

Laboratorium 1

Analiza błędów

Piotr Olszak Adam Trybus

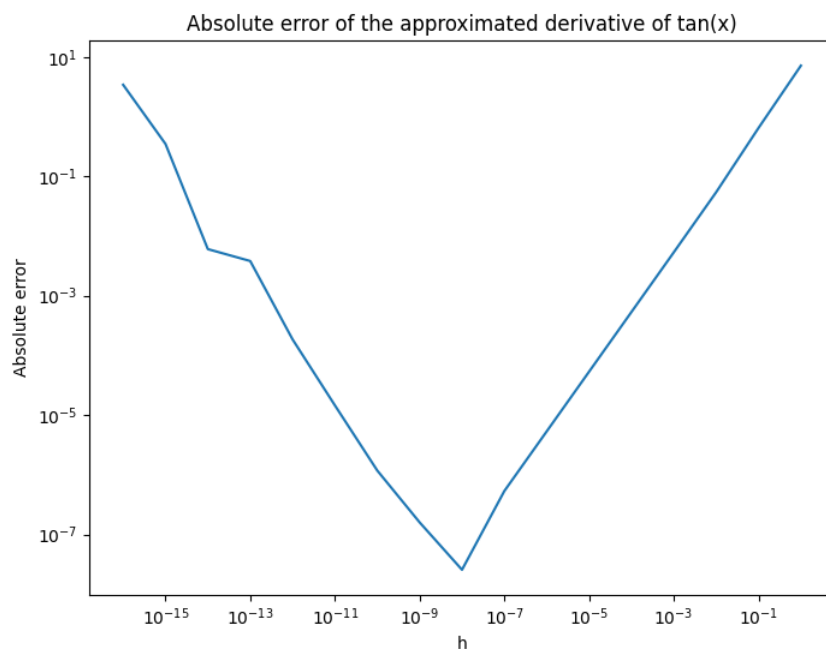
Zadanie 1.

a)

Wykres wartości bezwzględnej błędu, gdzie pochodna funkcji jest liczona wg wzoru :

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

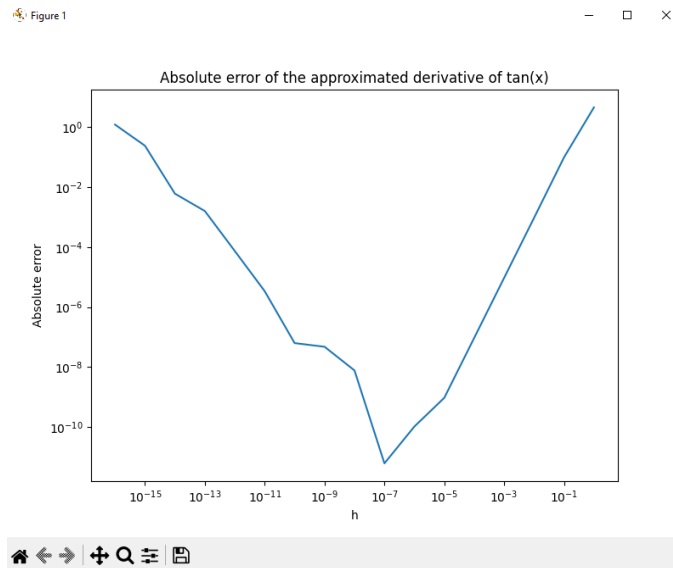
Figure 1



b)

Wykres wartości bezwzględnej błędu, gdzie pochodna funkcji jest liczona za pomocą wzoru różnic centralnych:

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$



Wnioski

Oba wykresy wartości bezwzględnej błędu posiadają minimum (tak jak to jest graficznie przedstawione). Tak samo w obu przypadkach wartości pierwiastka epilonu maszynowego nie jest równa minimalnej wartości h . Epsilon maszynowy był możliwy do obliczenia, dzięki zaimportowanej klasie numpy.

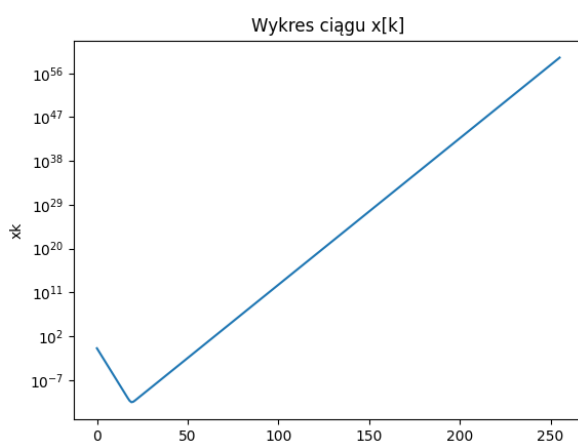
Zadanie 2.

Napisz program generujący pierwsze n wyrazów ciągu zdefiniowanego równaniem różnicowym:

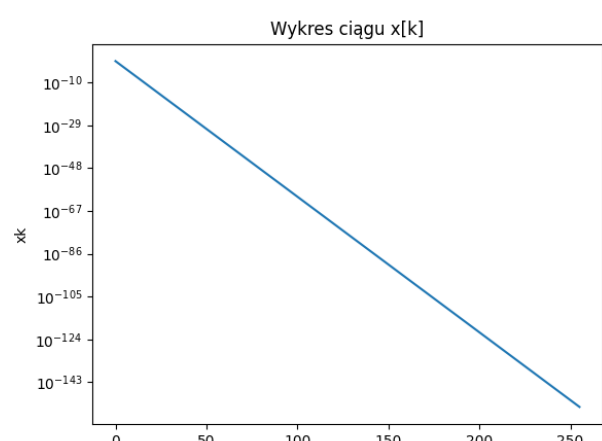
$$x_{k+1} = 2,25x_k - 0,5x_{k-1}, \text{ z wyrazami początkowymi: } x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = \frac{1}{12}.$$

Użyjemy $n = 256$, jako że float w pythonie ma podwójną precyzję.

a) Narysuj wykres zależności ciągu od k .

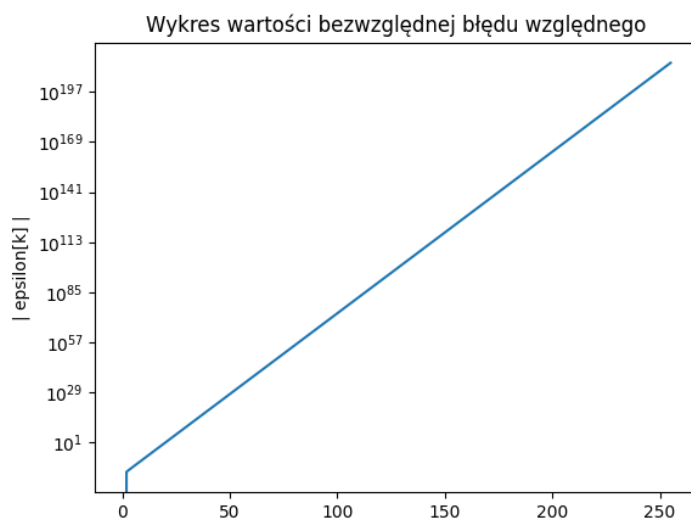


1.1 Korzystając z funkcji generującej



1.2 Korzystając z dokładnego rozwiązania

b) Narysuj wartość bezwzględną błędu w zależności od k.



Wnioski

Jak widzimy wykres nie zachowuje się w oczekiwany przez nas sposób. Jest to spowodowane przez tzw. zjawisko catastrophic cancellation. Catastrophic cancellation to zjawisko numeryczne, które występuje, gdy odjemujemy dwie bardzo bliskie wartości. W takim przypadku błędy numeryczne mogą prowadzić do utraty dokładności, co może mieć wpływ na wyniki obliczeń. W przypadku wykresów w Pythonie, prowadzi to do zniekształcenia i uzyskania wyników, które odbiegają od oczekiwanych. Na przykład, gdy próbujemy obliczyć różnicę między dwoma liczbami zmiennoprzecinkowymi o bardzo zbliżonych wartościach, mogą wystąpić błędy numeryczne, które prowadzą do utraty precyzji. W dodatku równanie jest rekurencyjne więc błąd ciągle się powiela.