Simpel Harmonisk bevægelse (Opgaven skal så vidt det er muligt løses med SymPy)

Vi vil senere i kurset se, at for en simpelt harmonisk bevægelse gælder, at et legemes stedkoordinat varierer i tid t som

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$$

A er bevægelsens maximale udsving, ω er vinkelhastigheden, og φ er en fasekonstant (vælg denne til 0 i opgaven for simpelhedens skyld). Denne bevægelse forekommer for eksempel for et legeme med massen m, som er udsat for en fjederkraft givet ved

$$F = -kx$$

hvor k er en konstant, benævnt kraftkonstanten.

- a) Find et udtryk for legemets hastighed v som funktion af tiden.
- b) Find et udtryk for legemets acceleration a som funktion af tiden.
- c) Benyt Newtons anden lov og vis at der må gælde at

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Vi skal senere se at sammenhængen mellem kraft og potentiel energi U er

$$F = -\frac{dU}{dx}$$

d) Find et udtryk for *U* som funktion af stedet *x*.

Legemets kinetiske energi er

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

- e) Find tider ved hvilke K = U. Hvilke x-værdier svarer det til?
- f) Find et udtryk for den gennemsnitlige potentielle energi over tid og et for den gennemsnitlige kinetiske energi over tid. Er de ens?
- g) Afbild x, v og a som funktion af tiden. Vælg selv talværdier for A, ω og tidsintervallet.
- h) Afbild K som funktion af tiden, idet en værdi for m vælges.
- i) Afbild U som funktion af tiden. Bemærk at U er størst, når K er nul og mindst, når K er maksimal.
- j) Summen af K og U kaldes den mekaniske energi E. Afbild E som funktion af tiden. Bemærk at E er konstant.
- k) Afbild U som funktion af x på intervallet fra A til A.
- I) Afbild K som funktion af X på intervallet fra A til A. Hint: Husk at E er konstant (uafhængig af t og dermed også af X), og at K er nul, når U er størst.
- m) Bed SymPy om en rækkeudvikling af v omkring t=0. Medtag de første femten led. Tag differencen mellem v fra spgm. a) og rækkeudviklingen og vis resultatet som funktion af t. Til hvilken tid går det galt?