

# FONCTIONS PART4 E01

## EXERCICE N°1

On donne la fonction  $f$  définie sur  $[-20 ; 20]$  par :  $f(x) = x^3 - 6x^2 - 135x + 572$

- 1) Montrer que  $f(x) = (x+11)(x-4)(x-13)$ .
- 2) En déduire les racines de  $f$ .
- 3) Déterminer la dérivée  $f'$  de  $f$ .
- 4) Montrer que  $f'(x) = 3(x-9)(x+5)$ .
- 5) Dresser le tableau de signe de  $f'$ .
- 6) En déduire le tableau de variations de  $f$ .
- 7) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de  $f$  au point d'abscisse 10.

## EXERCICE N°2

On donne la fonction  $f$  définie sur  $[-20 ; 40]$  par :  $f(x) = x^3 - 33x^2 - 144x + 3740$

- 1) Montrer que  $f(x) = (x+11)(x-10)(x-34)$ .
- 2) En déduire les racines de  $f$ .
- 3) Déterminer la dérivée  $f'$  de  $f$ .
- 4) Montrer que  $f'(x) = 3(x-24)(x+2)$ .
- 5) Dresser le tableau de signe de  $f'$ .
- 6) En déduire le tableau de variations de  $f$ .
- 7) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de  $f$  au point d'abscisse -5.

## EXERCICE N°3 *tableur*

Un fabricant de lecteur MP3 peut produire jusqu'à 500 lecteurs par jour de production. Le coût total de fabrication de  $x$  lecteurs est modélisé par la fonction  $CT$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 500]$  par :  $CT(x) = 0,4x^3 - 7x^2 + 60x + 120$

On appelle coût marginal au rang  $x$ , noté  $Cm(x)$ , le coût de fabrication d'une pièce supplémentaire lorsque  $x$  pièces ont déjà été produites.

Ainsi  $Cm(x) = CT(x+1) - CT(x)$

- 1) Calculer  $Cm(5)$ . Donner une interprétation.
- 2) On veut regarder l'évolution du coût marginal en fonction de  $x$ .

Pour limiter les calculs nous allons préparer une feuille de calculs à l'aide d'un tableur.

	A	B	C	D	E
1	x	CT(x)	CT(x+1)-CT(x)	Approximation par CT'(x)	écart avec la valeur réelle
2	0	120	53,4		
3	1	173,4	41,8		
4	2	215,2	32,6		
5					

2.a) Quelle formule destinée à être étirée vers le bas a-t-on saisie dans la cellule B2 ?

2.b) Quelle formule destinée à être étirée vers le bas a-t-on saisie dans la cellule C2 ?

2.c) Compléter la feuille de calculs pour une production de 0 à 500 MP3

Attention : Il ne peut y avoir de production d'un 501<sup>e</sup> lecteur, par conséquent sur la dernière seules les colonnes A et B devront être complétées.

3) En économie, on approxime le coût marginal par la dérivée du coût total.

Ainsi,  $Cm(x) \approx CT'(x)$  pour  $0 \leq x \leq 500$

3.a) Montrer que pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0 ; 500]$ ,  $Cm(x) = 1,2x^2 - 12,8x + 53,4$ .

3.b) Calculer alors pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0 ; 500]$   $CT'(x)$  et proposer une approximation de  $Cm(x)$ .

3.c) Calculer  $Cm(5)$  à l'aide de cette approximation. Quelle est l'erreur commise (en pourcentage) par rapport à la valeur trouvée dans la question 1. a.? Qu'en pensez-vous?

3.d) Quelle formule destinée à être étirée vers le bas peut-on saisir dans la cellule D2 pour avoir une approximation de  $Cm(x)$  par  $CT'(x)$  ?

3.e) Quelle formule destinée à être étirée vers le bas peut-on saisir dans la cellule E2 pour avoir le pourcentage d'erreur de l'approximation par rapport à la valeur réelle calculée dans la colonne C ?

3.f) Observer l'intégralité de la colonne D.

Que pensez-vous de cette approximation proposée pour le coût marginal?

# FONCTIONS PART4 E01

## EXERCICE N°1

On donne la fonction  $f$  définie sur  $[-20 ; 20]$  par :  $f(x) = x^3 - 6x^2 - 135x + 572$

- 1) Montrer que  $f(x) = (x+11)(x-4)(x-13)$ .
- 2) En déduire les racines de  $f$ .
- 3) Déterminer la dérivée  $f'$  de  $f$ .
- 4) Montrer que  $f'(x) = 3(x-9)(x+5)$ .
- 5) Dresser le tableau de signe de  $f'$ .
- 6) En déduire le tableau de variations de  $f$ .
- 7) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de  $f$  au point d'abscisse 10.

## EXERCICE N°2

On donne la fonction  $f$  définie sur  $[-20 ; 40]$  par :  $f(x) = x^3 - 33x^2 - 144x + 3740$

- 1) Montrer que  $f(x) = (x+11)(x-10)(x-34)$ .
- 2) En déduire les racines de  $f$ .
- 3) Déterminer la dérivée  $f'$  de  $f$ .
- 4) Montrer que  $f'(x) = 3(x-24)(x+2)$ .
- 5) Dresser le tableau de signe de  $f'$ .
- 6) En déduire le tableau de variations de  $f$ .
- 7) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de  $f$  au point d'abscisse -5.

## EXERCICE N°3 *tableur*

Un fabricant de lecteur MP3 peut produire jusqu'à 500 lecteurs par jour de production. Le coût total de fabrication de  $x$  lecteurs est modélisé par la fonction  $CT$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 500]$  par :  $CT(x) = 0,4x^3 - 7x^2 + 60x + 120$

On appelle coût marginal au rang  $x$ , noté  $Cm(x)$ , le coût de fabrication d'une pièce supplémentaire lorsque  $x$  pièces ont déjà été produites.

Ainsi  $Cm(x) = CT(x+1) - CT(x)$

- 1) Calculer  $Cm(5)$ . Donner une interprétation.
- 2) On veut regarder l'évolution du coût marginal en fonction de  $x$ .

Pour limiter les calculs nous allons préparer une feuille de calculs à l'aide d'un tableur.

	A	B	C	D	E
1	x	CT(x)	CT(x+1)-CT(x)	Approximation par CT'(x)	écart avec la valeur réelle
2	0	120	53,4		
3	1	173,4	41,8		
4	2	215,2	32,6		
5					

2.a) Quelle formule destinée à être étirée vers le bas a-t-on saisie dans la cellule B2 ?

2.b) Quelle formule destinée à être étirée vers le bas a-t-on saisie dans la cellule C2 ?

2.c) Compléter la feuille de calculs pour une production de 0 à 500 MP3

Attention : Il ne peut y avoir de production d'un 501<sup>e</sup> lecteur, par conséquent sur la dernière seules les colonnes A et B devront être complétées.

3) En économie, on approxime le coût marginal par la dérivée du coût total.

Ainsi,  $Cm(x) \approx CT'(x)$  pour  $0 \leq x \leq 500$

3.a) Montrer que pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0 ; 500]$ ,  $Cm(x) = 1,2x^2 - 12,8x + 53,4$ .

3.b) Calculer alors pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0 ; 500]$   $CT'(x)$  et proposer une approximation de  $Cm(x)$ .

3.c) Calculer  $Cm(5)$  à l'aide de cette approximation. Quelle est l'erreur commise (en pourcentage) par rapport à la valeur trouvée dans la question 1. a.? Qu'en pensez-vous?

3.d) Quelle formule destinée à être étirée vers le bas peut-on saisir dans la cellule D2 pour avoir une approximation de  $Cm(x)$  par  $CT'(x)$  ?

3.e) Quelle formule destinée à être étirée vers le bas peut-on saisir dans la cellule E2 pour avoir le pourcentage d'erreur de l'approximation par rapport à la valeur réelle calculée dans la colonne C ?

3.f) Observer l'intégralité de la colonne D.

Que pensez-vous de cette approximation proposée pour le coût marginal?