

FONCTIONS POLYNOMIALES DU SECOND DEGRÉ E04C

EXERCICE N°4 Du concret ! (Aménagement extérieur)

Extrait du sésamath 1^{er} spé

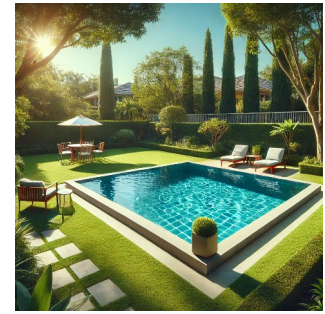
François décide d'aménager sa piscine, qui a une forme carrée et qui mesure x mètres de côté.

Il veut acheter une bâche de sécurité, qui coûte 20 € par m².

Il veut installer une clôture faisant tout le tour de sa piscine, à une distance de deux mètres de la piscine. Le prix est 100 € par mètre de clôture.

Enfin, il veut acheter une échelle de piscine qui coûte 150 €.

On note $f(x)$ le prix total que François va payer.



Générée par ChatGPT

1) Montrer que $f(x) = 20x^2 + 400x + 1750$.

$$\begin{aligned} f(x) &= 20 \times x^2 + 100 \times (x+2+2) \times 4 + 150 \\ &= 20x^2 + 400(x+4) + 150 \\ &= 20x^2 + 400x + 1600 + 150 \\ &= 20x^2 + 400x + 1750 \end{aligned}$$

2) Combien payera-t-il si la piscine fait 5 mètres de côté ?

Il s'agit de calculer $f(5)$

$$f(5) = 20 \times 5^2 + 400 \times 5 + 1750 = 4250$$

Si la piscine fait 5 mètres de côté alors il paiera 4250 €

3) Quelle est la taille de la piscine s'il paye 8155 € ?

Il s'agit de résoudre l'équation $f(x) = 8155$ sur $[0 ; +\infty[$

sur $[0 ; +\infty[$ car la taille est longueur et qu'une longueur c'est positif ou nul.

Commençons par la résoudre sur \mathbb{R} .

Notons S l'ensemble des solutions de cette équation. Pour $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} x \in S &\Leftrightarrow f(x) = 8155 \\ &\Leftrightarrow 20x^2 + 400x + 1750 = 8155 \\ &\Leftrightarrow 20x^2 + 400x - 6405 = 0 \end{aligned}$$

Posons $\Delta = 400^2 - 4 \times 20 \times (-6405) = 672400$, le discriminant de cette équation.

$\Delta > 0$, il y a donc deux solutions :

$$x_1 = \frac{-400 - \sqrt{672400}}{2 \times 20} = -30,5 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-400 + \sqrt{672400}}{2 \times 20} = 10,5$$

Donc $S = \{-30,5 ; 10,5\}$

Or $S \cap [0 ; +\infty[= \{10,5\}$

En français : seules les solutions positives nous intéressent.

(On prend donc l'intersection de l'ensemble des solutions avec celui des nombres positifs)

On en déduit que sa piscine mesure 10,5 m de côté.