

姓名	学号	班级	选题	论述	结论	总分
万强	2013301020117	物基(2)班				

## “小行星带”轨道探究

**摘 要:** 小行星带是太阳系内介于火星轨道和木星轨道之间的小行星密集区域, 共有 50 万颗以上小行星。小行星同时受太阳和木星引力的影响, 本文将用数值解法探究“小行星带”的轨道及轨道共振现象。

**关键词:** “小行星带”、万有引力、欧拉-克朗方法

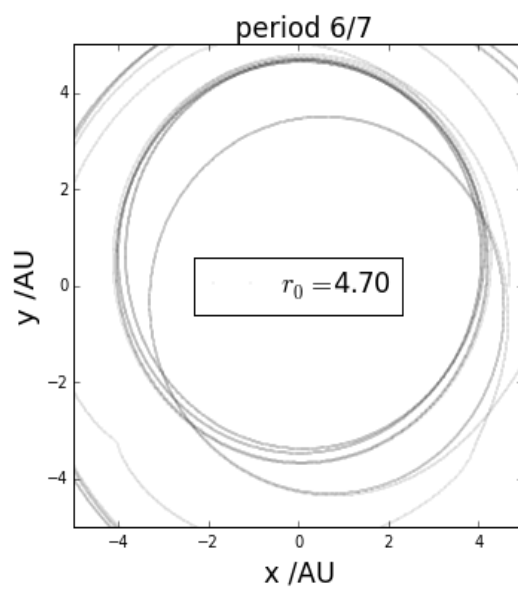
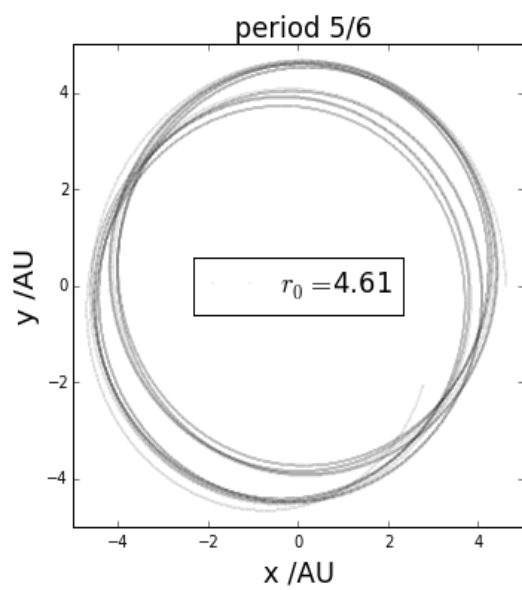
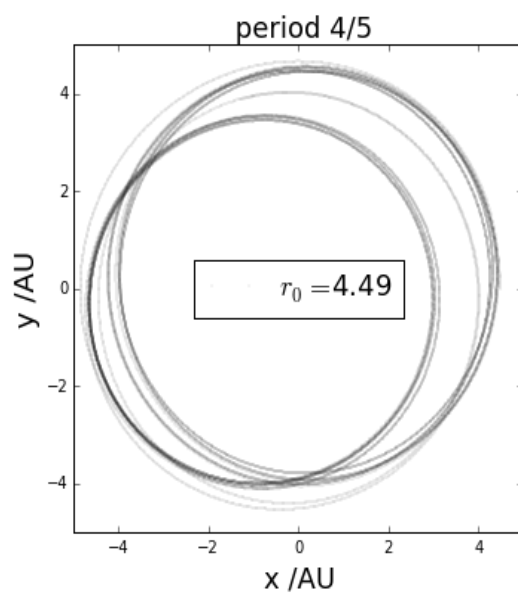
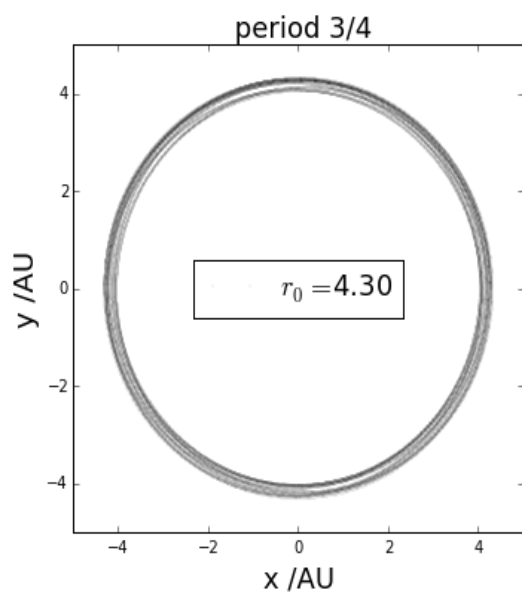
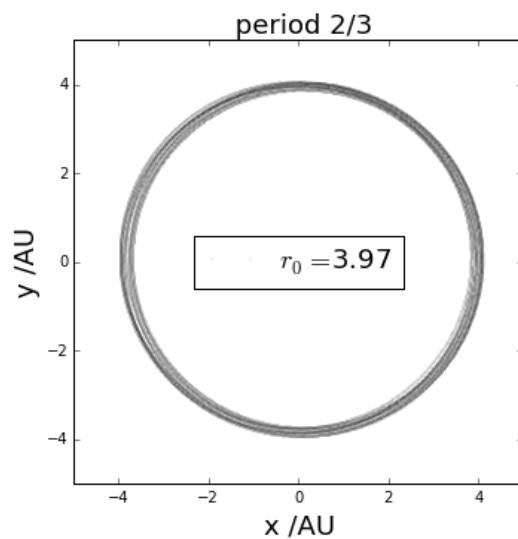
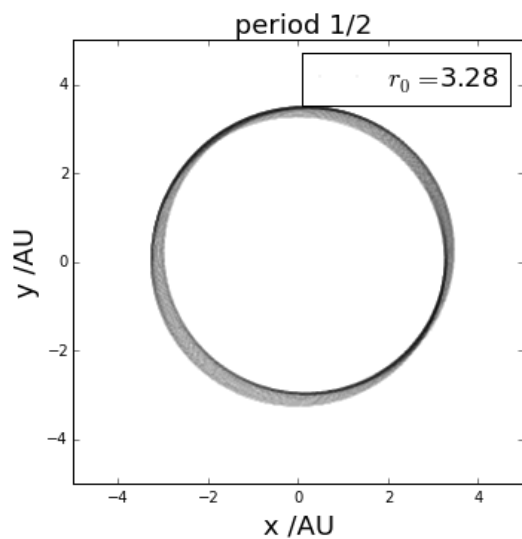
小行星带形成于太阳系形成初期, 较为认同的假说是太阳星云假说。该理论认为小行星带同样是由尘埃和气体构成。小行星同时受到木星引力和太阳引力作用, 在星子的轨道周期与木星的周期成简单整数比的地区, 会发生轨道共振, 会因扰动使这些星子的轨道改变。星子在这个区域受到强烈的摄动因而不能成为行星, 只能一如往昔的继续绕着太阳公转。下文将对这一过程进行数值模拟。

在太阳系系统中, 太阳的质量远大于其他星体之和, 因此太阳可看作静止不动, 因此可以写出木星和小行星的受力方程:

$$F_a = -\frac{GMm_a}{r_a^3}\vec{r}_a - \frac{Gm_a m_b}{r_{ab}^3}\vec{r}_{ab} \quad F_b = -\frac{GMm_b}{r_b^3}\vec{r}_b - \frac{Gm_a m_b}{r_{ab}^3}\vec{r}_{ba}$$

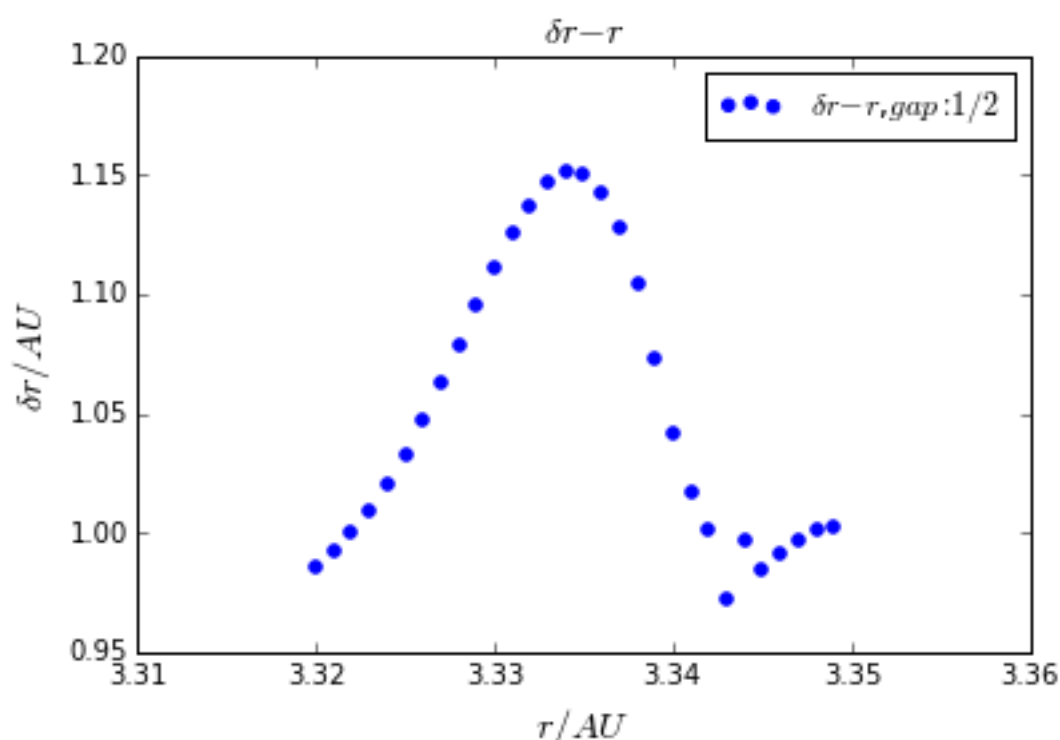
利用牛顿第二定律可以简单得出木星和小行星的动力学方程, 为了进行数值模拟, 将动力学方程投影到两个做标轴中, 并改为差分方程形式, 然后利用欧拉-克朗方法用数值解法求出小行星的运动方程。

为了直观的研究“小行星带”轨道问题, 以及观测到轨道共振现象, 需要改变小行星的轨道半径, 使小行星轨道周期与木星轨道周期比简单整数比, 即可得到小行星的轨道。下图分别是轨道周期比为 1:2、2:3、3:4、4:5、5:6、6:7 的小行星轨道, 通过观察图像, 在轨道周期比为 1:2、2:3、3:4 的小行星轨道发生共振现象, 轨道产生进动。



由以上模拟出的小行星轨道可知，在周期比为 1:2、2:3、3:4 时，小行星的轨道比较稳定。说明在这些轨道上，由于小行星离木星较远，受到木星的摄动影响较小，能够形成稳定的轨道；在周期比为 4:5、5:6、6:7 时，小行星的轨道不能稳定存在。说明在这些轨道上，由于小行星离木星较近，受到木星的摄动影响较小，不能够形成稳定的轨道。

可以推测出共振峰会出现在周期比 1:2 和 2:3 之间，下图给出共振曲线。



由图可知，在  $r_b = 3.335Au$  出现共振峰，轨道共振现象最明显，因此在这个位置上的轨道也是最稳定的。

在这些半径上，小行星的平均轨道周期与木星的轨道周期呈现整数比，这样与气体巨星平均运动共振的结果，足以造成小行星轨道元素的改变。实际的效果是在这些空隙位置上的小行星会被推入半长轴更大或更小的不同轨道内。因为小行星的轨道通常都是椭圆形的，还是有许多小行星会穿越过这些空隙，因而在实际的空间密度上，在这些空隙的小行星并不会比邻近的地区为低。

**结 论：**小行星围绕太阳运动，同时受到木星的强大引力，小行星轨道会有摄动，在距离太阳约 2.17-3.64 天文单位的空间区域内，与木星轨道周期成整数

比的小行星轨道会产生的共振作用，这些（相对）微弱的共振只会导致小行星的离散，因而会形成在这个区域形成小行星带。而离木星更近的小行星轨道，由于受到过强的木星引力作用，不能形成稳定的轨道。

## 参考文献

1. 计算物理. Nicholas J. Giordano, Hisao Nakanishi.
2. 廖新浩、刘林，1988，《椭圆型限制性三体问题中的轨道共振》，《天文学报》