

Six Boundary Conditions

$$q_A(t^+) = q_A(t^-), \quad q_{B'}(t^+) = q_{B'}(t^-)$$

$$\dot{q}_A(t^+) = \dot{q}_A(t^-), \quad \dot{q}_{B'}(t^+) = \dot{q}_{B'}(t^-)$$

$$\ddot{q}_A(t^+) = \ddot{q}_A(t^-), \quad \ddot{q}_{B'}(t^+) = \ddot{q}_{B'}(t^-)$$

$$\frac{1}{2} h(t) = \frac{t + t_{acc}}{2t_{acc}}, \quad -t_{acc} \leq t \leq t_{acc}$$

$$\begin{cases} q(h) = a_4 h^4 + a_3 h^3 + a_2 h^2 + a_1 h + a_0 \\ \dot{q}(h) = 4a_4 h^3 + 3a_3 h^2 + 2a_2 h + a_1 \\ \ddot{q}(h) = 12a_4 h + 6a_3 + 2a_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} q(0) = a_0 = A & a_0 = B + \Delta B \\ \dot{q}(0) = a_1 = -\Delta B / \frac{1}{2} \Rightarrow a_1 = -2\Delta B \\ \ddot{q}(0) = 2a_2 = 0 & a_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{q}(1) = 4a_4 + 3a_3 + 2a_2 + a_1 = \frac{\Delta C}{\frac{T+t_{acc}}{2t_{acc}} - \frac{1}{2}} \\ \ddot{q}(1) = 12a_4 + 6a_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a_4 + 3a_3 + a_1 = \frac{2\Delta C t_{acc}}{T} \\ 12a_4 + 6a_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_3 = 2\left(\Delta C \frac{t_{acc}}{T} + \Delta B\right) \\ a_4 = -\left(\Delta C \frac{t_{acc}}{T} + \Delta B\right) \end{cases}$$

position:

$$q(t) = q(h(t)) = \left[\left(\Delta C \frac{t_{acc}}{T} + \Delta B \right) (2-h) h^2 - 2\Delta B \right] h + B + \Delta B$$

velocity:

$$\dot{q}(t) = \dot{q}(h) \frac{dh}{dt} = \left[\left(\Delta C \frac{t_{acc}}{T} + \Delta B \right) (1.5-h) 2h^2 - \Delta B \right] \cdot \frac{1}{t_{acc}}$$

acceleration:

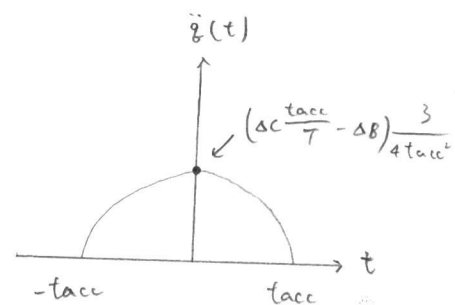
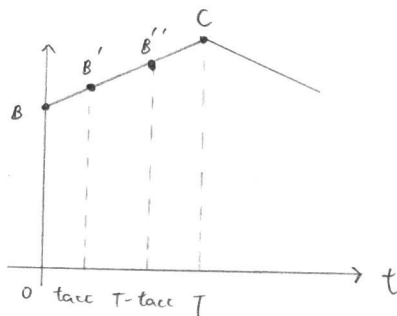
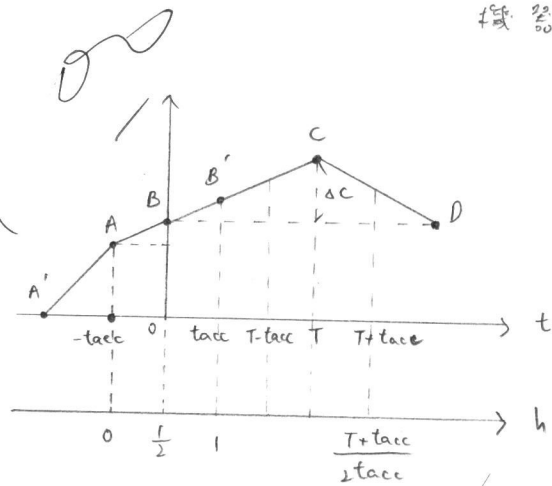
$$\begin{aligned} \ddot{q}(t) &= \ddot{q}(h) \cdot \left(\frac{dh}{dt} \right)^2 + \dot{q}(h) \frac{d^2 h}{dt^2} \\ &= \left[\left(\Delta C \frac{t_{acc}}{T} + \Delta B \right) (1-h) \right] \cdot \frac{3h}{t_{acc}^2} \end{aligned}$$

acceleration profile:

From B' to B'' , set $h = \frac{t}{T}$ then $q(t) = \Delta C \cdot h + B$... position

$$\dot{q}(t) = \frac{\Delta C}{T} \dots \text{velocity}$$

$$\ddot{q}(t) = 0 \dots \text{acceleration}$$



2. 論文提出簡單的演算法，在解決機械手臂 C -space 路徑規劃與避障問題上，能有效率的進行運算，同時也透過 recursively slice projections 的方式提高效率與可控性

① 方法簡單，易於應用

② 在自由度較少的情況下，運算十分快速

③ 即使擁有多自由度，也能使用此方法

④ 即使在環境混亂或有凹面物體的情況下也能使用

How to formulate obstacles in the robot space:

⇒ 將 robot's workspace 上的障礙物 mapping 到 configuration space 上，以上在路徑移動時會造成碰撞的地方即為 C -space obstacles，既然知道會碰撞的路徑，剩餘部分即為 free space，代表機械手臂可有效移動的地方。

令 C 為擁有 n 個 joints 的 C -space obstacles

C 會近似於 $(n-1)$ 維 slice projections 的聯集結果

每個 $(n-1)$ 維的 slice projections 的近似結果，可透過聯集 $(n-2)$ 維的 slice projections 得到，持續往下計算，直到 1 維 volumes。

⇒ ① 每次只考慮一個軸，並找到 the ranges of legal values of link,

② Sample the legal range of link at the specified resolution

③ 每往下探索一個軸，將先前的 legal values 察看一次，直到完成最後一軸（持續進行 ① ② 步驟）

How to simplify the search process:

- ① 對 C -space obstacle 做 slice projection, 透過 $(n-1)$ 維到 1 維的聯集結果得到 C -space 的解
- ② 只考慮前 3 軸, 因為移動主要由此控制, 在計算上較為容易
- ③ 量化 link 的 free space, 並計算出 slice projections, 以擴大該區域, 並以長度較長的 link 來找路徑

How to organize the database for the collision-free space

將 C -space 以 recursive 的方式來表示

實作部分則以深度為 $(n-1)$ 的 tree 來進行, 其中 n 為手臂之 joint 數目, 分支由可變動範圍分段數量來決定, 葉子則是軸的移動範圍 (可達或不可達), 樹中許多內部節點將沒有後一代, 因為會導致 $joint$ 的衝突發生

The Algorithm for finding a feasible path.

C space 中有許多 joints, 可從中找到多組 legal region

透過將相鄰的 joint 對應的 region join 在一塊, 可以得出一個二維 region
白色是 free region, 斜線是 collision space, 透過 region 的重疊來確認軌跡的連通性
kernels

為了能移動機械手臂, 將沒使用的 O_2 O_3 region 透過 O_1 進行聯結, 產生出 region graph, 增加 kernel 相連的可能性, 從中找出可行路徑。
知道 region graph 的起點與終點, 來尋找出二、三維 kernels 可行解。
若成功連接一條線, 即可規劃出路徑。