FONCTIONS PART3 E02

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

Déterminer le signe de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x)=0{,}8(x+3)(x-5)(x-7)$

$f(x)$ est un produit de quatre facteurs, nous allons donc étudier le signe de chacun des facteurs puis dresser un tableau bilan à l'aide de la règle des signes.

- $0{,}8 > 0$ est vrai quelque soit la valeur de x .
- $x+3 > 0 \Leftrightarrow x > -3$
- $x-5 > 0 \Leftrightarrow x > 5$
- $x-7 > 0 \Leftrightarrow x > 7$

x	$-\infty$		-3		5		7		$+\infty$
$0{,}8$		+	|	+	|	+	|	+	
$x+3$		−	0	+	|	+	|	+	
$x-5$		−	|	−	0	+	|	+	
$x-7$		−	|	−	|	−	0	+	
$f(x)$		−	0	+	0	−	0	+	

La dernière ligne du tableau nous indique le signe de $f(x)$ en fonction de x

EXERCICE N°2 (Le corrigé)

Déterminer le signe de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x)=-9(x+12)(x+7)(x-11)$

$f(x)$ est un produit de quatre facteurs, nous allons donc étudier le signe de chacun des facteurs puis dresser un tableau bilan à l'aide de la règle des signes.

- $-9 > 0$ est faux quelque soit la valeur de x .
- $x+12 > 0 \Leftrightarrow x > -12$
- $x+7 > 0 \Leftrightarrow x > -7$
- $x-11 > 0 \Leftrightarrow x > 11$

x	$-\infty$		-12		-7		11		$+\infty$
-9		$-$	|	$-$	|	$-$	|	$-$	
$x+12$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$x+7$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$x-11$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

La dernière ligne du tableau nous indique le signe de $f(x)$ en fonction de x .

FONCTIONS PART3 E02

EXERCICE N°3 (Le corrigé)

On admet que les solutions de l'équation $4x^3-28x^2+19x+105=0$ peuvent toutes s'écrire sous la forme $\frac{n}{2}$ où est un entier compris entre -100 et 100 .

1) Trouver toutes les solutions de cette équation à l'aide d'un programme écrit en Python.

```
def f(x):
    return 4*x**3-28*x**2+19*x+105

def recherche(f):
    solutions=[]
    for n in range(-100,101):
        if f(n/2) == 0:
            solutions+= [n/2]
    return solutions

"""
remarques :
1) Commencer par définir f en premier rend notre programme plus
facilement réutilisable
2) dans l'exemple présent le test f(n/2)==0 est pertinent, ce n'est malheureusement
pas toujour le cas, il faut alors se contenter de :
abs(f(n/2))<10**(-9)
qui signifie que l'on teste si la valeur absolue de f(n/2) est plus petite que
0.000000001
On décide alors que f(n/2) = 0 ...
"""
```

En utilisant notre programme, nous obtenons la liste [-1,5 ; 3,5 ; 5] qui représente les solutions de l'équation. On peut donc écrire que l'ensemble des solutions est {- 1,5 ; 3,5 ; 5}

2) En déduire la forme factorisée de $4x^3-28x^2+19x+105$

D'après la question précédente, la fonction $x \mapsto 4x^3-28x^2+19x+105$ admet trois racines. Nous alors que $4x^3-28x^2+19x+105 = \mathbf{4(x+1{,}5)(x-3{,}5)(x-5)}$

Rappelez-vous ce lien