PROBABILITÉS CONDITIONNELLES E03C

EXERCICE N°2 Démontrer l'indépendance

Une urne contient 12 boules numérotées de 1 à 12. On tire une boule au hasard.
On note
D l'événement « obtenir un multiple de deux »,
T l'événement « obtenir un multiple de trois »,
N l'événement « obtenir un nombre supérieur ou égal à neuf ».

1) Les événements N et T sont-ils indépendants ?

▪ On a d'une part :

$$P(N)=\frac{4}{12}=\frac{1}{3} \quad \text{et} \quad P(T)=\frac{4}{12}=\frac{1}{3} \quad \text{donc} \quad P(N)\times P(T)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$$

▪ d'autre part :

$$P(N\cap T)=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$$

▪ Ainsi $P(N\cap T)\neq P(N)\times P(T)$

On en déduit que $\boxed{N \text{ et } T \text{ ne sont pas indépendants}}$.

Si les événements avaient été indépendants, on aurait eu l'égalité, ce qui n'est pas le cas.

2) Que dire des événements D et N ?

On a
d'une part :

$$P(N)=\frac{4}{12}=\frac{1}{3} \quad \text{et} \quad P(D)=\frac{6}{12}=\frac{1}{2} \quad \text{donc} \quad P(N)\times P(D)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$$

d'autre part :

$$P(N\cap T)=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$$

Ainsi $P(N\cap T)=P(N)\times P(T)$

On en déduit que $\boxed{N \text{ et } D \text{ sont indépendants}}$.

On apprend ici que N et T s'influencent l'un l'autre (ils ne sont pas indépendants)
alors que N et D ne s'influencent pas l'un l'autre…
Essayez de voir cela sans faire de calcul...