

**2º Trabalho Prático - ENTREGAR DIA 24/06/2014 (Prov P2)**

Considere o PVI de 2a. ordem:

$$\begin{aligned}y'' &= y + e^x, x \in [0, 2] \\ y(0) &= 1 \\ y'(0) &= 0\end{aligned}\tag{1}$$

- i) Faça  $h_k = 0.2/(2^k)$ ,  $k = 1, 2, 3, 4$  e obtenha  $y(x)$  pelo método de EULER MODIFICADO.
- ii) Sabendo que a solução exata desse PVI é dada por:

$$y(x) = \frac{1}{4} \left[ e^x(1 + 2x) + 3e^{-x} \right],$$

mostre que a solução numérica converge para a solução analítica quando  $h \rightarrow 0$  e para cada  $k$ , calcule a ordem de convergência  $n_k = \log [E_{h_k}/E_{h_{k+1}}] / \log(2)$ ,  $k = 1, 2, 3$

**Sugestões:**

1. Faça um gráfico mostrando a solução exata e as soluções numéricas obtidas (podem mostrar apenas os resultados com  $k = 1, 2, 4$ ).
2. Para cada solução solução obtida, calcular o erro relativo:

$$E_{h_k} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{N_k} [y(x_i) - y_i^{h_k}]^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N y(x_i)^2}}, \quad N_k \text{ número de pontos na malha } h_k$$

onde  $y_i^{h_k}$  representa a solução obtida pelo método de EULER MODIFICADO com  $h = h_k$ .

**OBSERVAÇÕES:**

1. O trabalho pode ser feito em grupo com até 3 alunos.
2. A avaliação do trabalho será feita conforme os itens:
  - i) português, estrutura do trabalho, estrutura do código (1 PONTO)
  - ii) introdução do trabalho (explicação do problema e do método numérico) (3 PONTOS)
  - iii) resultados (correção e detalhamento) (3 PONTOS)
  - iv) implementação (correção e adequação do código ao problema proposto) (3 PONTOS)