

СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ  
„СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“



# Ориентация

ТЕМА №14

# Съдържание

## Тема 14: Ориентация

- Ойлерови ъгли
- Астрономически координати
- Динамика на полета
- Клониране

# Ориентация в 3D

# Ориентация в 3D

## Под ориентация се разбира

- Завъртяността на обект в 3D

## Цел на ориентацията на обект

- Еднозначното ѝ представяне в 3D
- Удобно за потребителя
- Предсказуем резултат

# Някои методи за ориентация

- Ойлерови ъгли
- Астрономически координати
- Динамика на полета

## Избор на метод

- Според наличните изисквания за ориентация в 3D

# Реализация на различните методи

- Чрез умножение на матрици
- Подробности в теми 19 и 26

СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ  
„СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“



## Матрици

ТЕМА №19

ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНАТА ГРАФИКА • проф. г-р ПАВЕЛ БОЙЧЕВ • ИТ-ФМИ-СУ • 2025

СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ  
„СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“



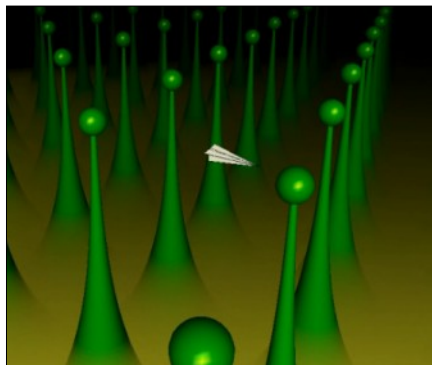
## Деформации

ТЕМА №26

ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНАТА ГРАФИКА • проф. г-р ПАВЕЛ БОЙЧЕВ • ИТ-ФМИ-СУ • 2025

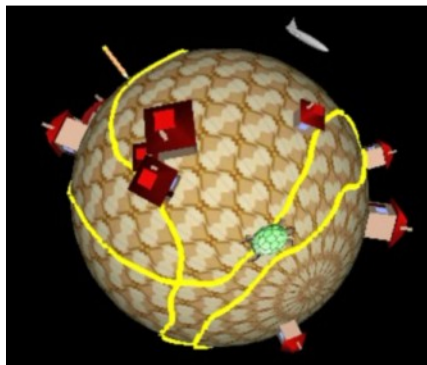
# Примери с контрол на ориентацията

- Слалом на непозната планета
- Нервна костенурка върху планета
- Полет между най-големите градове



"Slalom"

<http://youtu.be/cCxduRWjoRM>



"Turtle Land"

<http://youtu.be/HhIUgQKwc1o>



"Around The Word"

<http://youtu.be/Acx9Pa14dkk>

Ойлерови ъгли



# Ойлерови ъгли

## Ойлерова теорема за ротацията

- Всяка ориентация в 3D пространството може да се представи чрез три ъгъла (ротации)
- Поредността им не е в произволен ред

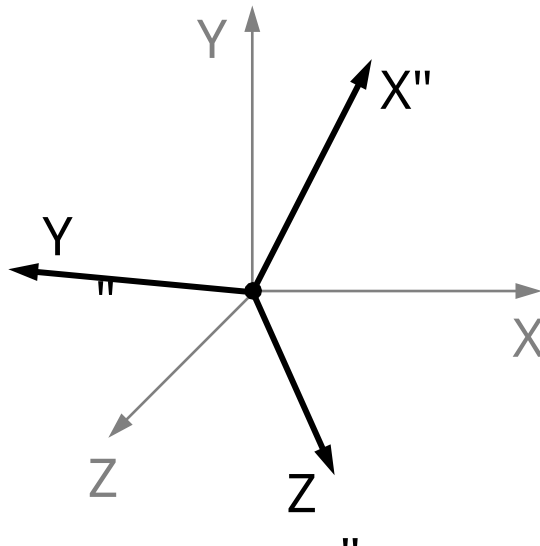
## Ойлеровите ъгли

- 12 различни комплекта от по три ъгъла

# Пример с комплект ZXZ

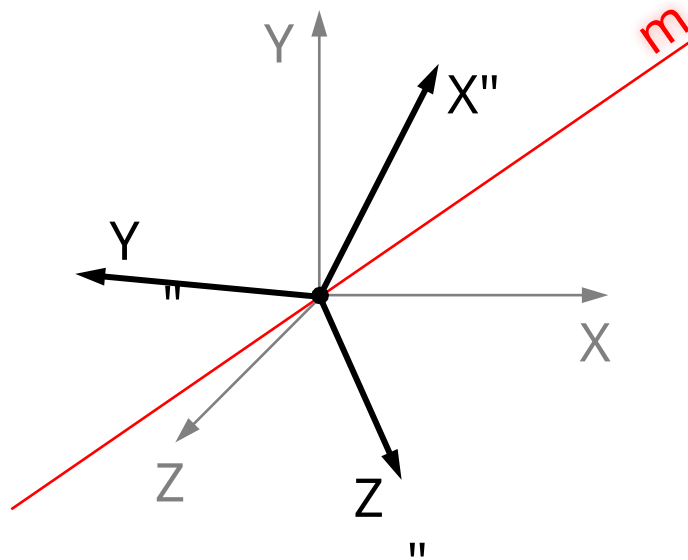
## Начално и крайно положение

- Две координатни системи  $XYZ \rightarrow X''Y''Z''$
- Общо начало (т.е. без трансляция)



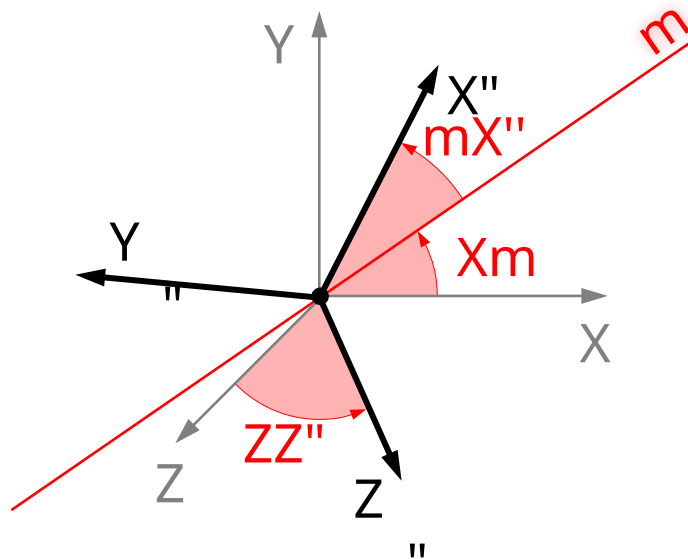
# Обща права

- Обща права  $m$  на равнините  $X''Y''$  и  $X'Y'$
- Правата  $m$  е перпендикулярна на  $Z''$  и  $Z'$
- Правата  $m$  ще е ориентир



# Кои са ојлеровите ѓгли ZXZ

- Ѓзѓλ N°1 –  $Xm$
- Ѓзѓλ N°2 –  $ZZ''$
- Ѓзѓλ N°3 –  $mX''$



# Построение

## Построение чрез комплект $ZXZ$

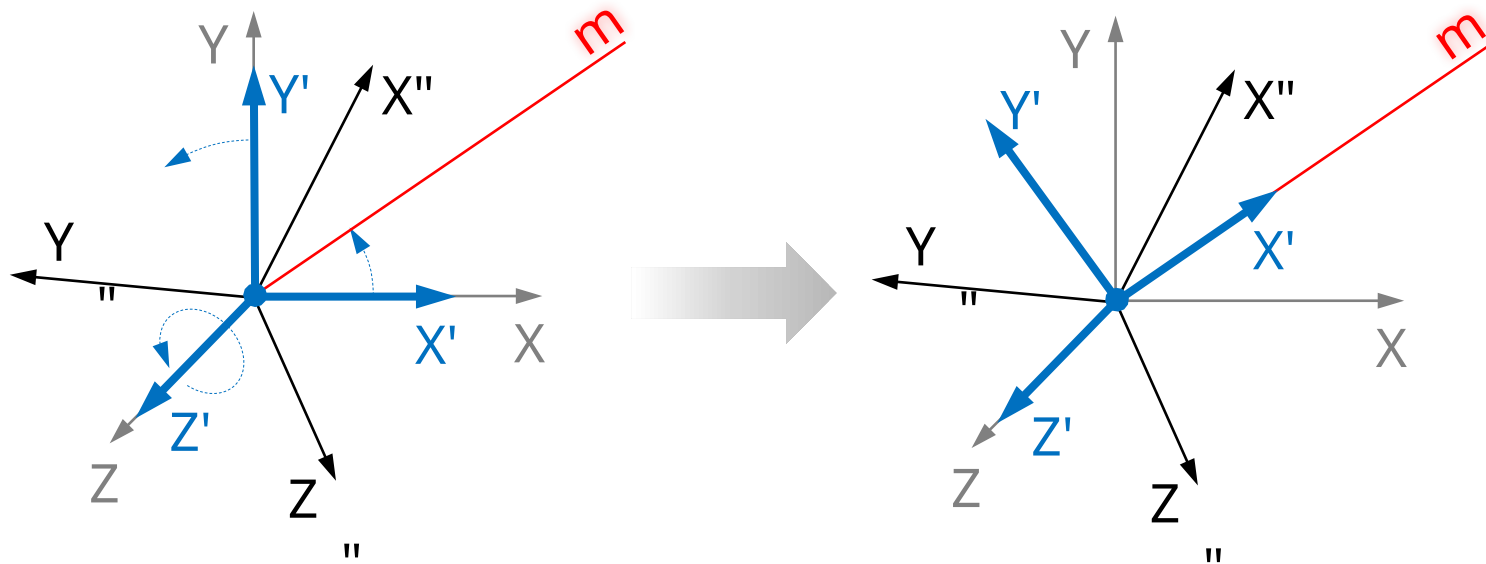
- Въртене около локалната ос  $Z$
- Въртене около локалната ос  $X$
- Въртене около локалната ос  $Z$
- Редът на ротациите е фиксиран

## Локалните оси се кръщават $X', Y', Z'$

- Първоначално съвпадат с  $X, Y, Z$
- Накрая ще съвпадат с  $X'', Y'', Z''$

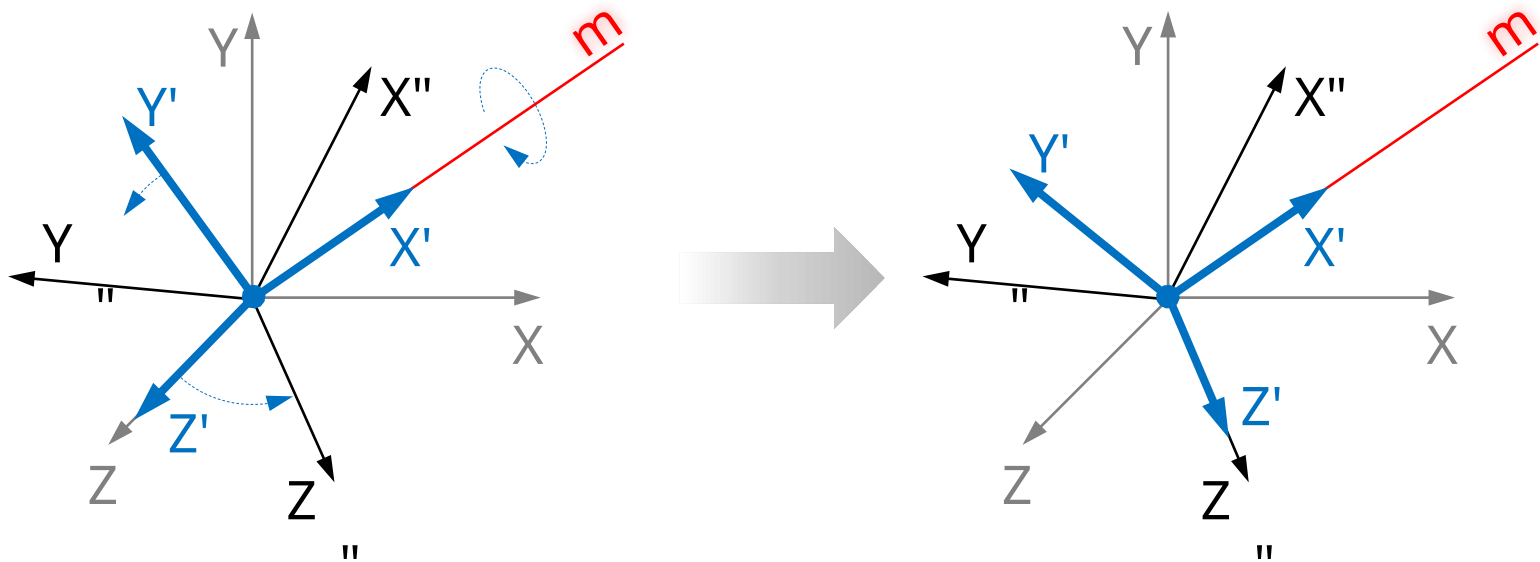
## Ъгъл №1 ( $Xm$ )

- Въртене около  $Z'$  (съвпада със  $Z$ )
- Целта е  $X'$  от  $X$  да отиде в  $m$
- Така координатна ос  $X'$  съвпада с обща права  $m$



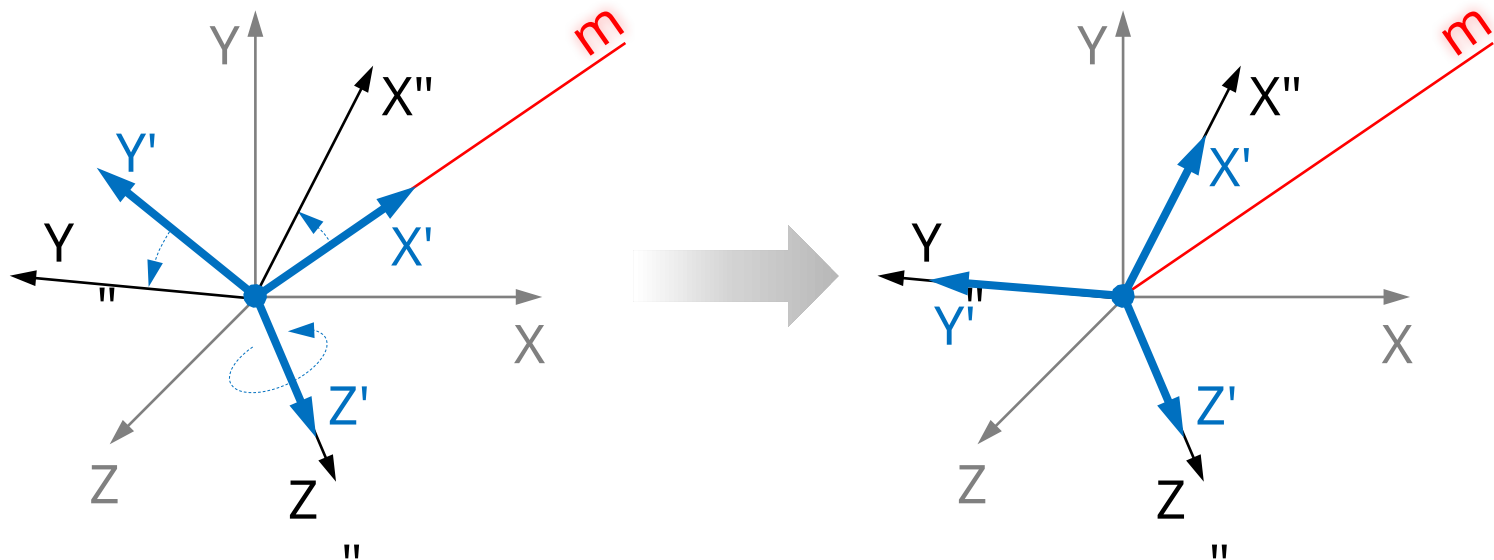
## Ъгъл №2 ( $ZZ''$ )

- Въртене около  $X'$  (съвпада с  $m$ )
- Целта е  $Z'$  да отиде завинаги в  $Z''$
- Така двете равнини се слепват



## Ъгъл №3 ( $mX''$ )

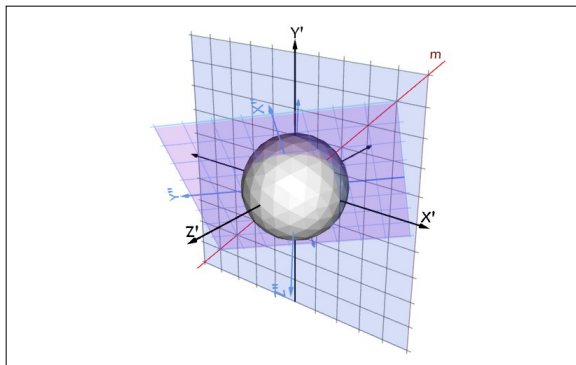
- Въртене отново около  $Z'$
- Целта е  $X'$  от  $m$  да отиде окончателно в  $X''$
- $Y'$  няма къде да ходи освен в  $Y''$  (Защо?)





# Демонстрация на стъпките

- Стъпка №1 – постига се обща права
- Стъпка №2 – постига се обща равнина
- Стъпка №3 – постига се общо пространство  
(незадължителна стъпка №4 – гледа се многократно до разбиране)



# Астрономически координати

# Основни идеи

## Астрономически координати

- Определяне на положението на обекти по небето  
(звезди, планети, спътници, галгии)
- Различни модели  
(хоризонтален, екваториален, еклиптичен и др)

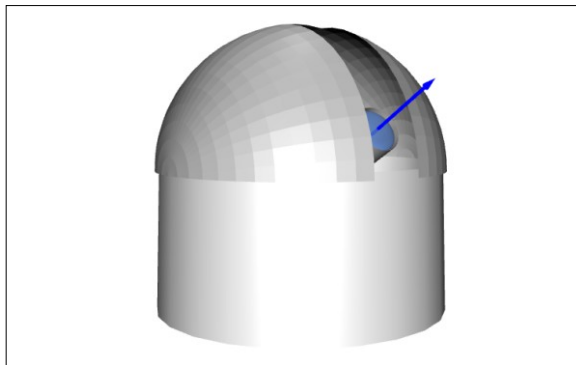
## В компютърната графика

- Най-често се ползва хоризонталният метод

# Хоризонтален метод

## Ориентация на телескоп

- Хоризонтално въртене наляво-надясно
- Вертикално въртене нагоре-надолу



## **При ориентацията на телескоп**

- Може да се завърта на всички посоки  
(това, че не може надолу, е дизайнерско решение)
- Ориентацията се определя от два ъгъла
- Ойлер обаче твърди, че ни трябва три

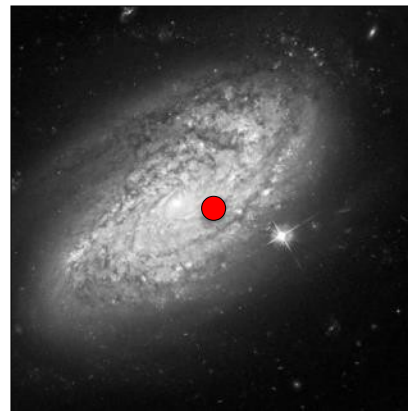
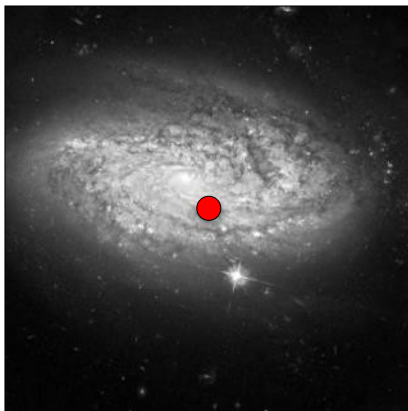
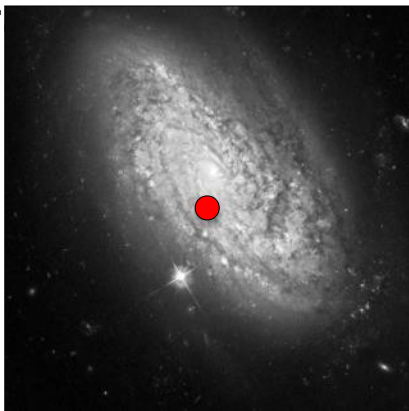
## **На кого да вярваме**

- На очите си или на Ойлер?
- Къде е разминаването?

# Липсващото число

- Без него ориентацията не е еднозначна
- Галактика NGC 3021 при еднаква ориентация на

Т

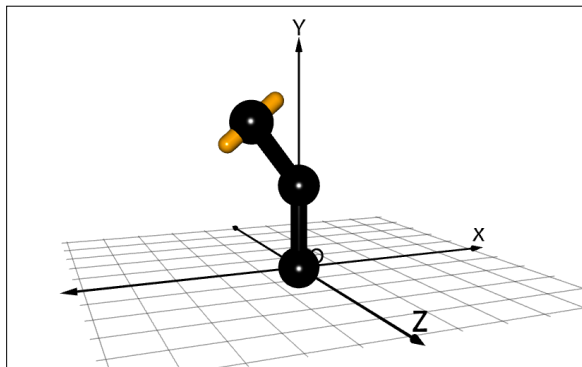


- Липсва фиксиране на въртенето на сцената около централната точка

# Приложение

## Виртуален механизъм

- Вертикален и хоризонтален ъгъл
- Ъгъл на въртене около собствената ос



# Ориентация с вектор

## Преимущества

- Вектор за посока, ъгъл за завъртяност
- Интуитивна дефиниция на посока

## Недостатък

- Ойлер пак е недоволен от нас
- Вектор и ъгъл са ... четири числа



## Кое число е излишното?

- $\alpha$  — Определено не е възелът  $\alpha$   
(без него се губи еднозначността)
- $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  — Не е и някоя от координатите  $x$ ,  $y$  или  $z$  на вектора  
(той трябва да е тримерен)

## Може ли някой да обясни парадокса

- Хем има излишно число, хем всички са жизнено важни

## Бонус-упражнение за 5 т.

- Само за първия верен отговор във форума на курса

# Динамика на полета

# Роли на ориентацията

## Статична роля

- Определяне на завъртността на обект
- С ойлеровите ъгли или астрономическите координати

## Динамична роля

- Завиване при движение в 3D
- Заимстване на модели от авиониката

# Модел на ориентацията

## Координатна система

- Декартова, локална
- Движи се и се върти заедно с обекта

## Въртене

- Около локалните координатни оси
- Сложното въртене се композира от няколко по-прости ротации

# Използване в компютърната графика

- Клониране  
(подробности в тема 14)
- Геометрично създаване на фрактали  
(подробности в тема 22)
- Сложни системи от свързани елементи  
(подробности в тема 25)
- Движения на части и на цели обекти  
(подробности в тема 27)

## Преимущества

- Движението не зависи от пространственото положение и ориентация

## Недостатъци

- По-лесна ориентация, ако се „вживеем“ в обекта
- Завой наляво на екрана може да изглежда надясно

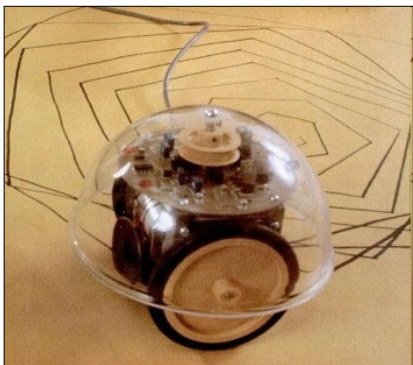
## Основни характеристики

- Всичко се измерва спрямо АЗ<sup>ъм</sup>
- Няма глобална координатна система, няма точка (0,0,0)  
(т.е. има, това съм аз, където и да съм)

# История отпреди 40 г.

## Роботи, оставящи следи по пода

- Контролират се с програма
- Наричали са се „костенурки“ заради формата и скоростта на пълзене



## **Команди на роботите**

- Движение напред и назад
- Завой наляво и надясно
- Спускане или вдигане на писец

## **Използване на роботите**

- За образователни цели
- Обучение по математика и информатика



# Костенуркова графика

## Наименование

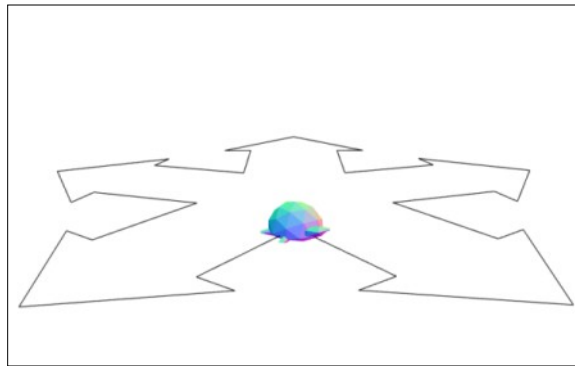
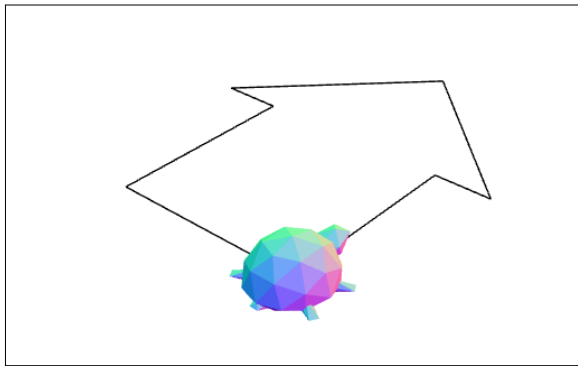
- На английски *turtle graphics*

## Език за програмиране Лого

- Създаден преди 40-50 години
- Досега над 300 версии и диалекти
- Имат костенуркова графика

# Независимост от ориентацията

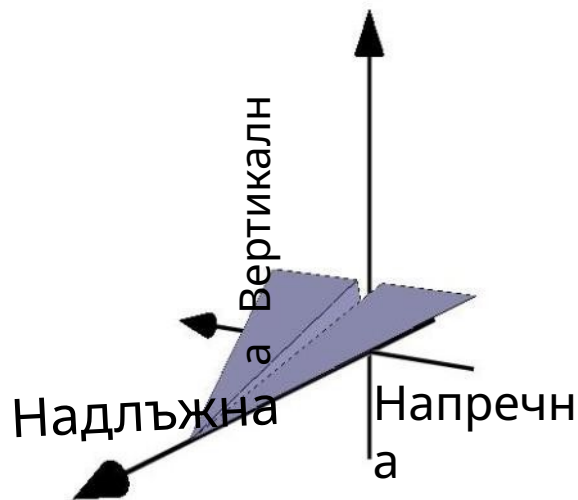
- Елементарна къща
- Петокъщиие без основа



# Ориентация в 3D

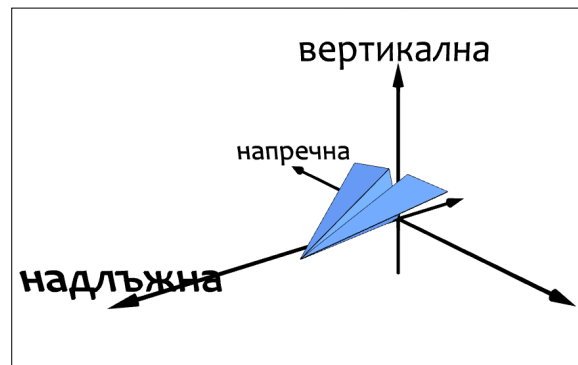
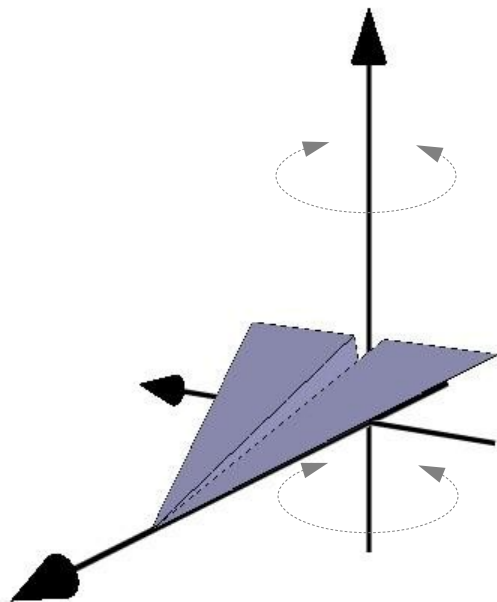
## Оси на локална координатна система

– Надлъжна, вертикална, напречна



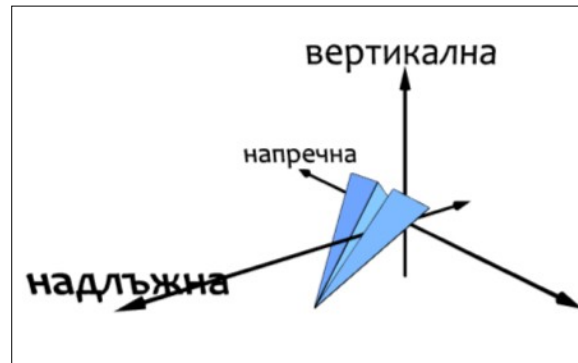
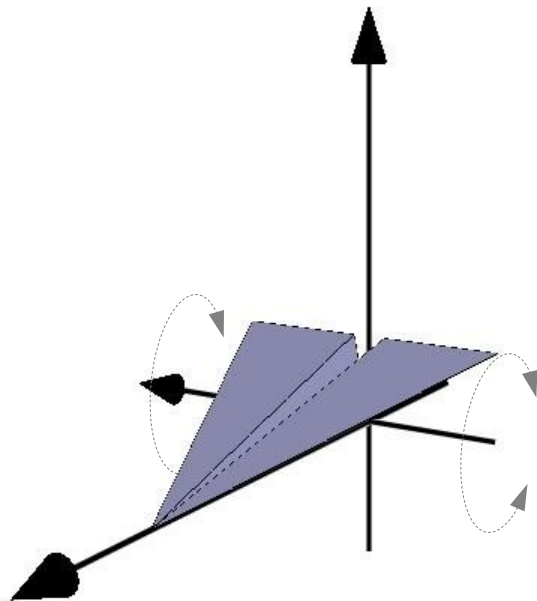
# Въртене 1

- Въртене около вертикалната ос
- Отклонение от курса – *завой*, (англ. *yaw*)



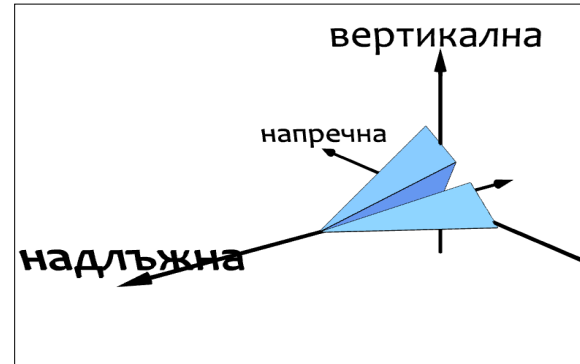
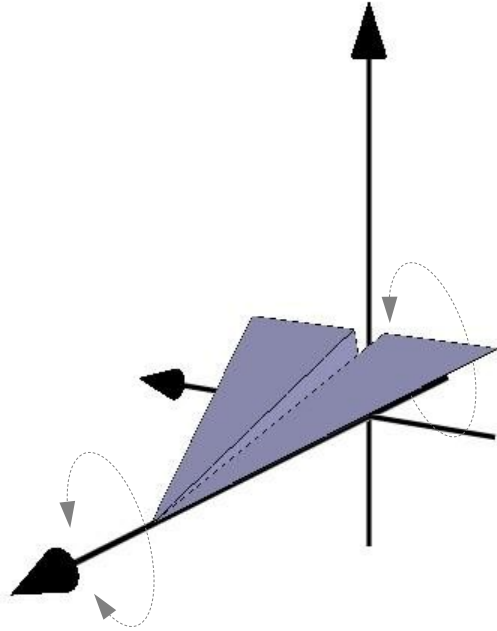
## Въртене 2

- Въртене около напречната ос
- Наклон на носа – *танграж* (англ. *pitch*)



# Въртене 3

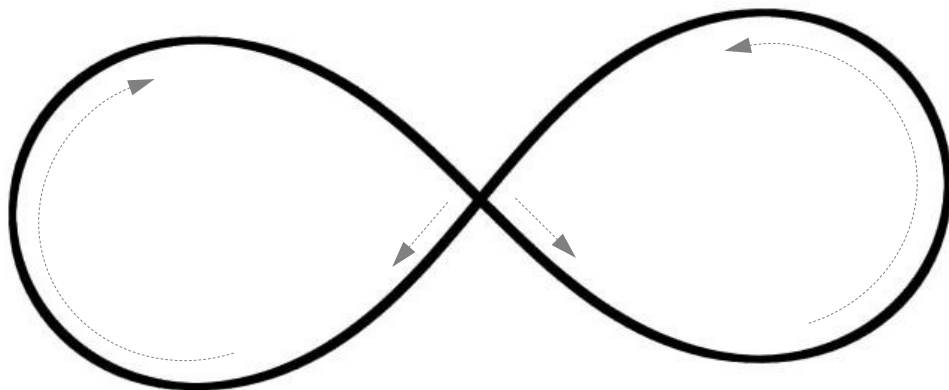
- Въртене около надлъжната ос
- Наклон на крилата – *крен* (англ. *roll*)



# Пример със самолетче

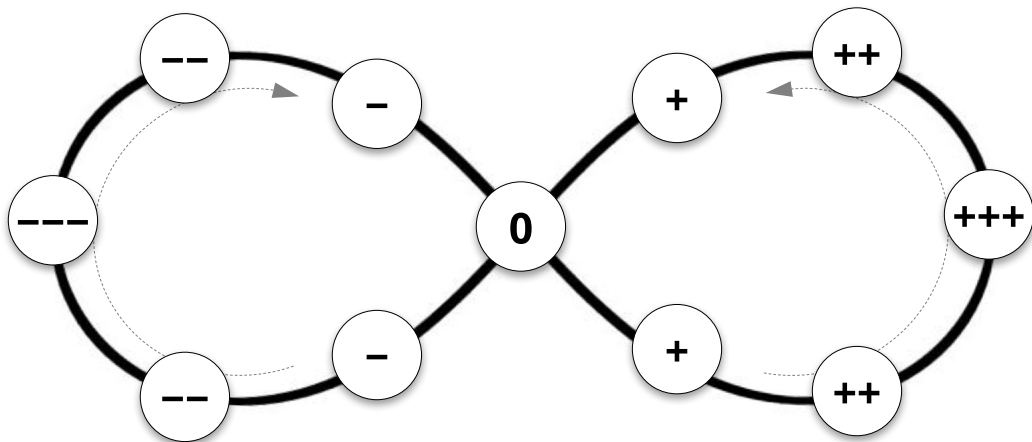
## Прави осморки във въздуха

- При движение по едната примка завива наляво, а по другата – надясно
- Плавен преход между двете примки



# Анализ на ъгъла на завиване

- Положителен, ако е наляво
- Отрицателен, ако е надясно
- Ъгълът е периодична функция





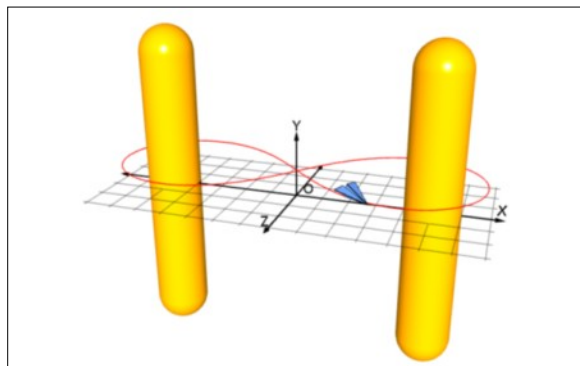
# Уравнение на движението

- Правят се малки стъпки и малки завои
- От точка  $p_i$  движение със стъпка  $\vec{v}_i$ , ъгъл на завои  $\alpha_i$
- Пресмятаме в обратен ред:

$$\alpha_i = k \sin mt$$

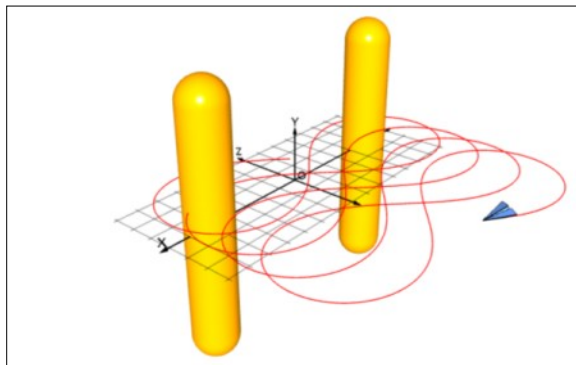
$$\vec{v}_i = \text{rot}(\vec{v}_{i-1}, \alpha_i)$$

$$p_i = p_{i-1} + \vec{v}_i$$



## Параметри $k$ и $m$

- Избрани така, че кривата да се затвори
- Ако не се затвори се получава лошо

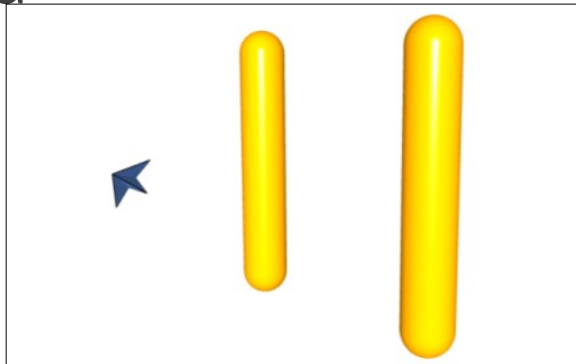


# По-естествен полет

- При завой самолетът да се накланя

## Тъжно

- Наклони ли се самолетът, променя се и траекторията



## **Решение с две координатни системи**

- Първата е за навигация, втората е за ориентация  
(първата дава координатите на самолетчето, втората - наклона му)

## **Решение с една координатна система**

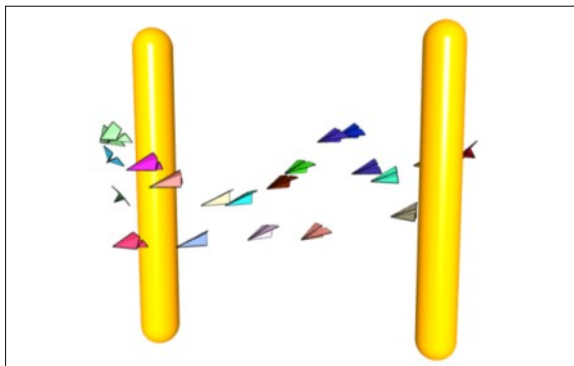
- Проблемът е да се съчетаят без да си пречат  
(промяната в едната влияе негативно на другата)
- Заслужава се да се пробва

## – Споделяне на една и съща координатна система

1. Прави се завой
2. Стъпка напред
3. Създава се кадър



1. Прави се завой
2. Стъпка напред
3. **Наклон встрани**
4. Създава се кадър
5. **Обратен наклон**  
до хоризонтално положение



Клониране

# Клониране

## Основна идея

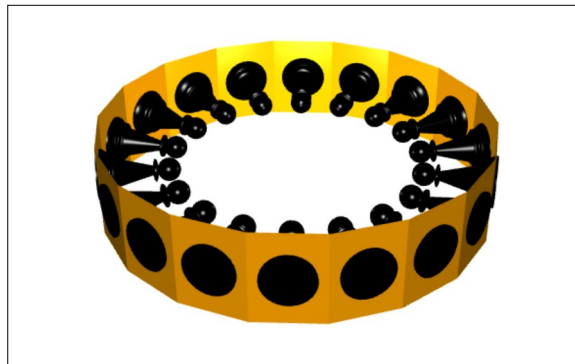
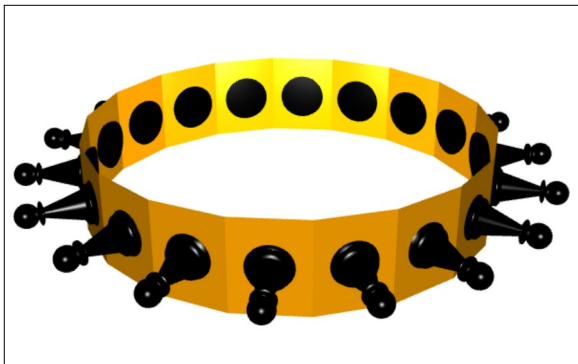
- Има невидим обект-самолет
- Клонира се образ на друг обект там
- Поставя се където е невидимият обект, като се ползват неговите координати и ориентация

## Каква е полза?

- Спестяват се много сметки

# Пешки разположени в кръг

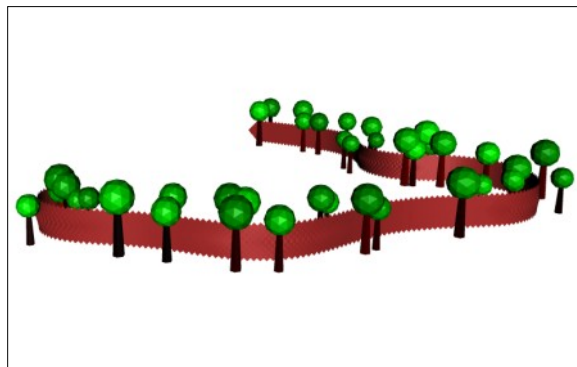
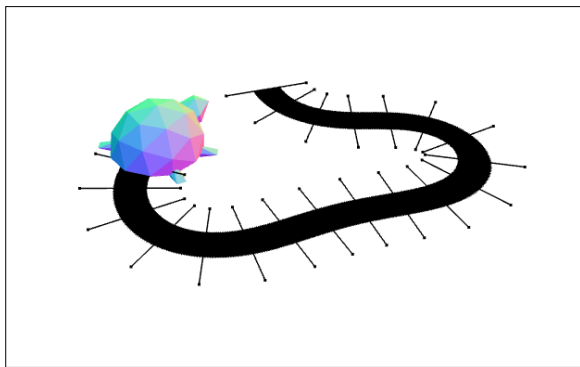
- Садистичен вариант
- Мазохистичен вариант





# Последен пример

- Метод на стоножката
- Ограда с дръвчета по нормалния вектор към нея (той е напречната ос от авиониката)



# Повече информация

**PARE**                    стр. 42-45, 54-58, 102-106  
**VINC**                    стр. 69-72

## А също и:

- Astronomical Coordinate Systems  
<http://spider.seds.org/spider/ScholarX/coords.html>
- Maths - Euler Angles  
<http://www.euclideanspace.com/maths/geometry/rotations/euler/index.htm>
- Roll, Pitch, and Yaw | How things fly  
<http://howthingsfly.si.edu/flight-dynamics/roll-pitch-and-yaw>

Край