

Изпит по теория — ДИС 2

КН, 1 к., I п.

20.06.2025

част 1

Максималният брой точки в изпита по теория е 65. Той е разделен на две части, първата от които носи 33 т., а втората – 32 т. Максималният брой точки от теоретичните задачи на контролните през семестъра е 16. Нека n е сумата от точките от изпита по теория и от теоретичните задачи на контролните през семестъра. Ако $n < 30$, то оценката по теория е слаб
2. Ако $n \geq 30$, то оценката по теория се образува по формулата

$$\min \left\{ \frac{n}{10}, 6 \right\}.$$

1. (1+1+2+2+4 т.) Нека $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Дефинирайте разбиване на $[a, b]$, суми на Дарбу на $f(x)$ относно разбиването, долен и горен определен интеграл на $f(x)$ и определен интеграл на $f(x)$ посредством суми на Дарбу. Направете необходимите предположения върху функцията, за да бъдат дефинирани сумите на Дарбу. Покажете, че долният и горният определен интеграл съществуват при тези предположения.
2. (4 т.) Нека $f : [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$, $a > 0$, е непрекъсната нечетна функция. Докажете, че
$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0.$$
3. (3+5+3+5 т.) Формулирайте и докажете теоремата и формулата на Лайбниц-Нютон, т.е. основната теорема на ДИС в двете ѝ части.
4. (3 т.) Какво означава редицата $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ от функции, дефинирани в $D \subseteq \mathbb{R}$, да е равномерно сходяща към функцията $f(x)$ в D ?

Следва продължение...

Изпит по теория — ДИС 2
КН, 1 к., I п.

20.06.2025

част 2

5. (2+2+5 т.) Нека $f(x, y)$ е функция на две променливи и (x_0, y_0) е вътрешна точка за нейната дефиниционна област. Какво означава $f(x, y)$ да бъде диференцируема в т. (x_0, y_0) и какво наричаме нейна производна в т. (x_0, y_0) ? Посочете каква е връзката между производната на $f(x, y)$ в т. (x_0, y_0) и нейните частни производни в тази точка.
6. (4 т.) Нека реалнозначната функция $f(x, y)$ е дефинирана и притежава първи частни производни в правоъгълника $D := \{(x, y) : x \in (a, b), y \in (c, d)\}$, като $f'_x(x, y) = f'_y(x, y) = 0$ в D . Докажете, че $f(x, y)$ е тъждествено константа в D .
7. (4+5 т.) Формулирайте и докажете теоремата (формулата) за крайните нараствания за функции на няколко променливи.
8. (4+6 т.) Формулирайте и докажете необходимо условие за локален екстремум за диференцируеми функции на две променливи (теорема на Ферма).

Максималният брой точки в изпита по теория е 65. Максималният брой точки от теоретичните задачи на контролните през семестъра е 16. Нека n е сумата от точките от изпита по теория и от теоретичните задачи на контролните през семестъра. Ако $n < 30$, то оценката по теория е слаб 2. Ако $n \geq 30$, то оценката по теория се образува по формулата

$$\min \left\{ \frac{n}{10}, 6 \right\}.$$