

Изпит по теория — ДИС 1

КН, 1 к., I п.

примерна тема

1. (2+2+2 т.) Какво наричаме редица от реални числа? Какво имаме предвид като казваме, че дадена редица е сходяща и какво наричаме нейна граница? Покажете с помощта на дефиницията за граница на редица, че

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0.$$

2. (4 т.) Докажете, че ако $\lim a_n = \ell$, то $\lim |a_n| = |\ell|$.
3. (2+1+3 т.) Формулирайте дефиницията на Коши за граница на функцията в точка. Изяснете какво условие трябва да удовлетворява тази точка по отношение на дефиниционната област на функцията. Докажете, че ако функциите $f(x)$ и $g(x)$ имат граница в точката x_0 , то и $f(x) + g(x)$ има граница в x_0 , при това

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x).$$

4. (2 т.) Формулирайте свойство на непрекъснатите функции, което смятате, че е важно.
5. (2+2+2+6+4 т.) Какво означава функцията да бъде равномерно непрекъсната в дадено множество от реални числа? Каква е разликата между това дадена функция да е непрекъсната върху дадено множество и равномерно непрекъсната върху същото множество? Формулирайте и докажете теоремата за равномерната непрекъснатост. Докажете, че ако $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ е непрекъсната и има граница при $x \rightarrow \infty$, то тя е равномерно непрекъсната в $[0, \infty)$.
6. (2+1 т.) Формулирайте дефиницията на производна на функцията в точка. Какъв е геометричният смисъл на производната на функцията в точка (направата и чертеж)?
7. (3+4+1 т.) Формулирайте и докажете необходимо условие за локален екстремум за диференцируеми функции (теоремата на Ферма). Илюстрирайте теоремата с чертеж.
8. (2+2+4 т.) Формулирайте теоремата на Рол и теоремата за крайните нараствания (теорема на Лагранж). С помощта на теоремата на Рол докажете теоремата за крайните нараствания.
9. (2+3 т.) Формулирайте и докажете критерия за константност на функцията.

10. (2+2 т.) Какво представлява неопределеният интеграл на дадена функция? Ако използвате термина „примитивна функция“, посочете и неговото значение. Изяснете (без доказателство) връзката между производна и неопределен интеграл.
-

Максималният брой точки в изпита по теория е 62. Максималният брой точки от теоретичните задачи на контролните през семестъра е 16. Нека n е сумата от точките от изпита по теория и от теоретичните задачи на контролните през семестъра. Ако $n < 30$, то оценката по теория е слаб 2. Ако $n \geq 30$, то оценката по теория се образува по формулата

$$\min \left\{ \frac{n}{10}, 6 \right\}.$$