Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - USP
Departamento de Matemática Aplicada e Estatística
SME104 - Cálculo Numérico
Prof. Murilo F. Tomé **1º sem/2014**

1º **Trabalho Prático - MÉT. ITERATIVOS SIST. LINEARES - ENTREGAR DIA 20/05/2014**

Considere a matriz pentadiagonal A, de dimensão n, definida por (I).

$$(I)\quad \begin{cases} a_{i,i} = 4, \; i = 1, 2, \cdots, n, \\ a_{i,i+1} = -1, \; i = 1, 2, \cdots, n-1, \\ a_{i+1,i} = -1, \; i = 1, 2, \cdots, n-1, \\ a_{i,i+3} = -1, \; i = 1, 2, \cdots, n-3, \\ a_{i+3,i} = -1, \; i = 1, 2, \cdots, n-3, \\ a_{i,j} = 0 \quad \text{no restante.} \end{cases}$$

Por exemplo, para $n = 6$ a matriz A toma a forma:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

Pode-se mostrar que essa matriz é simétrica e definida positiva. Considere o método iterativo de Gauss-Seidel

$$x_i^{(k+1)} = \left[b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_j^{(k)} \right] / a_{ii} \;, \qquad i = 1, 2, \cdots, n, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots$$

a) Escreva um subprograma que, tendo como dados de entrada uma matriz real A, um vector real b, um inteiro n, uma constante real ϵ e uma constante inteira $itmax$, utiliza o método de Gauss-Seidel e obtém aproximações $\mathbf{x}^{(k+1)}$ da solução do sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, até que $\|\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}\|_\infty \leq \epsilon$.

b) Para testar o programa, faça $n = 50, 100$ e $b_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}, \; i = 1, \ldots, n$ e execute o programa. A solução obtida deve ser $x_i = 1, i = 1, 2, \ldots, n$.

c) Utilizando o subprograma da alínea **a)**, resolva o sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ onde A é a matriz definida pelas equações (I) e $\mathbf{b}$ é o vector definido por $b_i = 1.0/i, \; i = 1, 2, \ldots, n$.

Considere o caso $n = 40$ e $\epsilon = 10^{-6}$. Partindo da aproximação inicial $\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{0}$ obtenha execute o programa e obtenha a solução do sistema linear pelo método de Gauss-Seidel.

O subprograma pode por exemplo ter a seguinte estrutura:

```
      SUBROUTINE GAUSSSEIDEL(A,B,N,EPS,ITMAX,X,ITER)
C
C           Parâmetros de Entrada:
C
C           A: matriz real dada
C           B: vector real dado
C           N: ordem da matriz (inteiro)
C           EPS: tolerância desejada
C           ITMAX: Número máximo de
C           iterações permitidas – se ITER
C            ultrapassar ITMAX (ex. 1500),
C           considera-se que o método divergiu.
C
C           Parâmetros de Saída:
C
C           X: Solução aproximada obtida pelo método Gauss-Seidel
C           ITER: Número de iterações utilizadas
C
C           Declaração de variáveis
C
C           Comandos para calcular x^(k+1) pelo método Gauss-Seidel
C
      END
```

Deve-se também escrever uma função para calcular a norma infinita para calcular $\|\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}\|_\infty$.

OBSERVAÇÕES:

1. O trabalho pode ser feito em grupo com até 3 alunos.
2. A avaliação do trabalho será feita conforme os items:
   - i) português, estrutura do trabalho, estrutura do código (1 PONTO)
   - ii) introdução do trabalho (explicação do problema e do método numérico) (3 PONTOS)
   - iii) resultados (correção e detalhamento) (3 PONTOS)
   - iv) implementação (correção e adequação do código ao problema proposto) (3 PONTOS)