



INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

Clase práctica 1.

Tema 1. Modelación de problemas de Programación Lineal.

Ejercicios de modelación de Problemas de Programación Lineal (PPL).

Clase práctica 1

Tema 1: Modelación de problemas de Programación Lineal.

Sumario: Ejercicios de Modelación de Problemas de Programación Lineal.

```
<title>
  Bienvenidos al Portal de la
  Digital
</title>

<script language="JavaScript"
  src="ERIA.JS"
  type="text/JavaScript">
</script>

function (celda,color)
{
  celda.bgColor=color;
}

</script>
<link href="nuevos.css"
  rel="stylesheet"
  type="text/css">
<style type="text/css">
<!--
h4 {
  font-family: Arial, Helvetica
  font-size: 12px;
  font-weight: bold;
}
-->
</style>
</head>
```



Objetivo:

Obtener el modelo matemático de Problemas de Programación Lineal con variables de valores enteros.

```
<TITLE>
  Bienvenidos al portal de la
  Ciudad
</TITLE>
<script language="JavaScript"
  src="../../GALERIA.JS"
  type="text/JavaScript">
</script>
<script>
function setcolor(celda,color)
{
  celda.bgColor=color;
}
</script>
<link href="nuevos.css"
  rel="stylesheet"
  type="text/css">
<style type="text/css">
<!--
h4 {
  font-family: Arial, Helvetica
  font-size: 12px;
  font-weight: bold;
}
-->
</style>
</head>
```



Recordando:

Componentes de un modelo de PL:

- Variables de decisión.
- Restricciones.
 - Condición de no negatividad
- Función de optimización (Función Objetivo) Maximizar / Minimizar

```
<TITLE>
  Bienvenidos al Portal de la
  Ciudad Digital
</TITLE>

<script language="JavaScript"
  src="../../GALERIA.JS"
  type="text/JavaScript">
</script>
<script>
function setcolor(celda,color)
{
  celda.bgColor=color;
}
</script>
<style>
def="s"
el="s"
type="text/css">
<!--
n4 {
font-family: Arial, Helvetica
font-size: 12px;
font-weight: bold;
}
-->
</style>
</head>
```

Forma estándar del PPL:

Hallar valores para las variables X_1, X_2, \dots, X_n
para:

$$\text{MAX } z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

s.a.

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + \dots + a_{3n}x_n \leq b_3$$

...

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

$$x_j \geq 0 \quad \text{con } j: 1..n$$

Parámetros del modelo:

Z: valor de la medida global de efectividad (es la función lineal a optimizar)

X_j : nivel de la actividad j (para $j = 1, 2, \dots, n$)

C_j : incremento en **Z** al aumentar una unidad en el nivel de la actividad j . (coeficientes de Z)

b_i : cantidad de recurso i disponible para asignar a las actividades (términos independientes).

a_{ij} : cantidad del recurso i consumido por cada unidad de la actividad j (coeficientes en las restricciones).

Pasos básicos de la modelación:

- Extraer el conjunto de datos.
- Definir el conjunto de variables involucradas en el problema y sus dominios de definición.
- Deducir el conjunto de restricciones lineales del problema que definen el conjunto de soluciones admisibles.
- Determinar la función lineal que debe ser optimizada (función objetivo).



Otras formas del PPL:

Debe hacerse notar que el modelo anterior no se ajusta a la forma natural de algunos problemas de programación lineal. Las otras *formas legítimas* son las siguientes:

1. Minimizar en lugar de maximizar la función objetivo:

$$\text{Minimizar } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$$

2. Algunas restricciones funcionales con desigualdad en sentido mayor o igual que:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n \geq b_i \quad \text{para algunos valores de } i.$$

3. Algunas restricciones funcionales en forma de ecuación:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n = b_i \quad \text{para algunos valores de } i.$$

4. Algunas variables de decisión sin la restricción de no negatividad:

$$x_j \text{ no está restringida en su signo} \quad \text{para algunos valores de } j.$$

REVISIÓN DEL TRABAJO INDEPENDIENTE

```
<head>
<TITLE>
  Bienvenidos al Portal de la
  Ciudad Digital
  </TITLE>
  <script language="JavaScript"
    src="GALERIA.JS"
    type="text/JavaScript">
  </script>
  <script>
    function setcolor(celda,color)
    {
      celda.bgColor=color;
    }
  </script>
  <hr style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 1px; border-collapse: collapse;" />
  <!--
  h4 {
    font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
    font-size: 12px;
    font-weight: bold;
  }
  -->
</style>
</head>
```



Trabajo independiente:

La UCI está evaluando en invertir en **4 proyectos diferentes**, cada uno se termina en 3 años a lo sumo. Los **flujos de caja** requeridos en cada año, la **ganancia de cada proyecto concluido**, los **años de ejecución y la disponibilidad de recursos financieros** (en miles de pesos) se resumen en la siguiente tabla:



Trabajo independiente: ...

	P1	P2	P3	P4	Dispon. Recurso (\$)
Año 1	10	8	6	12	30
Año 2	8	15	4	0	15
Año 3	18	0	16	0	20
Ganancia (\$)	35	18	24	16	

Se desea determinar en cuáles de los proyectos se debe invertir para lograr la mayor ganancia posible.
Formule el modelo matemático asociado al presente problema.

PROBLEMAS

```
<head>
<TITLE>
  Bienvenidos al Portal de la
  Ciudad Digital
</TITLE>

<script language="JavaScript"
  src="../../GALERIA.JS"
  type="text/JavaScript">
</script>
<script>
function setcolor(celda,color)
{
  celda.style.color=color;
}
</script>
<link href="nuevos.css"
  rel="stylesheet"
  type="text/css">
<style type="text/css">
<!--
h4 {
  font-family: Arial, Helvetica;
  font-size: 12px;
  font-weight: bold;
}
-->
</style>
</head>
```



Problema 1

El taller de la empresa de Muebles Habana desea obtener el plan óptimo semanal de producción para 4 tipos de mobiliario. Para esto el taller cuenta con una disponibilidad semanal de 1500 horas de fondo de tiempo de carpintería en blanco, 600 metros de madera aserrada y 200 horas en la sección de empaque, en la que previamente al empaque se revisan las piezas que conforman cada mueble. A continuación se dan los consumos unitarios de los recursos y la ganancia unitaria por cada tipo de muebles:



Problema 1...

Tipos de Mueble	Madera aserrada (m)	Carpintería (h)	Playwood (u)	Ganancia (\$/mueble)
1	2	4	2	5
2	1.5	4	1	4
3	1.2	5	-	3
4	1.5	2	3	2

Además, se conoce que se empacan 10, 12, 14 y 15 muebles por hora de cada tipo, respectivamente. Por gestiones realizadas se logran disponer de 300 láminas de *playwood* semanales. Hay que garantizar que se utilicen al menos 250 de ellas. Se necesita que la cantidad de muebles del tipo 2 y 3 no sea menor que el tipo 1 y 4. PMMQP determinar el plan óptimo de producción del taller.



Problema 2:

Una empresa textil cuenta con dos talleres que tienen en su plan de producción la confección de pantalones de hombre y de pantalones de mujer.

Los talleres 1 y 2 deben confeccionar como mínimo 100 y 150 pantalones, respectivamente.

Para la confección de los pantalones en el taller 1 se consumen 25 minutos si es de hombre y 20 minutos si es de mujer, contando con un fondo de tiempo, de 260 horas, mientras que en el taller 2, se consumen 35 y 30 minutos para ambos tipos de pantalones, respectivamente y se dispone de 300 horas para la producción.



Problema 2...

La cantidad de pantalones de hombre deben ser de al menos el 55% del total producido.

El taller 2 puede confeccionar 450 pantalones de hombre y 380 de mujer, mientras que el taller 1 posee limitaciones en su capacidad por lo que podrá confeccionar 540 pantalones de hombre ó 470 de mujer ó cualquier combinación factible (CCF).

```
<head>
<TITLE>
  Bienvenidos al Portal de la
  Ciudad Digital
</TITLE>
<script language="JavaScript">
  // ...
</script>
<script>
  function setcolor(celda,color)
  {
    celda.col = color;
  }
</script>
<link href="revistas.css"
  rel="stylesheet"
  type="text/css">
<style type="text/css">
<!--
h4 {
  font-family: Arial, Helvetica;
  font-size: 12px;
  font-weight: bold;
}
-->
</style>
</head>
```



Problema 2...

Los costos de confección son los que se muestran a continuación:

Taller	Pantalones	
	Hombre	Mujer
1	4,75	4,50
2	5,50	5,00

Plantee el modelo matemático que permita obtener el plan óptimo de producción.

Problema 3:

Una empresa debe fabricar un producto en dos variantes A y B. Para ello cuenta con dos fábricas. La primera tiene una capacidad productiva de 200 ó 500 unidades, respectivamente ó CCF, mientras que la segunda dispone de un fondo de tiempo de 4000 hrs. a la semana. Para fabricar cada producto se utiliza una materia prima de la cual puede disponerse de 3000 kg. por semana, siendo su norma de consumo de 4 y 3 kg. por unidad, respectivamente. Se conoce que en la fábrica 2 se pueden producir 30 productos del tipo A en una hora, mientras que de utilizar una hora produciendo productos del tipo B solamente se pudieran hacer 22 productos.



Problema 3...

Se sabe que la fábrica 1 está trabajando por debajo de su capacidad en un 10% por problemas técnicos por lo que se desea que no más del 25% de los productos A se produzcan en dicha fábrica. Por otra parte, las demandas exigen por lo menos de 150 productos tipo A y 800 tipo B. Los costos de producción son de \$30 y \$25 para el A y el B, respectivamente. PMMQP determinar la cantidad de productos a fabricar.

```
<head>
<title>Código de ejemplo</title>
<script language="JavaScript">
  function setcolor(celda,color)
  {
    celda.bgColor=color;
  }
</script>
<link href="nuevos.css"
  type="text/css">
<style type="text/css">
<!--
h4 {
  font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
  font-size: 12px;
  font-weight: bold;
}
-->
</style>
</head>
```

Trabajo Independiente:

SUPREMA se especializa en el estudio de la reacción de los consumidores a nuevos productos, servicios y campañas publicitarias. Una empresa cliente ha solicitado su ayuda para saber cuál es la reacción de los consumidores ante un producto doméstico recién introducido en el mercado.

En reuniones con el cliente, SUPREMA estuvo de acuerdo en efectuar entrevistas personales, puerta a puerta, para obtener respuesta en hogares con niños y en hogares sin niños.



Trabajo Independiente...

Además, SUPREMA estuvo de acuerdo en hacer entrevistas tanto durante el día, como durante la noche. De manera específica, el contrato del cliente exigía que SUPREMA realizara, como mínimo, 1000 entrevistas bajo las siguientes guías de acción:

1. Se entrevistarán por lo menos 400 hogares con niños.
2. Se entrevistarán por lo menos 400 hogares sin niños.



3. El número total de hogares entrevistados por la noche debe ser por lo menos tan elevado como el de los entrevistados durante el día.
4. Por lo menos el 40% de las entrevistas en hogares con niños deberán hacerse durante la noche.
5. Por lo menos el 60% de las entrevistas en hogares sin niños deberán efectuarse durante la noche.

Trabajo Independiente...

Dado que las entrevistas en hogares con niños ocupan más tiempo del entrevistador, y debido a que los entrevistadores de la noche cobran más que los diurnos, el costo varía según el tipo de entrevista. Con base en estudios de investigación anteriores, las estimaciones de los costos de entrevistas son:

Hogar	Costo de entrevista	
	Día	Noche
Con niños	\$20	\$25
Sin niños	\$18	\$20



Trabajo Independiente...

PMMQP determinar el plan de entrevistas de acuerdo al tipo de hogar y hora del día que satisface los requisitos del contrato.

```
<head>
<TITLE>
<envios>
Ciudad Digital
</TITLE>
<script language="JavaScript"
src="../../GALERIA.JS"
type="text/JavaScript">
</script>
<script>
function setcolor(celda,color)
{
    celda.bgColor=color;
}
</script>
<link href="nuevos.css"
rel="stylesheet"
type="text/css">
<style type="text/css">
<!--
h4 {
    font-family: Arial, Helvetica
    font-size: 12px;
    font-weight: bold;
}
-->
</style>
</head>
```



Para profundizar:

Se podrá profundizar en el estudio de este contenido accediendo al curso de la asignatura **Investigación de Operaciones** en el EVA de la UCI:

<https://eva.uci.cu/course/view.php?id=37>

En el mismo encontrará orientaciones, materiales audiovisuales, guía de estudio y de ejercicios, bibliografía en formato digital y otros recursos didácticos que le garantizarán una adecuada autopreparación.

Bibliografía

Libro de texto básico de la asignatura (digital):

Introducción a la Investigación de Operaciones.

Frederick S. Hillier; Gerald J. Lieberman. Editorial McGraw-Hill, México, 2010.

- Capítulo 3. Introducción a la Programación Lineal. Págs. 21 – 80.

Guía de Estudio para la asignatura Investigación de Operaciones. Colectivo de profesores Universidad de las Ciencias Informáticas.

https://eva.uci.cu/pluginfile.php/37936/mod_resource/content/6/Gu%C3%ADa%20de%20Estudio%20v1.2.pdf