

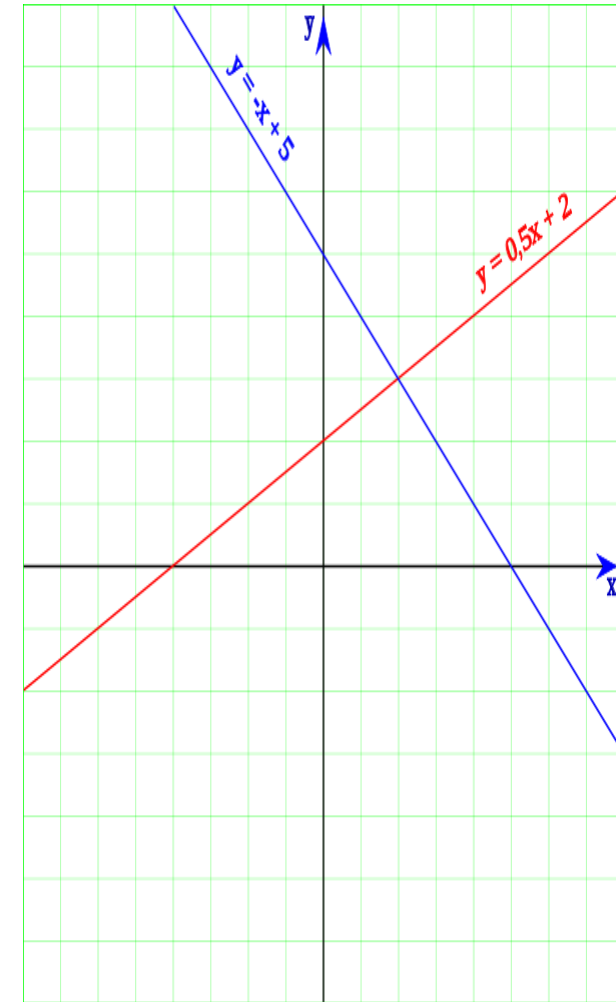
Persamaan Linier

Persamaan Linier

Persamaan linear adalah sebuah [persamaan aljabar](#), yang tiap sukunya mengandung konstanta, atau perkalian konstanta dengan [variabel](#) tunggal. Persamaan ini dikatakan linear sebab hubungan matematis ini dapat digambarkan sebagai garis lurus dalam [Sistem koordinat Kartesius](#).

Bentuk umum untuk persamaan linear adalah

$$Y = mx + c$$



Contoh

- Contoh sistem persamaan linear :
- $X + 2y = 30$
- $3b + 5c = 4d + 20$
- $5x - 3y + 6 = -9x$

Persamaan Linier Dua Variabel

- Jika diketahui dua persamaan linier, setiap persamaan linier memiliki 2 variabel.
- Pasangan dua persamaan linear dua variabel (atau lebih) yang ekuivalen dengan bentuk umum

$$\begin{cases} ax + by = p \\ cx + dy = q \end{cases}$$

Dengan $a, b, c, d, p, q, \in R$
dan $a, b, c, d \neq 0$

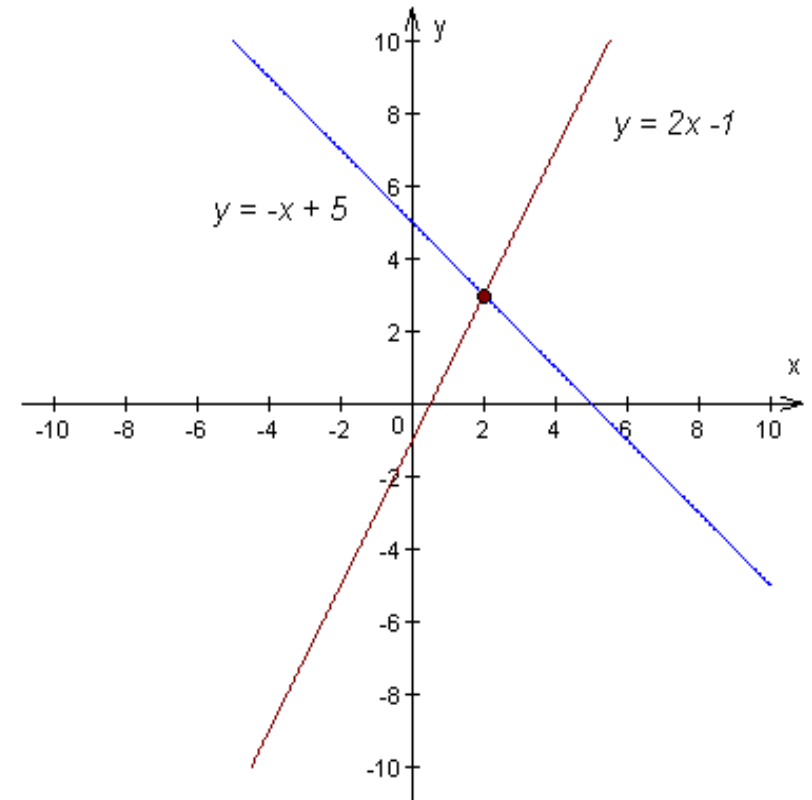
- Kemungkinan kedua persamaan linier :
 - Saling berpotongan
 - Sejajar
 - Berhimpit

Metode Penyelesaian Sistem Persamaan Linier

- Metode Grafik
- Metode Substitusi
- Metode Eliminasi

Metode Grafik

- Adalah metode penyelesaian Sistem Persamaan linier yang dilakukan dengan cara menggambar grafik dari kedua persamaan tersebut yang kemudian menentukan titik potongnya.
- Metode Grafik dilakukan untuk memodelkan persamaan linier dalam bentuk grafik 2 koordinat untuk menggambarkan persamaan linier dua variable, dan 3 koordinat untuk persamaan 3 variable



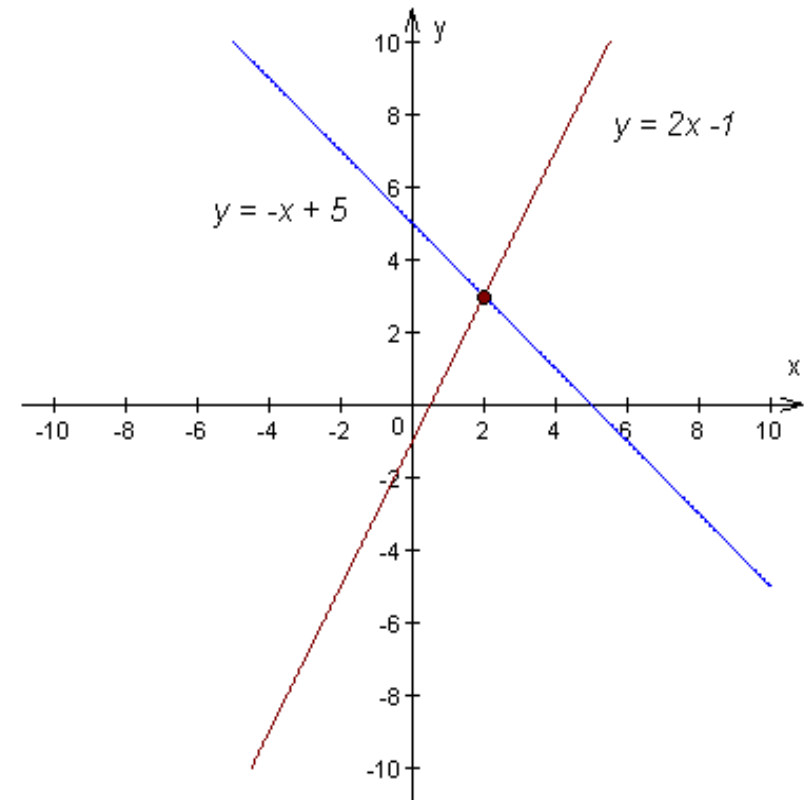
Metode Grafik

- Perhatikan dua sistem persamaan dua variabel

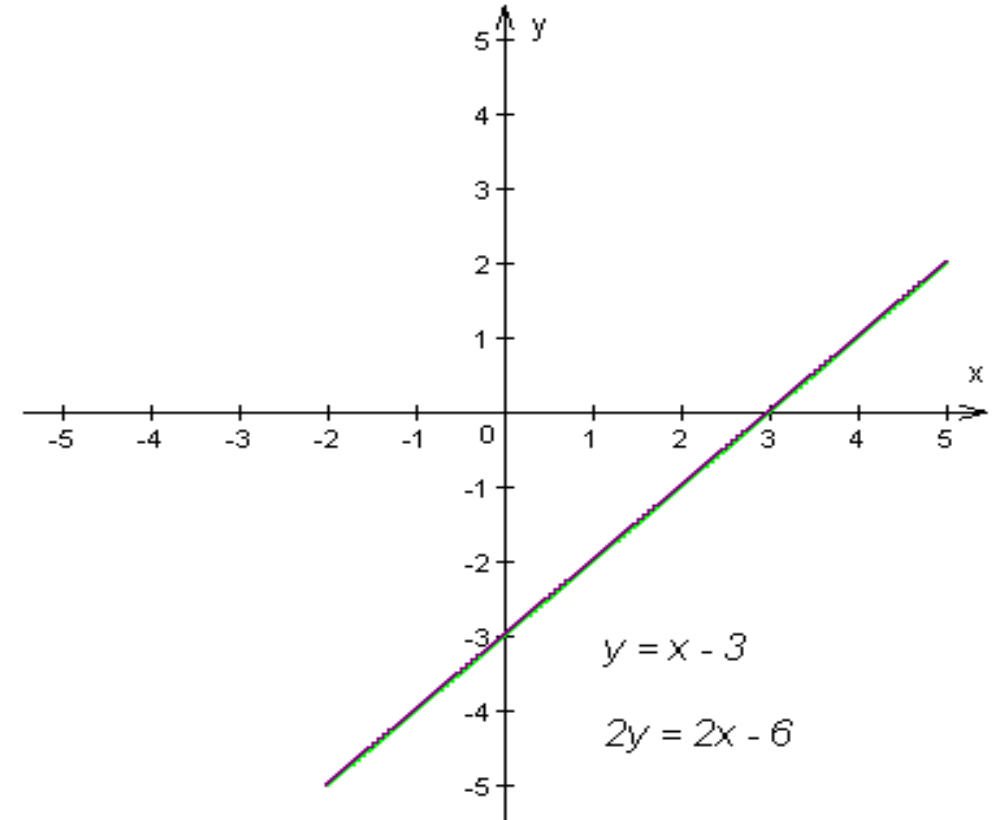
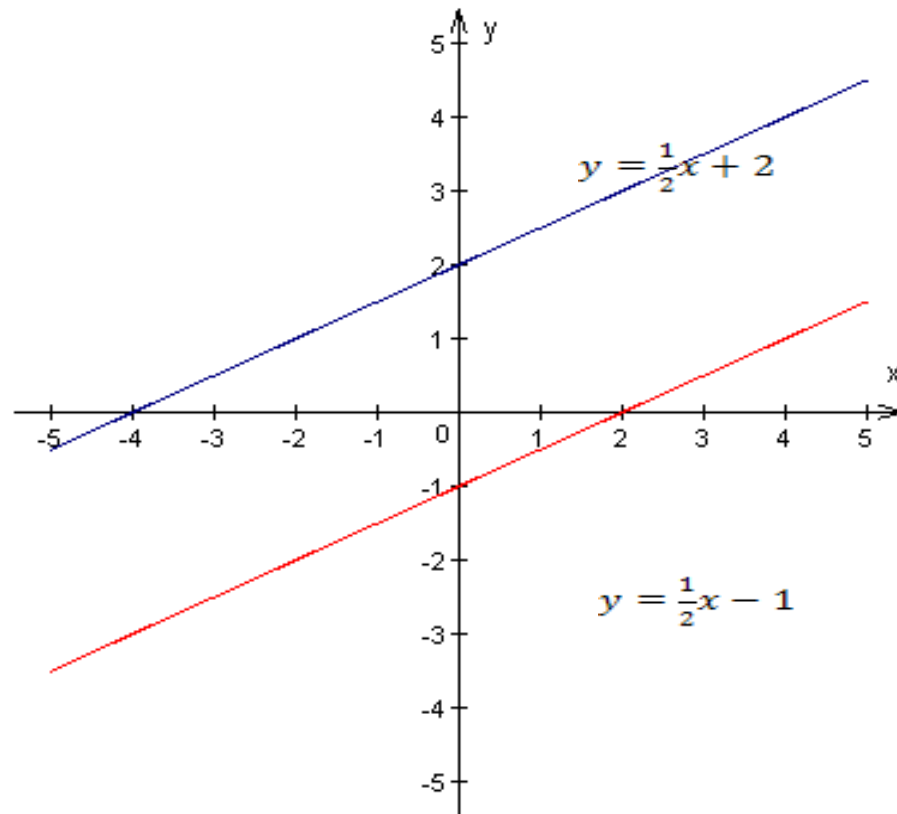
$$y = 2x - 1$$

$$y = -x + 5$$

- Solusi dari sistem ini adalah himpunan pasangan terurut yang merupakan solusi dari kedua persamaan.
- Grafik garis menunjukkan himpunan penyelesaian dari masing-masing persamaan dalam sistem. Oleh karena itu, perpotongan kedua garis adalah gambar dari penyelesaian sistem.
- Solusi dari sistem adalah $\{(2,3)\}$



Grafik mungkin sejajar atau mungkin berimpit.



Hubungan yang mungkin diantara sebuah sistem, kemiringan dari masing masing grafik, dan penyelesaian persamaan ditunjukkan pada table berikut.

$$\begin{cases} ax + by = p \\ cx + dy = q \end{cases}$$

Dengan $a, b, c, d, p, q, \in R$
dan $a, b, c, d \neq 0$

Sistem	Kemiringan	Grafik	Penyelesaian
Konsisten dan bebas	Berbeda $\frac{a}{c} \neq \frac{b}{d}$	Garis berpotongan di satu titik	Satu
Inkonsistent dan bebas atau berlawanan	Sama $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \neq \frac{p}{q}$	Garis sejajar	Tidak ada
Konsisten dan bergantung	Sama $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{p}{q}$	Garis berimpit	Tak terhingga

Metode Substitusi

- Adalah metode penyelesaian Sistem Persamaan Linier dengan cara menggantikan satu variabel dengan variabel dari persamaan yang lain
- Langkah-langkah
 1. Pilih salah satu persamaan yang paling sederhana kemudian nyatakan x sebagai fungsi y atau y sebagai fungsi x
 2. Substitusikan x atau y pada langkah 1 ke persamaan yang lainnya

Contoh Metode Substitusi

Selesaikan sistem persamaan linier berikut:

$$3x - 2y = 7 \quad (1)$$

$$2x + 4y = 10 \quad (2)$$

Misalkan variabel x yang dipilih pada persamaan (2), maka akan menjadi

$$2x + 4y = 10 \rightarrow 2x = 10 - 4y$$

$$x = 5 - 2y$$

Kemudian substitusikan x ke dalam persamaan yang lain yaitu (1)

$$x = 5 - 2y$$

$$3(5 - 2y) - 2y = 7 \rightarrow 15 - 6y - 2y = 7$$

$$-8y = -8$$

$$y = 1$$

Substitusikan $y = 1$ ke dalam salah satu persamaan awal misal persamaan (2)

$$x = 5 - 2(1) = 3$$

Jadi himpunan penyelesaian yang memenuhi kedua persamaan adalah $(3,1)$

Metode Eliminasi

- Adalah metode penyelesaian Sistem Persamaan Linier dengan cara menghilangkan salah satu variabel.
- Langkah-langkah
 1. Perhatikan koefisien x (atau y)
 - a) Jika koefisiennya sama:
 - Lakukan operasi pengurangan untuk tanda yang sama
 - Lakukan operasi penjumlahan untuk tanda yang berbeda
 - b) Jika koefisiennya berbeda, samakan koefisiennya dengan cara mengalikan persamaan-persamaan dengan konstanta yang sesuai, lalu lakukan seperti langkah a)
 2. Lakukan kembali langkah 1 untuk mengeliminasi variabel lainnya.

Contoh Metode Eliminasi

Carilah nilai – nilai dari variabel X dan Y yang dapat memenuhi kedua persamaan berikut:

$$3x - 2y = 7 \quad (3)$$

$$2x + 4y = 10 \quad (4)$$

Penyelesaian

Misal variabel yang akan dieliminasi adalah y, maka pers (3) dikalikan 2 dan pers (4) dikalikan 1.

$$3x - 2y = 7 \text{ dikalikan } 2 \rightarrow 6x - 4y = 14$$

$$2x + 4y = 10 \text{ dikalikan } 1 \rightarrow 2x + 4y = 10 \quad +$$

$$8x + 0 = 24$$

$$x = 3$$

Substitusikan variabel $x = 3$ ke dalam salah satu persamaan awal, misal pers (3)

$$3x - 2y = 7$$

$$3(3) - 2y = 7$$

$$-2y = 7 - 9 = -2$$

$$y = 1$$

Jadi himpunan penyelesaian dari sistem persamaan tersebut adalah $(3,1)$

Persamaan Ketergantungan Linier dan Ketidakkonsistenan

Bila kedua persamaan mempunyai kemiringan (slope) yang sama, maka gambarnya akan terdapat dua kemungkinan yaitu:

1. Kedua garis adalah sejajar dan tidak mempunyai titik potong, sehingga tidak ada penyelesaian. Kedua persamaan ini disebut sebagai sistem persamaan linier yang tidak konsisten
2. Kedua garis akan berhimpit, sehingga penyelesaiannya dalam jumlah yang tidak terbatas. Kedua persamaan ini disebut sebagai sistem persamaan linier yang tergantung secara linier

Contoh

$$2x + 3y = 7$$

$$4x + 6y = 12$$

Persamaan di atas keduanya tidak konsisten karena kedua persamaan ini mempunyai slope yang sama tetapi intercept berbeda

Contoh

$$5x + 2y = 10$$

$$20x + 8y = 40$$

Kedua persamaan di atas adalah tergantung secara linier, karena kedua persamaan ini mempunyai slope dan intercept yang sama sehingga kalau digambarkan akan berhimpit satu sama lain

Latihan:

1. Gambarkan 2 persamaan linier , dan tentukan titik potong pers linier tsb :

a. $3y + 2x = 6$

$$3y - 2x = 12$$

b. $Y = 0.5 x + 2$

$$Y = -2x + 4$$

Selesaikan

1 (a) $\begin{cases} 2x - 5y = 11 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} 2x - 3y = 8 \\ -6x + 9y = 6 \end{cases}$ (c) $\begin{cases} 2x - 3y = 8 \\ -4x + 6y = -16 \end{cases}$

2 Tentukan berapa saja nilai k , supaya 2 persamaan garis tersebut Berpotongan, sejajar dan berimpit untuk persamaan

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x - 2y = k \end{cases}$$

Selesaikan, cari x , y dan z

$$\begin{aligned}x + 2y + 3z &= 1 \\2x + 5y + 3z &= 6 \\x + 8z &= -6\end{aligned}$$

Tugas 2 Aljabar Linier

1. Gambarkan 2 persamaan linier, jika tidak ada titik potong jelaskan

a. $x + y = 2$

$$2x + 2y = 6$$

b. $x + y = 2$

$$x - y = 2$$

c. $x + y = 2$

$$2x + 2y = 4$$

2. Carilah nilai variabel dari persamaan berikut

a. $2x + y - z = 1$

$$-3x + 2y = -1$$

$$4y - z = 3$$

b. $3x_1 - 3x_4 = -3$

$$2x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 = -2$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = -1$$

$$-x_1 + 2x_2 - 4x_3 + x_4 = 1$$

c. $x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 1$

$$x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 2$$

$$x_1 - 12x_2 + x_3 + x_4 = 6$$

Terimakasih