# Cartilla de código piola

# UTN FRSF - El Rejunte

2017

Ín	ndice		6.8. Operaciones Modulares	8 8
1.	C/C++  1.1. I/O	2 2 2 2	6.10. Phollard's Rho	9 10 10 10 10
2.	Template del Rejunte	3	7. Grafos	11
	Estructuras de datos  3.1. Set Mejorado  3.2. Union Find  3.3. Hash Table  3.4. Segment Trees  3.4.1. Range Sum Query (lazy)  3.4.2. Range Min/Max Query (lazy)  Strings  4.1. KMP  4.2. Z function  4.3. Trie	4 4 4 4 4 5 6 6 7	8. Flow 8.1. Edmond Karp	11 11 12 12 12 12 13 13
<b>5.</b>	Geometría	7		
6.	Matemática	7		
	6.1. Identidades	7		
	6.2. Ec. Caracteristica	7		
	6.3. Teorema Chino del Resto	7		
	6.4. GCD & LCM	7		
	6.5. Euclides Extendido	7		
	6.6. Combinatoria	7		
	6.7. Exponenciación de Matrices y Fibonacci	8		

UTN FRSF - El Rejunte 1 C/C++

# 1. C/C++

# 1.1. I/O

# 1.1.1. scanf Format Strings

%[\*][width][length]specifier

spec	Tipo	Descripción
i	int	Dígitos dec. [0-9], oct. (0) [0-7], hexa
Δ.	TIIC	(0x 0X) [0-9a-fA-F]. Con signo.
d, u	int,	Dígitos dec. [+-0-9].
a, a	unsigned	Digitob dec. [ + 0 5].
0	unsigned	Dígitos oct. [+-0-7].
Х	unsigned	Dígitos hex. [+-0-9a-fA-F]. Prefijo 0x, 0X opcional.
f, e, g	float.	Dígitos dec. c/punto flotante [+0-9]. Prefijo 0x, 0X y
1, 6, 9	11000	sufijo e, E opcionales.
С,	char,	Siguiente carácter. Lee width chars y los almacena
[width]c	char*	contiguamente. No agrega \0.
S	char*	Secuencia de chars hasta primer espacio. Agrega \0.
р	void*	Secuencia de chars que representa un puntero.
F = 1 =	Scanset,	Caracteres especificados entre corchetes. ] debe ser primero
[chars]	char*	en la lista, – primero o último. Agrega \0
		·
[^chars]	!Scanset,	Caracteres no especificados entre corchetes.
	char*	No conquero entre de Almocono el múmero de de la
l n   int		No consume entrada. Almacena el número de chars leídos
0		hasta el momento.
િ		% % consume un %

sub-specifier	Descripción		
*	Indica que se leerá el dato pero se ignorará. No necesita argumento.		
width	Cantidad máxima de caracteres a leer.		
lenght	Uno de hh, h, 1, 11, j, z, t, L. Ver tabla siguiente.		

length	d i	иох
(none) int*		unsigned int*
hh signed char*		unsigned char*
h short int*		unsigned short int*
l long int*		unsigned long int*
ll long long int*		unsigned long long int*

Continuación				
length	d i	иох		
j	intmax_t*	uintmax_t*		
z	size_t*	size_t*		
t	ptrdiff_t*	ptrdiff_t*		
L				

length	fega	c s [ ] [^]	p	n
(none)	float*	char*	void**	int*
hh				signed char*
h				short int*
1	double*	wchar_t*		long int*
11				long long int*
j				intmax_t*
z				size_t*
t				ptrdiff_t*
L	long double*			

# 1.1.2. printf Format Strings

%[flags][width][.precision][length]specifier

specifier	Descripción	Ejemplo
d or i	Entero decimal con signo	392
u	Entero decimal sin signo	7235
0	Entero octal sin signo	610
X	Entero hexadecimal sin signo	7fa
X	Entero hexadecimal sin signo (mayúsculas)	7FA
f	Decimal punto flotante (minúsculas)	392.65
F	Decimal punto flotante (mayúsculas)	392.65
е	Notación científica (mantisa/exponente), (minúsculas)	3.9265e+2
E	Notación científica (mantisa/exponente), (mayúsculas)	3.9265E+2
g	Utilizar la representaciíon más corta: %e ó %f	392.65
G	Utilizar la representaciíon más corta: %E ó %F	392.65
a	Hexadecimal punto flotante (minúsculas)	-0xc.90fep-2
А	Hexadecimal punto flotante (mayúsculas)	-0XC.90FEP-2
С	Caracter	a
S	String de caracteres	sample

2 TEMPLATE DEL REJUNTE

# UTN FRSF - El Rejunte

Continuación				
specifier	Descripción	Ejemplo		
р	Dirección de puntero	b8000000		
n	No imprime nada. El argumento debe ser int*, almacena el número de caracteres imprimidos hasta el momento.			
90	Un % seguido de otro % imprime un solo %	%		

flag	Descripción		
_	Justificación a la izquierda dentro del campo width (ver width		
	sub-specifier).		
+	Forza a preceder el resultado de texttt+ o texttt		
(espacio)	Si no se va a escribir un signo, se inserta un espacio antes del valor.		
#	Usado con o, x, X specifiers el valor es precedido por 0, 0x, 0X		
π	respectivamente para valores distintos de 0.		
0	Rellena el número con texttt0 a la izquierda en lugar de espacios		
	cuando se especifica width.		

width	Descripción	
	Número mínimo de caracteres a imprimir. Si el valor es menor que	
(número)	número, el resultado es rellando con espacios. Si el valor es mayor,	
	no es truncado.	
	No se especifica width, pero se agrega un argumento entero	
*	precediendo al argumento a ser formateado. Ej.	
printf("%*d\n", 3, 2); ⇒ " 5"		

precision	Descripción	
	Para d, i, o, u, x, X: número mínimo de dígitos a imprimir. Si	
	el valor es más chico que número se rellena con 0.	
(númo no)	Para a, A, e, E, f, F: número de dígitos a imprimir después de	
.(número)	la coma (default 6).	
	Para g, G: Número máximo de cifras significativas a imprimir.	
	Para s: Número máximo de caracteres a imprimir. Trunca.	
.*	No se especifica precision pero se agrega un argumento entero	
precediendo al argumento a ser formateado.		

length d i		u o x X	
(none) int		unsigned int	
hh	signed char	unsigned char	
h	short int	unsigned short int	
l long int		unsigned long int	
ll long long int		unsigned long long int	
j intmax_t		uintmax_t	
z size_t		size_t	
t ptrdiff_t		ptrdiff_t	
L			

length	f F e E g G a A	С	s	p	n
(none)	double	int	char*	void*	int*
hh					signed char*
h					short int*
1		wint_t	wchar_t*		long int*
11					long long int*
j					intmax_t*
$\mathbf{z}$					size_t*
t					ptrdiff_t*
L	long double				

# 2. Template del Rejunte

```
#include <bits/stdc++.h>
   #define sqr(a) ((a) * (a))
   #define rsz resize
   #define forr(i,a,b) for(int i=(a);i<(b);i++)
   #define forn(i,n) forr(i,0,n)
   #define dforn(i,n) for(int i=n-1;i>=0;i--)
   #define forall(it,v) for(auto it=v.begin();it!=v.end();it++)
   #define sz(c) ((int)c.size())
 9 #define zero(v) memset(v, 0, sizeof(v))
10 #define pb push_back
11 #define mp make_pair
12 #define lb lower_bound
13 #define ub upper_bound
14 #define fst first
15 #define snd second
16 #define PI 3.1415926535897932384626
18 using namespace std;
20 typedef long long 11;
21 typedef pair<int, int> ii;
22 typedef vector<int> vi;
23 typedef vector<ii> vii;
24
25 int main()
26 {
|27| //freopen("input", "r", stdin);
28 //freopen("output", "w", stdout);
ios::sync_with_stdio(false);
30 cin.tie(NULL);
31
    cout.tie(NULL);
    return 0;
32
```

UTN FRSF - El Rejunte 3 ESTRUCTURAS DE DATOS

# 3. Estructuras de datos

# 3.1. Set Mejorado

### 3.2. Union Find

```
struct UnionFind{
    vector<int> f,setSize; //the array f contains the parent of each node
    int cantSets;
    void init(int n)
     f.clear(); setSize.clear();
     cantSets=n;
     f.rsz(n,-1);
      setSize.rsz(n,1);
    int comp(int x) {return (f[x]==-1?x:f[x]=comp(f[x]));}//0(1)
    bool join(int i,int j)
      bool con=comp(i) ==comp(j);
14
15
      if(!con)
16
17
       cantSets--;
        f[comp(i)]=comp(j);
18
        setSize[comp(j)]+=setSize[comp(i)];
19
        setSize[comp(i)]=setSize[comp(j)]; //no suma, solo asigna
20
21
      return con;
22
23
24 };
```

### 3.3. Hash Table

```
1 //Compilar: g++ --std=c++11
2 struct Hash{
```

```
size_t operator()(const ii &a)const
{
    size_t s=hash<int>()(a.fst);
    return hash<int>()(a.snd)+0x9e3779b9+(s<<6)+(s>>2);
}
size_t operator()(const vector<int> &v)const
{
    size_t s=0;
    for(auto &e : v) s^=hash<int>()(e)+0x9e3779b9+(s<<6)+(s>>2);
    return s;
};
unordered_set<ii, Hash> s;
unordered_map<ii, int, Hash> m;//map<key, value, hasher>
```

# 3.4. Segment Trees

# 3.4.1. Range Sum Query (lazy)

Utiliza: <cmath>

Notas: Limpiar st y lazy en cada testcase. En main():

- N es la cantidad de elementos del problema.
- $(0 \le i, j < N)$  build(1,0,N-1), update(1,0,N-1,i,j,value), query(1,0,N-1,i,j). Los elementos en arr tienen que estar desde arr[0].
- $(1 \le i, j \le N)$  build (1, 1, N), update (1, 1, N, i, j, value), query (1, 1, N, i, j). Los elementos en arr tienen que estar desde arr[1].

```
const int MAXN = ...;
  const int MAXST = (int) (2*exp2(ceil(log2(MAXN)))+1);
   #define OP(a,b) ((a) + (b))
   #define NEUTRO OLL
 7 #define left(x) ((x) <<1)
 8 #define right(x) (((x) <<1)+1)</pre>
 9 #define middle(a,b) (((a)+(b))>>1)
11 | 11 st[MAXST], lazy[MAXST]; int arr[MAXN+1];
13 void build(int node, int a, int b)
       if(a>b) return;
16
       if (a==b) {st[node] = arr[a]; return;}
17
       int l=left(node), r=right(node), m=middle(a,b);
18
      build(l,a,m);
19
      build(r, m+1, b);
       st[node]=OP(st[l],st[r]);
20
```

UTN FRSF - El Rejunte 3 ESTRUCTURAS DE DATOS

```
void update(int node, int a, int b, int i, int j, ll value)
24
      int l=left(node), r=right(node), m=middle(a,b);
25
26
27
      if(lazy[node]!=0LL)
28
29
          st[node] = (b-a+1)*lazv[node]; // SET
          // += (b-a+1) *lazv[node]; // ADD
30
          if(a!=b) lazy[l] = lazy[r] = lazy[node]; // SET
31
32
                  lazy[1]+=lazy[node],lazy[r]+=lazy[node]; // ADD
33
           lazy[node] = OLL;
34
35
36
      if(a>b || a>j || b<i) return;</pre>
37
38
      if(a>=i && b<=j)
39
40
          st[node] = (b-a+1)*value; // SET
41
          // += (b-a+1)*value; // ADD
          if(a!=b) lazy[l] = lazy[r] = value;
                  lazy[l]+=value,lazy[r]+=value; // ADD
           return:
44
46
      update(l,a,m,i,j,value);
      update(r,m+1,b,i,j,value);
48
49
50
      st[node] = OP(st[1], st[r]);
51 }
53 ll query(int node, int a, int b, int i, int j)
54
      if(a>b || a>i || b<i) return NEUTRO;</pre>
55
56
      int l=left(node), r=right(node), m=middle(a,b);
57
58
      if(lazv[node]!=0)
59
60
61
           st[node] = (b-a+1)*lazy[node];
62
           if(a!=b) lazy[l] = lazy[r] = lazy[node];
63
          lazy[node] = 0;
64
65
      if(a>=i && b<=j) return st[node];</pre>
67
      int ql = query(l,a,m,i,j);
      int gr = guery(r, m+1, b, i, j);
68
69
       return OP(gl,gr);
```

# 3.4.2. Range Min/Max Query (lazy)

Utiliza: <cmath>

Notas: Limpiar st y lazy en cada testcase. En main():

- N es la cantidad de elementos del problema.
- $(0 \le i, j < N)$  build(1,0,N-1), update(1,0,N-1,i,j,value), query(1,0,N-1,i,j). Los elementos en arr tienen que estar desde arr[0].
- $(1 \le i, j \le N)$  build (1, 1, N), update (1, 1, N, i, j, value), query (1, 1, N, i, j). Los elementos en arr tienen que estar desde arr[1].

```
const int MAXN = ...;
   const int MAXST = (int) (2*exp2(ceil(log2(MAXN)))+1);
 4 #define min(a,b) ((a)<(b)?(a):(b))
   #define max(a,b) ((a)>(b)?(a):(b))
 7 #define OP(a,b) (max(a,b)) // operador binario asociativo
 8 #define NEUTRO 0 // elemento neutro del operador
10 #define left(x) ((x)<<1)
11 #define right(x) (((x) <<1)+1)
12 #define middle(a,b) (((a)+(b))>>1)
14 int st[MAXST], lazy[MAXST], arr[MAXN+1];
16 void build (int node, int a, int b)
17 {
if (a>b) return:
if (a==b) {st[node] = arr[a]; return;}
int l = left(node), r = right(node), m = middle(a,b);
build(l,a,m);
22 build(r,m+1,b);
23 st[node] = OP(st[1], st[r]);
24 }
26 void update (int node, int a, int b, int i, int j, int value)
int l = left(node), r = right(node), m = middle(a,b);
   if(lazy[node]!=0)
30
31 {
32
    st[node] = lazy[node]; // SET [a,b] to value
33
     // += lazy[node]; // ADD value to [a,b]
      if(a!=b) lazy[l] = lazy[r] = lazy[node]; // SET
               lazv[1] +=lazv[node], lazv[r] += lazv[node]; // ADD
36
      lazy[node] = 0;
37
    if(a>b || a>j || b<i) return;</pre>
    if(a>=i && b<=j)
```

UTN FRSF - El Rejunte 4 STRINGS

```
st[node] = value; // SET
43
44
     // += value; // ADD
      if(a!=b) lazy[l] = lazy[r] = value; // SET
     // lazy[1] += value, lazy[r] += value; // ADD
47
      return;
48
49
50
    update(l,a,m,i,j,value);
    update(r,m+1,b,i,j,value);
52
    st[node] = OP(st[1], st[r]);
53
54 }
55
56 int query (int node, int a, int b, int i, int j)
57
    if(a>b || a>j || b<i) return NEUTRO;</pre>
58
    int l = left(node), r = right(node), m = middle(a,b);
60
61
62
    if(lazv[node]!=0)
63
     st[node] = lazy[node]; // SET [a,b] to value
64
65
     // += lazy[node]; // ADD value to [a,b]
     if(a!=b) lazy[l] = lazy[r] = lazy[node]; // SET
66
     // lazy[1] +=lazy[node], lazy[r] += lazy[node]; // ADD
      lazv[node] = 0;
68
69
70
71
   if(a>=i && b<=j) return st[node];</pre>
72
73
    int ql = query(l,a,m,i,j);
    int qr = query(r, m+1, b, i, j);
74
75
76
    return OP(ql, qr);
77
```

# 4. Strings

### 4.1. KMP

```
vector<int> b; //back table b[i] maximo borde de [0..i)
void kmppre(string &P) //by gabina with love

{
    b.clear();
    b.rsz(P.size());
    int i =0, j=-1; b[0]=-1;
    while(i<sz(P))
    {
        while(j>=0 && P[i] != P[j]) j=b[j];
    }
}
```

```
i++, j++;
11
      b[i] = j;
12 }
13 }
14 void kmp(string &T, string &P) //Text, Pattern -- O(|T|+|P|)
15 {
16 kmppre(P);
int i=0, j=0;
   while(i<sz(T))</pre>
18
19 {
20
      while(j>=0 && T[i]!=P[j]) j=b[j];
21
      i++, j++;
22
      if(j==sz(P))
23
24
      //P encontrado en T empezando en [i-j,i)
25
       j=b[j];
26
27
28 }
```

### 4.2. Z function

```
1 / z[i] = length of longest substring starting from s[i] that is prefix of s
 2 vector<int> z;
 3 void zFunction(string &s)
    int n=s.size();
    for (int i=1, l=0, r=0; i < n; i++)</pre>
      if(i<=r)
      z[i] = min(r-i+1, z[i-1]);
      while (i+z[i] < n \& \& s[z[i]] == s[i+z[i]])
11
      z[i]++;
12
      if(i+z[i]-1>r)
      l=i, r=i+z[i]-1;
13
14
16 void match (string &T, string &P) //Text, Pattern -- O(|T|+|P|)
17 {
18 string s=P;
| s+='$'; //here append a character that is not present in T
s.append(T);
21 z.clear();
22 z.rsz(s.size(),0);
zFunction(s);
24 forr(i, P.size()+1, s.size())
25
      if(z[i] == P.size()) //match found, idx = i-P.size()-1
26 }
```

#### 4.3. Trie

```
struct trie{
   map<char, trie> m;
   void add(const string &s, int p=0)

{
    if(s[p]) m[s[p]].add(s, p+1);
}

void dfs()

{
   //Do stuff
   forall(it, m)
   it->second.dfs();
}

};
```

## 5. Geometría

### 6. Matemática

#### 6.1. Identidades

$$\begin{split} \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} &= 2^n \\ \sum_{i=0}^{n} i \binom{n}{i} &= n * 2^{n-1} \\ \sum_{i=m}^{n} i &= \frac{n(n+1)}{2} - \frac{m(m-1)}{2} = \frac{(n+1-m)(n+m)}{2} \\ \sum_{i=m}^{n} i &= \sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2} \\ \sum_{i=0}^{n} i^2 &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} \\ \sum_{i=0}^{n} i(i-1) &= \frac{8}{6} \left(\frac{n}{2}\right) \left(\frac{n}{2} + 1\right) (n+1) \text{ (doubles)} \rightarrow \text{Sino ver caso impar y par} \\ \sum_{i=0}^{n} i^3 &= \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 &= \frac{n^4}{4} + \frac{n^3}{2} + \frac{n^2}{4} = \left[\sum_{i=1}^{n} i\right]^2 \\ \sum_{i=0}^{n} i^4 &= \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30} &= \frac{n^5}{5} + \frac{n^4}{2} + \frac{n^3}{3} - \frac{n}{30} \\ \sum_{i=0}^{n} i^p &= \frac{(n+1)^{p+1}}{p+1} + \sum_{k=1}^{p} \frac{B_k}{p-k+1} \binom{p}{k} (n+1)^{p-k+1} \\ r &= e - v + k + 1 \end{split}$$
 Teorema de Pick: (Area, puntos interiores y puntos en el borde) 
$$A = I + \frac{B}{2} - 1$$

#### 6.2. Ec. Caracteristica

$$a_0T(n) + a_1T(n-1) + \dots + a_kT(n-k) = 0$$
  
$$p(x) = a_0x^k + a_1x^{k-1} + \dots + a_k$$

```
Sean r_1, r_2, ..., r_q las races distintas, de mult. m_1, m_2, ..., m_q
T(n) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=0}^{m_i-1} c_{ij} n^j r_i^n
Las constantes c_{ij} se determinan por los casos base.
```

#### 6.3. Teorema Chino del Resto

$$y = \sum_{j=1}^{n} (x_j * (\prod_{i=1, i \neq j}^{n} m_i)_{m_j}^{-1} * \prod_{i=1, i \neq j}^{n} m_i)$$

#### 6.4. GCD & LCM

```
int gcd(int a, int b) {return b? gcd(b,a%b) : a;}
int lcm(int a, int b) {return a*(b/gcd(a,b));}
```

#### 6.5. Euclides Extendido

```
void extendedEuclid (11 a, 11 b) { //a * x + b * y = d
    if (!b) {x=1; y=0; d=a; return;}
    extendedEuclid (b,a %b);
    11 x1=y;
    11 y1=x-(a/b)*y;
    x=x1; y=y1;
}
```

#### 6.6. Combinatoria

```
void cargarComb()//O(MAXN^2)

forn(i, MAXN+1) //comb[i][k]=i tomados de a k = i!/(k!*(i-k)!)

comb[0][i]=0;
comb[i][0]=comb[i][i]=1;
forr(k, 1, i) comb[i][k]=(comb[i-1][k-1]+comb[i-1][k]) %MOD;

ll lucas (ll n, ll k, int p)
//Calcula (n,k) %p teniendo comb[p][p] precalculado.
ll aux = 1;
while (n + k)

aux = (aux * comb[n %p][k %p]) %p;
n/=p, k/=p;
```

# 6.7. Exponenciación de Matrices y Fibonacci

```
#define SIZE 350
  int NN;
   void mul(double a[SIZE][SIZE], double b[SIZE][SIZE])
    double res[SIZE][SIZE] = {{0}};
    forn(i, NN) forn(j, NN) forn(k, NN) res[i][j]+=a[i][k]*b[k][j];
    forn(i, NN) forn(j, NN) a[i][j]=res[i][j];
   void powmat(double a[SIZE][SIZE], int n, double res[SIZE][SIZE])
    forn(i, NN) forn(j, NN) res[i][j]=(i==j);
    while (n)
      if(n&1) mul(res, a), n--;
      else mul(a, a), n/=2;
16
17
18
  struct M22{
               // la bl
   tipo a,b,c,d;// |c d| -- TIPO
    M22 operator*(const M22 &p) const {
    return (M22) {a*p.a+b*p.c, a*p.b+b*p.d, c*p.a+d*p.c,c*p.b+d*p.d};}
22
23 };
24 M22 operator (const M22 &p, int n)
  {//VER COMO SE PUEDE PONER DENTRO DEL STRUCT
   if(!n) return (M22) {1, 0, 0, 1};//identidad
   M22 q=p^(n/2); q=q*q;
    return n %2? p * q : q;
29
  ll fibo(ll n)//calcula el fibonacci enesimo en O(logN)
    M22 \text{ mat} = (M22) \{0, 1, 1, 1\}^n;
    return mat.a*f0+mat.b*f1;//f0 y f1 son los valores iniciales
35
```

## 6.8. Operaciones Modulares

```
if (b %2==1) x=(x+y) %m;
       v = (v * 2) %m;
       b/=2:
 9
    return x m;
11 }
12 | 11 expMod(11 b, 11 e, 11 m=MOD) //O(log b)
| if (!e) return 1;
15 ll q = \exp Mod(b, e/2, m); q = mulMod(q, q, m);
    return e %2? mulMod(b,q,m) : q;
17 }
18 ll sumMod(ll a, ll b, ll m=MOD)
19 {
20 return (a %m+b %m) %m;
21 }
22 ll difMod(ll a, ll b, ll m=MOD)
23 {
|24| ll ret=a %m-b %m;
25 if(ret<0) ret+=m;
26 return ret;
27 }
28 ll divMod(ll a, ll b, ll m=MOD)
return mulMod(a,inverso(b),m);
```

# 6.9. Funciones de Primos

Sea  $n = \prod p_i^{k_i}$ , fact(n) genera un map donde a cada  $p_i$  le asocia su  $k_i$ 

```
#define MAXP 100000 //no necesariamente primo
 2 int criba[MAXP+1];
 3 void crearCriba()
    int w[] = \{4, 2, 4, 2, 4, 6, 2, 6\};
    for(int p=25;p<=MAXP;p+=10) criba[p]=5;</pre>
    for(int p=9;p<=MAXP;p+=6) criba[p]=3;</pre>
     for(int p=4;p<=MAXP;p+=2) criba[p]=2;</pre>
    for(int p=7, cur=0; p*p<=MAXP; p+=w[cur++&7]) if (!criba[p])</pre>
    for(int j=p*p; j<=MAXP; j+=(p<<1)) if(!criba[j]) criba[j]=p;</pre>
12 vector<int> primos;
13 void buscarPrimos()
14 {
15 crearCriba();
   forr (i,2,MAXP+1) if (!criba[i]) primos.push_back(i);
17 }
19 //factoriza bien numeros hasta MAXP^2
| 20 | void fact(ll n, map<ll, ll> &f) //0 (cant primos)
```

```
21 { //llamar a buscarPrimos antes
   forall(p, primos) {
23
      while(!(n %*p))
24
      f[*p]++;//divisor found
25
26
        n/=*p;
27
28
29
    if(n>1) f[n]++;
30
31
32 //factoriza bien numeros hasta MAXP
33 void fact2(ll n, map<ll, ll> &f) //0 (lq n)
34 { //llamar a crearCriba antes
   while (criba[n])
36
   {
    f[criba[n]]++;
37
    n/=criba[n];
39
40
   if(n>1) f[n]++;
41
42
43 //Usar asi: divisores(fac, divs, fac.begin()); NO ESTA ORDENADO
44 void divisores (map<11,11> &f, vector<11> &divs, map<11,11>::iterator it,11 n
45
   if(it==f.begin()) divs.clear();
   if(it==f.end())
48
49
     divs.pb(n);
      return;
50
51
   ll p=it->fst, k=it->snd; ++it;
   forn(_, k+1) divisores(f, divs, it, n), n*=p;
54
55 | 11 cantDivs(map<11,11> &f)
56 {
   ll ret=1;
57
   forall(it, f) ret *= (it->second+1);
    return ret;
60
  11 sumDivs(map<11,11> &f)
61
62
   ll ret=1;
   forall(it, f)
65
   11 pot=1, aux=0;
67
    forn(i, it->snd+1) aux+=pot, pot*=it->fst;
68
    ret *=aux;
69
70
    return ret;
71 }
72
```

```
73 ll eulerPhi(ll n) // con criba: O(lg n)
74 {
75 map<11,11> f;
76 fact(n,f);
|77| ll ret=n;
78 forall(it, f) ret-=ret/it->first;
|79| return ret;
80 }
81 ll eulerPhi2(ll n) // O (sqrt n)
82 {
83 11 r = n;
84 forr(i,2,n+1)
85 {
     if((ll)i*i>n) break;
      if(n \%i == 0)
88
     while(n%i==0) n/=i;
89
90
      r -= r/i;
91
92
   if (n != 1) r-= r/n;
   return r;
95 }
```

# 6.10. Phollard's Rho

```
1 bool es_primo_prob(ll n, int a)
 3 if(n==a) return true;
 4 ll s=0, d=n-1;
 5 while (d %2==0) s++, d/=2;
 7 if((x==1) || (x+1==n)) return true;
 8 forn(i,s-1)
 9 {
   x=mulMod(x, x, n);
   if(x==1) return false;
12
     if (x+1==n) return true;
13 }
14 return false;
15 }
16 bool rabin (ll n) //devuelve true si n es primo
17 {
if (n==1) return false;
19 const int ar[]={2,3,5,7,11,13,17,19,23};
forn(j,9) if(!es_primo_prob(n,ar[j])) return false;
21 return true;
22 }
23 ll rho(ll n)
24 {
    if((n&1)==0) return 2;
```

```
11 x=2, y=2, d=1;
    ll c=rand() %n+1;
     while (d==1)
29
      x = (mulMod(x, x, n) + c) %n;
      y = (mulMod(y, y, n) + c) %n;
31
      y = (mulMod(y,y,n)+c) %n;
32
      if (x-y>=0) d=gcd (n, x-y);
      else d=gcd(n,y-x);
34
35
    return d==n? rho(n):d;
37
38 void factRho (11 n, map<11, 11> &f) //O (1q n) ^3 un solo numero
    if (n == 1) return;
     if (rabin(n))
      f[n]++;
       return;
45
    11 factor = rho(n);
     factRho(factor,f);
    factRho(n/factor,f);
48
49
```

## 6.11. Inversos

```
#define MAXMOD 15485867
1l inv[MAXMOD];//inv[i]*i=1 mod MOD

void calc(int p) //O(p)
{
   inv[1]=1;
   forr(i,2,p) inv[i]=p-((p/i)*inv[p%i]) %p;
}
int inverso(int x) //O(log x)
{
   return expMod(x, eulerPhi(MOD)-2);//si mod no es primo(sacar a mano)
   return expMod(x, MOD-2);//si mod es primo
}
```

# 6.12. Fracciones

```
struct frac{
   int p,q;
   frac(int p=0,int q=1):p(p),q(q) {norm();}

void norm()

int a=gcd(q,p);
```

```
if(a) p/=a, q/=a;
       else q=1;
 9
       if (q<0) q=-q, p=-p;
10
11
     frac operator+(const frac& o)
12
13
       int a=qcd(o.q,q);
14
       return frac(p*(o.q/a)+o.p*(q/a),q*(o.q/a));
15
16
     frac operator-(const frac& o)
17
18
       int a=qcd(o.q,q);
19
       return frac(p*(o.g/a)-o.p*(g/a),g*(o.g/a));
20
21
     frac operator*(frac o)
22
23
       int a=gcd(o.p,q), b=gcd(p,o.q);
       return frac((p/b) * (o.p/a), (q/a) * (o.q/b));
25
     frac operator/(frac o)
26
27
28
       int a=gcd(o.q,q), b=gcd(p,o.p);
       return frac((p/b) * (o.g/a), (g/a) * (o.p/b));
29
30
31
     bool operator<(const frac &o) const{return p*o.q < o.p*q;}</pre>
32
     bool operator==(frac o) {return p==o.p&&q==o.q;}
33 };
```

# 6.13. Simpson

```
double integral(double a, double b, int n=10000) //O(n), n=cantdiv

double area=0, h=(b-a)/n, fa=f(a), fb;
forn(i, n)

fb=f(a+h*(i+1));
area+=fa+ 4*f(a+h*(i+0.5)) +fb, fa=fb;

return area*h/6.;
}
```

# 6.14. Tablas y cotas (Primos, Divisores, Factoriales, etc)

Factoriales

UTN FRSF - El Rejunte 8 FLOW

0! = 1	11! = 39.916.800			
1! = 1	$12! = 479.001.600 \; (\in \mathtt{int})$			
2! = 2	13! = 6.227.020.800			
3! = 6	14! = 87.178.291.200			
4! = 24	15! = 1.307.674.368.000			
5! = 120	16! = 20.922.789.888.000			
6! = 720	17! = 355.687.428.096.000			
7! = 5.040	18! = 6.402.373.705.728.000			
8! = 40.320	19! = 121.645.100.408.832.000			
9! = 362.880	$20! = 2.432.902.008.176.640.000 \; (\in \mathtt{tint})$			
10! = 3.628.800	21! = 51.090.942.171.709.400.000			
$\max \text{ signed tint} = 9.223.372.036.854.775.807$				
max unsigned tint = $18.446.744.073.709.551.615$				

#### **Primos**

2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97 101 103 107 109 113 127 131 137 139 149 151 157 163 167 173 179 181 191 193 197 199 211 223 227 229 233 239 241 251 257 263 269 271 277 281 283 293 307 311 313 317 331 337 347 349 353 359 367 373 379 383 389 397 401 409 419 421 431 433 439 443 449 457 461 463 467 479 487 491 499 503 509 521 523 541 547 557 563 569 571 577 587 593 599 601 607 613 617 619 631 641  $643\ 647\ 653\ 659\ 661\ 673\ 677\ 683\ 691\ 701\ 709\ 719\ 727\ 733\ 739\ 743\ 751\ 757$  $761\ 769\ 773\ 787\ 797\ 809\ 811\ 821\ 823\ 827\ 829\ 839\ 853\ 857\ 859\ 863\ 877\ 881$ 883 887 907 911 919 929 937 941 947 953 967 971 977 983 991 997 1009 1013 1019 1021 1031 1033 1039 1049 1051 1061 1063 1069 1087 1091 1093 1097  $1103\ 1109\ 1117\ 1123\ 1129\ 1151\ 1153\ 1163\ 1171\ 1181\ 1187\ 1193\ 1201\ 1213$ 1217 1223 1229 1231 1237 1249 1259 1277 1279 1283 1289 1291 1297 1301 1303 1307 1319 1321 1327 1361 1367 1373 1381 1399 1409 1423 1427 1429  $1433\ 1439\ 1447\ 1451\ 1453\ 1459\ 1471\ 1481\ 1483\ 1487\ 1489\ 1493\ 1499\ 1511$ 1523 1531 1543 1549 1553 1559 1567 1571 1579 1583 1597 1601 1607 1609 1613 1619 1621 1627 1637 1657 1663 1667 1669 1693 1697 1699 1709 1721 1723 1733 1741 1747 1753 1759 1777 1783 1787 1789 1801 1811 1823 1831 1847 1861 1867 1871 1873 1877 1879 1889 1901 1907 1913 1931 1933 1949 1951 1973 1979 1987 1993 1997 1999 2003 2011 2017 2027 2029 2039 2053 2063 2069 2081

# Primos cercanos a $10^n$

9941 9949 9967 9973 10007 10009 10037 10039 10061 10067 10069 10079 99961 99971 99989 99991 100003 100019 100043 100049 100057 100069 999959 999961 999979 999983 1000003 1000033 1000037 1000039 9999943 9999971 9999991 10000019 10000079 10000103 10000121 99999941 99999959 99999971 99999989 100000007 100000037 100000039 100000049

999999893 999999929 999999937 1000000007 1000000009 1000000021 10000000033

# Cantidad de primos menores que $10^n$

```
\pi(10^1) = 4; \pi(10^2) = 25; \pi(10^3) = 168; \pi(10^4) = 1229; \pi(10^5) = 9592

\pi(10^6) = 78.498; \pi(10^7) = 664.579; \pi(10^8) = 5.761.455; \pi(10^9) = 50.847.534

\pi(10^{10}) = 455.052,511; \pi(10^{11}) = 4.118.054.813; \pi(10^{12}) = 37.607.912.018
```

# 7. Grafos

# 8. Flow

# 8.1. Edmond Karp

```
#define MAX V 1000
   #define INF 1e9
   //special nodes
   #define SRC 0
   #define SNK 1
 6 map<int, int> G[MAX_V];//limpiar esto -- unordered_map mejora
   //To add an edge use
   #define add(a, b, w) G[a][b]=w
 9 int f, p[MAX_V];
10 void augment (int v, int minE)
11 {
    if(v==SRC) f=minE;
     else if(p[v]!=-1)
14
       augment(p[v], min(minE, G[p[v]][v]));
16
       G[p[v]][v] -= f, G[v][p[v]] += f;
17
18 }
19 ll maxflow() //O(min(VE^2,Mf*E))
20 {
21
    11 Mf=0;
22
    do
```

UTN FRSF - El Rejunte 9 JUEGOS

```
f=0;
25
       char used[MAX_V]; queue<int> q; q.push(SRC);
26
       zero(used), memset(p, -1, sizeof(p));
27
       while (sz(a))
28
29
        int u=q.front(); q.pop();
        if(u==SNK) break;
30
31
        forall(it, G[u])
          if(it->snd>0 && !used[it->fst])
32
          used[it->fst]=true, q.push(it->fst), p[it->fst]=u;
33
34
35
      augment (SNK, INF);
36
      Mf+=f:
37
    }while(f);
    return Mf;
38
39
```

# 8.2. Push Relabel

```
#define MAX_V 1000
   int N;//valid nodes are [0...N-1]
  #define INF 1e9
  //special nodes
  #define SRC 0
  #define SNK 1
 7 | map<int, int> G[MAX_V];//limpiar esto -- unordered_map mejora
 8 //To add an edge use
 9 #define add(a, b, w) G[a][b]=w
10 ll excess[MAX_V];
int height[MAX_V], active[MAX_V], cuenta[2*MAX_V+1];
12 queue<int> 0;
13
14 void enqueue (int v)
15
    if (!active[v] && excess[v] > 0) active[v]=true, Q.push(v);
17
18 void push (int a, int b)
19 {
20
   int amt = min(excess[a], ll(G[a][b]));
   if (height[a] <= height[b] || amt == 0) return;</pre>
21
   G[a][b]-=amt, G[b][a]+=amt;
23
    excess[b] += amt, excess[a] -= amt;
24
    enqueue (b);
25
26 void gap(int k)
27 {
   forn(v, N)
28
29
       if (height[v] < k) continue;</pre>
30
31
       cuenta[height[v]]--;
      height[v] = max(height[v], N+1);
```

```
cuenta[height[v]]++;
34
       enqueue (v);
35
    }
36 }
37 void relabel (int v)
38 {
| 39 | cuenta[height[v]]--;
40 height[v] = 2*N;
41 forall(it, G[v])
| 42 | if(it->snd) height[v] = min(height[v], height[it->fst] + 1);
43 cuenta[height[v]]++;
44 enqueue(v);
45 }
46 ll maxflow() //O(V^3)
47 {
zero (height), zero (active), zero (cuenta), zero (excess);
49
    cuenta[0]=N-1; cuenta[N]=1;
50
   height[SRC] = N;
    active[SRC] = active[SNK] = true;
    forall(it, G[SRC])
53
54
      excess[SRC] += it->snd;
      push(SRC, it->fst);
55
56
57
    while(sz(Q))
58
59
      int v = Q.front(); Q.pop();
60
      active[v]=false;
61
      forall(it, G[v]) push(v, it->fst);
62
      if(excess[v] > 0)
63
      cuenta[height[v]] == 1? gap(height[v]):relabel(v);
64
65
    ll mf=0;
    forall(it, G[SRC]) mf+=G[it->fst][SRC];
    return mf;
68 }
```

# 9. Juegos

# 9.1. Ajedrez

## 9.1.1. Non-Attacking N Queen

Utiliza: <algorithm>
Notas: todo es  $O(!N \cdot N^2)$ .

```
#define NQUEEN 8
#define abs(x) ((x)<0?(-(x)):(x))

int board[NQUEEN];</pre>
```

UTN FRSF - El Rejunte

```
5 void inline init() {for(int i=0;i<NQUEEN;++i)board[i]=i;}</pre>
 6 bool check(){
       for (int i=0; i<NQUEEN; ++i)</pre>
           for(int j=i+1;i<NQUEEN;++j)</pre>
                if (abs(i-j) == abs(board[i]-board[j]))
                    return false;
       return true;
11
12 }
13 //en main
14 init();
15 do {
       if(check()){
16
17
           //process solution
18
19 } while (next_permutation (board, board+NQUEEN));
```

# 10. Utils

# 10.1. Convertir string a num e viceversa

```
#include <sstream>
string num_to_str(int x) {
    ostringstream convert;
    convert << x;
    return convert.str();

}

int str_to_num(string x) {
    int ret;
    istringstream (x) >> ret;
    return ret;
}
```