

**Teoretická informatika (TIN) – 2023/2024**

**Úkol 1**

(max. zisk 5 bodů – 10 bodů níže odpovídá 1 bodu v hodnocení předmětu)

1. Mějme následující jazyky:

(a)  $L_1 = \{ww^R \mid w \in \{a, b, c\}^*\}$

(b)  $L_2 = \{w \mid w \in \{a, b, c\}^* \wedge \#_a(w) \bmod 2 = \#_b(w) \bmod 2 = 1\}$

Rozhodněte a dokažte, zda jazyky  $L_1 \cap L_2$  a  $L_1 \cup L_2$  jsou regulární. Pro důkaz regularity sestrojte příslušný konečný automat, nebo gramatiku. Pro důkaz neregularity použijte Pumping lemma, nebo Myhill-Nerodovu větu.

15 bodů

2. Uvažujme jazyk  $L_3 = \{puvw \mid p, v \in \{a, b\}^*, u, w \in \{c, d\}^*, (p = v^R \vee u = w^R)\}$

(a) Sestrojte bezkontextovou gramatiku  $G_3$  takovou, že  $L(G_3) = L_3$ .

(b) Sestrojte zásobníkový automat  $Z_3$  takový, že  $L(Z_3) = L_3$ .

10 bodů

3. Rozhodněte a dokažte následující tvrzení:

(a)  $\exists L_1 \in \mathcal{L}_2 \setminus \mathcal{L}_3$  takový, že jeho doplněk  $\overline{L_1}$  je konečný jazyk.

(b)  $\exists L_1 \in \mathcal{L}_2 \setminus \mathcal{L}_3$  takový, že  $\forall L_2 \in \mathcal{L}_3 : L_1 \cap L_2 \in \mathcal{L}_2 \setminus \mathcal{L}_3$

(c)  $\exists L_1 \in \mathcal{L}_3$  takový, že  $\forall L_2 \in \mathcal{L}_2 \setminus \mathcal{L}_3 : L_1 \cap L_2 \in \mathcal{L}_2 \setminus \mathcal{L}_3$

15 bodů

4. Uvažujme jazyk  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \geq 2 \vee \#_b(w) = 0\}$ . Sestrojte relaci pravé kongruence  $\sim$ , která splňuje následující dvě podmínky: 1)  $L$  je sjednocením některých tříd rozkladu  $\Sigma^*/\sim$  a 2) index  $\sim$  je o jedna větší než index  $\sim_L$ .

10 bodů