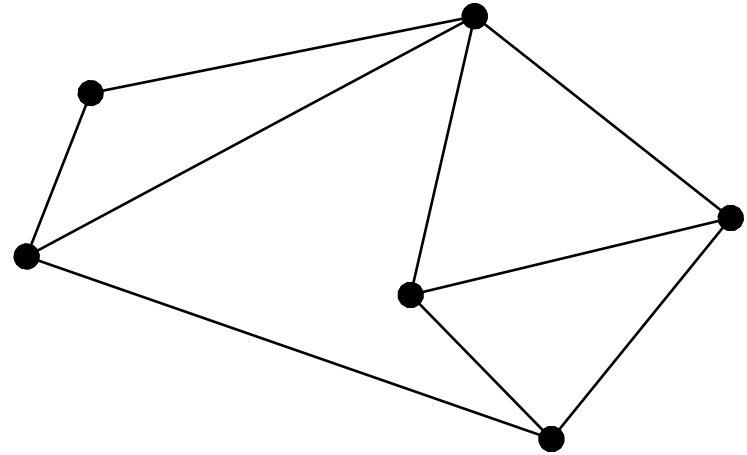
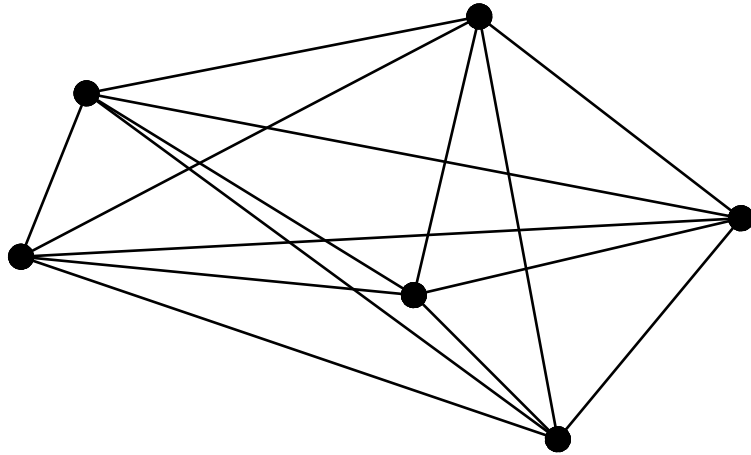
Класификация на графи

Класификации

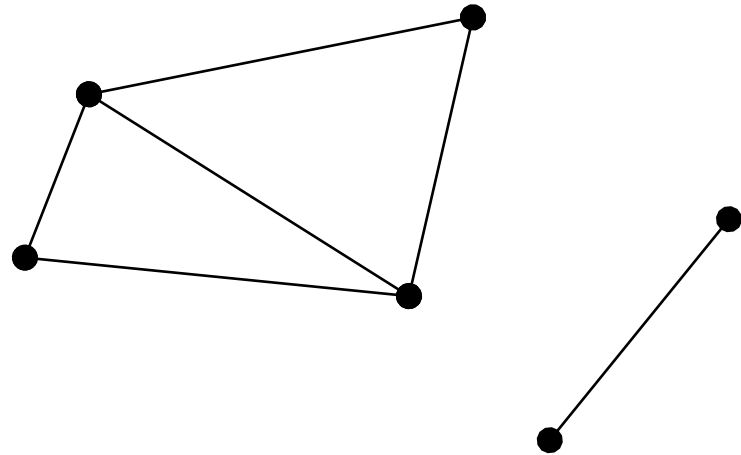
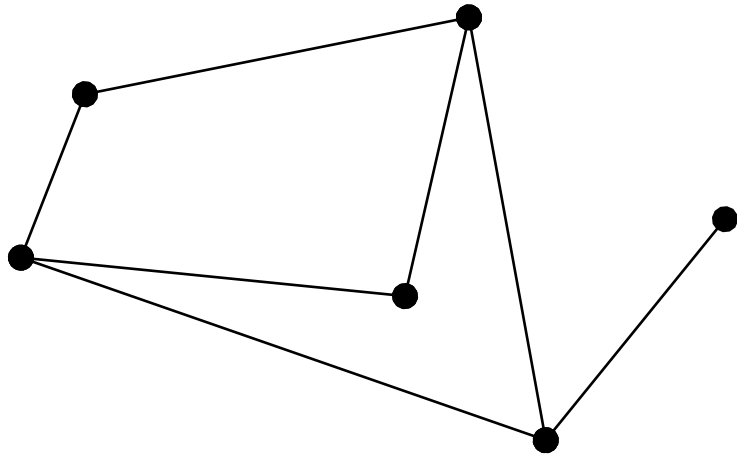
Според конкретни характеристики

- Пълен и непълен
- Свързан и несвързан
- Ориентиран и неориентиран
- Симетричен и асиметричен
- Планарен (равнинен) и непланарен
- Претеглен и непретеглен

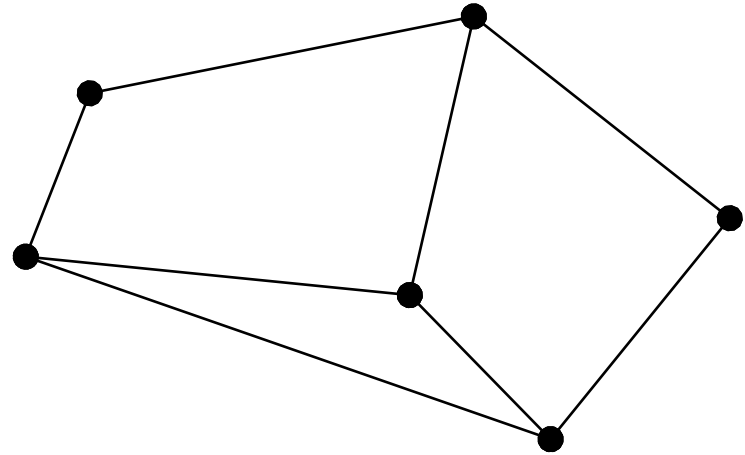
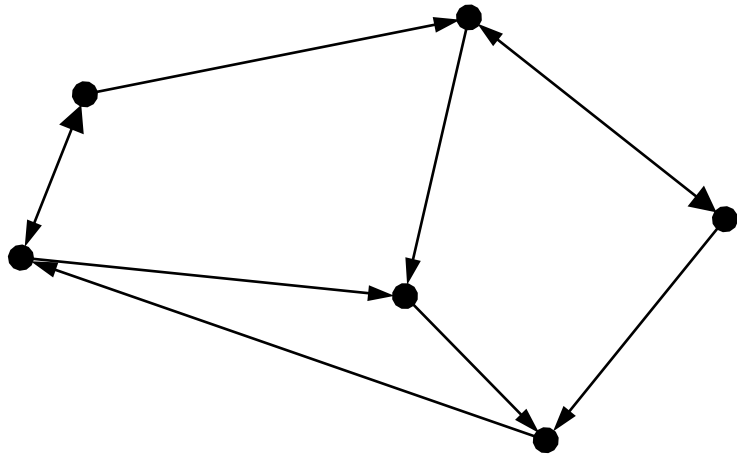
- Пълен граф
(всеки два възела са пряко свързани)
- Непълен граф
(някои възли не са пряко свързани)



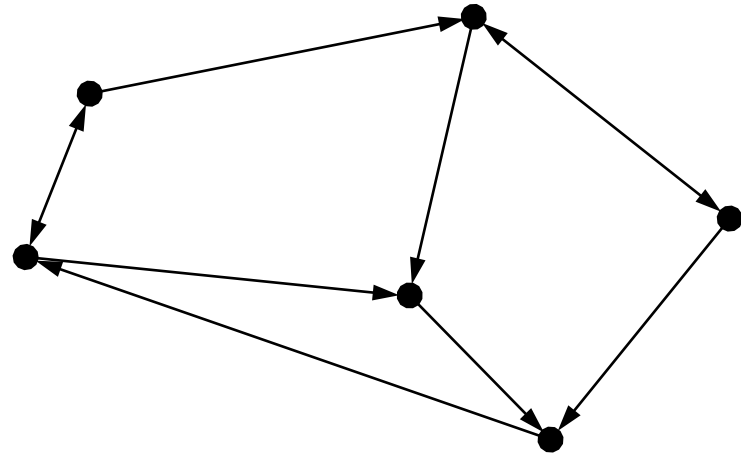
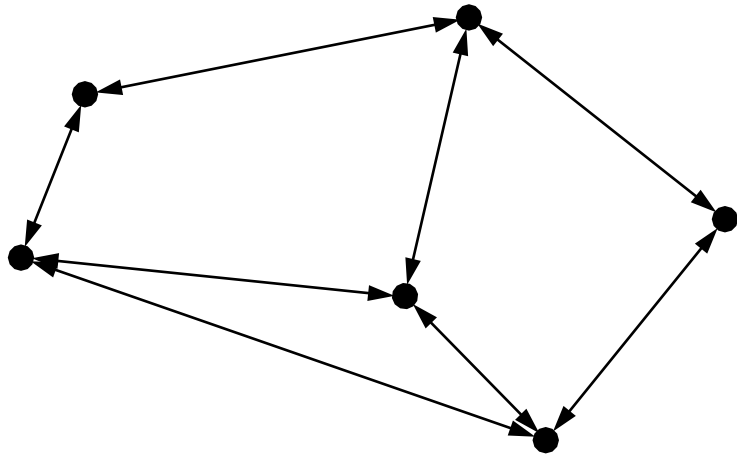
- Свързан граф
(между всеки два възела има път)
- Несвързан граф
(има възли без път между тях)



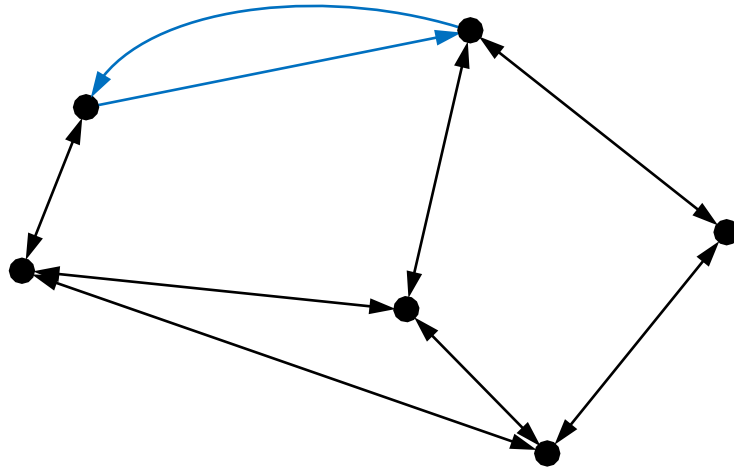
- Ориентиран граф
(ребрата имат посока)
- Неориентиран граф
(ребрата нямат посока)



- Симетричен граф
(всички ребра са двупосочни)
- Асиметричен граф
(има възли, свързани само с едно едностранно ребро)

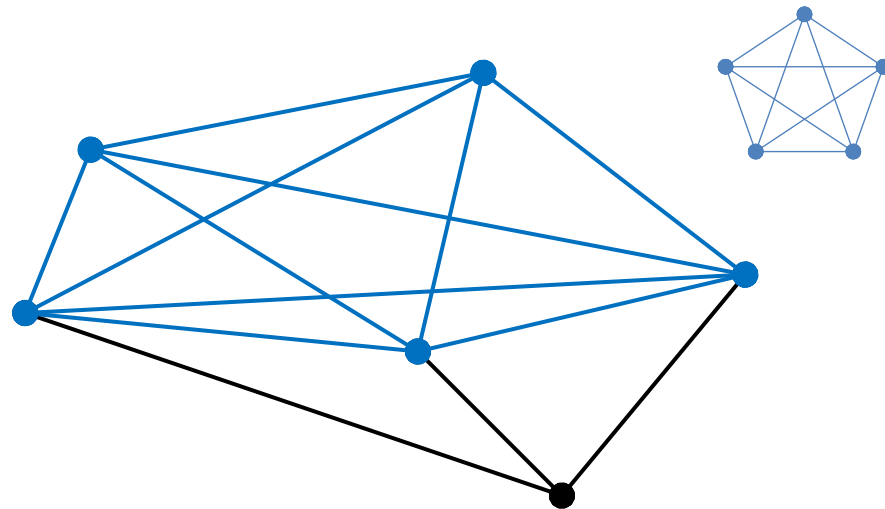
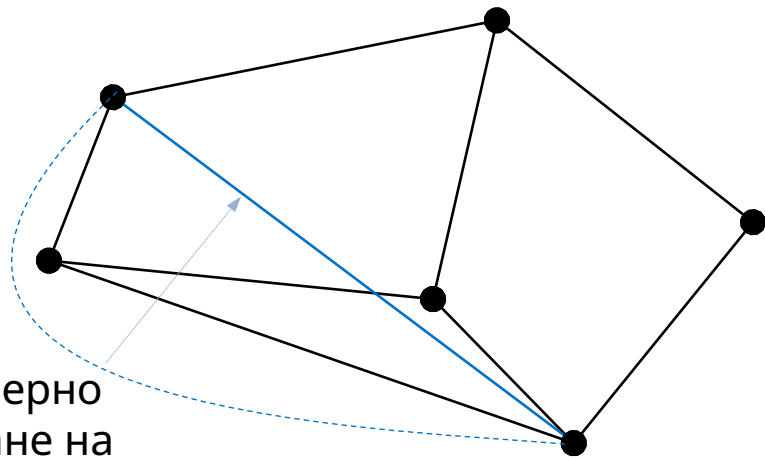


- Защо не трябва да се казва „някои ребра са еднопосочни“?

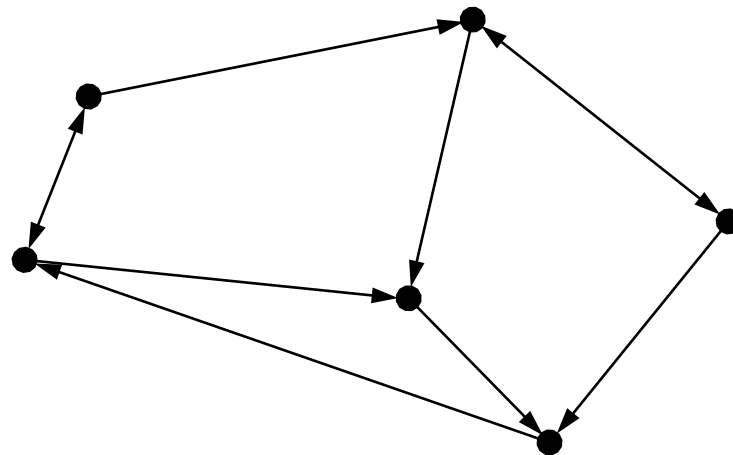
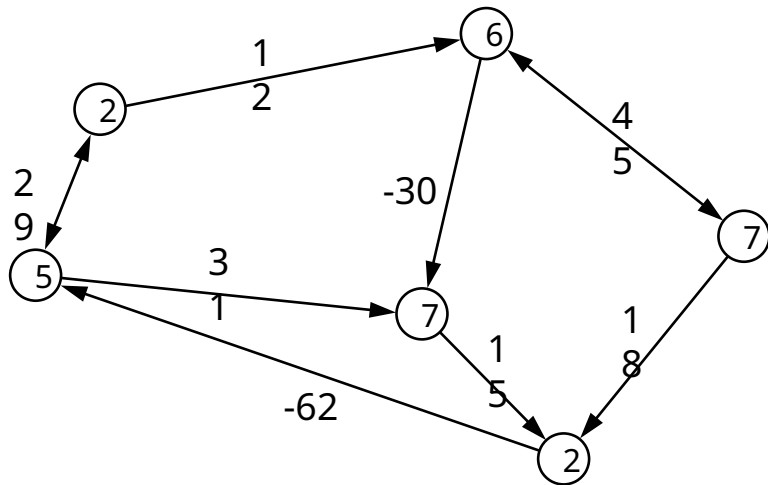


този граф
приемаме за
симетричен

- Планарен граф
(може да се нарисува в равнината без пресичане на ребра)
- Непланарен граф
(не може)



- Претеглен граф
(ребрата и/или възлите имат „тегла“, „дължини“, „цени“)
- Непретеглен граф
(няма „тегла“ или пък всички тегла са равни)



Внимание

- Не всеки граф с числа по ръбовете е претеглен
- Този по-долу е аотиран



Представяне на графи

Представяне на граф

Има различни представяния

- Най-доброто зависи от целите, за които ще се ползва
- Какви алгоритми ще се ползват
- Налични ресурси (памет и време)

Някои представяния са

- Чрез матрица на съседство
- Чрез двойно-свързани списъци

Матрица на съседство

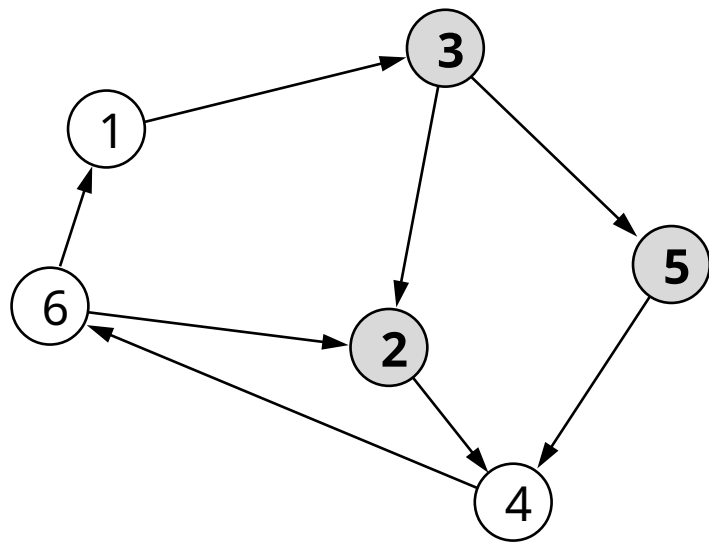
Граф с n възела (т.е. $|V| = n$)

- Матрица възел-към-възел
- Записваме 1 при наличието на ребро
- Записваме 0 при липса на ребро

Свойства на представянето

- Еднородно и опростено представяне
- Непригодно за големи графи с много възли и ребра

Пример



		къ м					
		1	2	3	4	5	6
от	1	0	0	1	0	0	0
	2	0	0	0	1	0	0
	3	0	1	0	0	1	0
	4	0	0	0	0	0	1
	5	0	0	0	1	0	0
	6	1	1	0	0	0	0

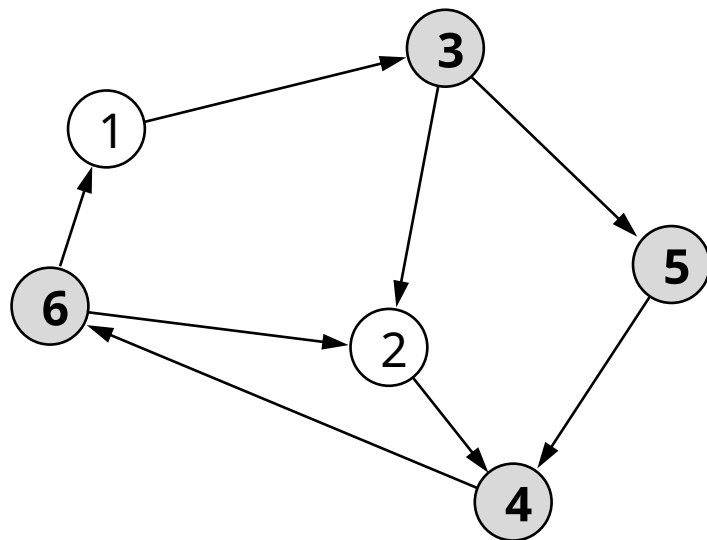
От възел 3 има
ребра към възли 2 и
5

Повдигаме на квадрат

- Дали би станало нешто?

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Е, станаха брой пътища с дължина 2



		Къ м1					
		2	3	4	5	6	
от	1	0	1	0	0	1	0
		0	0	0	0	0	1
	2	0	0	0	2	0	0
		1	1	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	1
4		0	0	1	1	0	0

От 3 до 6
няма път

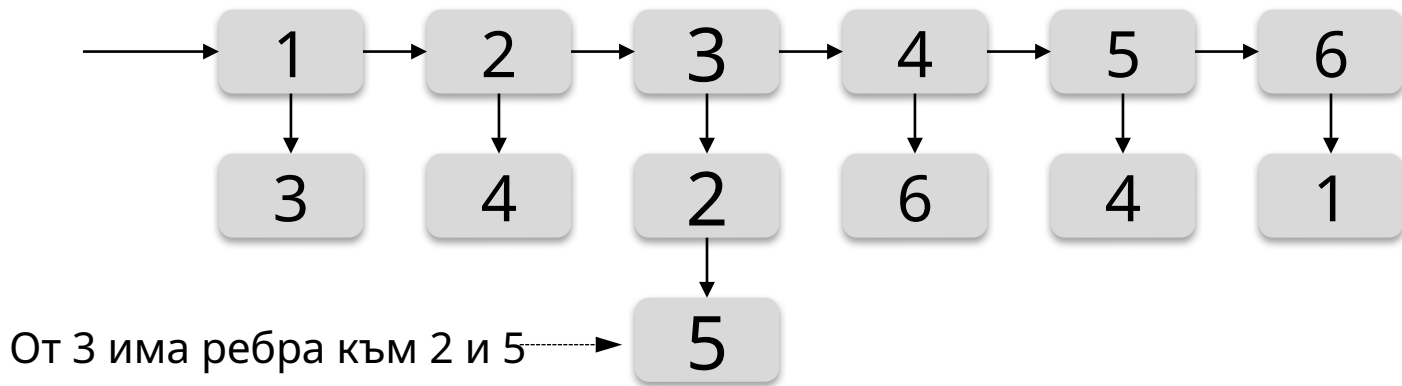
От 3 до 4 има два
5 различни пътя

От 5 до 6 има
единствен път

Второ представяне

Представяне на матрица на съседство

- Чрез масив (дори битов) е неудобно
- Използва се, че е силно разрежена



Други представяния

Списък на родителите

- За всеки възел се описват възлите, водещи до него

Списък на ребрата

- Списък от ребрата в произволен ред
- За всяко ребро се описва началния и крайния възел

Матрица на инцидентност

- Матрица възел-към-ребро
- Описва кой връх на кое ребро е начало или край

Матрица на достижимост

- Матрица възел-към-възел
- Записват се теглата на ребрата

Представените представления

- Удобни за типичните задачи с графи
- А те са?

Типични задачи с графи

(скучни са ни и не ни интересуват)

- Обхождане на граф в дълбочина или широчина
- Намиране на най-къс път между възли
- Минимално покриващо дърво
- Хамилтонов цикъл
(обхождане еднократно на всички възли)
- Ойлеров път
(обхождане еднократно на всички ребра)

Обаче

КГ поставя нови уникални задачи

- Трудно решими със стандартните модели на графи

Примерни нови задачи

- Включване на стени към мрежа
(стена = полигон от ръбове в мрежа)
- Обхождане на мрежа
- Изглаждане на повърхност от мрежа

Някои от задачите в КГ

- Изискват ребрата да имат водеща роля
- Изискват графът да е и множество от стени
- Нужни са друг вид базови операции

КГ се интересува често от графи

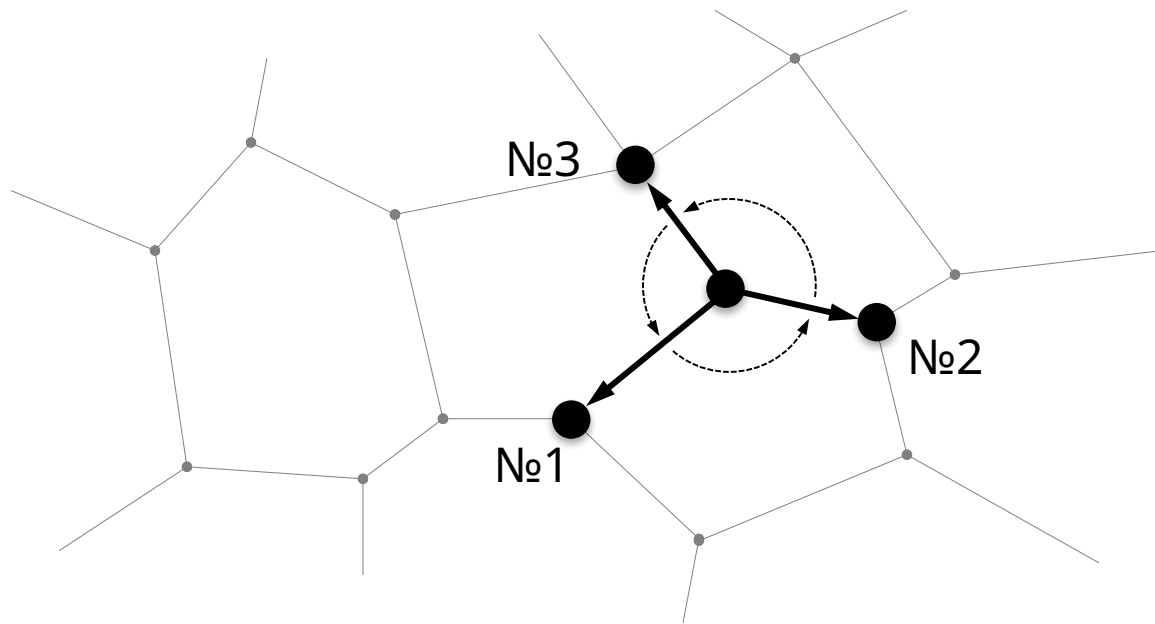
- Които са непълни, свързани, неориентирани, локално планарни, непретеглени
- Важно е пространственото положение
- Важна е поредността на ребрата и върховете

Операции с графами

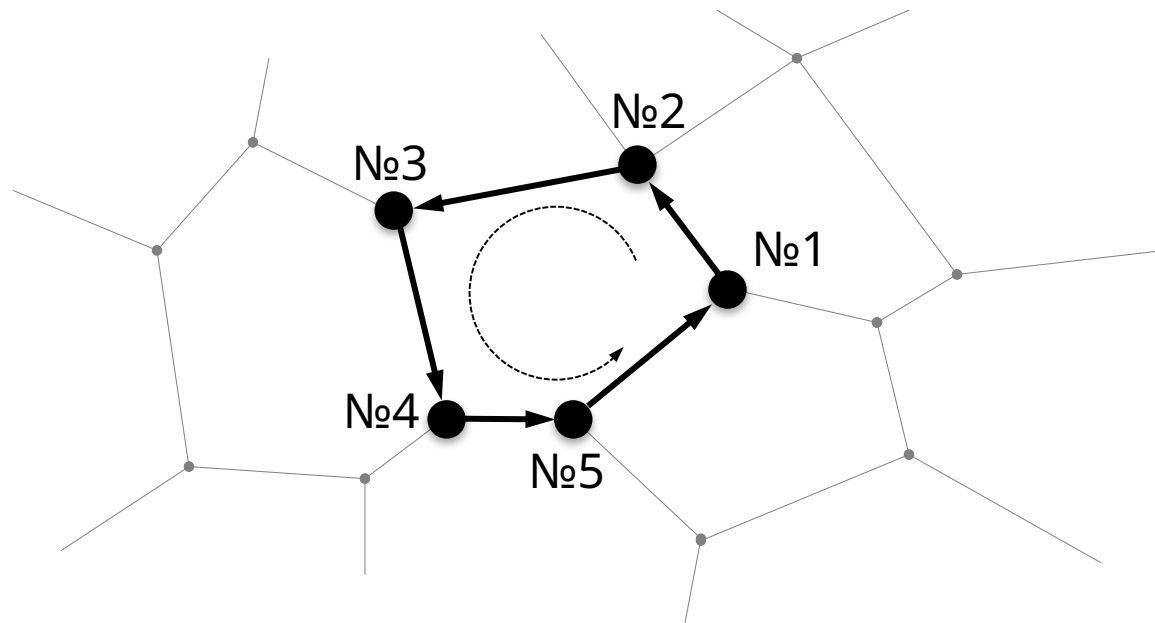
Операции с графи

Операции с графи в компютърната графика

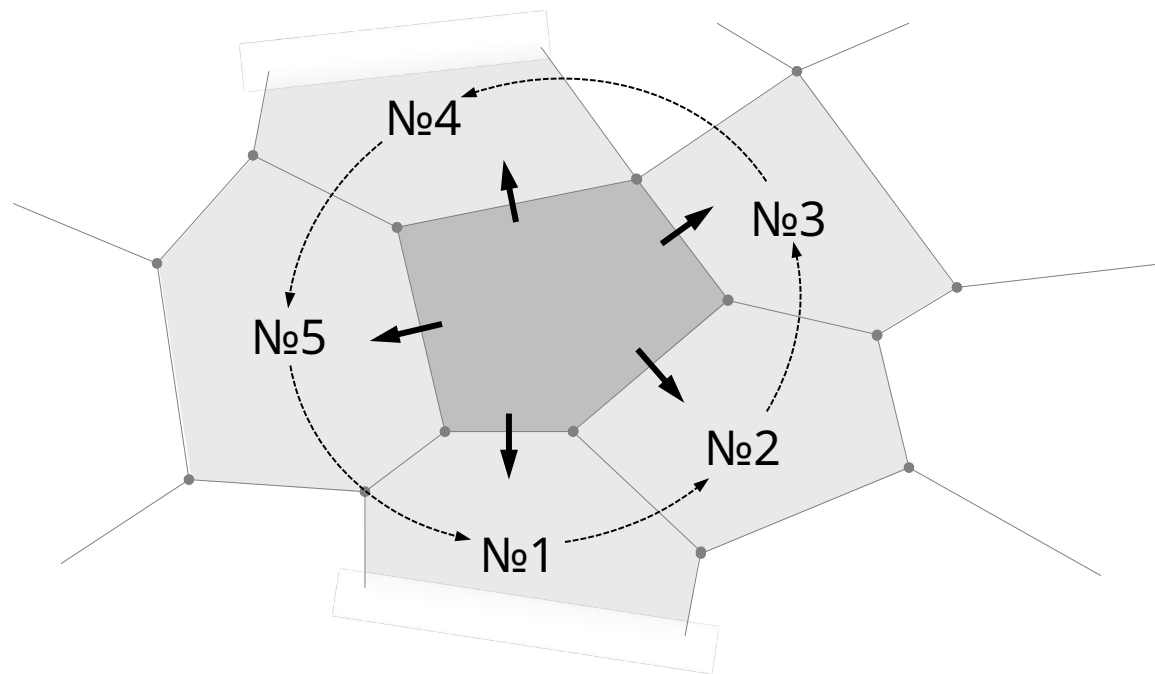
- Намиране на поредни съседни възли



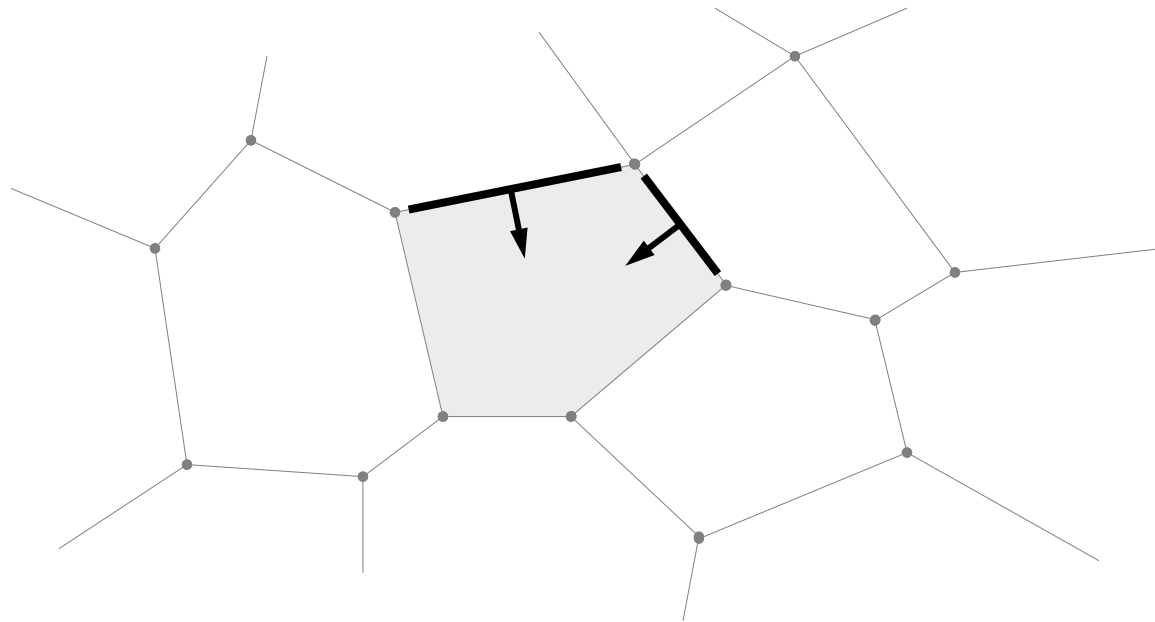
- Обхождане на възли от стена



- Намиране на съседни стени



- Намиране на стена по две съседни ребра



ДССР (DCEL)

абстрактна структура от данни

Нова структура от данни

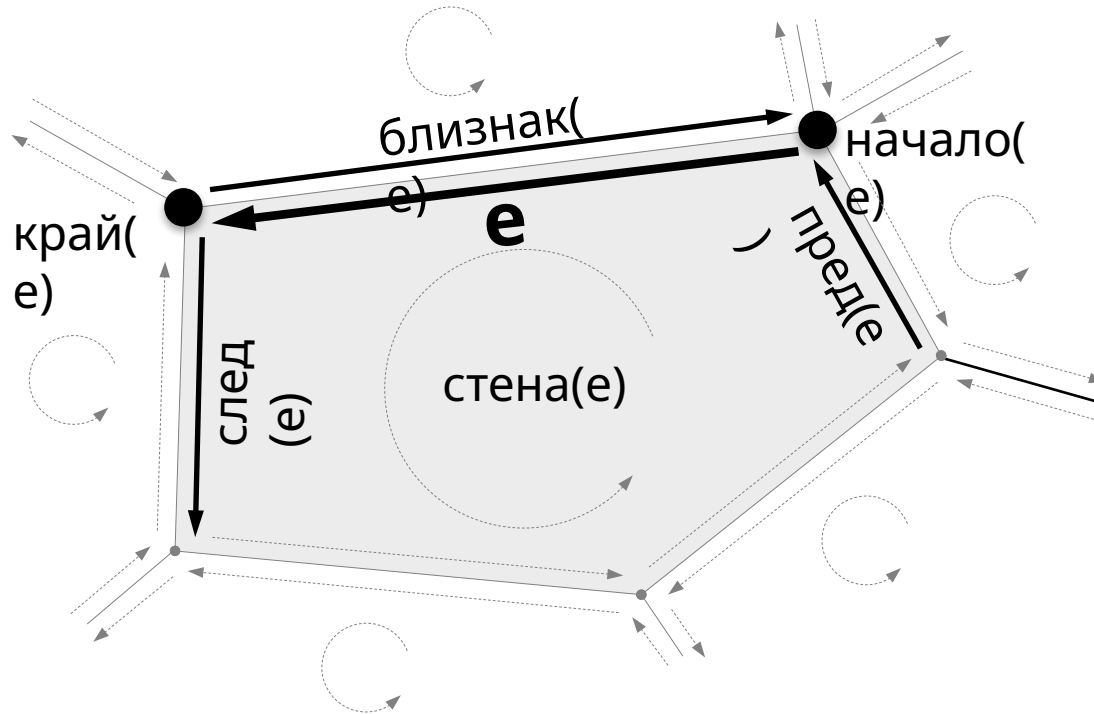
Двойно свързан списък от ръбове

- **DCEL** (Doubly Connected Edge List)
- Възлите са свързани с полуръбове
(двойка симетрични насочени ръбове)
- Всички стени се обхождат еднообразно
- Всеки полуръб е към единствена стена
- За всеки полуръб има допълнителни данни



Нови функции

- Съществуването им е част от ДССР
- Реализацията им не е част от ДССР



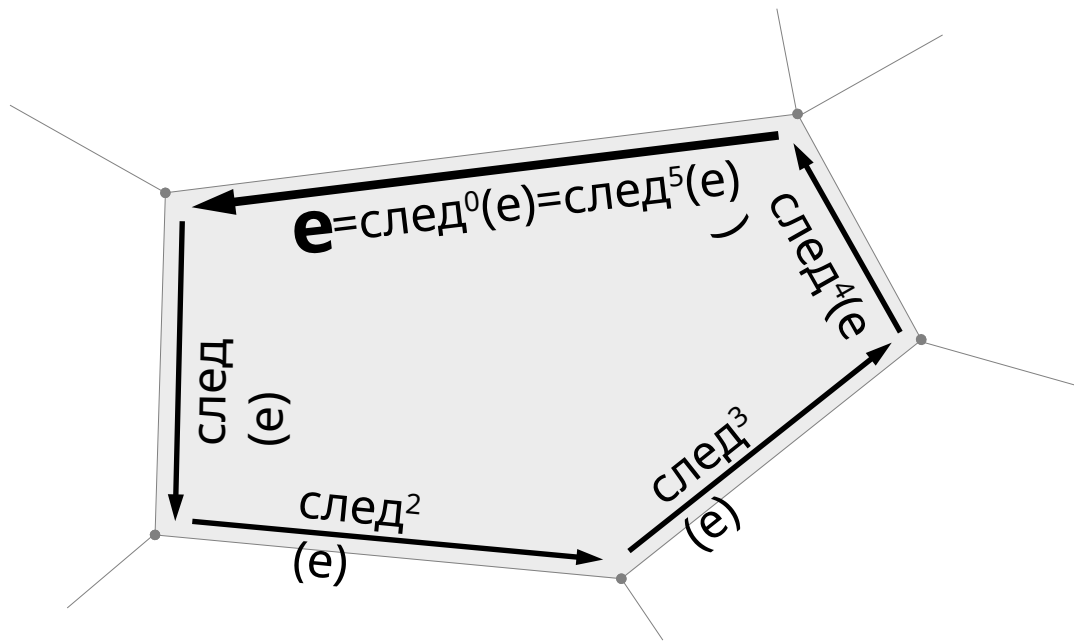
Примерно използване

Задачи с ДССР

- Намиране периметър на стена
- Намиране на две съседни стени
- Намиране на гранични полуръбове
- Обхождане на стени около възел

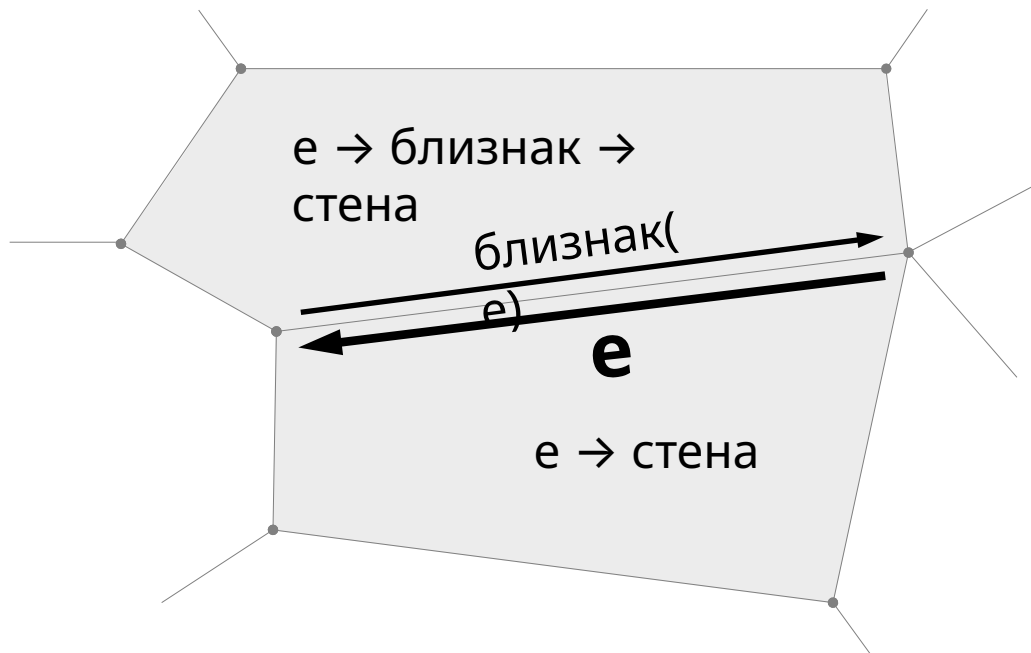
Периметър на стена

- Започваме от зададен полуръб: e
- Следваме: $e \rightarrow \text{след} \rightarrow \text{след} \rightarrow \dots \rightarrow e$



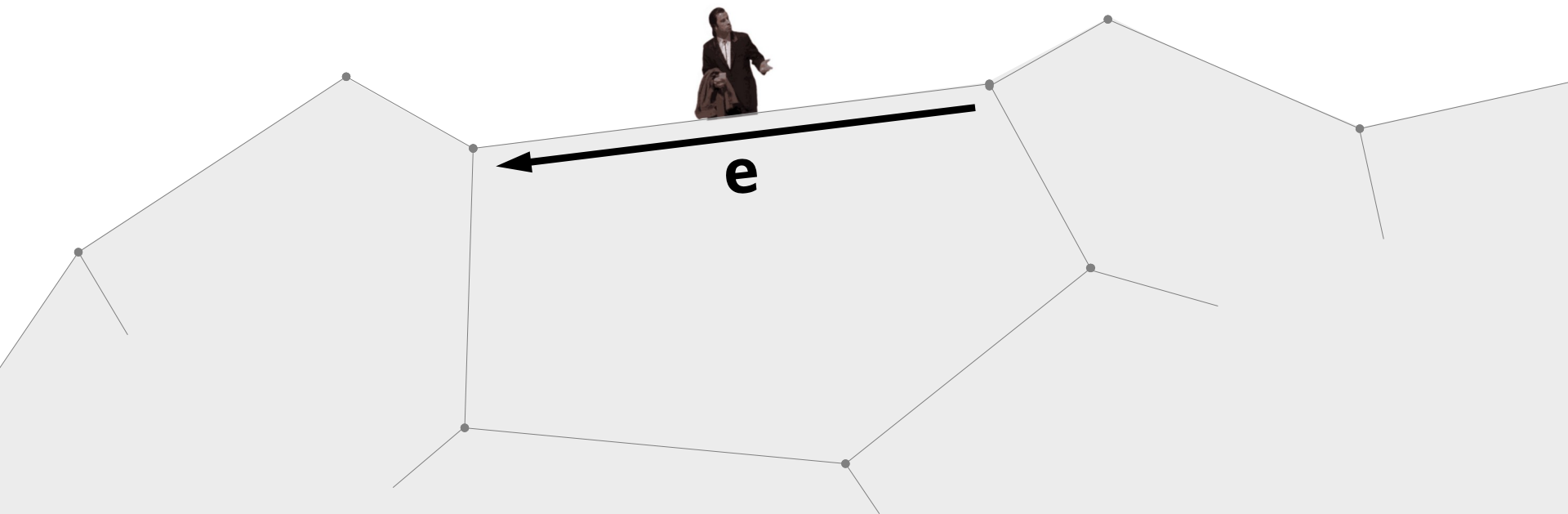
Съседни стени

- Първа стена: $e \rightarrow \text{стена}$
- Съседна стена: $e \rightarrow \text{близнак} \rightarrow \text{стена}$



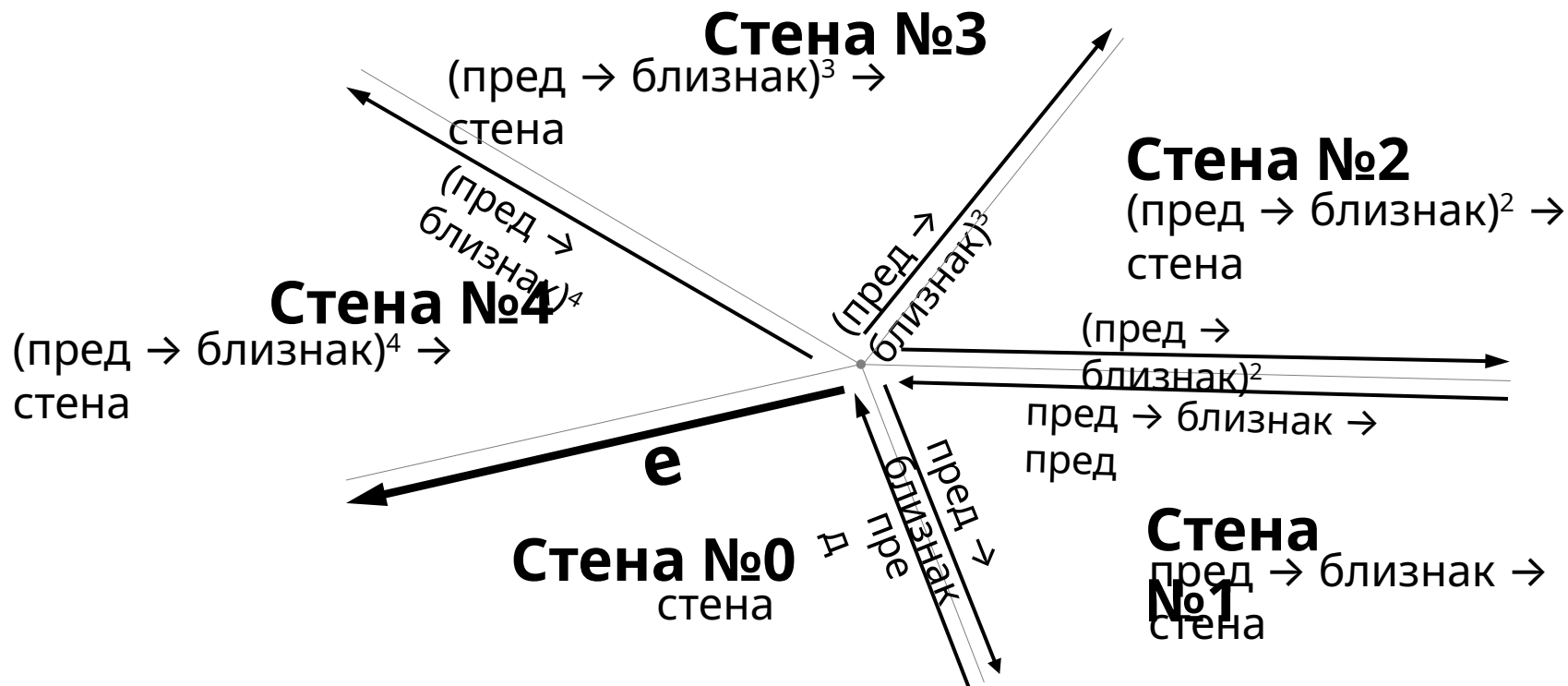
Граничен полуръб

- Полуръбове, отвъд които няма мрежа
- Липсва: $e \rightarrow$ близнак



Обхождане на стени около възел

- Чрез полуръбовете: $(\text{пред} \rightarrow \text{близнак})^n \rightarrow \text{стена}$



Въпроси?

Повече информация

AGO2 стр. 199-203

GRIM стр. 513-516, 533-534

KLRO стр. 125-130

MORT стр. 219-221

А също и:

- The Winged-Edge Data Structure

<http://www.cs.mtu.edu/~shene/COURSES/cs3621/NOTES/model/winged-e.html>

Край