

PROBABILITÉS CONDITIONNELLES E03

EXERCICE N°3 (Le corrigé)

Lors d'un contrôle antidopage à l'issue d'une compétition sportive, les sportifs peuvent être déclarés positifs (qu'ils soient dopés ou non) ou négatifs (qu'ils soient dopés ou non). L'étude porte sur 50 personnes.

Soit n l'effectif des dopés parmi les sportifs contrôlés

On sait que:

- 95 % des sportifs dopés sont déclarés positifs;
 - 10 % des sportifs non dopés sont déclarés positifs
- 1) Établir le tableau croisé d'effectifs correspondant à la situation.

	Dopé	Non dopé	Total
Positif	$0,95n$	$0,1(50-n)$	$5+0,85n$
Négatif	$0,05n$	$0,9(50-n)$	$45-0,85n$
Total	n	$50-n$	50

	Dopé	Non dopé	Total
Positif	$0,95n$ 95 % de n car il y a n dopés	$0,1(50-n)$ 10 % de $(50-n)$	$5+0,85n$ $0,95n+0,1(50-n)$ $=0,95n+0,1\times50-0,1n$ $=5+0,85n$
Négatif	$0,05n$ 100 % de n moins 95% de n	$0,9(50-n)$ 100 % de $(50-n)$ moins 10 % de $(50-n)$	$45-0,85n$ $0,05n+0,9(50-n)$ $=0,05n+0,9\times50-0,9n$ $=45-0,85n$
Total	Soit n l'effectif des dopés parmi les sportifs contrôlés	$50-n$ Le total moins les positifs	L'étude porte sur 50 personnes (les sportifs contrôlés)

2) Calculer, en fonction de n , l'effectif de l'événement « Le comité a commis une erreur ».

Le comité commet une erreur quand il déclare « Négatif » un sportif « Dopé » OU quand il déclare « Positif » un sportif « Non dopé ».

On en déduit que

l'effectif cherché vaut : $0,05n+0,1(50-n) = 0,05n+0,1\times50-0,1n = 5-0,05n$

3) On choisit au hasard un sportif ayant été contrôlé

3.a) Montrer que la probabilité qu'un sportif ayant été déclaré positif soit réellement dopé est

de : $p_{\text{Positif}}(\text{Dopé}) = \frac{0,95n}{5+0,85n}$

$$p_{\text{Positif}}(\text{Dopé}) = \frac{\text{Card}(\text{Positif} \cap \text{Dopé})}{\text{Card}(\text{Positif})} = \frac{0,95n}{5+0,85n}$$

3.b) Résoudre . $p_{\text{positif}}(\text{Dopé}) > 0,95$

$$\frac{0,95n}{5+0,85n} > 0,95 \Leftrightarrow 0,95n > 0,95 \times (5+0,85n) \Leftrightarrow \underbrace{n > 5+0,85n}_{\text{on a divisé par } 0,95 \text{ de chaque côté}} \Leftrightarrow 0,15n > 5 \Leftrightarrow n > \frac{5}{0,15} \approx 33,3$$

Comme n est un entier inférieur ou égal à 50, on en déduit que les solutions sont :

34 ; 35 ; ... , 50

3.c) Interpréter ce résultat.

On peut dire qu'à partir de 34 sportifs dopés, le test est fiable à plus de 95 %.