

## **REPONSES AUX QUESTIONS DE L'ACTIVITE EQUATION DIFFERENTIELLE**

### **Partie 1: Modélisation et compréhension mathématique**

1. L'équation différentielle avec les valeurs du problème :

$$dP/dt = r * P * (1 - P/K)$$

$$dP/dt = 0.05 * P * (1 - P/100000)$$

2. Interprétation :

- Au début (P petit) :  $P/K \approx 0$ , donc  $dP/dt \approx 0.05 * P$ , donnant une croissance exponentielle
- À la fin (P proche de K) :  $P/K \approx 1$ , donc  $dP/dt \approx 0$ , menant à une saturation

3. Équation d'Euler (discrétisation) :

$$P(t + dt) = P(t) + dt * r * P(t) * (1 - P(t)/K)$$

4. L'implémentation Python est réalisée avec un pas  $dt = 1$  jour, permettant une bonne précision.

### **Partie 2: Étude de la précision**

1. Cohérence de la solution :

- La forme exponentielle au début correspond à la forte croissance initiale
- La saturation progressive vers K montre le ralentissement naturel de la croissance

2. La fonction analytique est implémentée :

$$P(t) = K / (1 + ((K-P_0)/P_0) * \exp(-r*t))$$

3. Comparaison MSE :

- La MSE entre Euler et analytique est faible, montrant la précision de l'approximation
- Les différences sont plus importantes aux points d'inflexion

4. Les courbes montrent une très bonne correspondance entre les deux méthodes.

### **Partie 3: Application sur données réelles**

1. La courbe des utilisateurs réels montre des variations non prévues par le modèle théorique.
2. Points de saturation :

- Saturation (95%) : ~jour 150
  - 50% saturation : ~jour 95
3. MSE par intervalles :
- 0-30 jours : Bonne correspondance
  - 30-90 jours : Écarts croissants
  - 90-180 jours : Divergences significatives
  - 180-365 jours : Écarts importants
4. Les trois courbes montrent des différences significatives entre prédictions et réalité.
5. Raisons des écarts :
- Saisonnalité non modélisée
  - Effets des campagnes marketing
  - Événements externes
  - Effet de réseau
  - Variations dans l'efficacité d'acquisition
6. Nouvelles hypothèses :
- Taux de croissance variable
  - Impact saisonnier
  - Effet des campagnes marketing
  - Facteur viral
  - Segmentation utilisateurs
7. Le modèle modifié améliore la précision des prédictions.

#### **Partie 4: Business Model**

1. Rentabilité du business model : Oui, le modèle est rentable car :
- Revenu par utilisateur (11.99€) > Coût d'acquisition (10€)
  - Économies d'échelle sur les serveurs (2000 utilisateurs/serveur)
  - Marge brute positive
  - Point mort atteint rapidement
2. Hypothèses manquantes :
- Taux de churn
  - Coûts de support client
  - Coûts de développement
  - Coûts salariaux
  - Taux de conversion
  - Frais bancaires
  - TVA et taxes
  - Coûts opérationnels
  - Saisonnalité
  - Impact concurrentiel

- Coûts de maintenance
- Durée moyenne d'engagement client
- Coûts d'infrastructure évolutifs
- Budget formation et documentation