Inhaltsverzeichnis

Einleitung

Hegel selbst sieht keine Notwendigkeit, π zu bestimmen. Aber dennoch ist die Kreiszahl selbst für ihn elementare geometrische Bestimmung.

Die Wissenschaft der Logik ist hauptsächlich eine Abhandlung zu Kant und seinen Kategorien. Genauer wird auf die Kategorie der Qualität – Bestimmtheit – und Quantität – Größe – eingegangen. Dazu gehört, dass eine Grundlage der Mengenlehre, der Mathematik und der Zahlen gelegt wird.

Es geht im Leben oft darum, das richtige Maß zu finden. Das ist neben einer alltäglichen Wahrheit auch schon eine philosophische Erkenntnis.

Worte zur Methodologie

Hegel ist ein sehr schwer verständlicher Autor. Man kann nur versuchen, ausgehend von elementaren Strukturen der hegelschen Logik, wie der Negation, der Negation der Negation, das aufgehobene Urteil, die Bestimmtheit, die Größe, usw. zu versuchen zu verstehen, was Hegel unter der Kreiszahl π verstehen könnte. Dafür rezipiere ich das komplette Kapitel Zahl Zweiter Abschnitt, Zweites Kapitel, Ziffer A. - Die Zahl. Dazu werden verschiedene Definitionen aus der Wissenschaft der Logik rezipiert und auf die vorliegende Fragestellung, wie es sich mit der Zahl π verhält, angewendet. Keine Sekundärliteratur wurde verwendet, um den ersten hermeneutischen Zirkel – als Kreisbewegung mit dem Mittelpunkt der *Wissenschaft der Logik* – ohne präformiertes Vorurteil zu schließen.

Zunächst versuche ich einen kurzen Blick auf Hegels eigenes Verständnis von der Beziehung, die π darstellt zu geben um ein Bild von den Ergebnissen zu bekommen, die wir erwarten dürfen. Dann werde ich die mathematischen Definitionen um den Kreis debattieren, eine Geschichte der Entwicklung referieren um eine Vorstellung des Diskurses zu bekommen, der sich um π herum abspielte. Anschließend werde ich die spezifischen Eigenschaften der Zahl π darstellen und dann, der rezipierend-reproduktive Teil dieser Arbeit, vorangestelltes Kapitel aus der *Wissenschaft der Logik* Satz für Satz paraphrasierend interpretieren. Dem Ganzen wird die Analyse als Ergebnissicherung hinten angestellt.

Zitate sind wortwörtlich angegeben, Änderungen sind mit eckigen Klammern notiert.

Was sagt Hegel über den Kreis?

„So bedarf der Kreis, weil er allein auf die Gleichheit der Entfernung aller ihm möglichen Punkte von einem Mittelpunkte beruht, zu seiner Bestimmung keine Zahl.“[1] Dieses vernichtende Urteil schreibt Hegel in seiner ersten Anmerkung zu dem Begriff der Zahl. Obwohl dieses Urteil nicht vernichtend für eine konzise Denkart von π im hegelschen Sinne ist, ist das Diktum, dass die Geometrie für π verantwortlich ist vernichtend für einen arithmetischen Teil der Mathematik. Der Kreis ist eine „ächt geometrische“ Bestimmung. Wenn etwas ein Kreis ist, dann hat es einen Mittelpunkt. Diese Vernichtung bezieht sich auch auf das Forschungsvorhaben der vorliegenden Arbeit, welche Stellung die Kreiszahl π in Hegels Denken bezieht, zusammengefasst annulliert Hegel die Frage nach der Kreiszahl. Weil ein Kreis durchaus geometrisch geformt werden kann, mit nur einem Punkt in der Mitte und einer konstanten Entfernung von diesem Mittelpunkt, geht die Mathematik den unnötigen Schritt zur Ermittelung π‘s, so Hegel.

Es kann nicht an der Abneigung zu Kreisen selbst gewesen sein, was Hegel zu diesem vernichtenden Urteil bewegt hat. In seiner Enzyklopädie schreibt er über die Philosophie: „[D]as Ganze stellt sich daher als ein Kreis von Kreisen dar, deren jeder ein nothwendiges Moment ist, so daß das System ihrer eigenthümlicher Elemente die ganze Idee ausmacht, die ebenso in jedem Einzelnen erscheint.“[2]
Was kann aber dennoch über die Kreiszahl gesagt werden? Denn dass der Kreis mit einer Zahl verbunden ist, die ein Verhältnis beschreibt, kann auch Hegel nicht verneinen. Was uns aus heutiger Perspektive klar sein müsste ist, dass π ein lineares, direktes Verhältnis beschreibt, das auf die Relation von Durchmesser eines Kreises und sein Umfang sowie der Flächeninhalt eines Kreises zu seinem Radius fixiert ist, und das bei etwas über 3,1 liegt.

Was ist ein Kreis?

In einem Kreis findet sich der unendliche Regress der Berechnung von π wieder. Darin spiegelt sich die Transzendenz der Zahl π. In der (unmöglichen) Quadratur des Kreises kommt die Mathematik nicht weiter, es gibt keine abgeschlossene Berechnung. Die

1 Hegel WdL S.196
2 Hegel Enzyklopädie S.56

vorliegende Arbeit will, ausgehend von hegelianischer Logik, versuchen die Eigenschaften der Kreiszahl zu analysieren.

Inwiefern steht Pi im Zusammenhang mit einem Kreis?

π stellt einerseits den Umfang eines Standardkreises dar. Ein Standardkreis hat den Durchmesser von 1. Einheiten verändern dieses Quantum direkt linear. Es ist also eine Relation vom Durchmesser eines Kreises mit dem Umfang von diesem Kreis. π ist eine Zahl, mit der dieses Verhältnis beschrieben wird.

Von produktiver Tätigkeit mit dem Zirkel sind wir sehr wohl damit vertraut, was es heißt, einen Kreis zu ziehen. Wir sorgen relativ einfach dafür, dass der Abstand einer Linie mit einem festen Punkt verknüpft wird, der in einem messbaren Verhältnis zur Kreislinie verhält. Die Linie ist π mal Durchmesser lang. Die Linie endet an dem Ort an dem sie auch anfing.

Die Quadratur des Kreises

Seit Menschen sich die Umwelt mit mathematischen Methoden zugänglich machen, stellt ein Problem die Mathematik vor peinliche Probleme. Es ist schlichtweg geometrisch unmöglich, ein Quadrat mit dem gleichen Flächeninhalt wie ein Kreis zu berechnen. Zwar kann sich die Mathematik mit einem Ergebnis des Flächeninhalts zufrieden geben, da der Flächeninhalt eines Quadrates mit der Kantenlänge $\sqrt{\pi}$ wie der Flächeninhalt eines Standardkreises π ist. Es scheint, dass das Verhältnis zwischen Quadrat und Kreis unberechenbar ist. Das Quadrat hat eine Kantenlänge von $\sqrt{\pi}$ und denselben Flächeninhalt eines Kreises mit Radius 1. Dies ist die Quadratur des Kreises, die sprichwörtlich unmöglich ist. Aufgrund der Relation, dass ein exakt gleich großes Quadrat ohne die genauen Kenntnisse der exakten Bestimmung von π nicht berechenbar ist, ist die Unmöglichkeit.

Wie berechnet die Mathematik Pi?

Es gibt mehrere Arten, wie man dieses Problem lösen kann. Allen ist zu eigen, dass das Verhältnis nicht vollständig berechenbar ist. Aufgrund seiner Transzendenz ist seit dem Beweis derselben klar, dass π nicht nur eine unendlich lange Zahlenfolge darstellt, sondern dass es auch keine einfache Formel für π geben kann, die nur aus dem Radius oder dem Durchmesser und ein paar Divisionen und Multiplikationen den Wert von π

berechnet. Auch davor wurde schon vielfach vermutet, dass π transzendent ist. Das wird anschaulich, wenn man sich die Berechnungsmethoden für π ansieht. Die wohl älteste Berechnungsmethode stammt von Archimedes von Syracus. Davor hat der ägyptische Schreiber Ahmes um das Jahr 1850 v. Chr. beschrieben, wie man mithilfe eines Seiles den Umfang bemisst.

Exhaustionsmethode

Stellen wir uns einen Kreis vor, dann können wir uns zwei Vielecke vorstellen, die den Kreis innen und außen tangieren. Dann umspannt ein Vieleck den äußeren Rand und ein gleichzahliges Vieleck den inneren Rand. Mithilfe des Satzes des Pythagoras wird die außen liegende Länge der Dreiecke berechnet und somit der Umfang der Vielecke bestimmt. Es ergibt sich der Umfang des Kreises als zwischen den Umfängen der Vielecke liegend. Mit der Hilfe zweier 96-Ecke berechnete Archimedes π auf die zweite Nachkommastelle genau; nach ihm liegt es zwischen 3+10/71 und 3+10/70, also zwischen 3,1408450 und 3,1428571. Es wurde ein Sport zwischen Mathematikern, wer mehr Ecken (und damit Nachkommastellen) berechnen konnte. Mit dem Aufstreben der digitalen Computer sehen wir einen konstanten Anstieg der korrekt berechneten Nachkommastellen, auch wenn hier die schnell konvergierenden Funktionen von Ramanujan am meisten Schnelligkeit der Berechnung bringen.[3]

Viète und Wallis

Erst François Viète gelang 1593 der eigentlich Durchbruch in der Mathematik, er berechnete π mithilfe der Formel $2/\pi=\sqrt{(1/2)} \times \sqrt{(1/2+1/2\sqrt{(1/2)})} \times \sqrt{(1/2+1/2\sqrt{(1/2+1/2\sqrt{(1/2)})})} \times ...$ Damit machte er inhärent einen wichtigen Schritt in der Berechnung von π offenbar, nämlich, dass sich π der Berechnung durch ein endliches Produkt entzieht. Auch war damit die Unmöglichkeit der Endberechnung von π beschlossen, nämlich der unendliche Progress der Nachkommastellen.[4] Der Engländer John Wallis – dem auch die Erfindung des Zeichens für die Unendlichkeit (∞) zugeschrieben wird - konnte den invertierten Wert davon bestimmen: $\pi/2=(2 \times 2 \times 4 \times 4 \times 6 \times 6 \times 8...)/(1 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7...)$[5] Beide Leistungen sind genial, wenigstens

3 Blatner S.60ff
4 Siehe Blatner S.33
5 Ebd. S.40

mit Wallis Berechnung wurde damit eine entscheidende Arbeit zur Berechnung des Viertelkreises gemacht.

Tangentiale Methodik

Ausgehend von den im 17ten Jahrhundert von James Gregory und Gottfried Willhelm Leipniz gefundenen Winkelsätzen, nämlich mit dem Arcustangens, konnten neue Berechnungsformen für π gefunden werden. Durch diesen kann man den Umfang eines Viertelkreises mit einsetzen von x=1 approximieren. Hier sehen wir einen neuen Zug in der Jagd nach präziseren Berechnungsmethoden für π. Die Arcustangensreihe – auch Gregory-Leibniz-Reihe genannt – ist definiert als $\arctan x = x-(x^3/3)+(x^5/5)-(x^7/7)\ldots$ [6] Erst mithilfe dieser Erkenntnis konnte 1882 durch Ferdinand von Lindemann der Beweis erbracht werden, dass π sich der Berechnung durch ein endliches Produkt entzieht; d.i. dass π transzendent und irrational ist.[7]

Die Historie nach diesem Beweis ist relativ schlicht. In dem 20sten Jahrhundert kamen Rechner auf, die den Wettstreit der genausten Berechnung von π zu einer Frage der Rechnerkapazität werden ließen. So berechnete Ferguson 1947 mithilfe eines Tischrechners 808 Stellen, der Rechner NORC (Naval Ordnance Research Calculator) zehn Jahre später in 13 Minuuten 3089 Nachkommestellen, genauer und schneller als jeder menschliche Computer.[8] Mittlerweile werden die Nachkommastellen von π im Billionenbereich von Großrechnern in aberwitzig kurzer Zeit berechnet.[9] Hier überbieten sich die Mathematiker*innen und Informatiker*innen an Algorithmen und Rechenleistung regelmäßig selbst. Für eine weltliche Anwendungswissenschaft oder -kunst ist das natürlich nicht mehr relevant, hier reichen, wie schon angedeutet, die Näherungen der Ära vor den Großrechnern aus.

Wie unterscheidet sich Pi von anderen Zahlen?

π ist sowohl irrational (es kann nicht durch einen Bruch dargestellt werden) und transzendent (es kann nicht mithilfe eines endlichen Polynoms dargestellt werden) und

6 Ebd. S.41
7 Ebd. S.58
8 Diese Beschreibung halte ich in Anbetracht der Tatsache vertretbar, da wissenschaftliche Hilfskräfte, die ihre Position durch das Berechnen von Aufgaben bestritten, ebenfalls die Bezeichnung Computer („*Berechner*“) erhielten.
9 Siehe Pi.eu https://3.141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944592.eu/die-geschichte-der-zahl-pi/

somit eine besondere Zahl. Dass es so ist, war Bestandteil der Debatte in der Mathematik. Stellen wir hier kurz vor, was relevant für die Erkenntnisse über π sein kann.

Was bedeutet Irrationalität für Zahlen?

Irrationale Zahlen sind nicht als Bruch darstellbar. Das heißt, dass es bei irrationalen Zahlen kein ganzzahliges Verhältnis gibt, von dem man mit vollendeter Bestimmtheit aussagen kann, dass es eine spezifische Relation hat.

Was bedeutet Transzendenz für Zahlen?

Eine Zahl, aus der kein endliches Polynom gebildet werden kann, dass eine Nullstelle hat, ist eine transzendente Zahl. Die Möglichkeit, dass es Zahlen gibt, die so nicht beschrieben werden können, ist eine Debatte des 18ten Jahrhunderts. Leibniz und Euler konnten dies nicht so einfach erkennen, aber die Vorstellung, dass es so geartete Zahlen gibt, hatten sie formuliert.

Es ist evident, dass Transzendenz hier in einer Weise gebraucht wird, der auf den wörtlichen Sinn, der des *über etwas hinaus Gehens* hin gedacht wird. Es transzendiert die Berechnung.. Es können immer mehr Nachkommastellen berechnet werden, abgeschlossen wird die genaue Berechnung von π nie sein. Das gilt auch für Zahlen wie z.B. √2.

Hegels Grössenlehre

Welchen Status hat der Kreis in Hegels eigenem Denken? In der Enzyklopädie schreibt er darum: „Jeder der Theile der Philosophie ist ein philosophisches Ganzes, ein sich in sich selbst schließender Kreis, aber die philosophische Idee ist darin in einer besondern Bestimmtheit oder Elemente. […] [D]as Ganze stellt sich daher als ein Kreis von Kreisen dar, deren jeder ein nothwendiges Moment ist, so daß das System ihrer eigenthümlicher Elemente die ganze Idee ausmacht, die ebenso in jedem Einzelnen erscheint.“[10]

Wie verortet sich die Kreiszahl π im hegelschen System? Wenn der Kreis eine Figur ist, die die Philosophie repräsentiert, wieso bespricht er nicht die Mathematik, die um die

10 Enzyklopädie S.56

Kreiszahl gemacht wird? Sein vernichtendes Urteil lässt offen, ob es denn nicht tatsächlich eine Kreiszahl geben kann, die mit dem griechischen π dargestellt wird. Die Möglichkeit ist bestimmt gegeben.

Worte zur Methodik Hegels und der unmittelbaren Erkenntnis über Zahlen

Hegels Methode ist diejenige, eine zunächst unmittelbare Evidenz zu hinterfragen und auf den Gehalt hin zu überprüfen. Der Anfang eines wissenschaftlichen Systems muss diesen Anfang nehmen, „Was aber die wissenschaftliche Erörterung betrifft, so ist es jeder logische Satz, in welchem die Bestimmungen der Unmittelbarkeit und der Vermittlung und also die Erörterung ihres Gegensatzes und ihrer Wahrheit vorkommt.“[11] Für das Projekt der Quantität heißt das, dass zunächst ein Unmittelbares gesucht wird, dass man gegen etwas Anderes stellen kann und das vermittelbar ist. Für die Quantität heißt das, dass zunächst eine Grundlage der dialektischen Vermittlung gesucht wird.

Das Fürsichsein ist die Unmittelbarkeit der Erkenntnis über sich selbst, dass das Sein in einen Modus kommt, der selbst unmittelbar erkenntlich ist. „Das Fürsichseyn ist die einfache Einheit seiner selbst und seines Moments, des Seyns für-eines.“[12] In der „Encyclopädie“ schreibt er auch: „Das Fürsichsein [sic] als Beziehung auf sich selbst ist Unmittelbarkeit[.]“[13] Das verstärkt den Ansatz, dem Fürsichsein auch für die Quantität Ausdruck zu geben. Das „Seyn für-eines“ entdeckt „das Eins“ und enthüllt so einen Weg in die Quantität.

Hegel baut seine Quantitätslehre auf den analytischen Eigenschaften der Basiszahl Eins auf. Er vertritt also einen mathematischen Atomismus, den er in der Physik seiner Zeit wieder gespiegelt findet.[14] Die Zahlen nach Eins sind „viele Eins“, sie ergeben sich aus den Eigenschaften des Eins.[15] Zunächst ist die Unendlichkeit als die Unmittelbarkeit dieser Überlegung angesetzt.[16] Davon kommt Hegel aber auf „Das Eins“[17], dass als im „Fürsichseyn“ vermittelt wird. Im Fürsichsein finden wir das qualitative Sein wieder. Es ist „vollendet“ als „unendliches Seyn.“[18]

11 Hegel WdL S.54
12 Hegel WdL S.150
13 Hegel Encyclopädie S.133
14 Vgl. Hegel WdL S.153
15 Vgl Hegel WdL S.158, 161.
16 Hegel WdL S.126
17 Vgl Hegel WdL S.150
18 Vgl Hegel WdL S.144

„Repulsion“ und „Attraction“ als „Grundbestimmung des Eins“[19] sind so zu verstehen, dass gleich einem Atom die Leere neben dem Atom besteht, das Atom aber nicht durch die Leere, sondern durch die Materie in der Leere definiert wird. Die neuere Erkenntnis, dass dieser Umstand – dass ein Atom aus verschiedenen Quanten aufgebaut ist, der Rest aber Leere ist - auch für die Atome selbst gilt, hat Hegel noch nicht gesehen. Es würde ihn aber auch in seiner Ansicht bestätigen. Ein Atom – obwohl es in selbst solide ist - umgibt selbst in Hegels Zeit theoretisch noch Leere, bis das nächste Atom kommt.

Die Bestimmung der Mathematik, dass die Zahl Eins durch einige Eigenschaften auffällt, die sie einzigartig machen, ist zu diskutieren. Darüber hinaus sieht Hegel „das Eins“ als viel mehr an. Mehr als neutrales Element der Multiplikation, der Potenzfunktion und der Division ist jedes Quantum in Eins schon erschlossen; hat man einen Begriff der Eins, so fällt jede weitere Zahl mit dem analytischen Urteil als schon erschlossen zurück. Die Eins ist prima inter pares.

Das Sein des Eins als Fürsichseins hat verschiedene Momente an sich, die Hegel eingangs erwähnt. „Sie sind 1) Negation überhaupt, 2) Zwey Negationen 3) somit Zweyer, die dasselbe sind, 4) die schlechthin entgegengesetzt sind; 5) Beziehung auf sich, Identität als solche, 6) negative Beziehung und doch auf sich selbst.“[20] Was ist darunter zu verstehen? Schlüsseln wir das paraphrasierend auf. 1) Was ist eine „Negation“? Darunter versteht man den Widerspruch, das Negative, das sich anders Verhalten von Umständen. Ist durch die Negation das Objekt vernichtet? Oder ist es lediglich in seinem Nichtsein bestimmt? Wie ist die Negation der Eins bestimmt? Dies sind die Entscheidungen, die bei dem Begriff der „Negation“ ausschlaggebend sind. Wir können festhalten: Das Moment der Negation des Eins ist vermutlich die vielen Eins.[21] 2) Heißt die Negation der Negation die Negation der Negation des Eins oder nur die der Negation? Dadurch könnte das Sein in einer zweiwertigen Logik affirmativ gesetzt werden. Ist das schon zu mathematisch präformiert, im Sinne eines naiven Satzes wie „Minus (1) mal Minus (1) ergibt Plus Eins?“ Dass bei der Negation der Negation die Negation negiert wird, ist ein mögliches Urteil, zu dem man kommen kann, wenn man sich mit Hegels Wortwahl ansieht. Also gerade nicht das affirmative Urteil, sondern das Negieren des Nicht. 3) zwei Negationen, die dasselbe, nämlich Negationen sind, mithin 1 auszusagen, gegensätzlich; gerade nicht aufgehoben sind, 4) das Urteil, dass die Negation der Negation aussagen kann, dass es gerade nicht um eine Negation von $\neg 1$

19 Vgl Hegel WdL S.158ff
20 Hegel WdL S.151
21 Ebd.

handelt, sondern um die Ablehnung der Negation an sich geht; 5) im durch Repulsion in die Leere aufgehobenen Urteil bezieht sich $\neg\neg 1$ auf 1 und in Ablehnung der zweiwertigen Logik wiederum nicht, 6) und doch trotz der negativen Beziehung der Identität wiederum Beziehung auf sich selbst.

Hegels Logik ist nur zu verstehen, wenn man außerhalb der zweiwertigen Logik denkt. Die Ablehnung des *Duplex Negatio Affirmam* und die Theorie dahinter ist essentiell, wenn der Versuch der Interpretation der Texte Hegels gelingen will. Eine einfache Negation sagt, dass etwas nicht ist. Es ist immer noch durch die Identität auf sich selbst erschlossen. Erst das aufhebende Urteil, eine dialektische Negation, entbirgt die Tatsache, dass etwas sehr wohl nicht nicht sein kann und dementsprechend unterschieden ist von dem Fall, dass etwas ist.[22] Das aufhebende Nego, das eine neue Dimension in die Logik bringt, löst die Probleme der Quantität auf.[23] Es gilt also, zusammenfassend, das Negation nicht immer gleich Negation ist.[24] Eine Negation negiert in einer Weise, die zwar mit einer zweiten Art Negation wesensverwandt ist, aber nicht gleichzusetzen ist. Die Negation der Negation von Eins könnte somit als ein affirmatives Urteil aufgefasst werden. Das aufgehobene Urteil muss verschoben werden, bis geklärt ist, welcher Natur die Negationen sind und ob $\neg_a$ sich auf $\neg_b$ oder auf das Eins bezieht.

Hier kommen wir auf den Punkt, dass die zwei Negationen, die das Wesen des Eins beschreiben, auch wesensmäßig unterschieden sein können. Sind sie dasselbe? Nach 3) ist zu vermuten, dass es sich um dieselbe Negation handelt. Was kann aber von „$\neg\neg 1$“ ausgesagt werden, das nicht von „1“ ausgesagt werden kann?

Dem Aspekt der Einheit kommt die Aufgabe zu, „Discretion“ und „Continuität“[25] als gegensätzliche Momente zu vermitteln. Es erlangt diese Fähigkeit dadurch, Grenzen ziehen zu können. „Das Eins ist insofern sich α) auf sich beziehende, β)

22 Es gibt viele Negationen in Hegels System. Die Unterscheidung zwischen positiven (gesetzten) und negativen (abstrakten) Negationen nimmt sehr viel Raum in der hegelianisch geprägten Philosophie ein. Im aufhebenden Urteil ist verfasst, dass etwas als Negation der Negation so bleibt wie es war, bevor es negiert wurde, aber in einer neueren Qualität unmittelbar gegeben ist, sodass ein virtuoser Zirkel einen Kreis beschreibt, der zum Ausgangspunkt in bedenken des Ganzen zurück geführt wird. Siehe dazu Hegel WdL 94ff, in dem er bestimmender Weise erklärt, was man unter der aufhebenden Negation zu verstehen hat. Es ist eine Grundbestimmung der Philosophie, weil das Aufgehobene ideell vorliegt.

23 Vgl Hegel WdL S.159

24 Ein Satz, der widersprüchlich sein muss. Eine dialektische, mithin aufhebende, abstrakt-negative oder bestimmt-negative Verbindung zwischen den Negationen wird so zum Ausdruck gebracht. Wir könnten die unterschiedlichen Negationen durch abweichende Nomenklatur klären, aber diese Arbeit würde dadurch nicht weiter gebracht werden.

25 Hegel WdL S.189

umschliessende, und γ) anderes ausschliessende Grenze.“[26] Hier kommen mehrere Aspekte ins Spiel, die wir später noch einmal genauer untersuchen werden. Eine konkrete Zahl als Quantum für ein Ding benötigt eine Einheit um den generalisierenden Aspekt darstellen zu können. Daher bezieht sich „das Eins“ auf sich selbst. Als umschließende Einheit bezeichnet es die Vielheit, die Fähigkeit, zwischen mehreren Individuen desselben Typus zu unterscheiden. Als ausschließende Grenze klärt es den Zusammenhang zwischen Diesem und Anderem.

Des Weiteren kämen wir in einer binären Logik mit vielen Alltagsphänomenen nicht zurecht, bei denen graduierte Prozesse am werken sind; somit kann man eine weitere Lesart Hegels stark machen, bei der Hegel die Logik der Seinszusammenhänge als Maßstab für die Erarbeitung von Begriffen nutzt. Das Eins ist das Eins der Einheit mit sich Selbst in Abtrennung zu anderen seiner Art. Darin wären wir wieder bei der Beziehung auf das Selbst. Mit welchem Fokus sieht Hegel auf die Welt? Seine Denkart ist von diametralen Gegensätzen geprägt. Er legt in seiner Grössenlehre dar, dass selbst Mathematik unter seiner Denkart fällt. Der Widerstreit zwischen Attraction und Repulsion sowie der zwischen Diskretion und Continuität ist methodisch angelegt. In beiden Fällen heben sich diese Momente – im ersten Fall „das Eins“, im zweiten die „Quantität“ - gegenseitig auf.

Was ist eine Zahl?

Hier ist die Zeit gekommen, zu klären, was Hegel unter einer Zahl versteht und wie er sie beschreibt. Dafür rezipiere ich, mehr aus Notwehr denn aus Verständnis, das gesamte Kapitel über die Zahl. Es geschieht aus dem Gesichtspunkt der Interpretation des Zahlseins und der bereits erwähnten Momente der Diskretion und der Kontinuität. Auch geschieht es um zu zeigen, dass Hegel zunächst die Zahl als natürliche versteht und erst im zweiten Moment, dass in einem späteren Kapitel diskutiert wird, rational wird.

Hegel schreibt zunächst „Das Quantum, zunächst Quantität mit einer Bestimmtheit oder Grenze überhaupt, - ist in seiner vollkommenen Bestimmtheit die Zahl.“[27] Hier fungiert die Bestimmtheit als Bestimmung, allgemein ist das bei Hegel aber als Negation aufzufassen. Hegel versteht die Bestimmtheit als solche als Qualität. Größe, Quantität ist die aufgehobene Bestimmtheit und die qualitativ bestimmte Qualität ist das Maß.[28]

26 Hegel WdL S.194
27 Hegel WdL S.193
28 Hegel WdL S.66

Es wird somit klar, wieso er unter 1) schreibt, dass das Eins als Negation aufzufassen ist. Eine Zahl kann – wie Pi – eine geometrische Erkenntnis veranschaulichen oder – so liegt es aufgrund der Nähe Hegels zu Strukturen der Physik nahe – Größen in der Welt zu beschreiben. Hier würde ich als Beispiel eine Kilopackung Mehl nehmen. Auch wenn man diesen Umstand mit zwei Pfund Mehl beschreiben kann, ist die Intension von ‚Einem Kilo Mehl' von der ‚Zwei Pfund Mehl' unterschieden, in der Extension fallen diese beiden Beschreibungen zusammen. Die Zahl, die für die Beschreibung des Quantums Mehl genutzt wird, differiert. Hier ist die Quantität bestimmt, d.i. 1000 Gramm Mehl, zwei Pfund Mehl, 35,274 Unzen Mehl, etc. sind klar erkennbar unterschiedliche Zahlen, aber durch die Bestimmung wird auch die Maßeinheit geklärt. Die Zahl ist abhängig von der Einheit, mit der gezählt wird und durch welche sie (vollständig) bestimmt ist.[29] Die Einheit bestimmt die Begrenztheit. „Die Quantität ist Quantum, oder hat eine Grenze[.]“[30] So ist α), β) und γ) zu verstehen, „sowohl als continuirliche wie als discrete Größe.“[31] Durch die Modi der Kontinuität als auch der Diskretion bezieht sich auf das ausschließen und umschließen. Das sind zwei Seiten der einen Medaille, der Einheit. „Die Quantität ist als das aufgehobene Fürsichseyn schon an und für sich selbst gegen ihre Grenze gleichgültig.“[32] Damit sagt Hegel, dass das ideelle Fürsichseyn nicht nur egalitär, sondern auch gleichwertig ist.[33] Die Grenze ist vorhanden, aber sie hat keine nähere Bestimmung. „Aber damit ist ihr ebenso die Grenze, oder ein Quantum zu seyn, nicht gleichgültig; denn sie enthält das Eins, das absolute Bestimmtseyn, in sich als ihr eigenes Moment, das also als gesetzt an ihrer Continuität oder Einheit ihre Grenze ist, die aber als Eins, zu dem sie überhaupt geworden, bleibt.“[34] Wir kommen also zu dem Schluss, dass in der Quantität eine Anlage sein muss, die diese vorläufige Bestimmung der Gleichgültigkeit anulliert und realisiert. Das klingt oberflächlich widersprüchlich, aber in der Realisierung wird die Quantität zu einer Zahl, anulliert sich dementsprechend und findet doch ihre vollständige Bestimmung, realisiert sich also.[35] „Diß Eins ist also das Princip des Quantums, aber das Eins als der Quantität.“[36] Wie schon einführend angedeutet, ist das

29 Einheit generell ist ein ambivalenter Begriff. Einerseits bezeichnet es ein zählendes Miteinander, *die Einheit*. Andererseits ist es das Einssein, *das Einheit sein*.
30 Hegel WdL S.193
31 Ebd.
32 Hegel WdL S.193
33 Vgl. Hegel WdL S.150
34 Hegel WdL S.193
35 Obwohl man hier fragen könnte, ob sich Ideen überhaupt realisieren lassen, ohne von ihrer eigentlichen Bestimmung, nämlich Ideen zu sein, wegzutreten.
36 Hegel WdL S.194

Eins als Einheit der Quantität in ihrer vollständigen Bestimmung gedacht. „Dadurch ist es es erstlich continuirlich, es ist Einheit; zweytens ist es discret, an sich sich seyende (wie in der continuirlichen) oder gesetzte (wie in der discreten Größe) Vielheit der Eins, welche die Gleichheit miteinander, jene Continuität, dieselbe Einheit haben. Drittens ist diß Ein auch Negation der vielen Eins als einfache Grenze, ein Ausschliessen seines Andersseyns aus sich, eine Bestimmung seiner gegen andere Quanta.“[37] Wie schon vorher geklärt, kommen hier Kontinuität und Diskretion zum tragen. Im Eins kontinuiert sich die Einheit, teilt sich diskret durch die Vielheit auf und schließt andere Quanta aus um somit wiederrum eine Einheit der gleichen Dinge zu bestimmen. „Das Eins ist insofern sich α) auf sich beziehende, β) umschliessende, und γ) anderes ausschliessende Grenze.“[38]

„Das Quantum in diesen Bestimmungen vollständig gesetzt, ist die Zahl.“[39] Erst wenn diese drei Bestimmungen zusammentreffen, ist eine Zahl realisiert. „Das vollständige Gesetztseyn liegt in dem Daseyn der Grenze als Vielheit und damit ihrem Unterschiedenseyn von der Einheit.“[40] Hier fungiert Einheit nicht nur als Zähler, sondern auch als Sein des Einen. Was heißt hier „Gesetztseyn?“ Eine Grenzziehung, eine Fixierung, eine diskrete Unterscheidung zwischen dem einen und dem anderen. Vielleicht meint Hegel auch, dass das Fürsichsein sich irgendwo lokalisieren kann, wodurch es sich setzt. In der Mathematik wird eine Zahl immer definiert, sie wird also gesetzt. „Diese Grenze, außer dem, daß sie auf die Einheit bezogen und die Negation an derselben ist, ist als Eins auch auf sich bezogen; so ist sie umschliessende, befassende Grenze.“[41] An diesem Punkt kann man die Auswirkungen von Continuität und Discretion wiederfinden. Einerseits hat ein Quantum, eine Größe eine Grenze, andererseits kann sich die Größe in anderen Seienden weiterführen, d.i. man kann ein Quantum mit einem anderen Quantum unter Umständen vergleichen, so wie Gewicht, Länge, im Allgemeinen Maße kontinuiert werden. Eine Maßeinheit ist Grenze nach unten so wie nach oben, so kann ein Kilogramm Mehl von 1001 Gramm und 999 Gramm Mehl unterschieden werden. Schließlich muss ein Quantum von einem differenten Quantum mit teilweise gleicher Bestimmung (das es sich um ein Gewicht handelt und dass der Stoff der selbe ist) unterschieden werden. „Die Zahl erscheint,

37 Hegel Ebd.
38 Hegel Ebd.
39 Hegel WdL S.194
40 Ebd.
41 Hegel WdL S.191

deswegen als discrete Größe, aber sie hat an der Einheit ebenso die Continuität.“[42] Ist hier Einheit wieder als Zähler gemeint? Die Einheit zählt hier das vereinzelte Sein, das was ist. „Sie ist darum auch das Quantum in vollkommener Bestimmtheit; indem in ihr die Grenze als bestimmte Vielheit, die das Eins, das schlechthin bestimmte, zu seinem Principe hat.“[43] Als Prinzip des Eins gilt hier die Grenze zu den Vielen Eins, und somit gegen alle natürlichen und Kardinalzahlen abgehoben, im Sinne des *tollere*, des Aufhebens. Die Bestimmung bestimmt das Quantum gegen seine innewohnende – analytische – Grenze.[44] „Die Continuität, als in der das Eins nur an sich, als aufgehobenes ist, - gesetzt als Einheit, - ist die Form der Unbestimmtheit.“ Hier finden wir ein unbestimmtes Moment wieder, das in der Einheit des Eins aufgehoben wird.[45] Das Eins ist aufgehoben, d.i. vor ein betrachtendes Etwas gestellt, somit *vorgestellt*, im Sinne eines Idealismus als Idee erfasst.

„Das Quantum nur als solches ist begrenzt überhaupt, seine Grenze ist abstracte, einfache Bestimmtheit desselben.“[46] An seiner Grenze ist es bestimmt, wenn etwas zum Beispiel. auf 1000 Gramm abgewogen ist, ist es, innerhalb einer gewissen Toleranz, in seinem Sein bestimmt. Aber diese Grenze ist auch prinzipielle Grenze. „Indem es aber Zahl ist, ist diese Grenze als in sich selbst mannichfaltig gesetzt.“[47] In der Zählung quantifiziert man etwas genau, so wie das Gramm, die Unze, das Pfund. Es ist fixiert, und auch das, was gezählt wird, ist fixiert. Diese Bestimmung transzendiert gerade nicht, sondern ist exakt bestimmt. „Sie enthält die vielen Eins, die ihr Daseyn ausmachen, enthält sie aber nicht auf unbestimmte Weise, sondern die Bestimmtheit der Grenze fällt in sie; die Grenze schließt anderes Daseyn, d.i. andere Viele aus, und die von ihr umschlossenen Eins sind eine bestimmte Menge, - die Anzahl, zu welcher als der Discretion, wie sie in der Zahl ist, das andere die Einheit, die Continuität derselben,

42 Hegel WdL S.194
43 Ebd.
44 Vgl. Hegel WdL S.200 Hier wendet sich Hegel gegen Kants Idee, dass mathematische Urteile synthetische Urteile a priori sind.
45 Hier müssen wir uns fragen, was ein Einzelding ausmacht. Ist die Erde *ein* Körper? Ist unser Sonnensystem eines? Ist das Universum als Einzelding auffassbar? Notwendig muss es innere Bestimmungen geben, die die Bestandteile dieser Einzelnen gegeneinander – diskret – unterscheiden können. Dabei ist das Universum, unser Sonnensystem, unsere Erde eines, aber wir sind Bestandteil dieser Bestimmungen. Wir können aber von diesen Einzeldingen differieren, sie als Pluralität wahrnehmen.
46 Hegel WdL S.194
47 Ebd.

ist.“[48] Ein Quantum wird über Anzahl und Einheit bestimmt und gesetzt: „Anzahl und Einheit machen die Momente der Zahl aus.“[49]

„Von der Anzahl ist noch näher zu sehen, wie die Vielen Eins, aus denen sie besteht, in der Grenze sind; von der Anzahl ist der Ausdruck richtig, daß sie aus den Vielen besteht, denn die Eins sind in ihr nicht als aufgehoben, sondern sind in ihr, nur mit der ausschließenden Grenze gesetzt, gegen welche sie gleichgültig sind.“[50] Die Vielen Eins, zunächst die natürlichen Zahlen und die Kardinalzahlen, werden in der Anzahl gesetzt. Nehmen wir als Beispiel sieben Säcke Mehl. Hier fungiert die Einheit als Kontinuität und Ausschließlichkeit, gegen andere Quanta, gegen z.B. ein Kilo Mehl, abgegrenzt zu sein. In sich ist diese Bestimmtheit gleichwertig, ein Sack Mehl ist genauso viel wie ein anderer Sack. „Beym Daseyn hatte sich zunächst das Verhältniß der Grenze zu demselben so gestellt, daß das Daseyn als das affirmative diesseits seiner Grenze bestehen blieb, und diese, die Negation, ausserhalb an seinem Rande sich befand; ebenso erscheint an den vielen Eins das Abbrechen derselben und das Ausschliessen anderer Eins als eine Bestimmung, die ausserhalb der umschlossenen Eins fällt.“[51] Hier finden wir wieder, was sich weiter vorne abzeichnete, nämlich, dass das Verhältnis äusserlich und innerlich bestimmt wird. Es ist somit nach β) umschließende und γ) ausschließende Grenze. „Aber es hat sich dort ergeben, daß die Grenze das Daseyn durchdringt, soweit geht als dieses, und daß Etwas dadurch seiner Bestimmung nach begrenzt, d.i. endlich ist.“[52] Hier wird die Grenze ideell aufgefasst, als Bestimmtheit des Daseyns in dem Sinne, dass etwas dem Prinzip nach endlich – begrenzt – ist. „So stellt man im Quantitativen der Zahl etwa Hundert so vor, daß das hundertste Ein allein die Vielen so begrenze, daß sie Hundert seyen.“[53] Das Hundertste verhält sich gleichgültig gegen die anderen Hundertstel, qualitativ anders gegen andere Mengen, und schließlich realisiert sich so die Zahl in der Menge aller derer, die selbst Hundertstel sind zu einem Hundert. „Einerseits ist diß richtig; andererseits aber hat unter den hundert Eins keines einen Vorzug, da sie nur gleich sind jedes ist ebenso das Hundertste; sie gehören alle der Grenze an, wodurch die Zahl Hundert ist; diese kann für ihre Bestimmtheit keines entbehren; die andern machen somit gegen das hundertste Eins kein Daseyn aus, das

48 Ebd.
49 Ebd.
50 Ebd
51 Hegel WdL S.194f
52 Hegel WdL S.195
53 Ebd.

ausserhalb der Grenze oder nur innerhalb ihrer, überhaupt verschieden von ihr wäre.“[54] Es reicht nicht aus, 99 oder 101 Hundertstel zu einer Menge zu haben, es müssen exakt Hundert sein. Wie schon debattiert, ist dies gerade nicht egal, sondern definitorisch wichtig. „Die Anzahl ist daher nicht eine Vielheit gegen das umschliessende, begrenzende Eins, sondern macht selbst diese Begrenzung aus, welche ein bestimmtes Quantum ist; die Vielen machen eine Zahl, Ein Zwey, Ein Zehen, Ein Hundert u.s.f. aus.“[55] Ist diese Bestimmtheit nicht für ein Halbes, ½, für Pi, für e, applizierbar? Es scheint, als ob Hegel zunächst die natürlichen Zahlen bestimmt, wir werden aber in der Diskussion zu sehen haben, ob und wie Hegel bestimmte Zahlenräume beschreiben würde.[56]

„Das begrenzende Eins ist nun das Bestimmtseyn gegen Anderes, Unterscheidung der Zahl von andern.“[57] In der Begrenzung liegt die Diskretion, die wir vormals schon ansprachen. Erst in der vollständigen Gesetztheit ist die Grenze in ihrer exakten Bestimmung gesetzt. 999 Gramm sind nicht 1000 Gramm, auch wenn sie es *fast* sind. „Aber diese Unterscheidung wird nicht qualitative Bestimmtheit, sondern bleibt quantitativ, fällt nur in die vergleichende äusserliche Reflexion; die Zahl bleibt als Eins in sich zurückgekehrt, und gleichgültig gegen Andere.“[58] Auch wenn Bestimmtheit für Hegel ein Synonym für Qualität ist, ist es wichtig festzuhalten, dass wir hier eine rein quantitative Bestimmung haben. Keine ‚innerlichen‘ Bestimmungen werden gesetzt, sondern es bleibt rein äußerlich und gleichwertig. „Diese Gleichgültigkeit der Zahl gegen andere ist wesentliche Bestimmung derselben; sie macht ihr An-sich-bestimmtseyn, aber zugleich ihre eigene Aeusserlichkeit aus.“[59] Natürlich kann man einen Hektar mit einem Kilogramm nicht vergleichen. Aber die Zahlen sind dieselben, für einen Hektar wie für ein Kilogramm, dadurch sind sie bestimmt. „Sie ist so numerisches Eins, als das absolut bestimmte, das zugleich die Form der einfachen Unmittelbarkeit hat, und dem daher die Beziehung auf anderes völlig äusserlich ist.“[60] Die Einheit des Eins ist absolut bestimmt worden. Es liegt unmittelbar vor und hat nur äußerliche Beziehung auf anderes. „Als Eins, das Zahl ist, hat es ferner die Bestimmtheit, insofern sie Beziehung auf anderes ist, als seine Momente in ihm selbst,

54 Ebd.
55 Ebd.
56 Siehe Hegel WdL S.311
57 Hegel WdL S.195
58 Ebd.
59 Ebd.
60 Ebd.

in seinem Unterschiede der Einheit und der Anzahl, und die Anzahl ist selbst Vielheit der Eins d.i. es ist in ihm selbst diese absolute Aeusserlichkeit.“[61] Die Bestimmtheit als Beziehung auf andere konstituiert sich in der Einheit und der Anzahl, und die Anzahl ist rein äußerliche Bestimmtheit. „Dieser Widerspruch [der Einheit und der Anzahl] der Zahl oder des Quantums überhaupt in sich ist die Qualität des Quantums, in deren weitern Bestimmungen sich dieser Widerspruch entwickelt.“[62]

In der *Encyclopädie* schreibt Hegel über die Zahl: „Die Zahl ist Gedanke, aber der Gedanke als ein sich vollkommen äußerliches Seyn. Sie gehört nicht der Anschauung an, weil sie Gedanke ist, aber ist der die Aeußerlichkeit der Anschauung zu seiner Bestimmung habende Gedanke.“[63] In seinem weltlichen Sein, dem äußerlich Seienden, ist die Zahl bestimmt. Sie wird nur über die Welt bestimmt und kombiniert in dem Spannungsfeld ideelle, gedankliche, Eigenschaften mit konkreter Empirie.

Fazit

Man sollte diese Zahlentheorie mit einem gewissen Abstand betrachten. Es geht in der Sache nicht darum, was eine Zahl ausmacht und was ihre mathematischen Eigenschaften sind, sondern mehr darum, die Logik der Zahl (des Eins) zu analysieren und für die Rechnung mit Anzahl und Einheit miteinander zu verbinden.

Verwirrend ist Hegels Zahlentheorie deshalb, weil er sie immer mit einer Einheit verbindet. So muss ich nach eingehender Lektüre des Abschnittes zur Zahl ernsthaft fragen, ob π für Hegel eine Zahl sein kann.Was, wenn π ein direktes („ächt geomatrisches“[64]) Verhältnis ist, ungefähr 1 zu 3,141… und die eine Zahl zufällig so genannt wird, aber mit dem Verständnisses, das Hegel von einer Zahl hatte, nicht *d‘accord* gehen. Ist „die vielen Eins“ zunächst so zu verstehen, dass man (endliche, natürliche) Zahlen bekommt, wenn man zusammenzählt? Sind rationale Zahlen nur durch ein Verhältnis bestimmbar oder sind sie das selbige?

Was mich überzeugt ist, dass Zahlen(räume) und ihre Rechenregeln in einem engen Verhältnis stehen. Damit ist die Frage geklärt, ob mathematische Erkenntnis synthetische oder analytische Urteile darstellen. 7+5=12 analytisch zu fassen ist ein

61 Ebd.
62 Ebd.
63 Hegel Encyclopädie S.139
64 Hegel WdL S.196

großer Schritt in der Mathematik, mit der Basiseinheit Eins die ganzen Operationen als in einem (eindimensionalen) Raum verordnet und in Relation gesetzt entdeckt sind.[65]

Mehr und mehr stellt sich mir die Frage, ob Hegel nicht über den Raum der natürlichen Zahlen hinaus gedacht hat – schließlich könnte die Menge der rationalen Zahlen bereits als Verhältnis zwischen zwei Zahlen dargestellt werden. Damit steht im Raum, dass Verhältnisse keine Zahlen in Hegels Sinn sind. Das ist für die Vergleichbarkeit des Konstruktes Zahl für den hegelschen Sinn und den modernen Sinn schwierig einzuschätzen.

Vielleicht könnte man so argumentieren, dass die natürlichen Zahlen in einer Art die Basis für alle darauf folgenden Zahlenräume legen. Dies ist natürlich eine Form der Anschauung, der man einigen Raum zur Verfügung stellen müsste. Daraufhin müsste man eine Betrachtung anstellen, was Zahlenräume mit Zahlen zu tun haben.

Für die moderne Mathematik ist π eine Zahl. Sie ist mathematisch-transzendent und irrational. Tatsächlich hätte Hegel um den Diskurs wissen müssen und hat sich hier etwas in das Abseits der mathematischen Diskussion um die Zahl π bewegt. Einen Kreis kann man ohne um die Umstände von π zu wissen verstehen, aber eine Menge Mathematik hat sich seit 4000 Jahren um diese Zahl entwickelt, die für die Berechenbarkeit von der Beziehung von Kreisen (unberechenbar, wenigstens nicht abschließbar berechenbar) zu gleich großen Quadraten (im Prinzip berechenbar, als bezogen auf den Kreis wenigstens nicht abschließbar berechenbar) wichtig war. Die Arcustangensreihe machte offenbar, dass π irrational und transzendent ist.

In dieser Jenseitigkeit der Berechnung liegt sicherlich eine Unendlichkeit, aber es ist fraglich, in wie weit dies dazu führen könnte, dass eine absolute Bestimmtheit abgewendet werden kann oder muss.

Die Nachkommastellen über der Billionen-Grenze sind Leistungsnachweise für digitale Computer, aber der exakte Wert lässt sich aus Prinzip nicht finden. Vielleicht sollten wir mehr auf die Magie des Kreises fokussiert sein als auf die Zahl π. Für die meisten Menschen ist es ein netter, aber nutzloser Fakt, dass π mathematisch-transzendent ist. Für die Mathematik ist π eine exakt definite Zahl. Sie lässt sich nicht auf numerische Ausbuchstabierung ein, aber alles, bei dem ein Kreis mit beschrieben werden muss, muss auch π beachtet werden.

65 Hegel WdL 198

In der bestimmten Unterscheidung zwischen Einheit und Anzahl realisiert sich in dieser dialektischen Spannung die Zahl. Das ist schwierig zu verstehen, da Anzahl schon eine zählende Instanz darstellt und die Einheit sich auf mehrere Phänomene beziehen kann, nämlich das Einssein und die zählende Bestimmung eines Dinges. Wir finden in der Anzahl die nummerierende Größe, das, positiv wie addieren und negativ wie subtrahieren die Grundrechenarten entdeckt.[66] Das ist ein Phänomen der Zahlgröße, die Geometrie entdeckt die Raumgröße. In Bezug auf π finden wir hier ein Problem wieder. Zwar ist die Bestimmung des Kreises nach Hegel echt geometrisch, aber wir finden in der Geometrie eine Zahl wieder, die den Umfang mit dem Durchmesser eines Kreises verbindet. Ist das nur bestimmt für Räume oder gilt das auch als arithmetisches Ideal? Schließlich gibt es heute auch schon Funktionen in der Mathematik, die nichts mehr mit der Geometrie des Kreises zu tun haben. Es gibt auch eine Arithmetik von π, besonders im komplexen Raum, der nicht von Winkelsätzen, sondern auf Potenzfunktionen des komplexen Raumes abstellen. Schließlich ist der komplexe Raum nichts anderes als die Erweiterung des eindimensionalen Zahlenraumes der natürlichen, rationalen und irrationalen Zahlen mit einer irrealen Dimension im y-Raum der Zahlendarstellung mit eingebauten Regeln für die Addition, Multiplikation, Division und Subtraktion. Es trägt sich also ein arithmetisches Ideal in der Geometrie weiter, was Hegel nicht so gesehen hat. Hier finden wir in den eulerschen Formeln viele Betrachtungen über den Kreis wieder.

Hegel ist nicht gut für die Ideen der modernen Mathematik aufgestellt. Es bleibt die peinliche Frage, ob er nur die natürlichen Zahlen als Zahlen auffasst oder ob die rationalen Zahlen, die er als „Verhältniss“[67] beschreibt, auch Zahlen sind. Dafür gibt es Hinweise. So sagt er über das direkte Verhältnis, der Kombination aus zwei Zahlen, aus: „Hienach machen beyde [Exponent und Quotient] eigentlich nur Ein Quantum aus, das eine hat gegen das andere, nur den Werth der Einheit, nicht einer Anzahl; das andere nur den der Anzahl; nach ihrer Begriffsbestimmtheit sind sie selbst somit nicht vollständige Quanta.“[68] Die rationalen Zahlen wären dementsprechend vollständige Quanta, bestehend aus Einheit und Vielheit.

Aber wie ist das mit π? Es lässt sich nicht als Verhältnis zweier ganzer Zahlen beschreiben, ist also nicht in einem direkten oder sonst einem Verhältnis beschreibbar

66 Vgl. Hegel WdL S.197
67 Vgl. Hegel WdL S.311
68 Hegel WdL S.313

und darüber hinaus ist es keines der vieles Eins die π beschreiben, denn das, so lese ich Hegel, wäre eine natürliche Zahl. Vielleicht verhält es sich mit den natürlichen und rationalen Zahlen wirklich so wie Hegel das annimmt. Dann mangelt es aber Hegel an der Möglichkeit, Zahlen wie e oder π – transzendente Zahlen – zu beschreiben. Es fehlt ihm an dem Vokabular, solche Bewegungen der Mathematik nachzuvollziehen. Er ist aber auch mehr an anderen Eigenschaften der Zahlen - schlechte (mathematische) und wahrhafte Unendlichkeit, qualitative Bestimmtheit, Begrenztheit, Anzahl und Einheit – interessiert. Für die Mathematik ist das nicht interessant, wichtig ist für diese, dass die Beweise in der Grenzwertberechnung zuverlässig funktionieren.

Kann die Mathematik Hegel nutzen, um essentielle Wahrheiten für diese zu formulieren? Im Bereich der natürlichen und rationalen Zahlen sicherlich. Die analytische Natur seiner Topik ist bestimmt in die Mathematik eingegangen. Aber die Mathematik um den Kreis herum hat sich seit Euler im komplexen Zahlenraum stark erweitert. Auf diesen Umstand könnte noch weiterführend eingegangen werden.

Die weiterführende Fragestellung, die sich aus dieser Arbeit ergibt ist, ob die rationalen Zahlen von Hegel als Zahlen, Verhältnisse, Quanta oder zwei oder alle daraus aufgefasst werden. Wie ich meine, entdeckt Hegel mit den vielen Eins nur die natürlichen Zahlen. Die rationalen Zahlen werden durch das Verhältnis zweier natürlicher Zahlen erlangt. Für die irrationalen und komplexen Zahlen bleibt uns Hegel noch ein Konzept schuldig.

Vielleicht ist es für die Philosophie wichtig, dass sich der konkrete Kreis nie schließen lässt. Worüber würden wir streiten, wenn es die eine Wahrheit gäbe?

Literatur

Blatner		Blatner, David, *π – Magie einer Zahl*, Hamburg 2001.

Hegel Encyclopädie Hegel, Georg Wilhelm Friedrich, Encyclopädie 2.Auflage Hamburg 2018.

Hegel WdL		Hegel, Georg Wilhelm Friedrich, *Wissenschaft der Logik* 2. Auflage Hamburg 2018.

Pi.eu	https://3.141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944592.eu, zuletzt aufgerufen am 23.08.2019, 17:15.