Kierunek: Informatyka, sem 4
Przedmiot: Metody i narzędzia sztucznej inteligencji
Laboratorium nr 4
Temat: Operatory genetyczne – krzyżowanie PMX, mutacja oraz inwersja
Opracował: A. Skakovski/I. Czarnowski

Krzyżowanie z częściowym odwzorowaniem - PMX

Krzyżowanie z częściowym odwzorowaniem (ang.: *partially mapped crossover* – PMX) jest krzyżowaniem przeznaczonym do wymiany części genów pomiędzy rozwiązaniami o reprezentacji ścieżkowej, np. dla problemu permutacyjnego. Krzyżowanie to zostało zaproponowane właśnie dla sytuacji, w której potencjalne rozwiązanie jest permutacją liczb. Operator PMX tworzy potomka przez wybranie fragmentu chromosomu od jednego rodzica i pozostawiając porządek i pozycje tak wielu pozostałych elementów drugiego rodzica, jak tylko jest to możliwe. Fragment ten wybiera się przez dwa losowe cięcia, które służą jako granice dla operatorów wymieniających. A zatem PMX wpierw wymienia podciągi pomiędzy punktami cięcia, a następnie przepisuje wartości pozostałe o ile nie nastąpił konflikt. Konflikt jest wówczas, gdy chcąc przepisać wartość rodzica do potomka, okazuje się, że wartość ta wystąpiła już w odwzorowaniu na skutek zamiany podciągów. Jeśli tak było, to należy wstawić wartość z odwzorowania.

Rodzic 1 (1 2 3 | 4 5 6 7 | 8 9)

Rodzic 2 (4 5 2 | 1 8 7 6 | 9 3)

Potomek 1 (x x x | 1 8 7 6 | x x)

Potomek 2 (x x x | 4 5 6 7 | x x)

Ciągi odwzorowania:

1 ↔ 4; 8 ↔ 5; 7 ↔ 6 oraz 6 ↔ 7

Poniżej rozwiązania potomne mają przepisane wartości, które nie wystąpiły w odwzorowaniu

Potomek 1 (x 2 3 | 1 8 7 6 | x 9)

Potomek 2 (x x 2 | 4 5 6 7 | 9 3)

a już teraz zostały uzupełnione o te które wystąpiły w odwzorowaniu

Potomek 1 (4 2 3 | 1 8 7 6 | 5 9)

Potomek 2 (1 8 2 | 4 5 6 7 | 9 3)

Projekt „SezAM wiedzy, kompetencji i umiejętności" jest współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój

Poniżej jest podany inny wariant realizacji operatora PMX. Ten wariant tworzy tylko jednego potomka. Aczkolwiek, gdy jest potrzeba utworzenia drugiego potomka, rodzice należy zamienić miejscami i wykonać algorytm jeszcze raz.

Algorytm PMX (PMX - patrially-mapped crossover):

1. Losowo wybierz segment elementów w **Rodzicu 1** i skopiuj go bezpośrednio do **Dziecka**. Zapamiętaj indeksy segmentu.
2. Patrząc na te same pozycje segmentu w **Rodzicu 2**, wybierz każdy element, **który nie został jeszcze skopiowany** do **Dziecka**.
   A. Dla każdego z tych elementów:
      A.1. Zapamiętaj indeks tego elementu w **Rodzicu 2**. Znajdź element w **Rodzicu 1** o tym samym indeksie.
      A.2. Znajdź ten sam element w **Rodzicu 2**.
      A.3. Jeżeli indeks tego elementu z **Rodzica 2** należy do pierwotnego segmentu, przejdź do kroku A.1 używając tego elementu.
      Jeżeli nie - wstaw wartość z kroku A do **Dziecka** na pozycję o tym indeksie.
3. Skopiuj elementy z wszystkich pozostałych pozycji **Rodzica 2** do **Dziecka**.

Aby stworzyć drugie dziecko z tym samym zestawem rodziców, zamień rodziców miejscami i zacznij od nowa.

Mutacja

Mutacja ma na celu wprowadzenie pewnego urozmaicenia w zbiorze rozwiązań dopuszczalnych (populacji). Ma ona mniejsze znaczenie w algorytmach genetycznych niż inne operacje genetyczne. W przypadku reprezentacji binarnej operator mutacji dokonuje zmiany wartości binarnej w rozwiązaniu (chromosomie) na przeciwną, tzn. z 0 na 1 lub z 1 na 0. Prawdopodobieństwo mutacji jest zwykle bardzo małe, rzędu [0; 0,1].

Aby wykonać mutację osobnika należy:
1. ustalić wartość prawdopodobieństwa mutacji p_m, np. $p_m = 0{,}1$
2. poruszając się po binarnych elementach osobnika, dla każdego elementu należy wylosować rzeczywistą liczbę r z przedziału [0; 1] (np. wylosowaliśmy $r = 0{,}05$)
3. jeżeli wylosowana dla aktualnego elementu binarnego liczba $r \leq p_m$ (w naszym przykładzie $r = 0{,}05 < p_m = 0{,}1$), zmieniamy wartość binarną tego elementu na przeciwną
   jeżeli $r > p_m$, zostawiamy aktualny element bez zmian i przechodzimy do następnego binarnego elementu osobnika.

W praktyce, oznacza to, że każdy z binarnych elementów osobnika może podlegać mutacji, jeśli tylko wylosowana dla niego liczba jest mniejsza od prawdopodobieństwa mutacji p_m.

Projekt „SezAM wiedzy, kompetencji i umiejętności” jest współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój

Inwersja

Inwersja to operacja zamiany kolejności elementów w rozwiązaniu. Nie jest on stosowany w algorytmach genetycznych dla typowej reprezentacji binarnej rozwiązania, ale **w przypadku reprezentacji permutacyjnej pełni rolę operatora mutacji**. Aby wykonać inwersję w osobniku należy wylosować z równym prawdopodobieństwem jedną z pozycji jego elementów z zakresu [1, 2, …, *n*], gdzie *n* – liczba elementów w osobniku. Następnie należy zamienić miejscami wartości z pozycji wylosowanej i z pozycji sąsiadującej po prawej stronie. Czyli, jeżeli została wylosowana pozycja *j*, i na tej pozycji znajdował się element *x*, a na pozycji *j* + 1 znajdował się element *y*, to po wykonaniu inwersji na pozycji *j* powinien znaleźć się element *y*, a na pozycji *j* + 1 element *x*. W taki sposób kombinacja dwóch elementów wewnątrz osobnika „…*xy*…” zamienia się na kombinację „…*yx*…”. Jeżeli zostanie wylosowana pozycja *n*, zamieniamy między sobą wartości z pozycji *n* i 1.

Polecenia:

1. **Dla funkcji (binarna reprezentacja osobnika)**

$$(x_1, x_2) = -x_1^2 - x_2^2 + 2, \text{ gdzie } -2 \le x_1 \le 2 \quad \text{oraz} \quad -2 \le x_2 \le 2 \qquad (1)$$

1.1 utwórz w sposób losowy rozwiązanie o reprezentacji **binarnej** spełniające warunki dopuszczalności oraz zakładając przy tym dokładność do 5 miejsca po przecinku dla wartości dekodowanych z tego rozwiązania.

1.2 Oblicz wartość funkcji *f* dla tego rozwiązania.

1.3 Następnie, zaprojektuj operator mutacji. Niech prawdopodobieństwo mutacji (p_m) będzie argumentem operatora. Dokonaj mutacji rozwiązania przy zadanej wartości p_m, a następnie

1.4 oblicz wartość funkcji *f* dla rozwiązania po mutacji.

Czy po zastosowaniu operatora mutacji wartość funkcji uległa zmianie?

2. **Operator krzyżowania PMX (ścieżkowa reprezentacja osobnika)**

Utwórz dwa rozwiązania (rodziców) o reprezentacji ścieżkowej zawierającej losową permutację liczb (numerów) ze zbioru [1,10].
Następnie zaprojektuj operator krzyżowania PMX oraz wykonaj krzyżowanie PMX dla którego argumentami będą utworzeni rodzice - rozwiązania o reprezentacji ścieżkowej.
Wylistuj rozwiązania rodziców oraz potomków.

3. **Operator inwersji (ścieżkowa reprezentacja osobnika)**

Zaprojektuj operator inwersji dla rozwiązań ścieżkowych. Następnie wykonaj operator inwersji dla rozwiązań rodziców z polecenia nr 3.

4. **Dla funkcji Rastrigina (binarna reprezentacja osobnika).**

$$f(x) = An + \sum_{i=1}^{n}[x_i^2 - A\cos(2\pi x_i)] \qquad (2)$$

wykonaj polecenie nr 1.

Przyjmij, że *A*=10 oraz *n* = 10, -5,21 ≤ x_i ≤ 5,21, *i* =1,…, *n* oraz przyjmując dokładność do 3 miejsca po przecinku.

Projekt „SezAM wiedzy, kompetencji i umiejętności” jest współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój