

$$\tau_1 = F_1 + f_2 = m_1 \dot{v}_{c1} + m_2 \dot{v}_{c2} + \begin{bmatrix} 0 \\ mg \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$n_1 = n_2 + p_1^* \times f_2 + (p_1^* + s_1) \times F_1 + N_1$$

$$= n_2 + \begin{bmatrix} \ell_1 c_1 \\ \ell_1 s_1 \\ 0 \end{bmatrix} \times (m_2 \dot{v}_{c2} + \begin{bmatrix} 0 \\ mg \\ 0 \end{bmatrix}) + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \ell_1 c_1 \\ \frac{1}{2} \ell_1 s_1 \\ 0 \end{bmatrix} \times m_1 \dot{v}_{c1} + N_1$$

$$= n_2 + \begin{bmatrix} \ell_1 c_1 \\ \ell_1 s_1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} m_2 \ell_2 s_{12} (\theta_1'' + \theta_2'') - \frac{1}{2} m_2 \ell_2 c_{12} (\theta_1' + \theta_2')^2 - m_2 \ell_1 s_1 \theta_1'' - m_2 \ell_1 c_1 \theta_1'^2 \\ \frac{1}{2} m_2 \ell_2 c_{12} (\theta_1'' + \theta_2'') - \frac{1}{2} m_2 \ell_2 s_{12} (\theta_1' + \theta_2')^2 + m_2 \ell_1 c_1 \theta_1'' - m_2 \ell_1 s_1 \theta_1'^2 + (m_2 - m)g \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \ell_1 c_1 \\ \frac{1}{2} \ell_1 s_1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} m_1 \ell_1 s_1 \theta_1'' - \frac{1}{2} m_1 \ell_1 c_1 \theta_1'^2 \\ \frac{1}{2} m_1 \ell_1 c_1 \theta_1'' - \frac{1}{2} m_1 \ell_1 s_1 \theta_1'^2 + mg \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{4} m_1 \ell_1^2 \theta_1'' \end{bmatrix}$$

$$\tau_1 = n_1^t \vec{z}_0, \quad \vec{z}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

在此系統裡，將 load  $m$  以  $-y$  的方向的力  $mg$  取代，得  $\tau_1, \tau_2$  相同，

從方程式推導中可以看到 load  $m$  由一個力  $f_3$  代表，

因此若從方程式回推系統的動態結構，並無法區別  $f_3$  是 load  $m$ ，

或是 external force  $-mg$ 。