DEC-MESTFP **2022**

BREVET D'ETUDES DU PREMIER CYCLE SESSION NORMALE

EPREUVE : MATHÉMATIQUES

DUREE : 2 H

COEF : MC : 3 ; ML : 2

SUJET

Contexte : un entrepreneuriat agricole.

Nouvellement sorti d'un lycée agricole, Glégnon fait ses premiers pas dans l'agriculture. Il a hérité d'un domaine qu'il a fait morceler en des lots d'un hectare chacun. Sur chaque lot, il est cultivé un seul produit vivrier. Les produits vivriers qu'il cultive dans sa ferme sont consignés dans le tableau ci-après. (Plusieurs lots peuvent être occupés par un même produit vivrier).

Produit vivrier	Igname	Maïs	Manioc	Soja	Total
Nombre d'hectares occupés	12	14	16	6	48
Fréquence (en %)		43,75			100

La ferme est délimitée par un quadrilatère $EFGH$. Pour satifaire les besoins en eau dans la ferme, un puits de forme cylindrique a été creusé.

Sèdjro, jeune frère de Glégnon, élève en classe de troisième, a visité la ferme. Il s'est intéressé aux statistiques relatives aux produits vivriers, à la profondeur du puits et à l'aire de la surface du domaine de la ferme.

Tâche

Tu es invité(e) à apporter des réponses aux préoccupations de Sèdjro en résolvant les trois problèmes suivants.

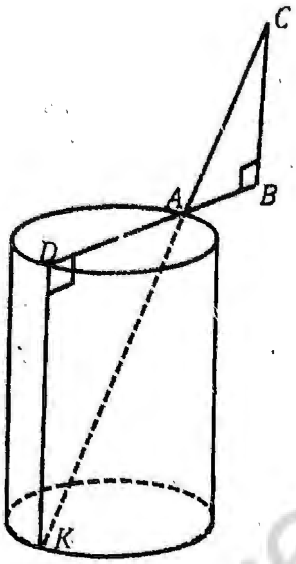
Problème 1

1- Reproduis et complète le tableau ci-dessus.
2- Détermine le mode de cette série statistique.
3- Construis le diagramme semi-circulaire de cette série statistique.

(Page suivante)

Problème 2

Le puits creusé est représenté par le cylindre de la figure ci-après. Le segment $[AD]$ est un diamètre du cylindre, DK sa hauteur et B un point de la demi-droite $[DA)$. Les points C, A et K sont alignés.



On donne:

$AD = 1{,}5\ m$

$AB = 0{,}3\ m$

$BC = 4\ m$

4- Démontre que les droites (BC) et (DK) sont parallèles.

5- a) Démontre que les triangles ABC et ADK sont semblables.

b) Justifie que $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AK} = \frac{BC}{DK}$.

6- Détermine alors la profondeur du puits.

Problème 3

Le plan contenant la surface de la ferme est rapporté à un repère orthonormé (O, I, J) et on a : $\overrightarrow{OE} = x\,\overrightarrow{OI} + 3\,\overrightarrow{OJ}$, $\overrightarrow{OF} = \overrightarrow{OI} - \overrightarrow{OJ}$, $\overrightarrow{OG} = 9\,\overrightarrow{OI} + 5\,\overrightarrow{OJ}$, $\overrightarrow{OH} = 6\overrightarrow{OI} + 9\,\overrightarrow{OJ}$. L'unité de longueur est l'hectomètre et $x \in [-2; 9[$. Le quadrilatère $EFGH$ est tel que les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EH}$ sont orthogonaux.

7- a) Justifie que $\overrightarrow{EF}(1 - x; -4)$ et $\overrightarrow{EH}(6 - x; 6)$.

b) Déduis-en la relation : $x^2 - 7x - 18 = 0$.

8- a) Développe, réduis et ordonne le polynôme $(t + 2)(t - 9)$ suivant les puissances décroissantes de t.

b) Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation $x^2 - 7x - 18 = 0$.

c) Déduis-en que $x = -2$.

9- a) Démontre que $EFGH$ est un rectangle.

b) Détermine l'aire de la surface du domaine de la ferme.

BONNE CHANCE !

BEPC (SESSION DE JUIN 2022)

GRILLE ET NORMES DE CORRECTION DE L'EPREUVE DE MATHEMATIQUES

<table>
<tr><th rowspan="2">N°</th><th rowspan="2">ELEMENTS DE REPONSES</th><th>Capacité "Analyser"</th><th>Capacité "Mathématiser"</th><th>Capacité "Opérer"</th><th rowspan="2">Total</th></tr>
<tr><th>Le candidat</th><th>Le candidat</th><th>Le candidat</th></tr>
<tr><td></td><td>Probleme1</td><td>04CA (04pts)</td><td>04CM (08pts)</td><td>16CO (16pts)</td><td>28pts</td></tr>
<tr><td>1-</td><td>Reproduisons et complétons le tableau.

Désignons respectivement par E_m et F_m l'effectif et la fréquence (en %) d'une modalité de rang m. On a :
$F_m = \frac{E_m \times 100}{N}$ et $E_m = \frac{N \times F_m}{100}$, où N désigne l'effectif total de la population. Ainsi,
- le nombre d'hectares correspondant à la cuture du maïs est $E_2 = 21$;
- les fréquences, en pourcentage, des domaines réservés à l'igname et au soja sont respectivement $F_1 = 25$ et $F_4 = 12$
En outre, le nombre d'hectares correspondant à la cuture du manioc est $E_3 = N - (E_1 + E_2 + E_4) = 9$ et sa fréquence en pourcentage est $F_3 = 18,5$.
On a le tableau :
<table>
<tr><td>Produit vivrier</td><td>Igname</td><td>Maïs</td><td>Manioc</td><td>Soja</td><td>Total</td></tr>
<tr><td>Nombre d'hectares occupés</td><td>12</td><td>21</td><td>9</td><td>6</td><td>48</td></tr>
<tr><td>Fréquence (en%)</td><td>25</td><td>43,75</td><td>18,75</td><td>12,5</td><td>100</td></tr>
</table></td><td>• identifie le tableau des effectifs et des fréquences

1pt</td><td>• utilise $F_m = \frac{E_m \times 100}{N}$, $E_m = \frac{N \times F_m}{100}$

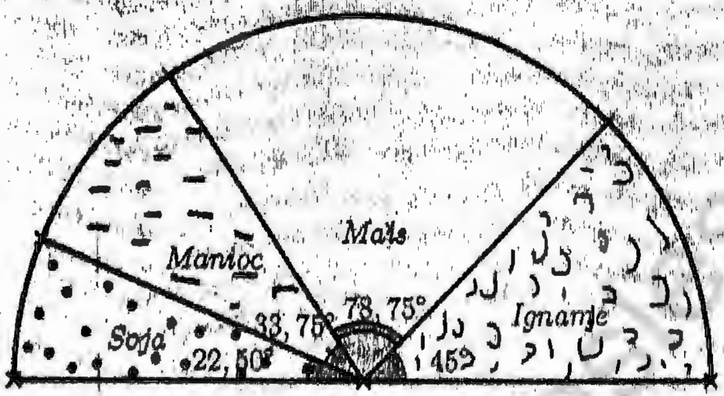
2pts

$E_3 = N - (E_1 + E_2 + E_4)$

2pts</td><td>• trouve :
$E_2 = 21$; $E_3 = 9$;
$F_1 = 25$; $F_3 =$ 18.5 et $F_4 = 12,5$

5pts

• trouve le tableau
1pt</td><td>11pts</td></tr>
<tr><td>2-</td><td>Déterminons le mode de cette série statistique.
L'effectif le plus élevé est 21 et la modalité correspondante est Maïs.
Donc le mode de cette série statistique est Maïs.</td><td>• identifie le tableau</td><td>• utilise la définition du mode d'une série statistique</td><td>• trouve le résultat</td><td></td></tr>
</table>

3-	**Construisons le diagramme semi - circulaire de cette série statistique.** Soit α_m la mesure en degré de l'angle du secteur représentant le produit vivrier de rang m. On a : $\alpha_m = \frac{E_m \times 180}{N}$, où N désigne l'effectif total. On trouve pour la modalité : - Igname : $\alpha_1 = 45$; - Maïs : $\alpha_2 = 78{,}75$; - Manioc : $\alpha_3 = 33{,}75$; - Soja : $\alpha_4 = 22{,}50$. On a alors le diagramme semi-circulaire :  	• identifie les effectifs des modalités || 2pts	• utilise la formule : $\alpha_m = \frac{E_m \times 180°}{N}$ | 2pts	• trouve : $\alpha_1 = 45$; $\alpha_2 = 78{,}75$; $\alpha_3 = 33{,}75$ et $\alpha_4 = 22{,}50$. |||| 4pts • construit le diagramme semi-circulaire |||| 4pts	12pts
	Problème 2	05CA (05pts)	04CM(08pts)	09CO(09pts)	22pts
4-	**Démontrons que les droites (BC) et (DK) sont parallèles.** Les droites (DK) et (BC) sont toutes perpendiculaires à la droite (BD) dans le plan (ABC). D'où les droites (BC) et (DK) sont parallèles.	* identifie les (DK), (BC) et (BD) | 1pt	• utilise une méthode convenable |	• Conclut ||	

5- a)	**Démontrons que les triangles ABC et ADK sont semblables.** Les triangles ABC et ADK sont rectangles respectivement en B et en D. Alors on a : $mes\widehat{ABC} = mes\widehat{ADK}$ (1). Les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{DAK}$ sont opposés par le sommet A. Donc $mes\widehat{BAC} = mes\widehat{DAK}$) (2). De (1) et (2), les triangles ABC et ADK sont semblables.	• identifie les triangles ABC et ADK | **1pt**	• utilise une méthode appropriée | **2pts**	• Conclut || **2pts**	**5pts**
5- b)	**Justifions que $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AK} = \frac{BC}{DK}$.** Les triangles ADK et ABC sont semblables. Les sommets A, D et K ont respectivement pour homologues les sommets A, B et C. D'où $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AK} = \frac{BC}{DK}$.	• identifie les triangles ABC et ADK | **1pt**	• utilise une méthode appropriée | **2pts**	• conclut || **2pts**	**5pts**
6-	**Déterminons la profondeur du puits.** On a : $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DK}$ alors $DK = \frac{AD \times BC}{AB}$ $DK = \frac{1{,}5 \times 4}{0{,}3} m$. Ainsi $DK = 20m$. Par conséquent, la profondeur du puits est de $20\ m$.	• Identifie -DK -le résultat $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AK} = \frac{BC}{DK}$. || **2pts**	• écrit $DK = \frac{AD \times BC}{AB}$ | **2pts**	• trouve : $DK = 20m$ || **2pts** • conclut que la profondeur du puits est de $20\ m$. | **1pt**	**7pts**

	Problème	11CA(11pts)	7CM(14pts)	15CO(15pts)	40pts
7- a)	**Justifions que $\overrightarrow{EF}(1-x;-4)$ et $\overrightarrow{EH}(6-x;6)$.** On a : $\overrightarrow{OE} = x\overrightarrow{OI} + 3\overrightarrow{OJ}, \overrightarrow{OF} = \overrightarrow{OI} - \overrightarrow{OJ},$ $\overrightarrow{OH} = 6\overrightarrow{OI} + 9\overrightarrow{OJ}$ *donc* $E(x;3)$; $F(1;-1)$ et $H(6;9)$. $\overrightarrow{EF}(x_F - x_E; y_F - y_E)$ alors $\overrightarrow{EF}(1-x;-4)$. $\overrightarrow{EH}(x_H - x_E; y_H - y_E)$ alors $\overrightarrow{EH}(6-x;6)$.	• identifie : $\overrightarrow{OE} = x\overrightarrow{OI} + 3\overrightarrow{OJ}, \overrightarrow{OF} = \overrightarrow{OI} - \overrightarrow{OJ},$ $\overrightarrow{OH} = 6\overrightarrow{OI} + 9\overrightarrow{OJ}$ **2pts**	• utilise une méthode appropriée **2pts**	• trouve $\overrightarrow{EF}(1-x;-4)$ *et* $\overrightarrow{EH}(6-x;6)$ **2pts**	**06pts**
7- b)	**Déduisons la relation: $x^2 - 7x - 18 = 0$.** Le repère (O, I, J) étant orthonormé, « les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EH}$ sont orthogonaux » équivaut successivement à : $x_{\overrightarrow{EF}} \times x_{\overrightarrow{EH}} + y_{\overrightarrow{EF}} \times y_{\overrightarrow{EH}} = 0.$ $(1-x)(6-x) - 4 \times 6 = 0.$ $x^2 - 7x - 18 = 0.$ D'où la relation : $x^2 - 7x - 18 = 0.$	• Identifie - les composantes des vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EH}$ -le repère orthonormé **2pts**	• utilise la condition d'orthogonalité de deux vecteurs. **2pts**	• trouve : l'égalité $x^2 - 7x - 18 = 0.$ **1pt**	**05pts**
8- a)	**Développons, réduisons et ordonnons le polynôme $(t+2)(t-9)$ suivant les puissances décroissantes de t.** On a: $(t+2)(t-9) = t^2 - 9t + 2t - 18.$ Alors $(t+2)(t-9) = t^2 - 7t - 18.$	• identifie $(t+2)(t-9)$ **1pt**	• utilise une méthode appropriée pour développer l'expression. **2pts**	• trouve $(t+2)(t-9) = t^2 - 7t - 18$ **2pts**	**05pts**
8- b)	**Résolvons dans $\mathbb{R}$, l'équation $x^2 - 7x - 18 = 0$.** On a : $(t+2)(t-9) = t^2 - 7t - 18.$ Donc $x^2 - 7x - 18 = (x+2)(x-9).$ $x^2 - 7x - 18 = 0$ équivaut successivement à : $(x+2)(x-9) = 0$ $x + 2 = 0$ *ou* $x - 9 = 0$ $x = -2$ *ou* $x = 9$	• identifie l'équation $x^2 - 7x - 18 = 0$	• utilise une méthode appropriée pour résoudre l'équation $x^2 - 7x - 18 = 0$ dans $\mathbb{R}$	• trouve les solutions de l'équation	

	L'ensemble S des solutions de l'équation $x^2-7x-18=0$ dans $\mathbb{R}$ est : S= $\{-2; 9\}$.	1pt	2pts	2pts	05pts
8- c)	**Déduisons-en que $x=-2$.** $x^2-7x-18=0$ équivaut à $x=-2$ *ou* $x=9$ or $x\in[-2;9[$ donc $x=-2$.	• identifie : $x\in[-2;9[$; les solutions de l'équation $x^2-7x-18=0$ dans $\mathbb{R}$ || 2pts	• ècrit $-2\in[-2;9[$ | 2pts	• trouve $x=-2$ || 2pts	06pts
9- a)	**Démontrons que $EFGH$ est un rectangle.** On sait que les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EH}$ sont orthogonaux alors les droites (EF) et (EH) sont perpendiculaires (1). $\overrightarrow{EF}(1-x;-4)$ avec $x=-2$ alors $\overrightarrow{EF}(3;-4)$. De plus, $\overrightarrow{OH}=6\overrightarrow{OI}+9\overrightarrow{OJ}$ et $\overrightarrow{OG}=9\overrightarrow{OI}+5\overrightarrow{OJ}$. Donc $\overrightarrow{HG}(3;-4)$. Par suite, $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{HG}$. Par conséquent le quadrilatère $EFGH$ est un parallélogramme (2). De (1) et (2), $EFGH$ est un rectangle.	• identifie $\overrightarrow{EF}\perp\overrightarrow{EH}$; les coordonnées des points E, F, G et H. || 2pts	• utilise une méthode appropriée pour justifier que $EFGH$ est un rectangle. | 2pts	• trouve $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{HG}$ $EFGH$ est un parallélogramme • conclut ||| 3pts	07pts
9- b)	**Déterminons l'aire de la surface du domaine de la ferme.** Soit $\mathcal{A}$ l'aire de la surface du domaine de la ferme. $EFGH$ étant un rectangle, $\mathcal{A}=EF\times FG$ $EF=\sqrt{(x_F-x_E)^2+(y_F-y_E)^2}$; $EF=\sqrt{(1+2)^2+4^2}\ hm$ Ainsi $EF=5hm$. $FG=\sqrt{8^2+6^2}\ hm$ alors $FG=10\ hm$. $\mathcal{A}=50hm^2$. L'aire de la surface du domaine de la ferme est $50hm^2$.	• identifie la forme du domaine et les dimensions du rectangle $EFGH$ | 1pt	• écrit $\mathcal{A}=EF\times FG$ | 2pts	• trouve $EF=5\ hm$ $FG=10\ hm$ • trouve l'aire ||| 3pts	06pt
Total		20CA↔ 20pts 1CA↔1pt	15CM↔ 30pts 1CM↔2pts	40CO↔ 40pts 1CO↔1pt	90pt

Critère de perfectionnement

On désigne par N la note sur 90 et p la note de perfectionnement sur 10.

- Si $N < 40$ alors $p = 0$.
- Si $40 \leq N < 60$, alors p varie de 0 à 5.
- Si $N \geq 60$, alors p varie de 0 à 10.
- Pour le deuxième et le troisième cas, l'enseignant appréciera la copie du candidat en tenant compte des indicateurs (propreté, originalité, lisibilité) pour attribuer la valeur de p

RECOMMANDATIONS

- Lire attentivement la production de chaque candidat
- Pour chaque consigne, présenter la note obtenue par le candidat dans la marge comme suit : $Ca + Cm + Co = t$
- Marquer sur la copie du candidat $N, p,$ la note sur cent puis la note sur 20 arrondie à l'unité supérieure.