

Изпит по ДИС 1 — теория

КН, 1 к., I п.

зимна сесия, 19.02.2021

част 1

1. (2+2+1 т.) Какво наричаме редица от реални числа? Какво имаме предвид като казваме, че дадена редица е сходяща? Посочете пример на сходяща числова редица.
2. (5 т.) Докажете, че ако $\lim a_n = 0$ и $a_n > 0$, $n \in \mathbb{N}$, то $\lim \frac{1}{a_n} = +\infty$.
3. (5+5 т.) Формулирайте дефиницията на Коши за граница на функция в точка. Докажете, че ако функциите $f(x)$ и $g(x)$ имат граница в точката x_0 , то и $f(x)g(x)$ има граница в x_0 , при това

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x)g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x).$$

4. (3+7 т.) Формулирайте и докажете теоремата на Вайерштрас за непрекъснати функции, дефинирани върху краен затворен интервал.
5. (5+5 т.) Формулирайте и докажете теоремата за крайните нараствания (теорема на Лагранж). Бележка: Може да използвате теоремата на Рол без доказателство.
6. (5 т.) Докажете, че всеки полином от степен n

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_{n-1} x + a_n, \quad a_i \in \mathbb{R}, \quad i = 0, 1, \dots, n, \quad a_0 \neq 0,$$

може да има най-много n различни реални корена.

Общо от двете части на изпита по ДИС 1 — теория може да бъдат получени най-много 90 точки.

Оценката се формира по формулата

$$\min \left\{ 2 + \frac{n}{20}, 6 \right\},$$

където n е броят на получените точки. За успешното взимане на изпита са необходими поне 20 точки.