

Quantentechnologien 1

Prof. Dr. Roland Nagy

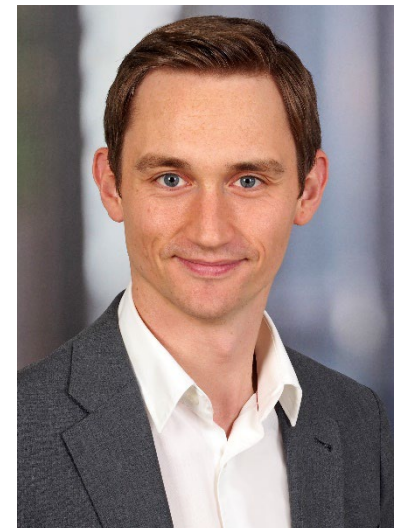
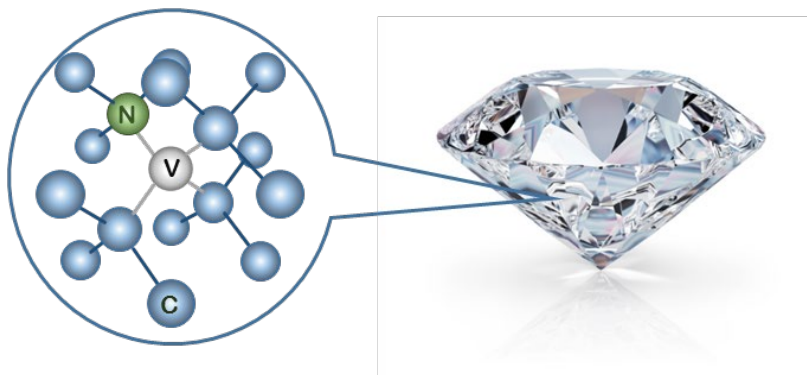


CV Roland Nagy

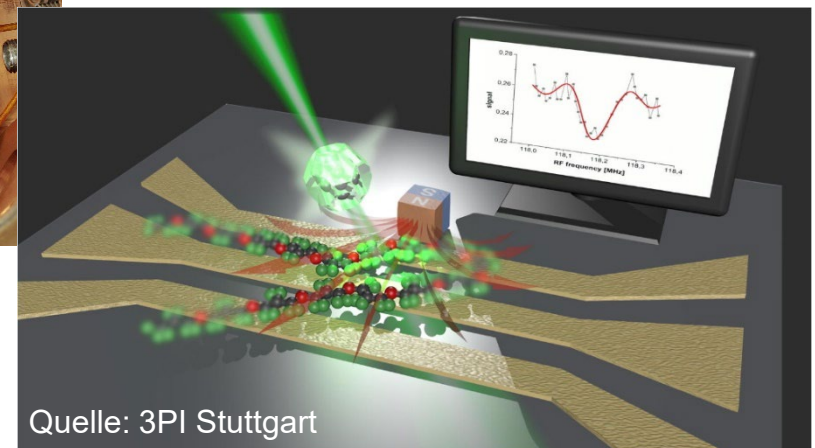
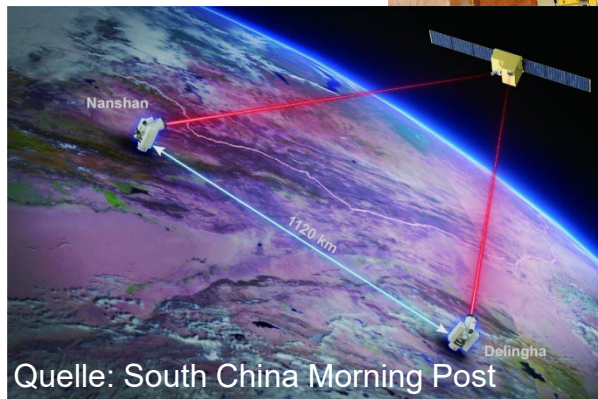
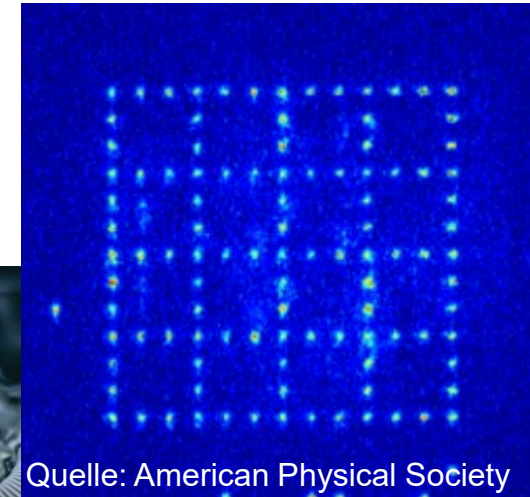
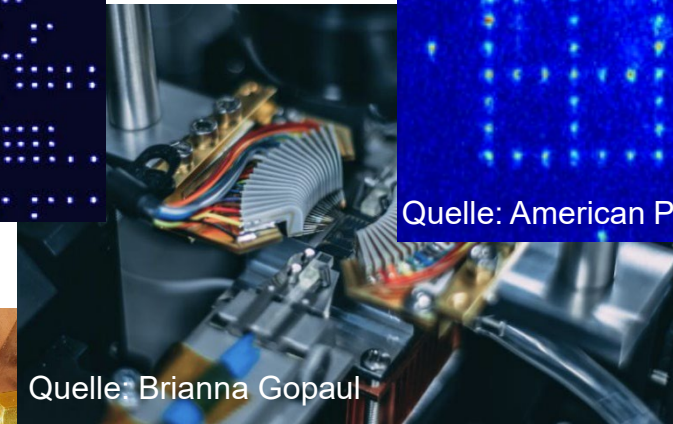
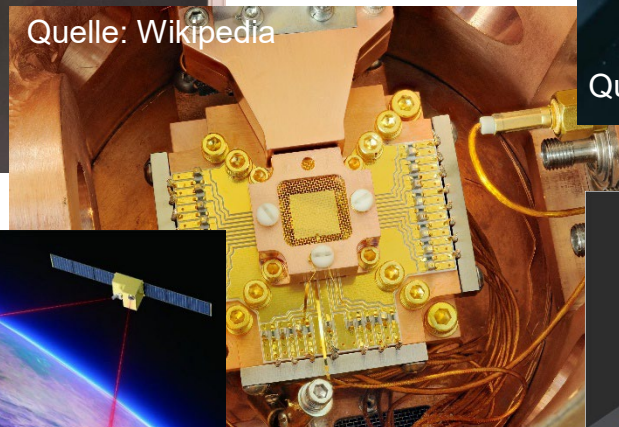
- ❑ 2011-2013 Master of Science, Electrical Engineering, FAU Erlangen
- ❑ 2013-2015 Visiting Scientist, IBM Thomas J. Watson Research Center, Physical Analytics, Yorktown Heights, USA
- ❑ 2015-2019 PhD, Silicon Vacancy Defects in 4H-Silicon Carbide for Quantum Applications, University of Stuttgart
- ❑ 2019-2020 Quantum Technology Expert, Carl-Zeiss AG, Oberkochen
- ❑ 10/2020- Professor, Research Topic: Applied Quantum Technologies, LEB, FAU Erlangen

Forschungsschwerpunkt

- ❑ Quantensensorik
- ❑ Quantenkommunikation
- ❑ Quantencomputing



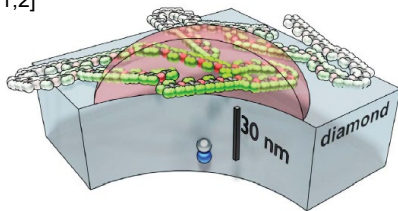
Was sind Quantentechnologien?



Einteilung von Quantentechnologien

Quantensensorik

[1,2]

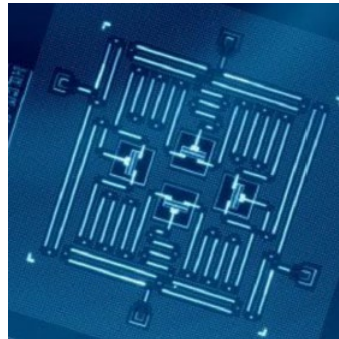


[1] N. Aslam et al.,
Science (2017) Vol. 357

[2] T. Staudacher et al.,
Science (2013) Vol. 339

Quantencomputer

[3,4]



[3] J. M. Gambetta et al.,
npj Quantum Information (2017)

[4] A. W. Harrow,
Nature (2017), Vol. 549

Quantensimulation

[5,6]

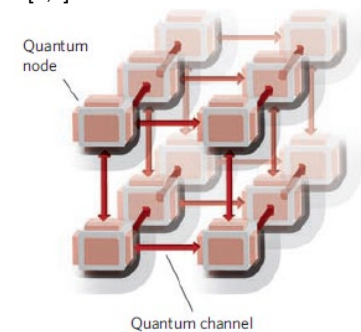


[5] J. Zhang et al.,
Nature (2017) Vol. 551

[6] H. Bernien et al.,
Nature (2017) Vol. 551

Quantenkommunikation

[7,8]



[7] H. J. Kimble,
Nature (2008), Vol. 453

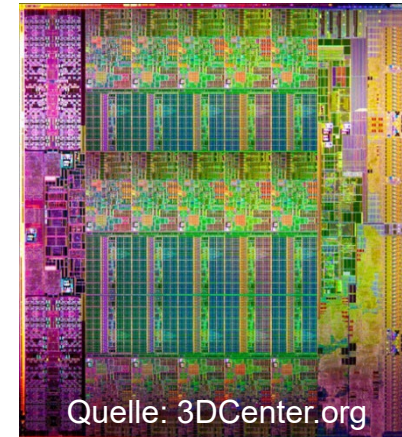
[8] G. Waldherr,
Nature (2014), Vol. 506

Warum sind Quantentechnologien für Ingenieure wichtig?

1948



2021



- ☐ Entwicklung der Theorie durch Physiker
- ☐ Erste Demonstration

- ☐ Weiterentwicklung durch Ingenieure
- ☐ Kommerziell erhältlich

Warum sind Quantentechnologien für Ingenieure wichtig?

2021



- ☐ Entwicklung der Theorie durch Physiker
- ☐ Demonstration der Funktionalität durch Physiker



2040



- ☐ Für eine Kommerzialisierung muss die Anzahl an Qubits skaliert werden
- ☐ Quantencomputer müssen kleiner und besser zugänglich sein
- ☐ Quantencomputer müssen zur Anwendung gebracht werden

Themenschwerpunkte der einzelnen Vorlesungen

1. **Vorlesung:** *Vorstellung der Vorlesung und Übung. Planck'sches Wirkungsquantum*
2. **Vorlesung:** Doppelspaltexperiment, Deutung der Wahrscheinlichkeitsdichte von Wellenfunktionen
3. **Vorlesung:** Materiewellen, Schrödinger Gleichung
4. **Vorlesung:** Heisberg'sche Unschärferelation, Statistische Interpretation von Wellengleichungen
5. **Vorlesung:** Impuls- und Ortsdarstellung, Kommutatoren von Operatoren, Messungen in der Quantenmechanik
6. **Vorlesung:** Bra- und Ket-Notation, Hilbert-Raum
7. **Vorlesung:** Lineare/Spezielle Operatoren und Eigenwertprobleme
8. **Vorlesung:** Physikalische Interpretation von Messungen, Postulate und Dichtematrixformalismus
9. **Vorlesung:** Zeitentwicklung im Hilbert-Raum
10. **Vorlesung:** Energie-Zeit-Unschärferelation und Korrespondenzprinzip
11. **Vorlesung:** Lösungen der Schrödinger Gleichung und Potentialtopf
12. **Vorlesung:** Der Quantenmechanische harmonische Oszillator

Überarbeitung der Vorlesungen

Übersicht zu den Vorlesungen, Übungen und Tutorien

Typ	Beschreibung	Datum
1. Vorlesung	<i>Vorstellung der Vorlesung und Übung. Planck'sches Wirkungsquantum</i>	17.04.2023
1. Übung/Tutorium	Vorstellung Übungsblatt 1 und Nachbearbeitung der Vorlesung	20.04.2023
2. Vorlesung	Doppelspaltexperiment, Deutung der Wahrscheinlichkeitsdichte von Wellenfunktionen	23.04.2023
2. Übung	Vorstellung Übungsblatt 2	04.05.2023
3. Vorlesung	Materiewellen, Schrödinger Gleichung	08.05.2023
2. Tutorium	Nachbearbeitung der Vorlesung	11.05.2023
4. Vorlesung	Heisberg'sche Unschärferelation, Statistische Interpretation von Wellengleichungen	15.05.2023
3. Übung	Vorstellung Übungsblatt 3	18.05.2023
5. Vorlesung	Impuls- und Ortsdarstellung, Kommutatoren von Operatoren, Messungen in der Quantenmechanik	22.05.2023
3. Tutorium	Nachbearbeitung der Vorlesung	25.05.2023

Informationen zur Übung

- ☐ Alle zwei Wochen wird ein Übungsblatt präsentiert
- ☐ Markierte Übungen vom Übungsblatt sind für die Prüfung relevant
- ☐ Jede zweite Vorlesungswoche findet eine Übungsstunde statt
- ☐ Es werden Tutorien als Hilfestellung während des Semesters angeboten
- ☐ Die Übungsblätter thematisieren Aufgaben zum Vorlesungsinhalt
- ☐ Sie müssen Gruppenweise die Übungsblätter lösen und einreichen.
- ☐ In den Übungsstunden wird jeweils ein zufälliger Student ausgewählt, welcher die Übung an der Tafel vorrechnen muss (vorbereitet sein)
- ☐ Die eingereichten Übungsblätter werden korrigiert und mit Hinweisen versehen an Sie zurück gegeben, damit Sie weiter rechnen können. Mit den Hinweisen sollen Sie die Aufgaben selbstständig lösen.
- ☐ Sie bekommen von uns keine Lösungen zu den Übungsblätter!

Informationen zur Prüfung

Möglichkeit 1 Mündlich



- ☐ 25 % → Verständnisfragen aus einem Fragenkatalog (wird online im Laufe der Woche zur Verfügung gestellt)
- ☐ 75 % → Vorrechnen einer markierten Übungsaufgabe mit Fragen

Möglichkeit 2 Schriftlich



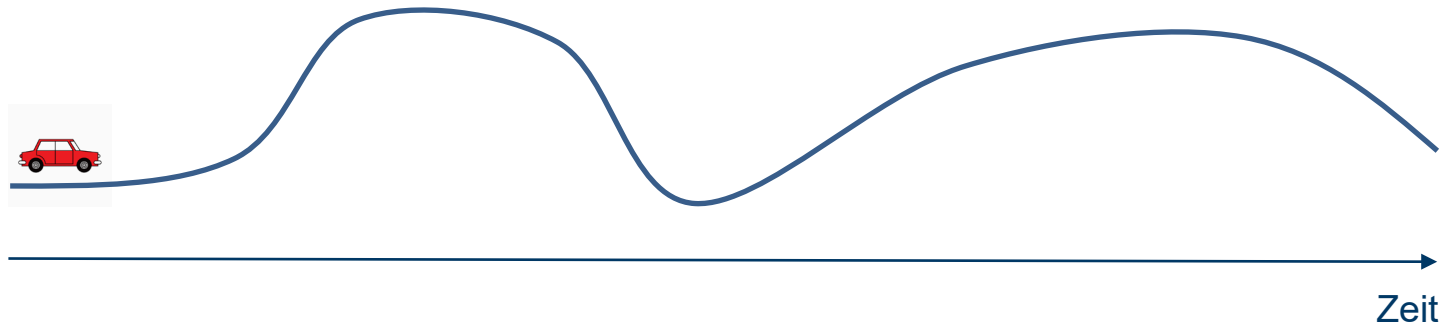
- ☐ 60 % → Markierte Rechenaufgaben aus den Übungsblätter
- ☐ 20 % → Transferrechenaufgaben
- ☐ 20 % → Fragenkatalog

Gibt es Fragen zur Vorlesung, Übung oder der Prüfung?



Grenzen der klassischen Physik?

- ❑ Klassische Physik (Mechanik) wurde im 17. Jahrhundert von Galilei, Huygens, Newton usw. entwickelt.
- ❑ Ein charakteristisches Merkmal der klassischen Mechanik ist der **Determinismus**.



- ❑ Solange wir den Weg kennen, können wir $x(t, v)$ die Position des Fahrzeugs zu jedem Zeitpunkt bestimmen.

Existieren physikalische
Limitierungen?



Ja, bei
Lichtgeschwindigkeit

$$2,9978 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Relativitätstheorie



Ja, bei einzelnen
Quanten

z. B. Abmessungen
 $\sim 10^{-9} \text{ m}$ und kleiner

Quantenmechanik

Die Geburtsstunde der Quantenmechanik

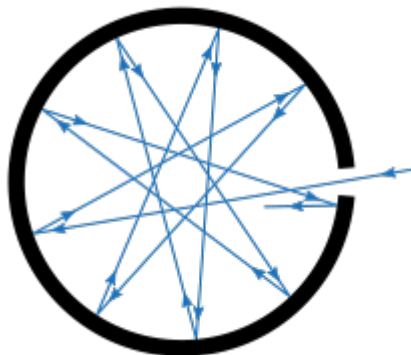
- ❑ Das Ende des 19. Jahrhunderts hat die Physik vor neue Fragenstellungen gestellt, die weder mit der klassischen Mechanik noch der Relativitätstheorie beantwortet werden konnten.

Beispiel:
Wärmestrahlung eines
Körpers



- ❑ Heiße Körper emittieren Photonen im sichtbaren Bereich
- ❑ Kalte Körper emittieren Photonen im nicht sichtbaren Bereich, die wir als Temperatur (Wärmestrahlung) wahrnehmen
- ❑ Beide Effekte haben jedoch den gleichen physikalischen Ursprung

Beispiel: Schwarzer
Körper

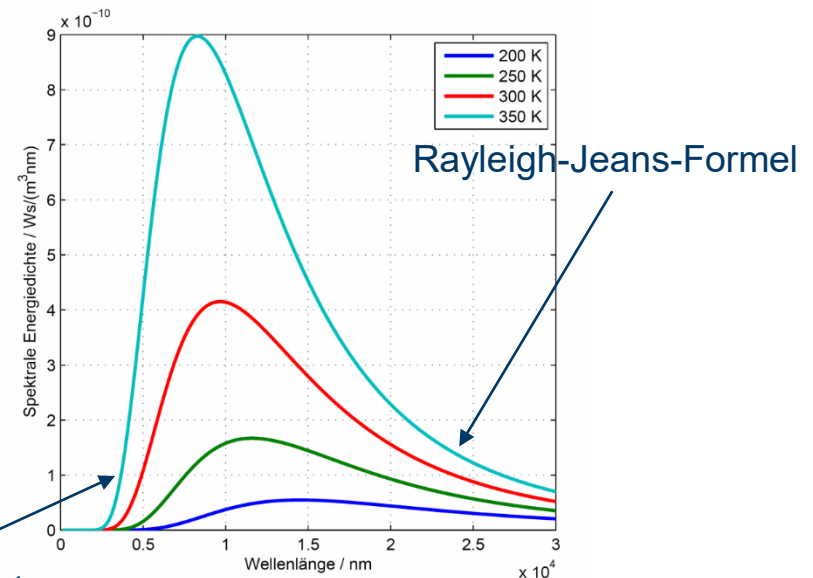


- ❑ Ein schwarzes Loch kann durch eine Hohlkugel und ein kleines Loch angenähert werden
- ❑ Die Wahrscheinlichkeit, dass eingefangene Strahlung das Loch verlässt, ist gering
- ❑ Die aus dem Loch kommende Strahlung bezeichnet man als „Schwarze Strahlung“

Ein Schwarzer Körper in der Physik

- Die austretende Strahlung ist identisch mit der Wärmestrahlung auf den Wänden innerhalb des Schwarzen Körpers.

Welche Strahlung verlässt den Schwarzen Körper durch eine Öffnung?



Wien'sches Gesetz

Theoretische Modelle zur Beschreibung der Wärmestrahlung



$$w = \int_0^{\infty} f(\nu, T) = \nu^3 a e^{-b \frac{\nu}{T}}$$

ν = Frequenz
 T = Temperatur
 a, b Konstante

Rayleigh-Jeans-Formel

$$w_{\nu} d\nu = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} k_B T d\nu$$

k_B = Boltzmannkonstante

Ein Schwarzer Körper in der Physik

- ❑ Beide theoretischen Modelle konnten nicht den vollen Kurvenverlauf darstellen.
- ❑ Das Wien'sche Gesetz stimmt bei kleinen Wellenlängen mit der gemessenen Wärmestrahlung überein.
- ❑ Die Rayleigh-Jeans-Formel stimmt bei hohen Wellenlängen mit der gemessenen Wärmestrahlung überein.

Was passiert, wenn wir
die Rayleigh-Jeans-
Formel integrieren?



$$\int_0^{\infty} w_{\lambda} d\lambda = \frac{8\pi k_B T}{\lambda^4} d\lambda = \infty$$

Die Energiedichte wäre
unendlich!!
Dies kann nicht der
Realität entsprechen



Dieses Problem ist bekannt als
Ultraviolette Katastrophe in der
Physik

Das Versagen der klassischen Physik - Ultraviolette Katastrophe



Wieso stimmt die
Theorie nicht mit dem
Experiment überein?



Alle Ansätze aus der Theorie haben
bis jetzt auf Annahmen der
klassischen Mechanik gesetzt. Gibt
es alternative Lösungsansätze?

Neuer Ansatz von Max Planck

- ❑ Max Planck hat als Ausgangslage seiner Theorie angenommen das jedes Wand-Atom im Hohlraum durch einen harmonischen Oszillator ersetzt werden soll.
- ❑ Jeder dieser Oszillatoren besitzt eine Eigenfrequenz.
- ❑ Der Oszillator schwingt mit dieser Eigenfrequenz und tauscht mit dem Elektromagnetischen Feld im Hohlraum Energie aus.
- ❑ Aufgrund der hohen Anzahl an linearen Oszillatoren in einem Hohlraum wird sich statistisch ein Gleichgewicht einstellen.
- ❑ **Jeder Oszillator besitzt ein kontinuierliches Energiespektrum, sodass dieser auch jede beliebige Strahlungsenergie austauschen kann.**
- ❑ Die erste Rechnung hat gezeigt, dass das hier angenommene Modell nicht stimmen kann!

Nächster Ansatz:
Planck'sche Hypothese



Die Oszillatoren können sich nur in solchen Zuständen befinden, deren Energien ganzzahlige Vielfache eines elementaren Energiequants ϵ_0 sind:

$$E_n = n\epsilon_0 \text{ \& } n = 0, \pm 1, \pm 2 \text{ usw.}$$

Neuer Ansatz von Max Planck

Diskrete Werte in der Physik?



Dass Oszillatoren (Atome) nur diskrete Werte annehmen können, steht im direkten Widerspruch zur klassischen Physik!

Annahme von Planck:

$$N = \sum_{n=0}^{\infty} N(n); \quad E = \sum_{n=0}^{\infty} N(n)n\varepsilon_0$$



Die Gesamtzahl der Oszillatoren ist N. Davon sind N(n) in einem Zustand E_n

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} N(n)n\varepsilon_0}{\sum_{n=0}^{\infty} N(n)}$$



Mittlere Energie pro Oszillator

Neuer Ansatz von Max Planck

Aus der klassischen Boltzmann-Statistik folgt
mit $\beta = 1/k_B T$



$$N(n) \sim e^{-\beta n \varepsilon_0}$$

Setzt man $N(n)$ in $\bar{\varepsilon}$
ein, folgt Folgendes



$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} N(n) n \varepsilon_0}{\sum_{n=0}^{\infty} N(n)} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta n \varepsilon_0} n \varepsilon_0}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta n \varepsilon_0}} = -\frac{d}{d\beta} \ln \left[\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta n \varepsilon_0} \right]$$

Die Summe von $\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta n \varepsilon_0}$ ergibt
folgende geometrische Reihe



$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta n \varepsilon_0} = \frac{1}{1 - e^{-\beta \varepsilon_0}}$$

Neuer Ansatz von Max Planck

Die mittlere Energie pro Oszillator beträgt somit

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_0}{e^{\beta\varepsilon_0} - 1}$$

Ersetzt man in der Formel von Rayleigh-Jeans die Energie $k_B T$ durch $\bar{\varepsilon}$, so erhält man:

$$w_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{\varepsilon_0}{e^{\beta\varepsilon_0} - 1}$$

Diese Formel kann ebenfalls in das Wien'sche Gesetz überführt werden, wenn ε_0 proportional zur Frequenz eines Oszillators ist

$$\varepsilon_0 \rightarrow h\nu$$

Planck'sche Strahlungsformel

Das resultierende Ergebnis ist die Planck'sche Strahlungsformel

$$w_v = \frac{8\pi v^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\beta h\nu} - 1}$$

$$\frac{h\nu}{e^{\beta h\nu} - 1} \sim \begin{cases} k_B T & \text{für } h\nu \ll k_B T \\ h\nu e^{\frac{h\nu}{k_B T}} & \text{für } h\nu \gg k_B T \end{cases}$$

Die Planck-Formel lässt sich in die Wien-Formel und Rayleigh-Jeans Formel überführen!

Die Proportionalitäts-Konstante h ist das Planck'sche Wirkungsquantum

$$h = 6,624 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

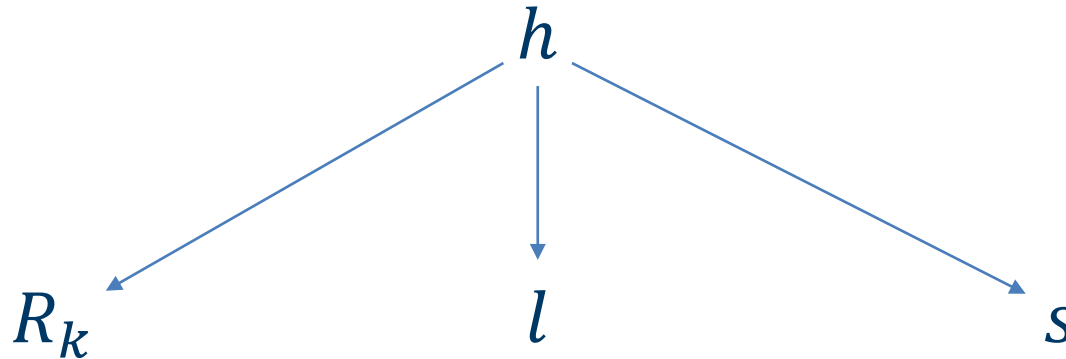
$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Die Erkenntnis, dass Energien auf kleinen Skalen nur diskrete Werte annehmen können, war der Beginn der Quantenmechanik

Gibt es bis hier Fragen?



Existieren noch andere Größen, die diskret sind?



- ☐ Widerstand R_k von Kitzling Konstante
- ☐ Drehimpuls l
- ☐ Photon als Quant des Elektromagnetisches Feldes
- ☐ Phonon als Quant mechanischer Festkörperwellen
- ☐ Graviton als Quantelungsgröße des Schwerefeldes
- ☐ Spin S
- ☐

In der mikroskopischen Ansicht sind Werte diskret.

Was bedeutet das?

Wir brauchen einen Weg, die mikroskopische Welt zu beschreiben.

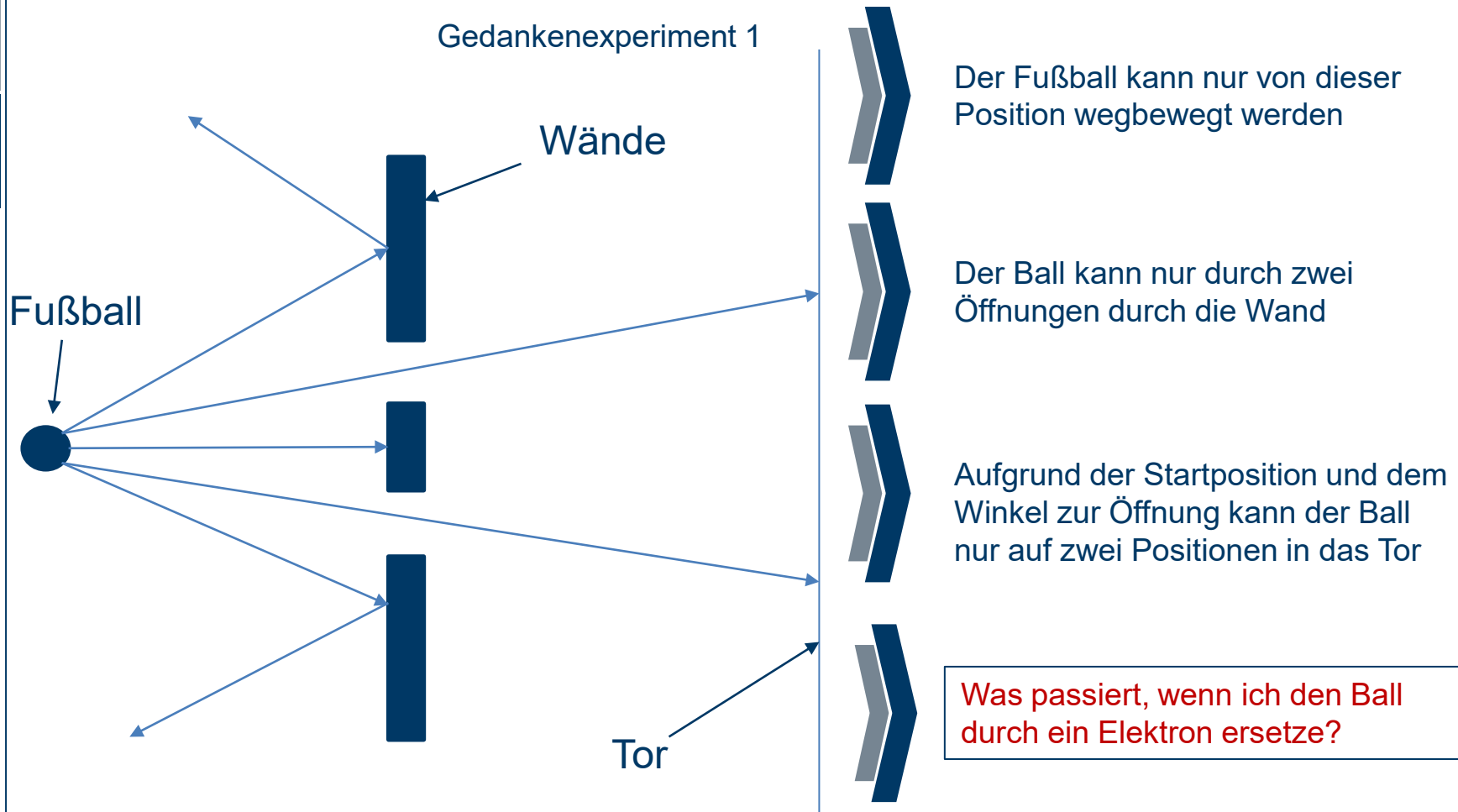
Etablierung der Quantenmechanik (Wellenmechanik)

Kann man die Quantenmechanik mit ihren Eigenschaften visualisieren?



Das Doppelspalt-Experiment

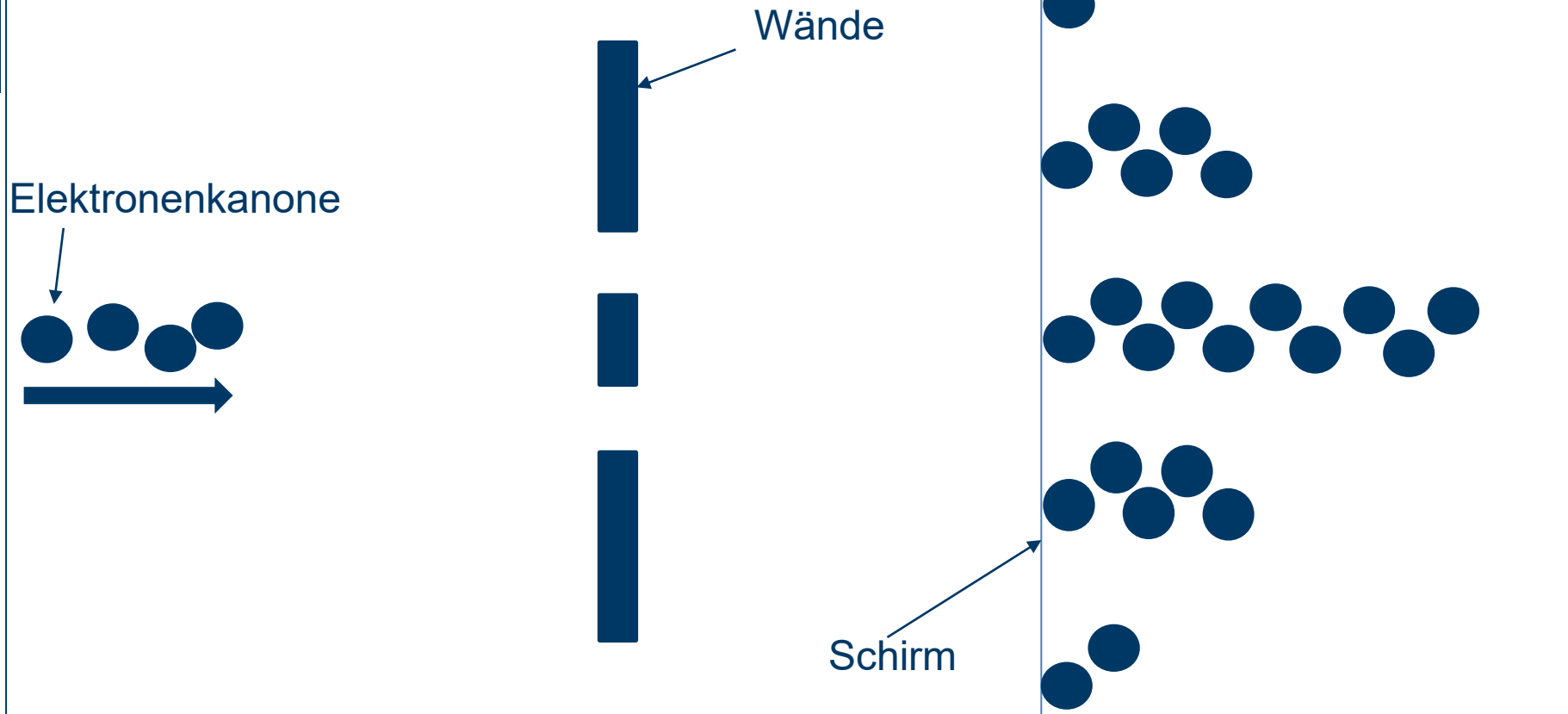
Gedankenexperiment 1



Das Doppelspalt-Experiment

Gedankenexperiment 2

Gemessene Elektronenverteilung
auf dem Schirm

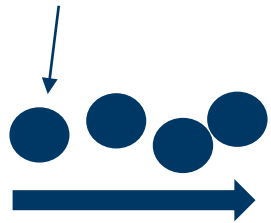


Das Doppelspalt-Experiment

Gedankenexperiment 2

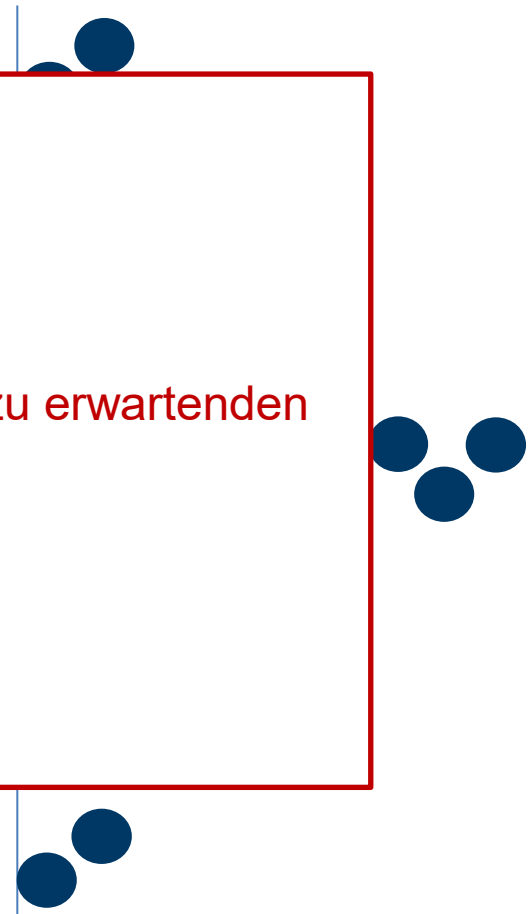
Gemessene Elektronenverteilung
auf dem Schirm

Elektronenka



Dieses Ergebnis stimmt nicht mit dem zu erwartenden
Ergebnis überein.....

Schirm

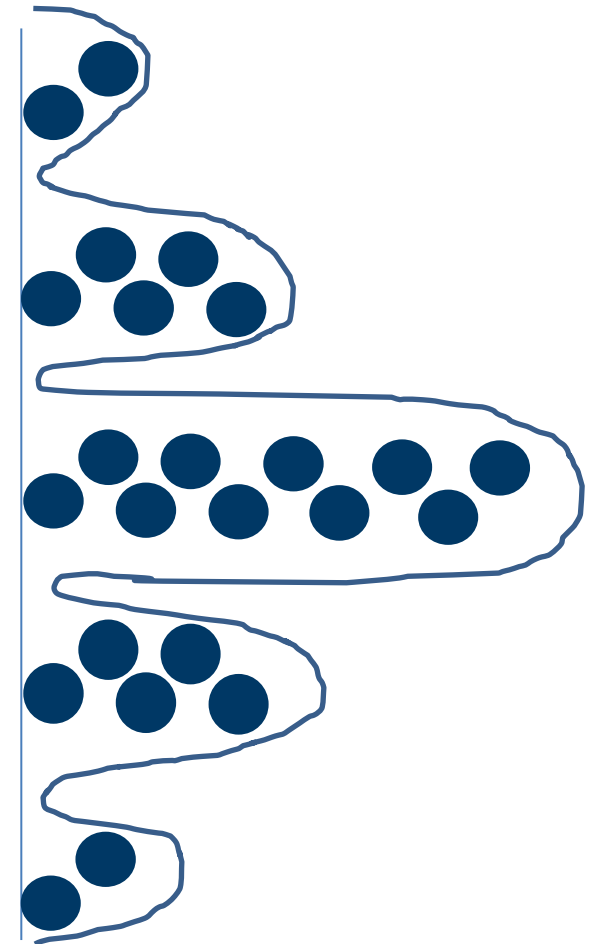
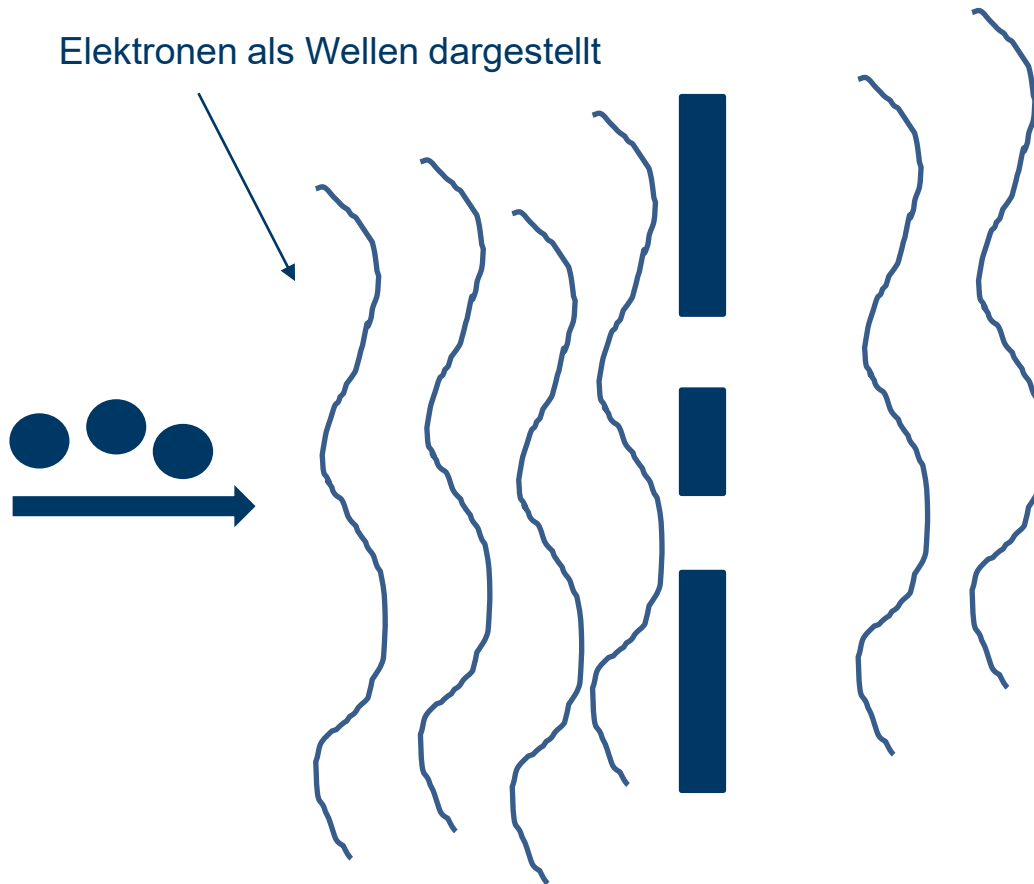


Das Doppelspalt-Experiment

Erklärung zu Gedankenexperiment 2

Gemessene Elektronenverteilung
auf dem Schirm

Elektronen als Wellen dargestellt



Das Doppelspalt-Experiment

Erklärung zu Gedankenexperiment 2

Gemessene Elektronenverteilung
auf dem Schirm

Elektronen als



Durch Interferenzen und dem Beugungen kann
dieses Ergebnis physikalisch erklärt werden.



Das Doppelspalt-Experiment -> Zusammenfassung



Teilchen wie z. B. Elektronen scheinen sich wie Wellen zu verhalten



Nur durch Wellengleichungen lassen sich die Ergebnisse des Doppelspalt-Experiments nachvollziehen.



Die Quantenmechanik wird aus diesem Grund auch Wellenmechanik genannt.

Gibt es Fragen?



Vielen Dank fürs Zuhören!

