Technische Universität Braunschweig

Institut für Flugführung

Leistungsberechnung von Multicoptern

Ein Matlab-Programm zur Abschätzung der benötigten Batteriemasse für einen Steig- und Sinkflug

Yannic Beyer

13. Oktober 2016

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

1.1 Motivation

Bei der Auslegung eines Multicopters für eine bestimmte Mission spielt die Wahl der Batteriekapazität eine wichtige Rolle. Die Batteriekapazität ist etwa proportional zur Batteriemasse. Wird die Batteriekapazität zu groß gewählt, steigt der Leistungsbedarf aufgrund der erhöhten Masse des Gesamtsystems unnötig an - im Extremfall wird dadurch sogar die Reichweite des Multicopters verringert (Neitzke 2013). Wird die Batteriekapazität zu klein gewählt, hat der Multicopter nicht ausreichend Energie zur Verfügung um seine Mission zu erfüllen - dieser Fall muss unbedingt vermieden werden. In der Praxis wird daher die Batteriekapazität oft konservativ groß gewählt. Um einen besseren Kompromiss zu finden, wird in diesem Bericht der Leistungsbedarf von Multicoptern möglichst genau mit Hilfe eines Matlab-Skriptes berechnet.

1.2 Konkreter Anwendungsfall: Mission

In diesem Bericht wird der Leistungsbedarf für eine konkrete Mission berechnet. Diese Mission ist im Rahmes eines aktuellen Forschungsprojekts am *Institut für Flugführung* festgelegt.

Die Mission besteht aus einem Steigflug in eine Höhe von 1 km, einem Schwebeflug in dieser Höhe mit einer Dauer von 1 min und einem anschließenden Sinkflug bis zum Boden zurück. Die Steiggeschwindigkeit ist eine Variable. Die Sinkgeschwindigkeit beträgt 2, 4 oder 6 m/s.

Damit das erstellte Matlab-Skript auch einen zukünftigen Nutzen hat, wird sowohl die Mission als auch die Parametrierung des Multicopters so allgemein wie möglich vorgenommen. Dadurch kann das Skript auch für andere Szenarien verwendet werden.

1.3 Gliederung des Berichts

Es werden zunächst in Kap. 2 alle Parameter aufgelistet, die für die Berechnung benötigt werden. Zusätzlich zu den Parametern wird der Variablenname aus Matlab und sein Wert mit Einheit aufgeführt. In Kap. 3 wird der Aufbau des Skripts in einem Struktogramm veranschaulicht. Kap. 4 für alle Formeln auf, die zur Leistungsberechnung verwendet werden. Schließlich werden die Ergebnisse in Kap. 6 erläutert.

2 Parameter

2.1 Mission

Die Bedienung der Berechnung erfolgt vor allem über die Definition der Mission. Hierzu müssen einige Vektoren konsistent angepasst werden. Die Anzahl der Vektorkomponenten ist die Anzahl der Flugphasen, in welche sich die Mission unterteilen lässt: in diesem Fall Steigflug, hovern und Sinkflug (vgl. Tab. 1).

Es können mit dem Skript zwei Bahngeschwindigkeiten optimiert werden. Die 1. zu optimierende Bahngeschwindigkeit kann fein diskretisiert werden, da sie am Ende der Berechnung die x-Achse der Diagramme darstellt. Die 2. zu optimierende Bahngeschwindigkeit kann nur dreifach diskretisiert werden, weil am Ende der Berechnung drei Diagramme erstellt werden, die sich jeweils um diese 2. Bahngeschwindigkeit unterscheiden.

Tabelle 1: Parameter zur Definition der Mission

Parameter	Variablenname	Wert
Seitenwindgeschwindigkeit u_{Wg}	`u_Wg`	$\begin{pmatrix}10 & 0 & 10\end{pmatrix}^T$ [m/s]
Handelt es sich um hovern?	`Abfrage_hovern`	$\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\end{pmatrix}^T$ [wahr,falsch]
Zeit des Hoverns t_{hover}	`t_hover`	$\begin{pmatrix}0 & 60 & 0\end{pmatrix}^T$ [s]
1. Bahngeschwindigkeit optimieren?	`Abfrage_V_variabel1`	$\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\end{pmatrix}^T$ [wahr,falsch]
2. Bahngeschwindigkeit optimieren?	`Abfrage_V_variabel2`	$\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\end{pmatrix}^T$ [wahr,falsch]
Bahngeschwindigkeit V_{Kg} vorgeben	`Bahngeschwindigkeit`	$\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\end{pmatrix}^T$ [m/s]
Flugbahnwinkel γ festlegen	`gamma`	$\begin{pmatrix}90 & 0 & -90\end{pmatrix}^T \cdot \pi/180$
Strecke s vorgeben	`Strecke`	$\begin{pmatrix}1000 & 0 & 1000\end{pmatrix}^T$ [m]

In welcher Logik die Parameter zur Definition der Mission wirksam werden, wird in Abb. 1 veranschaulicht. Für jede Komponente der Vektoren muss diese Routine durchlaufen werden.

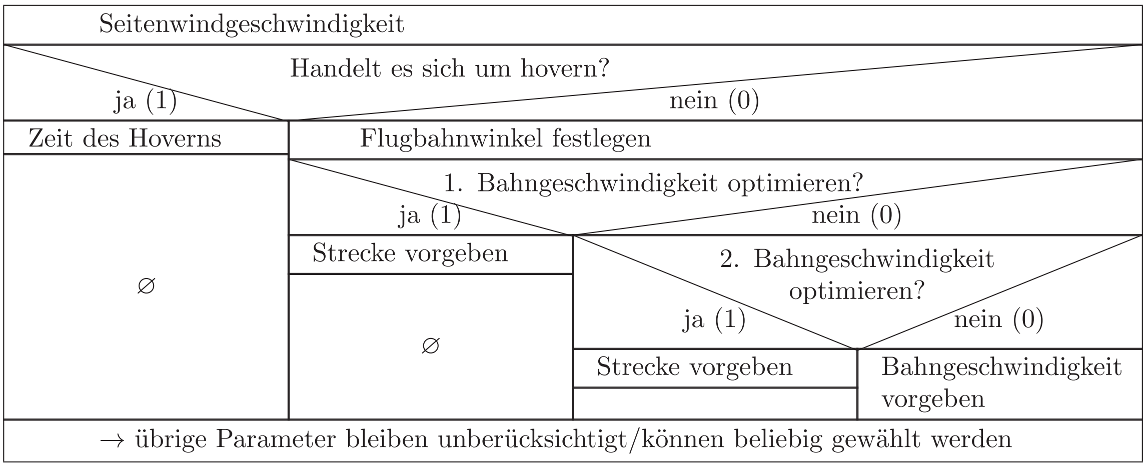

Abbildung 1: Logik der Parameter zur Definition der Mission.

Die eingetragene Seitenwindgeschwindigkeit ist unabhängig von den übrigen Parametern immer wirksam. Der Wind kann sich von Flugphase zu Flugphase ändern, womit durch ändern des Vorzeichens beispielsweise ein Hin- und Rückflug mit Gegen- und Rückwind berücksichtigt werden kann. Dann wird festgelegt, ob es sich bei der Flugphase um hovern handelt. Wenn ja, erhält die entsprechende Komponente des Vektors eine 1. Wenn nein, erhält sie eine 0. Handelt es sich um hovern, so muss nur noch eine Zeit des Hoverns eingetragen werden. Die übrigen Parameter bleiben unberücksichtigt (oben in Tab. 1 sind unberücksichtigte Werte auf 0 gesetzt worden). Handelt es sich nicht um hovern, wird als nächstes geprüft, ob in dieser Flugphase die 1. Bahngeschwindigkeit zu optimieren ist. Wenn ja, wird eine vorgegebene Strecke benötigt und alle übrigen Parameter bleiben unberücksichtigt. Wenn nein, wird geprüft, ob in dieser Flugphase die 2. Bahngeschwindigkeit zu optimieren ist. Wenn ja, muss wieder eine Strecke vorgegeben sein. Wenn nein, muss die Bahngeschwindigkeit vorgegeben sein.

2.2 Parameter des Multicopters

In diesem Abschn. werden alle Parameter des Multicopters aufgeführt, welche im vorliegenden Bericht zu dessen Charakterisierung dienen.

Motor

Die ersten drei Motorparameter in Tab. 2 werden benötigt, um den später in Abschn. 4.4 erklärten Effekt einer Anströmung auf den Propeller zu berechnen. Der letzte Parameter dient als technische Grenze, welche bei einer guten Auslegung des Multicopter-Systems jedoch nicht erreicht wird.

Tabelle 2: Motorparameter für den Geschwindigkeitseffekt und für technische Grenzen

Parameter	Variablenname	Wert
Innenwiderstand R_i	`R_i`	0,057 Ω
Geschwindigkeitskonstante K_V	`K_V`	120 RPM/V · 2 · π/60 [1/V]
Leerlaufstrom I_0	`I_0`	0,7 A
maximaler Dauerstrom I_{max}	`I_max`	80 A

Propeller

Der erste Parameter in Tab. 3 wird benötigt, um die induzierte Geschwindigkeit zu berechnen und um den benötigten Schub auf die Anzahl der Propeller aufzuteilen. Der letzte Parameter dient als technische Grenze, die im Test des Skripts jedoch nie erreicht wurde. Alle übrigen Parameter werden benötigt, um den Effekt einer Anströmung des Propellers (s. Abschn. 4.4) nach der Blattelemententheorie zu berücksichtigen.

Tabelle 3: Propellerparameter für Schub, Geschwindigkeitseffekt und technische Grenzen

Parameter	Variablenname	Wert
Propeller n_{Prop}	`n_Prop`	4
Durchmesser d	`D`	26 inch
Steigung P_{75}	`P_75`	8,5 inch
Mittlerer Nullwiderstandsbeiwert $\bar{c}_{d0}$	`c_d0`	0,05
Anstieg des Auftriebsbeiwerts $\mathrm{d}c_a/\mathrm{d}c_\alpha$	`a`	5
Maximaler Anstellwinkel α_{max}	`alpha_stall`	10°

Kennlinien der Propeller-Motor-Kombination im Stand

In Tab. 4 sind die Antriebskennlinien im Stand als Vektoren dargestellt. Diese Kennlinien stehen für die Propeller-Motor-Kombinationen von `http://www.rctigermotor.com/` zur Verfügung. Es wurde ein zusätzlich Punkt für Throtte $= 0$ hinzugefügt, da sonst Betriebszustände bei Teillast nicht interpoliert werden können. Die Kennlinien dienen zur Berechnung des Motorzustands im Stand durch Interpolation (s. Abschn. 4.3). Im Betrieb mit Anströmung dient der interpolierte Motorzustand als Ausgangswert, der mit einem Faktor multipliziert wird (s. Abschn. 4.4)

Tabelle 4: Antriebskennlinien im Stand nach T-Motor (2013, U11 KV 120, Prop: 26 × 8.5CF).

Parameter	Variablenname	Wert
Throttle	`Throttle_static`	$\begin{pmatrix}0 & 50 & 65 & 75 & 85 & 100\end{pmatrix}$ %
Stromstärke I	`Amps_static`	$\begin{pmatrix}I_0 & 10,1 & 18,3 & 25 & 33,5 & 47,4\end{pmatrix}$ A
Standschub S_0	`Thrust_static`	$\begin{pmatrix}0 & 4590 & 6700 & 8110 & 9640 & 12420\end{pmatrix} / 1000 \cdot 9,8$
Winkelgeschwindigkeit ω	`omega_static`	$\begin{pmatrix}0 & 2860 & 3600 & 3900 & 4300 & 4600\end{pmatrix} / 60 \cdot 2\pi\mathrm{rad}$

Batterie

Die für die Batterie verwendeten Parameter sind in Tab. 5 aufgelistet. Bei der Energiedichte handelt es sich um einen mittleren Wert, der von Neitzke (2013, S. 4) ermittelt wurde. Bei der minimalen Spannung pro Zelle handelt es sich um einen Erfahrungswert, der am *Institut für Flugführung* verwendet wird. Die Peukert-Konstante wird zur Berechnung des Energieverlusts der Batterie herangezogen (s. Absch. 4.6). Der Wert der Peukert-Konstant wird für LiPo-Batterien für gewöhnlich zwischen $1,01 \leq P \leq 1,05$ angenommen (Abdilla et al. 2015, Traub 2016). Der Wert ist zudem stark von der Temperatur abhängig. Bei Temperaturen, die deutlich unter der Raumtemperatur liegen, können die Verluste der Batterie progressiv steigen. Die maximale C-Rate dient als technische Begrenzung, die bei einem gut ausgelegten Multicopter-System nicht eintrifft.

Tabelle 5: Batterieparameter zur Berechnung der verbleibenden Restladung sowie für technische Grenzen.

Parameter	Variablenname	Wert
Energiedichte E_{Bat} / m_{Bat}	`E_Dichte`	444 000 J/kg
Zellenanzahl $N_{Bat,cell}$	`N_bat_cell`	12
Nominale Spannung pro Zelle $U_{Bat,cell}$	`U_bat_cell`	3,7 V
Minimale Spannung pro Zelle $U_{Bat,cell,min}$	`U_bat_cell_min`	3,4 V
Peukert-Konstante P	`P_bat`	1,05
Maximale C-Rate $C_{rate,max}$	`C_rate_max`	50

Gesamtsystem

In Tab. 6 sind die Parameter des Gesamtsystems aufgeführt. Der erste Parameter wird zur Berechnung der induzierten Geschwindigkeit (s. Abschn. 4.1) und des Schubs benötigt. Alle übrigen Parameter werden verwendet, um den Schub unter Berücksichtigung von Auftrieb und Widerstand (s. Abschn. 4.2) zu berechnen.

Der Parameter seitliche Stirnfläche ist in der späteren Berechnung überflüssig, da sich die Beiwerte stets auf die obere Stirnfläche (Referenzfläche) beziehen. Wird der c_W-Wert jedoch als eine Art Formfaktor verstanden, kann der seitliche Widerstandsbeiwert mit $c_{W,copter,seitlich} = c_{W,copter,seitlich,Formfaktor} \cdot A_{copter,oben} / A_{copter,seitlich}$ berechnet werden. Bei den Stirnflächen bleiben die Propeller unberücksichtigt. Die Beiwerte sind reine Schätzwerte.

Tabelle 6: Parameter des Gesamtsystems zur Berechnung der induzierten Geschwindigkeit und des Schubs unter Berücksichtigung von Auftrieb und Widerstand.

Parameter	Variablenname	Wert
Masse ohne Batterien m_{copter}	`m_copter`	15 kg
Obere Stirnfläche $A_{copter,oben}$	`A_copter`	0,2116 m^2
Seitliche Stirnfläche $A_{copter,seitlich}$	`A_copter_seitlich`	0,3174 m^2
Oberer Widerstandsbeiwert $c_{W,copter,oben}$	`c_W_copter_oben`	1
Seitlicher Widerstandsbeiwert $c_{W,copter,seitlich}$	`c_W_copter_seitlich`	1,5
Maximaler Auftriebsbeiwert $c_{A,copter,max}$	`c_A_copter_max`	0,3

2.3 Umgebungsparameter

Die Umgebungsparameter (s. Tab. 7) werden als konstant angenommen.

Tabelle 7: Umgebungsparameter

Parameter	Variablenname	Wert
Luftdichte ρ_L	`rho`	1,1 kg/m^3
Erdbeschleunigung g	`g`	9,81 m/s^2

2.4 Diskretisierung

In jedem erstellten Diagramm wird sowohl die 1. zu optimierende Bahngeschwindigkeit (x-Achse) als auch die Batteriemasse (Kurvenschar) variiert. Die Diskretisierung der 1. zu optimierenden Bahngeschwindigkeit sollte so klein wie nötig gewählt werden, um einen möglichst glatten Kurvenverlauf zu erzeugen und so groß wie möglich, um die Rechendauer akzeptabel kurz zu halten. Bei der Diskretisierung der Batteriemasse ist eine einstellige Unterteilung vollkommen ausreichend, da bei einer feineren Diskretisierung die Kurvenschar schwer ablesbar wird. Die gewählten Parameter befinden sich in Tab. 8.

Tabelle 8: Parameter für die Diskretisierung der 1. zu optimierenden Geschwindigkeit sowie der Batteriemasse

Parameter	Variablenname	Wert
Kleinste Batteriemasse $m_{Bat,min}$	`m_Bat_min`	4 kg
Schrittweite der Batteriem. Δm_{Bat}	`m_Bat_Delta`	1,5 kg
Größte Batteriemasse $m_{Bat,max}$	`m_Bat_max`	12 kg
Kleinste Geschwindigkeit $V_{Kg,1,min}$	`V_Kg_1_min`	0 m/s
Schrittweite der Geschw. $\Delta V_{Kg,1}$	`V_Kg_Delta`	0,25 m/s
Größte Geschwindigkeit $V_{Kg,1,max}$	`V_Kg_1_max`	15 m/s

Des weiteren gibt es eine 2. zu optimierende Geschwindigkeit. Diese wird dreifach diskretisiert, sodass insgesamt drei Diagramme erstellt werden (s. Tab. 9).

Tabelle 9: Parameter für die Diskretisierung der 2. zu optimierenden Geschwindigkeit.

Parameter	Variablenname	Wert
Kleinste Geschwindigkeit $V_{Kg,2,min}$	`V_Kg_2_min`	$2\,\mathrm{m/s}$
Größte Geschwindigkeit $V_{Kg,2,max}$	`V_Kg_2_max`	$6\,\mathrm{m/s}$
Schrittweite der Geschw. $\Delta V_{Kg,2}$	`V_Kg_2_Delta`	$(V_{Kg,2,max} - V_{Kg,2,min})/2$

2.5 Berechnung weiterer Parameter

Tabelle 10: Berechnung weiterer Parameter

Parameter	Variablenname	Gleichung
Nominale Batteriespannung	`U_Bat_nom`	$U_{Bat,nom} = N_{Bat,cell} \cdot U_{Bat,cell}$
Minimale Batteriespannung	`U_Bat_min`	$U_{Bat,min} = N_{Bat,cell} \cdot U_{Bat,cell,min}$
Propellerradius	`R`	$r = d \cdot 0,0254/2$
Fläche eines Propellers	`F`	$F = \pi \cdot r^2$
Geometrischer Anstellwinkel	`Theta_75`	$\Theta_{75} = \arctan(4 \cdot P_{75}/(3 \cdot \pi \cdot d))$

3 Aufbau des Programms

Der Aufbau des Matlab-Skripts wird im Struktogramm (s. Abb. 2) veranschaulicht.

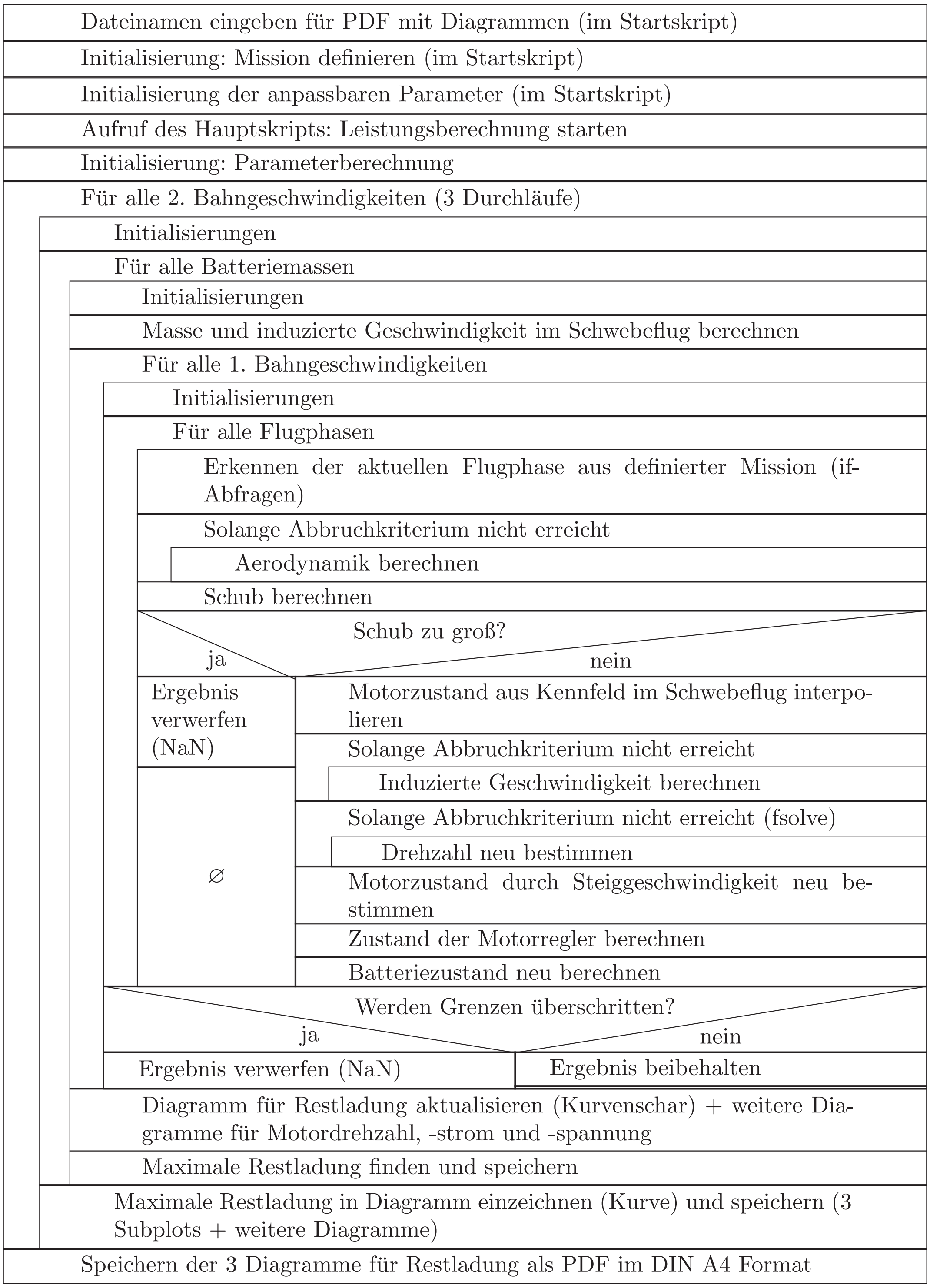

Abbildung 2: Struktogramm des MATLAB-Skripts

4 Leistungsberechnung

In diesem Abschn. wird vor allem auf die Literatur von Van der Wall (2015) und Bittner (2014) zurückgegriffen. Van der Wall (2015) liefert weiterführende Formeln und benutzt anstelle von Geschwindigkeiten häufig Durchflussgerade. Bittner (2014) verwendet ausschließlich Geschwindigkeiten, deren Nomenklatur jedoch nicht der Luftfahrtnorm LN 9300 entspricht. In diesem Bericht wird jedoch die Nomenklatur nach LN 9300 verwendet. Das heißt, teilweise kommen Formeln aus Van der Wall (2015) zum Einsatz, die jedoch in Geschwindigkeiten (gemäß Bittner (2014)) ausgedrückt werden und zudem in anderer Nomenklatur notiert werden.

Vektorielle Größen erhalten gemäß LN 9300 einen kleinen Index für das Koordinatensystem (geodätisch: g, fluggerätfest: f, aerodynamisch: a) und erhalten je nach Art einen großen Index (Aerodynamik: A, Wind: W, Flugbahn: K). Geschwindigkeiten werden folgendermaßen in Komponenten ausgedrückt: $V = \begin{pmatrix} u & v & w \end{pmatrix}^T$.

4.1 Masse und induzierte Geschwindigkeit im Schwebeflug

Erhöht sich die Batteriemasse, so erhöht sich auch die Gesamtmasse des Multicopters m sowie die von den Propellern induzierte Geschwindigkeit im Schwebeflug w_{i0_f} (Bittner 2014, S. 49):

$$m = m_{Bat} + m_{copter}\,, \tag{1}$$

$$w_{i0_f} = \sqrt{\frac{m \cdot g}{2 \cdot \rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot n_{Prop}}}\,. \tag{2}$$

4.2 Schub berechnen

Als nächstes wird die Steiggeschwindigkeit in einer `for`-Schleife variiert. Der benötigte Schub muss wegen seiner Abhängigkeit vom Luftwiderstand jedes Mal neu berechnet werden.

Der Schub setzt sich zusammen aus der zu kompensierenden Gewichtskraft, dem zu kompensierenden Luftwiderstand in Flugrichtung und indirekt über die Winkelkomponente dem zu kompensierenden Seitenwind. Der Schub wird iterativ mit einem aerodynamischen Modell berechnet. Der Widerstands- und Auftriebsbeiwert des Multicopters ist abhängig vom modifizierten Anstellwinkel α_M (der Schiebewinkel gibt lediglich die Himmelsrichtung der resultierenden Kraft an, welche in diesem Bericht keine Rolle spielt). Die Idee dieses aerodynamischen Modells ist in Beyer (2016*a*, S. 14 ff) beschrieben.

Die aerodynamische Fluggeschwindigkeit V_A ist der Betrag der Summe von Wind- und Bahngeschwindigkeit, hier:

$$V_A = \sqrt{(u_{Kg} + u_{Wg})^2 + w_{Kg}^2}\,, \tag{3}$$

mit

$$\begin{pmatrix} u_{Kg} \\ w_{Kg} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\gamma \\ -\sin\gamma \end{pmatrix} \cdot V_{Kg}\,. \tag{4}$$

Eine Übersicht der am Multicopter angreifenden Kräfte und dem sich ergebenden Kräftegleichgewicht im unbeschleunigten Fall zeigt Abb. 3.

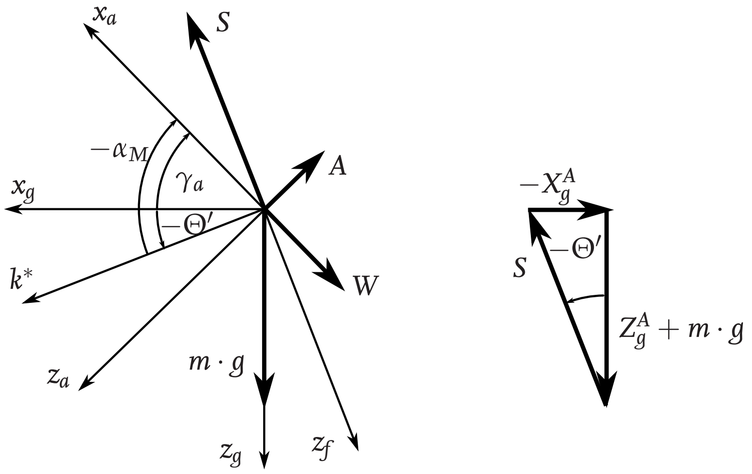

Abbildung 3: Kräftegleichgewicht am unbeschleunigten Multicopter unter Berücksichtigung aerodynamischer Kräfte (k^* ist eine beliebige Achse in der x_f, y_f-Ebene).

Zunächst wird der Windneigungswinkel

$$\gamma_a = \arctan\left(\frac{-w_{Kg}}{u_{Kg} + u_{Wg}}\right) \tag{5}$$

berechnet. Mit einem Startwert für den Neigungswinkel $\Theta'_0 = 0$ beginnt die Berechnung des modifizierten Anstellwinkels

$$\alpha_M = \Theta' - \gamma_a\,. \tag{6}$$

Es folgt die Berechnung der aerodynamischen Beiwerte

$$c_W = \frac{c_{W,copter,oben} - c_{W,copter,seitlich}}{2} \cdot \cos(2 \cdot \alpha_M) + \frac{c_{W,copter,oben} + c_{W,copter,seitlich}}{2}\,, \tag{7}$$

$$c_A = c_{A,max} \cdot \sin(2 \cdot \alpha_M)\,. \tag{8}$$

und daraus die Berechnung der aerodynamischen Kräfte

$$W = c_W \cdot \rho/2 \cdot A_{copter,oben} \cdot V_A^2\,, \tag{9}$$

$$A = c_A \cdot \rho/2 \cdot A_{copter,oben} \cdot V_A^2\,. \tag{10}$$

Die aerodynamischen Kräfte werden dann vom aerodynamischen Koordinatensystem ins geodätische Koordinatensystem transformiert:

$$\begin{pmatrix} X^A \\ Y^A \\ Z^A \end{pmatrix}_g = \begin{pmatrix} \cos\gamma_a & 0 & -\sin\gamma_a \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\gamma_a & 0 & \cos\gamma_a \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} -W \\ 0 \\ -A \end{pmatrix}_a = \begin{pmatrix} -W\cdot\cos\gamma_a - A\cdot\sin\gamma_a \\ 0 \\ W\cdot\sin\gamma_a - A\cdot\gamma_a \end{pmatrix}_g . \tag{11}$$

Aus dem Kräftegleichgewicht im geodätischen Koordinatensystem (s. Abb. 3) kann schließlich der Neigungswinkel

$$\Theta_i' = -\arctan\left(\frac{-X_g^A}{Z_g^A + m\cdot g}\right), \quad i = 1,2,3,\ldots \tag{12}$$

neu bestimmt werden und wird anstelle des Startwerts für einen nächsten Iterationsschritt verwendet. Diese Iteration wird so lange durchgeführt, bis das Abbruchkriterium

$$\Delta\Theta' = \Theta_i - \Theta_{i-1} \overset{!}{<} 0{,}001^\circ \tag{13}$$

erfüllt ist. Das Verfahren konvergierte für alle erprobten Fälle mit weniger als zehn Iterationen. Ist das Abbruchkriterium erfüllt, kann schließlich der erforderliche Schub S mit dem Satz des Pythagoras aus dem Kräftegleichgewicht bestimmt werden:

$$S = \sqrt{{X_g}^2 + (Z_g^A + m\cdot g)^2}\,. \tag{14}$$

Ist der Schub größer als der maximale Standschub, wird das Ergebnis verworfen.

4.3 Motorzustand aus Kennfeld im Schwebeflug interpolieren

Der erforderliche Schub wurde im vorangehenden Abschn. 4.2 berechnet. Nun können mit Hilfe der Hersteller-Testdaten im Stand (s. Tab. 4) die übrigen Motorzustandsgrößen Winkelgeschwindigkeit ω und Stromstärke I interpoliert werden. Hierzu wird die Matlab-Funktion `interp1` - eine eindimensionale Interpolation - mit der Option `'pchic'` - einer abschnittweise kubischen Interpolation - verwendet. Diese Option erzielte die besten Ergebnisse. Dennoch kommt es in den äußeren Randbereichen des Kennfeldes zu schlechtem Verhalten. Außerdem sind die interpolierten Kenngrößen etwas wellig (mehrere Krümmungswechsel), was bei den gegebenen Daten mit einer Interpolation nicht zu verhindern ist.

Die Motorspannung wieder über folgenden Zusammenhang aus den Testdaten berechnet:

$$U_{Mot,0} = \text{Throttle}\cdot U_{Bat,nom}\,. \tag{15}$$

Alle Größen im Schwebeflug erhalten den Index 0.

4.4 Motorzustand durch Steiggeschwindigkeit neu bestimmten

Die interpolierten Hersteller-Testdaten aus Abschn. 4.3 liefern nur im Stand bzw. Schwebeflug plausible Ergebnisse. Liegt eine Steig- oder Sinkgeschwindigkeit vor, ändern sich die aerodynamischen Größen am Propeller und bei gleichbleibender Winkelgeschwindigkeit wird ein anderer Schub geliefert. Es geht nun darum, eine neue Winkelgeschwindigkeit zu berechnen, unter welcher der Schub gleich bleibt.

Zunächst werden der Schubbeiwert im Schwebeflug $c_{T,0}$ und der Momentenbeiwert im Schwebeflug $c_{Q,0}$ berechnet. Der Schubbeiwert im Schwebeflug wird mit Hilfe des Standschubs S_0 und nach (Bittner 2014, S. 57) berechnet:

$$c_{T,0} = \frac{S_0}{\pi \cdot r^4 \cdot \rho \cdot {\omega_0}^2} \,. \tag{16}$$

Für den Momentenbeiwert im Schwebeflug liegen keine Hersteller-Testdaten des Drehmoments vor. Deshalb wird hier eine andere Methode verwendet als beim Schubbeiwert. Es wird die eine Formel in (Bittner 2014, S. 61) verwendet:

$$c_{Q,0} = \frac{\rho}{4} \cdot \left(\frac{\bar{c}_{d0}}{2} + a \cdot \Phi_{75,0} \cdot (\Theta_{75} - \Phi_{75,0}) \right) , \tag{17}$$

worin der induzierte Winkel im Schwebeflug $\Phi_{75,0}$ mit einer geometrischen Beziehung (Van der Wall 2015, S. 170 ff) berechnet wird:

$$\Phi_{75,0} = \arctan \left(\frac{w_{i0f}}{0,75 \cdot r \cdot \omega} \right) . \tag{18}$$

Der mittlere Widerstandsbeiwert $\bar{c}_{d0}$ sowie der Auftriebsanstieg a müssen abgeschätzt werden (vgl. Abschn. 2.2).

Es wird der lokale Anstellwinkel im Schwebeflug (vgl. Bittner (2014, S. 56))

$$\alpha_{75,0} = \Theta_{75} - \Phi_{75,0} \tag{19}$$

sowie der im Folgenden benötigte Faktor (vgl. Bittner (2014, S. 60))

$$\frac{a \cdot z \cdot c}{4 \cdot \pi \cdot r} = \frac{c_{T,0}}{\alpha_{75,0}} \tag{20}$$

berechnet (Man könnte auch den einzigen unbekannten Parameter c - die mittlere Profiltiefe - ausrechnen, denn die Anzahl der Propellerblätter z ist bekannt.).

Die induzierte Geschwindigkeit $w_{i,f}$ kann nur für Sonderfälle (z.B. stationärer axialer Steig- und Sinkflug) analytisch berechnet werden. Für eine allgemeinere Berechnung, welche auch seitliche Anströmung der Propeller berücksichtigt, wird die Gleichung (s. Van der Wall (2015, S. 151)) iterativ mit dem Newton-Raphson-Verfahren gelöst. Hier wird anstelle der induzierten Geschwindigkeit mit der insgesamt senkrecht durch die Propellerebene gehenden Geschwindigkeit $w_{ges,f} = w_{i,f} + w_{Af}$ gerechnet:

$$(w_{i,f} + w_{Af})_{n+1} = w_{i,f,n} - \frac{f(w_{i,f,n})}{f'(w_{i,f,n})} , \quad n = 0, 1, 2, ... \tag{21}$$

mit

$$f = w_{i,f,n} - w_{Af} - \frac{w_{i0,f}}{\sqrt{u_{Af}^2 + w_{i,f,n}^2}} \quad \text{und} \quad f' = 1 + w_{i,f,n} \cdot \frac{w_{i0,f}^2}{\sqrt{u_{Af}^2 + w_{i,f,n}^2}^3}\,, \tag{22}$$

worin

$$u_{Af} = V_A \cdot \cos \alpha_M \tag{23}$$

die laterale Propelleranströmung ist und

$$w_{Af} = -V_A \cdot \sin \alpha_M \tag{24}$$

die senkrechte Komponente der Propelleranströmung ist. Als Startwert der Iteration wird $(w_{i,f} + w_{Af})_0 = w_{i0,f}$ gewählt. *Achtung: w_{Af} ist hier mit dem gleichen Vorzeichen wie in Van der Wall (2015) gewählt, das entspricht einem umgedrehten Vorzeichen gegenüber der LN 9300.*

Die somit berechnete induzierte Geschwindigkeit bzw. gesamte Geschwindigkeit besitzt im Sinkflug nur begrenzt Gültigkeit. Um das Wirbelringstadium des langsamen Sinkflug zu berücksichtigen wird im Folgenden noch ein Faktor mit der induzierten Geschwindigkeit multipliziert, sofern $\alpha_M > 0$ (Sinkflug).

Nach der Strahltheorie (Bittner 2014, Van der Wall 2015, S. 131 ff bzw. S. 51 ff) beträgt die induzierte Geschwindigkeit im stationären axialen langsamen Sinkflug (sowie Steigflug):

$$\frac{w_{i,Theo,f}}{w_{i0,f}} = -\frac{w_{Af}}{2 \cdot w_{i0,f}} + \sqrt{\left(\frac{w_{Af}}{2 \cdot w_{i0,f}}\right)^2 + 1}\,, \quad \text{wenn} \;\; w_{Af} \geq -2 \cdot w_{i0,f}\,. \tag{25}$$

Durch das von der Strahltheorie nicht erfasste Wirbelringstadium ist die induzierte Geschwindigkeit jedoch höher und beträgt nach einer experimentell entstandenen Formel (Van der Wall 2015, S. 137):

$$\begin{aligned} \frac{w_{i,Exp,f}}{w_{i0,f}} &= 1 - 2,25 \cdot \frac{w_{Af}}{2 \cdot w_{i0,f}} - 5,488 \cdot \left(\frac{w_{Af}}{2 \cdot w_{i0,f}}\right)^2 \\ &\quad - 13,744 \cdot \left(\frac{w_{Af}}{2 \cdot w_{i0,f}}\right)^3 - 10,48 \cdot \left(\frac{w_{Af}}{2 \cdot w_{i0,f}}\right)^4\,, \quad \text{wenn} \;\; -2 \cdot w_{i0,f} \leq w_{Af} < 0\,. \end{aligned} \tag{26}$$

Im Falle eines Sinkflug wird die induzierte Geschwindigkeit in diesem Bericht zu:

$$w_{i,sink,f} = w_{i,f} \cdot \frac{w_{i,Exp,f}}{v_{i,Theo,f}}\,. \tag{27}$$

Nun folgen zwei Umformungen, um die neue Winkelgeschwindigkeit ω berechnen zu können: In Gl. (16) - umgestellt nach dem benötigten Schub S_0 - wird für den Schubbeiwert nachstehende Gl. (28) - ähnlich Gl. (20) - eingesetzt:

$$c_T = \frac{a \cdot z \cdot c}{4 \cdot \pi \cdot r} \cdot (\Theta_{75} - \Phi_{75})\,. \tag{28}$$

Der induzierte Winkel Φ_{75} wird - ähnlich wie in Gl. (18) - mit der geometrischen Beziehung ersetzt:

$$\Phi_{75} = \arctan\left(\frac{w_{i,f} + w_{Af}}{0,75 \cdot r \cdot \omega}\right) . \tag{29}$$

Das Resultat ist nachstehende Gl. (30) für den (unveränderten) Schub

$$S_0 = \frac{a \cdot z \cdot c}{4 \cdot \pi \cdot r} \cdot \pi \cdot r^4 \cdot \rho \cdot \left(\Theta_{75} - \arctan\left(\frac{w_{i,f} + w_{Af}}{0,75 \cdot r \cdot \omega}\right)\right) \cdot \omega^2 , \tag{30}$$

in welcher die Winkelgeschwindigkeit ω die einzige Unbekannte ist. Da die Winkelgeschwindigkeit jedoch sowohl im Arkustangens als auch quadriert in der Gleichung auftaucht, wird eine iterative Lösung angestrebt. Hier wurde kein einfaches stabiles Iterationsverfahren gefunden. Deshalb wird die Matlab-Funktion `fsolve` verwendet. Die Gleichung hat aber mehrere Lösungen. Damit `fsolve` die gewünschte Lösung (positiv) berechnet, ist ein geeigneter Startwert erforderlich. Es wurde $3 \cdot \omega_0$ als Startwert gewählt. Das Ergebnis von `fsolve` ist sehr genau, das geht allerdings mit einer hohen Rechenzeit einher. Da die Funktion in der innersten Schleife des Matlab-Skripts steht, sorgt dies für eine deutliche Steigerung der gesamten Rechendauer.

Anschließend wird der lokale Anstellwinkel

$$\alpha_{75} = \Theta_{75} - \Phi_{75} \tag{31}$$

berechnet, welcher später noch verwendet wird.

Der Momentenbeiwert wird - ähnlich wie in Gl. (17) - neu berechnet:

$$c_Q = \frac{\rho}{4} \cdot \left(\frac{\bar{c}_{d0}}{2} + a \cdot \Phi_{75} \cdot (\Theta_{75} - \Phi_{75})\right) . \tag{32}$$

Mit Hilfe des Momentenbeiwerts, der neu berechneten Winkelgeschwindigkeit und der Motorkenndaten im Standbetrieb kann nun auf die neue Motorstromstärke sowie die neue Motorspannung über Verhältnisbildung geschlossen werden. Diese Verhältnisbildung soll hier nun zuerst erklärt werden.

Es wird von einem einfachen Motormodell (Drela 2007) ausgegangen:

$$I_{Mot} = Q \cdot K_V + I_0 , \tag{33}$$

$$U_{Mot} = \frac{\omega}{K_V} + R_i \cdot I_{Mot} . \tag{34}$$

Das Drehmoment hängt neben Konstanten vom Momentenbeiwert und von der Winkelgeschwindigkeit ab (Bittner 2014, S. 57)

$$Q \sim c_Q \cdot \omega^2 . \tag{35}$$

Bei der Berechnung der Motorstromstärke gelingt es, alle Konstanten (bis auf I_0) herauszukürzen (mit der Proportionalitätskonstanten k):

$$\frac{I_{Mot} - I_0}{I_{Mot,0} - I_0} = \frac{\cancel{k} \cdot c_Q \cdot \omega^2 \cdot \cancel{K_V}}{\cancel{k} \cdot c_{Q,0} \cdot {\omega_0}^2 \cdot \cancel{K_V}} \Rightarrow I_{Mot} = \frac{c_Q \cdot \omega^2}{c_{Q,0} \cdot {\omega_0}^2} \cdot (I_{Mot,0} - I_0) + I_0 . \tag{36}$$

Bei der Motorspannung kann maximal eine der beiden Konstanten K_V und R_i gekürt werden. Da keine Ungenauigkeit einer der beiden Konstanten bevorzugt werden soll, wird kein Kürzen vorgenommen:

$$U_{Mot} = U_{Mot,0} \cdot \frac{\frac{\omega}{K_V} + R_i \cdot I_{Mot}}{\frac{\omega_0}{K_V} + R_i \cdot I_{Mot,0}} \,. \tag{37}$$

4.5 Zustand der Motorregler

Das Modell zur Berechnung des Wirkungsgrades von bürstenlosen Gleichstrom-Motorreglern (ESC) stammt aus Lubrano (2016) und wird zudem in Beyer (2016*b*, S. 4) verwendet. Demnach lässt sich der Wirkungsgrad von ESCs wie folgt berechnen:

$$\eta_{ESC} = \begin{cases} 0,7 \cdot PWM + 0,50 & \text{wenn } \; 0 < PWM \leq 0,5 \\ 0,2 \cdot PWM + 0,75 & \text{wenn } \; 0,5 < PWM \leq 1 \\ \text{undefiniert} & \text{sonst,} \end{cases} \tag{38}$$

wobei die Pulsweitenmodulation

$$PWM = \frac{U_{Mot}}{U_{Bat}} \tag{39}$$

mit dem Spannungsverhältnis des ESCs berechnet wird.

4.6 Batteriezustand

Die wesentliche Zustandsgröße der Batterie ist der Entladestrom der Batterie I_{Bat}. Er setzt sich aus den Motorströmen zusammen, zusätzlich muss der Wirkungsgrad der ESC berücksichtigt werden (Beyer 2016*b*, S. 4):

$$I_{Bat} = I_{Mot} \cdot \frac{PWM}{\eta_{PWM}} \cdot n_{Prop} \,. \tag{40}$$

Die C-Rate $\dot{C}$ [1/h] wird zur Verlustberechnung sowie zur Begrenzung benötigt und wird berechnet mit:

$$\dot{C} = \frac{I_{Bat}\,[\mathrm{A}]}{C_{Bat}\,[\mathrm{As}]} \cdot 3600\,[\mathrm{s/h}] \,. \tag{41}$$

Die nutzbare Kapazität der Batterie sinkt mit steigender C-Rate gemäß

$$C_{Bat,Peukert} = C_{Bat} \cdot \left(\frac{1}{\dot{C}}\right)^{P_{Bat}-1} \quad \text{mit } P_{Bat} \geq 1 \,, \tag{42}$$

wobei der Verlust an Kapazität für $P_{Bat} = 1$ Null ist und umso größer wird, je größer P_{Bat} ist.

Die entnommene Kapazität nach der i-ten Flugphase mit der Flugzeit t_{Flug} wird berechnet mit:

$$\Delta C_{Bat,i} = I_{Bat} \cdot t_{Flug} + \Delta C_{Bat,i-1} \quad \text{mit } \; \Delta C_{Bat,0} = 0 \,. \tag{43}$$

Die verbleibende Restladung_i nach der i-ten Flugphase wird mit folgender Gleichung definiert:

$$\text{Restladung}_i\,[\%] = \frac{C_{Bat,Peukert} - \Delta C_{Bat,i}}{C_{Bat,Peukert}} \cdot 100\,\%\,, \tag{44}$$

wobei letztendlich die Restladung nach der letzten Flugphase von Interesse ist.

4.7 Werden Grenzen überschritten?

Es müssen verschiedene Grenzen berücksichtigt werden, bei denen ein Ergebnis verworfen wird:

- Restladung am Ende der Mission ist kleiner als Null (Kapazität der Batterie reicht nicht aus oder zu hohe Flugzeit),
- Motorspannung ist während einer Flugphase größer als die minimale Batteriespannung (zu hohe Winkelgeschwindigkeit im Steigflug erforderlich),
- Motorspannung ist während einer Flugphase kleiner/gleich Null (zu schneller Sinkflug),
- C-Rate ist größer als die maximale C-Rate (Entladestrom der Batterie ist höher als zulässig),
- Motorstrom ist höher als der maximale Motorstrom unter Dauerlast (zu hohes Drehmoment gefordert),
- lokaler Anströmwinkel überschreitet einen festgelegten Grenzwert von $\alpha_{max} = 10°$ (Strömungsabriss).

Bei einem gut ausgelegten Multicopter-System sind die real eintretenden Grenzen die erst- und zweitgenannnte Grenze. Sie begrenzen den möglichen Flugbereich auf zu niedrige und zu hohe Steiggeschwindigkeiten.

5 Vereinfachende Annahmen

5.1 Vernachlässigungen

Dynamische Effekte (translatorische Beschleunigen des Multicopters, rotatorische Beschleunigen der Propeller zum Störgrößenausgleich (v.a. Böen), rotatorische Beschleunigungen des Multicopters durch Ungenauigkeiten des Lagereglers) werden vernachlässigt. Dies ist kein konservativer Ansatz.

Es wurde keine elektrische Leistung zum Betrieb der Flugregelung und sonstiger elektrischer Komponenten berücksichtigt. Dies ist kein konservativer Ansatz.

Sowohl bei der Aerodynamik des Gesamtsystems als auch beim Propeller wurden Effekte wie Reynolds- und Machzahl vernachlässigt.

5.2 Vereinfachungen

Schub

Bei der Berechnung des Schubs wurde ein sehr einfaches aerodynamisches Modell verwendet. Das Gesamtsystem ist als eine Art Rotationsellipsoid vereinfacht.

Motorzustand aus Kennfeld im Schwebeflug interpolieren

Der erste Messpunkt der Interpolation beginnt bei 50 % Throttle, es wurde aber ein zusätzlicher Punkt bei 0 % Throttle hinzugefügt. Trotzdem sind im Teillastbereich die interpolierten Werte wenig zuverlässig. Auch im Bereich höherer Last wird ist die interpolierte Kennlinie etwas wellig und es wird somit zu Abweichungen kommen.

Motorzustand durch Steiggeschwindigkeit neu bestimmen

Bei der Berechnung des Schubs wurde eine induzierte Geschwindigkeit aus der Strahltheorie zugrunde gelegt. Diese kann jedoch nur von einem idealen Propeller erzeugt werden. Gerade bei schräger Anströmung weicht die induzierte Geschwindigkeit stark von der Strahltheorie ab (Van der Wall 2015, S. 226).

Außerdem wurde die Anströmung am Propeller stark idealisiert. Es wurde davon ausgegangen, dass der lokale Anstellwinkel bei 75 % für den gesamten Propeller repräsentativ ist, was abhängig von der Verwindung Fehler hervorrufen kann. Zudem kann der lokale Anstellwinkel durch die ungleichmäßig über den Radius verteilte induzierte Geschwindigkeit verändert sind (Van der Wall 2015, S. 186 ff). Zusätzlich wurden am Propeller die Wurzel und Propellerspitze ideal behandelt.

Zur Berechnung des neuen Motorzustands durch eine Steiggeschwindigkeit wurde ein Motormodell erster Ordnung mit konstanten Motorparametern zugrunde gelegt. Die Ergebnisse können somit nur als Abschätzung dienen.

Motorregler

Der Wirkungsgrad des Motorreglers ist sehr individuell. Hier wurde ein sehr einfaches Modell verwendet, bei dem der Wirkungsgrad ausschließlich von der PWM abhängig ist.

Batterie

Zwei wesentliche Einflussfaktoren, die im Batteriemodell unberücksichtigt sind, sind die Verluste durch Alterung und Temperatur. Jedoch ist es möglich, den Batterieverlust durch eine Änderung der Peukert-Konstante an die individuellen Verhältnisse anzupassen.

6 Ergebnisse

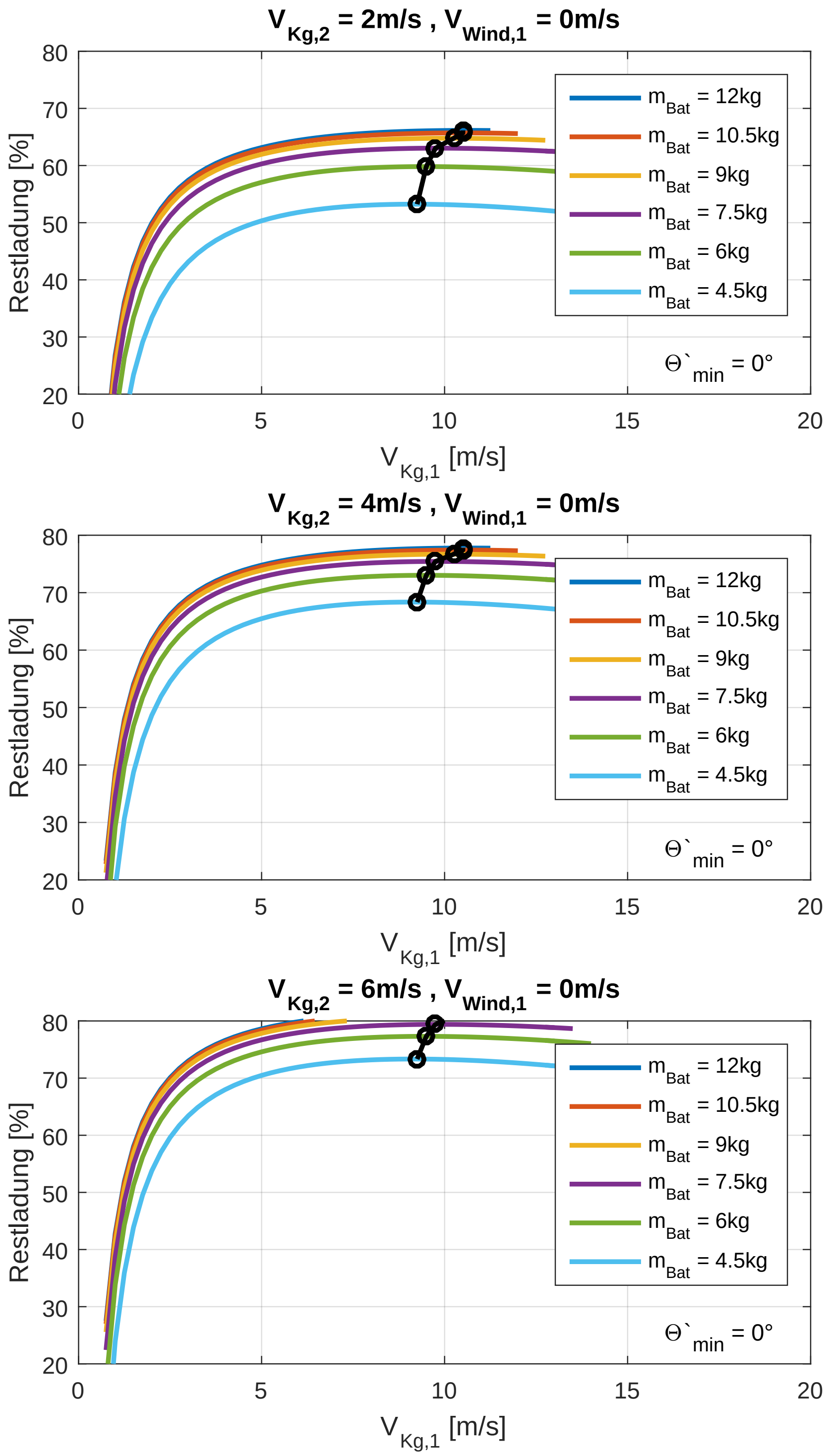

Abbildung 4: Restladung des Quadrocopters unter Variation der Batteriemasse in Abhängigkeit von der Steiggeschwindigkeit für den Beispiel-Quadrocopter und die Beispiel-Mission bei verschiedenen Sinkgeschwindigkeiten und keinen Seitenwind.

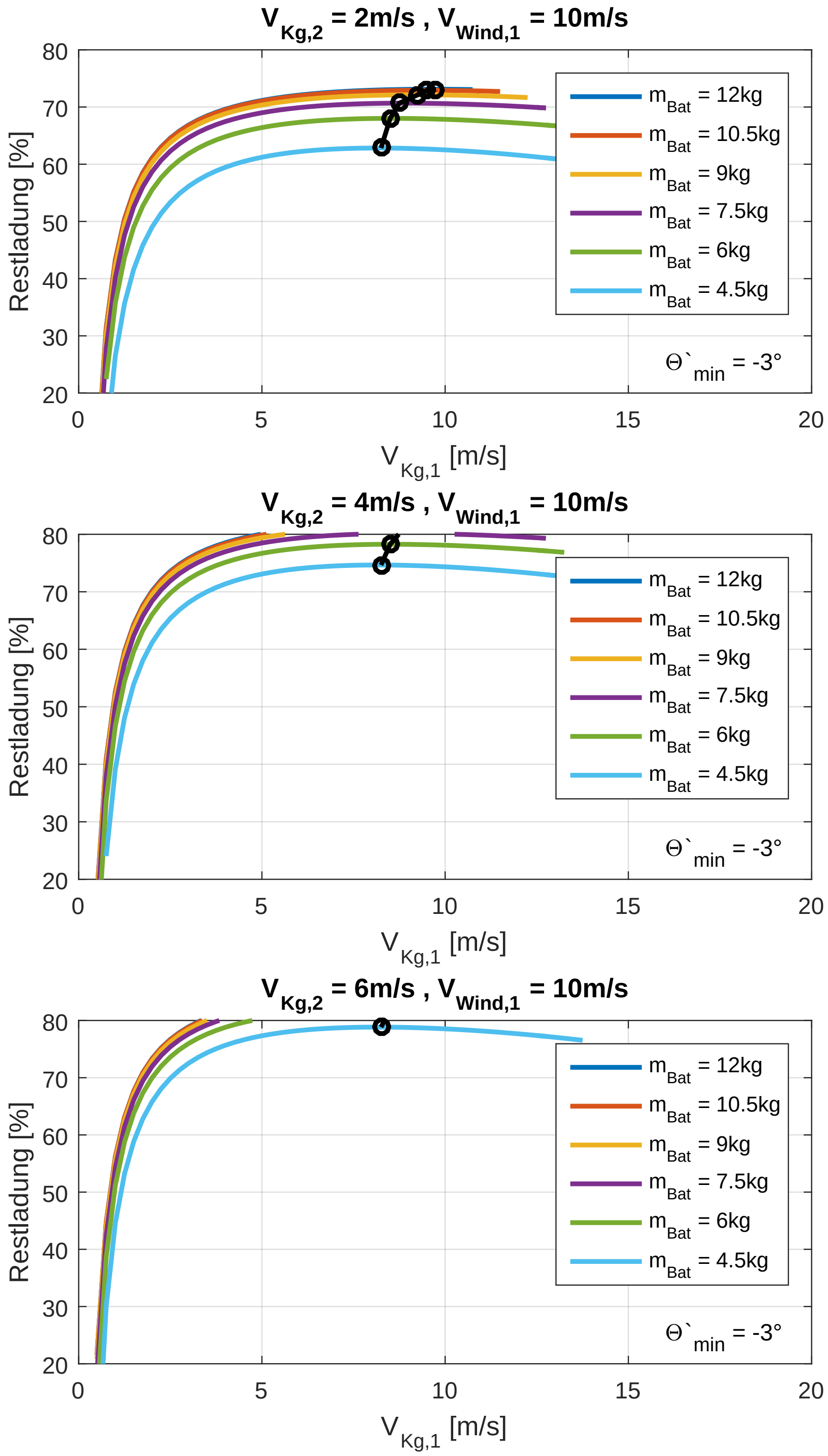

Abbildung 5: Restladung des Quadrocopters unter Variation der Batteriemasse in Abhängigkeit von der Steiggeschwindigkeit für den Beispiel-Quadrocopter und die Beispiel-Mission bei verschiedenen Sinkgeschwindigkeiten und Seitenwind von 10 m/s.

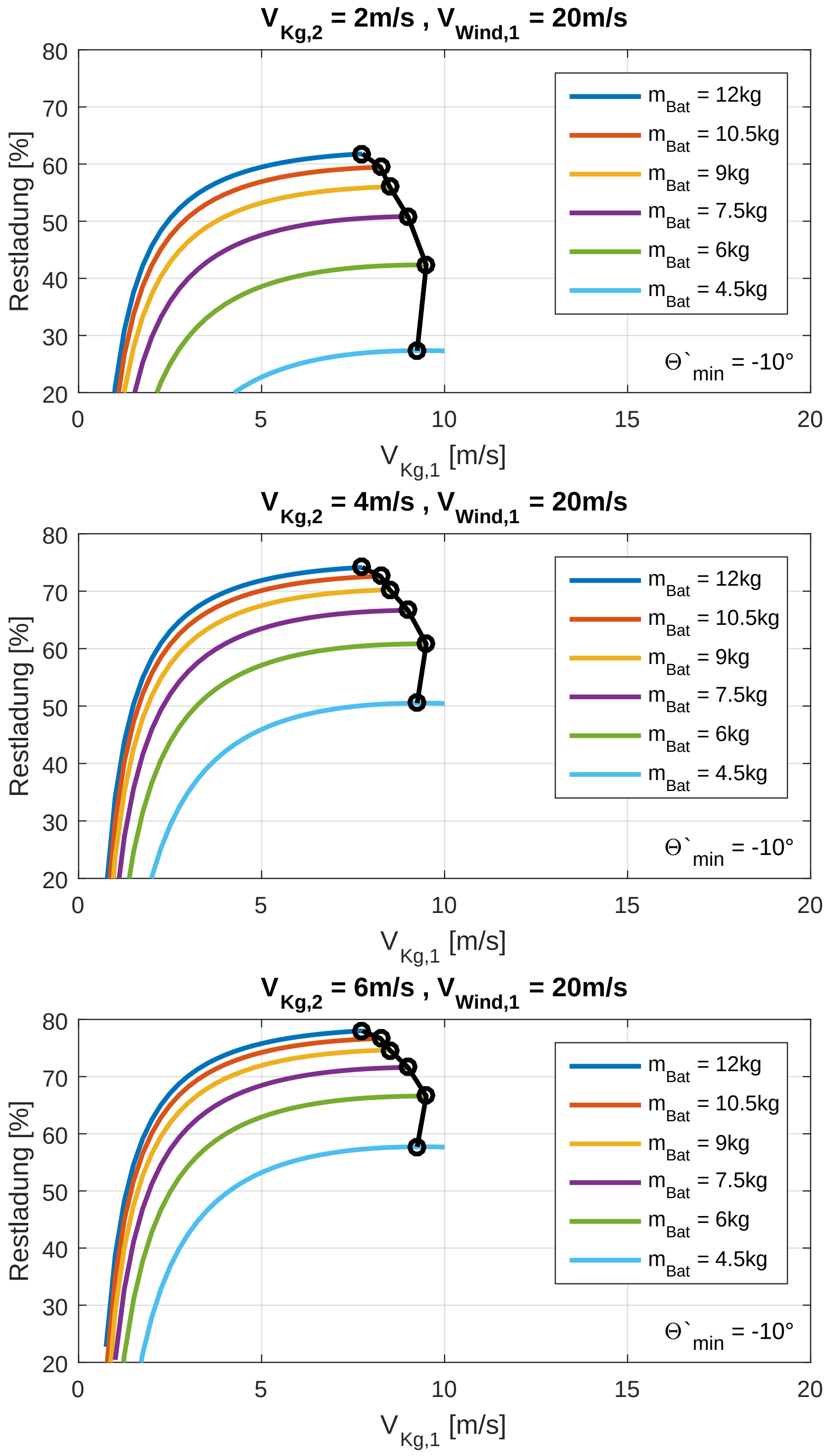

Abbildung 6: Restladung des Quadrocopters unter Variation der Batteriemasse in Abhängigkeit von der Steiggeschwindigkeit für den Beispiel-Quadrocopter und die Beispiel-Mission bei verschiedenen Sinkgeschwindigkeiten und Seitenwind von 20 m/s.

Alle dargestellten Diagramme in den Abb.en 4, 5 und 6 zeigen, dass die Restladung ein Maximum in Abhängigkeit von der zu optimierenden Steiggeschwindigkeit $V_{Kg,1}$ aufweist. Ist die Steiggeschwindigkeit kleiner, wird die Flugzeit erhöht. Bei sehr kleinen Steiggeschwindigkeiten ($V_{Kg,1} < 3m/s$, je nach Batteriemasse) beginnt dadurch die Restladung rapide abzunehmen - im Extremfall ist die Mission nicht mehr fliegbar. Ist die Steiggeschwindigkeit größer als das Optimum, steigt die benötigte Leistung durch die Erhöhung der Propellerdrehzahl und den vergrößerten Luftwiderstand überproportional an, sodass trotz der verkürzten Flugzeit ein höherer Energiebedarf vorliegt. Die Steiggeschwindigkeit ist nach oben hin durch die maximale Drehzahl begrenzt. Diese wird erreicht, wenn der Motor die gesamte Batteriespannung fordert. Bei starkem Seitenwind in Abb. 6 ist zu erkennen, dass die maximale Steiggeschwindigkeit so stark reduziert ist, dass sich bei allen größeren Batteriemassen kein Optimum mehr ausbildet. Das Maximum der Kurve ist in dem Fall die maximale Steiggeschwindigkeit. Der Grund hierfür ist der stark angestiegene Luftwiderstand.

Vergleicht man Abb. 4 (kein Seitenwind) mit Abb. 5 (10 m/s Seitenwind), so erkennt man, dass der Seitenwind für eine Erhöhung der Restladung sorgt. Dies mag zunächst widersprüchlich erscheinen, da der Quadrocopter im Fall mit Seitenwind bis zu $\Theta' = -3°$ geneigt ist und somit der Schub erhöht ist. Hinzu kommt ein Anstieg des Luftwiderstands. Dies wird jedoch durch eine verminderte Propellerleistung überkompensiert. Seitenwind wirkt sich auf die induzierte Geschwindigkeit ähnlich positiv aus wie der Bodeneffekt, d.h. für den gleichen Schub ist weniger Leistung notwendig (Van der Wall 2015, S. 117). Unberücksichtigt bleiben jedoch dynamische Effekte, die sich bei Seitenwind durch Boen verstärkt ergeben könnten (vgl. Abschn. 5.1). Die Berechnung hier erfolgt stationär.

Vergleicht man den Einfluss der Sinkgeschwindigkeit ($V_{Kg,2}$), so fällt auf, dass die Restladung bei 6 m/s stets am höchsten ausfällt. Auch hier kann wieder mit der verkürzten Flugzeit argumentiert werden. Die Sinkgeschwindigkeit ist jedoch nicht beliebig hoch zu wählen, da sich instabile Flugzustände ergeben können.

Zuletzt bleibt der Einfluss der Batteriemasse zu erläutern. Eine erhöhte Batteriemasse sorgt bei allen betrachteten Batteriemassen stets für eine Erhöhung der Restladung. Dies deckt sich mit Untersuchungen von Neitzke (2013). Nach seiner Theorie wird die Flugzeit im stationären Schwebeflug eines Multicopters solange erhöht, bis die Batteriemasse doppelt so groß wie die Masse des Multicopters ohne Batterie ist. Das Szenario ist zwar ein anderes, es zeigt jedoch die grobe Richtung. Die hier untersuchten Batteriemassen sind alle kleiner als die Quadrocoptermasse ohne Batterie.

7 Validierung

Das Modell wurde bisher nicht validiert.

Literatur

Abdilla, A., Richards, A. & Burrow, S. (2015), Power and Endurance Modelling of Battery-Powered Rotorcraft, *in* '2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)'.

Beyer, Y. (2016*a*), Flugmechanische Modellierung von Multicopter-Systemen in MATLAB/-Simulink, Studienarbeit, TU Braunschweig, Braunschweig.

Beyer, Y. (2016*b*), Optimization of the Propulsion Group of an Electric MAV Focusing on Battery and Variable-Pitch Propellers, Studienarbeit, ISAE-SUPAERO, Toulouse.

Bittner, W. (2014), *Flugmechanik der Hubschrauber*, Technologie, das flugdynamische System, Hubschrauber, Flugstabilitäten, Steuerbarkeit, 4. Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Kirchseeon.

Drela, M. (2007), First-order dc electric motor model, Technical report, MIT, USA.

Lubrano, A. (2016), Optimisation de la chaîne propulsive d'un micro drone avion ou VTOL, student research project, ISAE-SUPAERO.

Neitzke, K.-P. (2013), Rotary Wing Micro Air Vehicle Endurance, Technical report, University of Applied Science, Nordhausen, Germany.

T-Motor (2013), 'U-Power Series Motors: U11', Website. Unter `http://www.rctigermotor.com/html/2013/Power-Type_0928/93.html` [abgerufen am: 10. Oktober 2016].

Traub, L. W. (2016), 'Calculation of Constant Power Lithium Battery Discharge Curves', *Batteries* .

Van der Wall, B. G. (2015), *Grundlagen der Hubschrauber-Aerodynamik*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Braunschweig.