LA FONCTION LOGARITHME DÉCIMAL E03

EXERCICE N°1 *(Le corrigé)*

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $2^x = 5$ **2)** $3^x = -10$ **3)** $5^{x+1} = 25$

4) $\log(2x+1) = 1$ **5)** $\log(3x-1) = 0$

1)

$2^x = 5 \Leftrightarrow \log(2^x) = \log(5) \Leftrightarrow x\log(2) = \log(5) \Leftrightarrow x = \dfrac{\log(5)}{\log(2)}$

Ainsi, cette équation admet $\boxed{\text{une unique solution : } \dfrac{\log(5)}{\log(2)}}$

2)

$3^x = -10$

Cette équation n'admet $\boxed{\text{aucune solution}}$ (car pour tout réel x , $3^x > 0$)

3)

$$\begin{aligned}5^{x+1} = 25 &\Leftrightarrow \log(5^{x+1}) = \log(25)\\ &\Leftrightarrow (x+1)\log(5) = \log(5^2)\\ &\Leftrightarrow x+1 = \frac{2\cancel{\log(5)}}{\cancel{\log(5)}}\\ &\Leftrightarrow x = 2-1\\ &\Leftrightarrow x = 1\end{aligned}$$

« Je remarque que $25=5^2$ et j'en déduis que $x=1$ » me conviendrait très bien aussi sur une copie…

Ainsi, cette équation admet une $\boxed{\text{unique solution : } 1}$

4)

Quand on resoud une équation (ou une inéquation) on le fait quand cela a du sens.
Par exemple, ici $\log(2x+1)$ n'est défini que si $2x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -0{,}5$.
Il faudrait, en toute rigueur, se placer dans $]0{,}5\ ;\ +\infty[$ pour résoudre l'équation.

$$\log(2x+1) = 1 \Leftrightarrow 10^{\log(2x+1)} = 10^1 \Leftrightarrow \underbrace{2x+1 = 10}_{\substack{\textit{par définition}\\ 10^{\log(machin)}=machin\\ \textit{et bien sûr } 10^1=10}} \Leftrightarrow 2x = 9 \Leftrightarrow x = 4{,}5$$

Ainsi, cette équation admet une $\boxed{\text{unique solution : } 4{,}5}$

Ouf $4{,}5 \in\ ]0{,}5\ ;\ +\infty[$.

5)

De même ici : On pense à déterminer le *domaine de validité* de l'équation.

Il faut et il suffit que $3x-1 > 0 \Leftrightarrow x > \dfrac{1}{3}$. On va donc se placer dans $\left]\dfrac{1}{3}\ ;\ +\infty\right[$ pour résoudre cette équation.

$$\log(3x-1) = 0 \Leftrightarrow 10^{\log(3x-1)} = 10^0 \Leftrightarrow 3x-1 = 1 \Leftrightarrow 3x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$$

Ainsi, cette équation admet une $\boxed{\text{unique solution : } \dfrac{2}{3}}$

Ouf $\dfrac{2}{3} \in \left]\dfrac{1}{3}\ ;\ +\infty\right[$.