

LA FONCTION CUBE E02

EXERCICE N°3 Objectif Spé (Le corrigé)

1) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $2x^3 \leq 8x$.

L'erreur à ne pas commettre est de diviser par $2x$ chaque membre de l'inéquation.

Pourquoi ? Car $2x$ ne garde pas un signe constant et on ne peut donc pas savoir si il faut ou non changer le sens de l'inégalité.

L'idée est d'essayer d'obtenir une équation produit.

$$\begin{aligned} 2x^3 &\leq 8x \\ \Leftrightarrow 2x^3 - 8x &\leq 0 \\ \Leftrightarrow 2x(x^2 - 4) &\leq 0 \\ \Leftrightarrow 2x(x+2)(x-2) &\leq 0 \end{aligned}$$

- $2x > 0 \Leftrightarrow x > 0$ (souvenez-vous, on cherche où mettre les « + »)
- $x+2 > 0 \Leftrightarrow x > -2$
- $x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$		
$2x$	$-$	$ $	$-$	0	$+$	$ $	$+$
$x+2$	$-$	0	$+$	$ $	$+$	$ $	$+$
$x-2$	$-$	$ $	$-$	$ $	$-$	0	$+$
$2x^3-8x$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

On en déduit que l'ensemble S des solutions est : $S =]-\infty ; -2] \cup [0 ; 2]$

2) On souhaite résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $x^3 + x + 6 \geq 4x^2$.

2.a) Développer et réduire l'expression $(x+1)(x-2)(x-3)$.

$$\begin{aligned} &(x+1)(x-2)(x-3) \\ &= (x+1)[x^2 - 5x + 6] \\ &= x^3 - 4x^2 + x + 6 \end{aligned}$$

2.b) En déduire la résolution de l'inéquation proposée.

$$\begin{aligned} x^3 + x + 6 &\geq 4x^2 \\ \Leftrightarrow x^3 - 4x^2 + x + 6 &\geq 0 \\ \Leftrightarrow (x+1)(x-2)(x-3) &\geq 0 \end{aligned}$$

- $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$
- $x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$
- $x-3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$

x	$-\infty$	-1	2	3	$+\infty$		
$x+1$	$-$	$ $	$-$	0	$+$	$ $	$+$
$x-2$	$-$	0	$+$	$ $	$+$	$ $	$+$
$x-3$	$-$	$ $	$-$	$ $	$-$	0	$+$
x^3-4x^2+x+6	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

On en déduit que l'ensemble S des solutions est : $S = [-1 ; 2] \cup [3 ; +\infty[$

3) Inventez votre inéquation à résoudre et donnez-en la correction.

On part de $(ax+b)(cx+d)(ex+f)$ (choisissez les valeurs de a, b, c, d, e et f)

On développe et réduit, on choisit un type d'inégalité et hop !

On n'oublie pas la question 2a) sinon l'exercice devient nettement plus (trop) difficile.