

6. Регулярност

Th $L \subseteq \Sigma^*$. L е автоматен (регулярен)

$$\Leftrightarrow |\Sigma^* / \sim_L| < \infty$$

Th (Лема за помръкването)
 $L \subseteq \Sigma^*$, L - регулярен

$$\Rightarrow \left(\begin{aligned} &(\exists n \in \mathbb{N}) (\forall \alpha \in L, |\alpha| \geq n) (\exists u, v, w \in \Sigma^*) \left(\begin{aligned} &a = uvw \quad \& \\ &|v| \geq 1 \quad \& \\ &|uv| \leq n \quad \& \\ &(\forall i \in \mathbb{N}) (uv^i z \in L) \end{aligned} \right) \end{aligned} \right) \quad \varphi(L)$$

Забележка Това е св-во, което можем да използваме като критерий за нерегулярност, т.е.

$$\neg \varphi(L) \Rightarrow L \text{ не е регулярен.}$$

Задача Докажете, че L не е регулярен

a) $L = \{a^m b^n \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ \& } m < n\}$

б) $L = \{a^n \mid n \in \mathbb{N} \text{ е просто}\}$

в) $L = \{a^n \mid n = p \cdot q \text{ \& } p, q \in \mathbb{N} \text{ са прости}\}$

Задача Нека $L \subseteq \Sigma^*$ е регулярен.

Верно ли е, че $L^{rev} = \{w^{rev} \mid w \in L\}$ е регулярен?

Задача Нека $L \subseteq \Sigma^*$ е регулярен

Верно ли е, че $L_s = \{ww^{rev} \mid w \in L\}$ е регулярен?

Задача Нека $L \subseteq \Sigma^*$ е регулярен, $\Sigma = \{a, b, c\}$

Верно ли е, че $Sort(L) = \{a^{|w|_a} b^{|w|_b} c^{|w|_c} \mid w \in L\}$ е регулярен.

Задача Верно ли е, че за всеки регулярен език $L \subseteq \Sigma^*$ и за всеки език $K \subseteq \Sigma^*$ езика

$$S(K, L) \stackrel{\text{def}}{=} \{v \in \Sigma^* \mid (\exists u \in K)(uv \in L)\}$$

е регулярен.