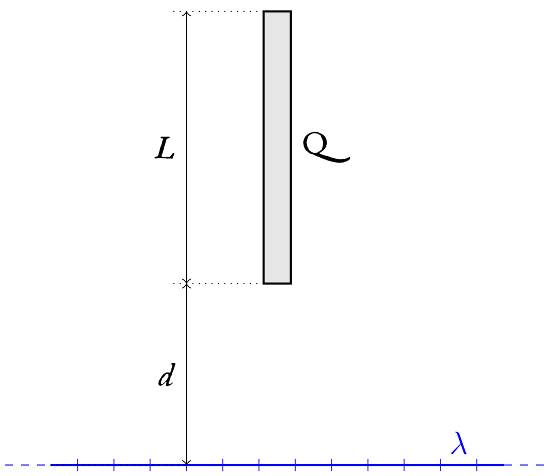
Una barra de longitud L se encuentra en dirección perpendicular a una carga lineal uniforme e infinitamente larga de densidad de carga λ $\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}}$.
El extremo más próximo de la barra a la carga lineal dista de esta la longitud d.
La barra posee una carga total Q distribuida uniformemente en toda su longitud.
Determinar la fuerza que la carga lineal ejerce sobre la barra.



Planteamiento

La ley de Gauss relaciona el flujo eléctrico que atraviesa una superficie cualquiera cerrada S con la carga encerrada por la misma:

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

Por otro lado, la fuerza se relaciona con el campo eléctrico como:

$$d\vec{F} = \vec{E}\,dq$$

Solución

Primero se calcula el campo eléctrico generado por el hilo infinito de la siguiente manera:

Como la línea cargada se encuentra sobre el eje X, por simetría el campo eléctrico será radial y dependerá únicamente de la distancia a la línea. Aplicando la Ley de Gauss a una superficie cilíndrica de radio r y longitud L' coaxal con la línea:

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \int_{lat} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \int_{tapas} \vec{E}\cdot d\vec{S} = E(2\pi r L') + 0$$

$$Q_{enc} = \lambda L'$$

Igualamos:

$$E(2\pi r L') = \frac{\lambda L'}{\varepsilon_0} \implies E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

Vectorialmente:

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 y}\vec{j} \quad \left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\right]$$

Por otro lado, calculamos la fuerza como:

$$\vec{F} = \int d\vec{F}$$

Donde:

$$d\vec{F} = \vec{E}\, dq$$

Y:

$$dq = \frac{Q}{L}\, dy$$

distribución lineal del segmento vertical finito