12. Dokážte, že neexistuje žiadne celé číslo $n > 1$, pre ktoré platí $n \mid (2n - 1)$.
(strana 8)

Začal som tým, že som sa zamyslel, ak $n > 1$, tak platí, že n sa dá rozložiť na súčet prvočísel

$$n = p_1 * p_2 * ... * p_k$$

Kedže vo väčšine príkladov sa používa nejakým spôsobom Malá Fermatova veta, tak som si nejak tipol že by som to mohol použiť aj tu. Takže ak si vezmem nejaké z tých prvočísel $p_1 \dots p_k$, tak určite platí

$$p_i \mid n \implies p_i \mid (2^n - 1)$$

A podľa Malej Fermatovej vety zároveň platí

$$p_i \mid (a^{p_i - 1} - 1)$$

Asi by sa mi hodilo nejak dosadiť za a číslo 2 aby som sa dostal ku výrazu vyššie. Fermatova veta ale platí len ak $NSD(a, p) = 1$, čo by neplatilo ak by sa $n = 2$, čo ale viem vyriešiť ako samostatný prípad, kedže mi po dosadení vznikne $2 \mid 2^1 - 1$ čo neplatí. Teda pre všetky ostatné prípady mi platia tieto 2 vzťahy

$$p_i \mid (2^{p_i - 1} - 1)$$

$$p_i \mid (2^n - 1)$$

Problémom je, že sa od tohoto bodu nedokážem dostať ďalej. Tipujem že ak by som našiel nejaké prepojenie medzi $2^{p_i - 1}$ a 2^n tak by mi to nejak pomohlo?? Asi že pre to p_i niečo nemôže platiť a vznikne spor?