

Calculus beta - Ugeseddel 6

Undervisningsmaterialet til 6. uge

I kursets sjette uge, 4/10-10/10, gør vi os færdige med differential- og integralregningen for funktioner af 2 eller flere variable. Det drejer sig især om planintegraler for funktioner af 2 variable. Det tilhørende undervisningsmateriale er afsnittene

- 4.2 Planintegraler,
- 4.2.1 Områder af type I,
- 4.2.2 Områder af type II,
- 4.2.3 Planintegraler i polære koordinater, og
- 4.3 Integration med flere variable

fra undervisningsmaterialet. Opgaverne, der knytter sig til disse afsnit, skal behandles i løbet af kursets 7. uge, og vil blive stillet på Ugeseddel 7.

Opgaver til TØ og Matlab i 6.uge, 4/10-10/10

- Øvelserne (3.80) og (3.83) i undervisningsmaterialet.

Øvelse U18 Når $x = 1$, måles y -værdien til at være 1. Når $x = 2$, måles y -værdien til at være 11. Når $x = 3$, måles y -værdien til at være 28. Når $x = 4$ måles y -værdien til at være 45. Når $x = 5$ måles y -værdien til at være 75, og til sidst, når $x = 6$ måles y -værdien til at være 102.

Hvilket valg af a, b vil få disse måleresultater til at passe bedst med, at sammenhængen mellem x og y er givet ved formlen

$$y = ax^2 + b ?$$

- Øvelse (4.4) fra undervisningsmaterialet.

Øvelse U19 Lad $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ være funktionen,

$$f(x, y) = e^{x^2+y^2-4x-6y+13} .$$

a) Find de partielle afledede af funktionen f , og angiv:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = (2x - \boxed{})e^{x^2+y^2-4x-6y+13} .$$

Skriv dit svar, et helt tal mellem 0 og 99.

b) Find det kritiske punkt (x_0, y_0) og angiv andenkoordinaten:

$$y_0 = \boxed{} .$$

Skriv dit svar, et helt tal mellem 0 og 99.

c) Beregn den kritiske værdi af f :

$$= \boxed{} .$$

Skriv dit svar, et helt tal mellem 0 og 99.

- d) Beregn de dobbelt partielle afledede og angiv:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x_0, y_0) = \boxed{} .$$

Skriv dit svar, et helt tal mellem 0 og 99.

- e) Udregn teststørrelsen D i andenordenskriteriet:

$$D = \boxed{} .$$

Skriv dit svar, et helt tal mellem 0 og 99.

- f) Om det kritiske punkt gælder en af følgende alternativer:

Skriv nummeret på dit svar:

- [1] Det er et lokalt minimum.
- [2] Det er et lokalt maksimum.
- [3] Det er et saddepunkt.
- [4] Det er ingen af de tre foregående, altså hverken [1], [2] eller [3].

Angiv det rigtige:

$$\boxed{} .$$

Skriv dit svar, et helt tal mellem 1 og 4.

Opgave U20 I denne opgave betragtes funktionen

$$f(x, y) = (2x + 5y)^2 .$$

- a) Beregn de partielle afledede af funktionen f , og angiv gradienten $\nabla f(x, y)$.
- b) Find enhedsvektoren \bar{u} , der danner vinklen $\frac{\pi}{3}$ med x -aksen.
- c) Udregn den retningsafledede af f i punktet $(1, 1)$ i retningen af enhedsvektoren \bar{u} fundet i b).
- d) Find den enhedsvektor $\bar{v} = (v_1, v_2)$, der giver den største retningsafledede af f i punktet $(1, 1)$.
- e) Bestem værdien af den største retningsafledede af f i punktet $(1, 1)$.

Opgave U21 I denne opgave betragtes funktionen

$$f(x, y) = x^2 y^2 .$$

Find alle kritiske punkter for f og afgør for hver af dem, om det er et lokalt minimumspunkt, et lokalt maksimumspunkt eller et saddepunkt.

Opgave U22 Lad D være delmængden af \mathbb{R}^2 bestående af de talpar (x, y) hvor den numeriske værdi af x ikke er større end den numeriske værdi af y ; altså

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq |y|\} .$$

Find det reelle tal a som opfylder, at punktet $(a, 2|a|)$ ikke er et indre punkt i D .

6. obligatoriske afleveringsopgave

Opgaven består af to dele. Den første halvdel er

Sci2u-opgaven 6a

som kan tilgås fra kursets hjemmeside:

Ugesedler 0-7 → Uge 6 → sci2u-aflevering 6a.

Denne on-line opgave har deadline søndag d. 17/10 kl. 23.59; dvs. at den skal være løst og godkendt inden dette tidspunkt. Opgaven er først godkendt når man i opgaven ser

Status in BrightSpace: Passed

Jeg gør opmærksom på, at deadline bliver overholdt strengt, og at man ikke kan få godkendt 6. obligatoriske afleveringsopgave hvis ikke 5a bliver godkendt inden deadline.

Den anden halvdel af anden obligatoriske afleveringsopgave kaldes 6b og består af nedenstående

Øvelse U23

Opgave 6b (= Øvelse U23) skal besvares skriftligt og afleveres til TØ-instruktoren.

Opgave U23 I denne opgave betragtes

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 2 - x^2\},$$

som er en delmængde af planen \mathbb{R}^2 . Desuden betragtes funktionen

$$f(x, y) = xy - x.$$

- a) Lav en skitse af D og marker D 's randpunkter.
- b) Find det kritiske punkt for f , og afgør om det er et lokalt maksimumspunkt, et lokalt minimumspunkt eller et saddepunkt.
- c) Gør rede for, at f antager såvel en største som en mindste værdi på D .
- d) Find den største og den mindste værdi som f antager på D . Forklar din metode.
- e) For ethvert tal $a > 0$ sætter vi

$$D_a = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 2 - ax^2\}.$$

Find det naturlige tal a , som opfylder at $(\frac{1}{2}, 1)$ er et randpunkt for D_a .

$$a = \boxed{}.$$

Skriv dit svar, et helt tal mellem 0 og 99.

Opgave 6b (= Opgave U23) skal besvares skriftligt og afleveres til TØ-instruktoren.

Oversigtsforelæsning

I uge 6 afholdes denne mandag d. 4/10, kl. 13.15-14.00 i Aud. E.

21. september 2021; Institut for Matematik; Klaus Thomsen.