

# TRIGONOMÉTRIE ET FONCTIONS E02

## EXERCICE N°1      Les valeurs remarquables : $\cos(\pi/3)$ , $\sin(\pi/3)$ , $\cos(\pi/6)$ et $\sin(\pi/6)$

Dans le repère orthonormé  $(O ; I ; J)$ , on considère le cercle trigonométrique.

1) Démontrer que le triangle  $OMI$  est équilatéral.

2) Le point  $C$  est le projeté orthogonal de  $M$  sur  $(OI)$ .

2.a) Démontrer que  $(MC)$  est la médiatrice de  $[OI]$ .

2.b) En déduire que  $OC = \frac{1}{2}$ .

2.c) En remarquant que  $\cos(\alpha) = OC$  et en utilisant les formules de seconde, démontrer que  $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ .

2.d) En utilisant une formule (obtenue par symétrie) du cours démontrer que  $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ .

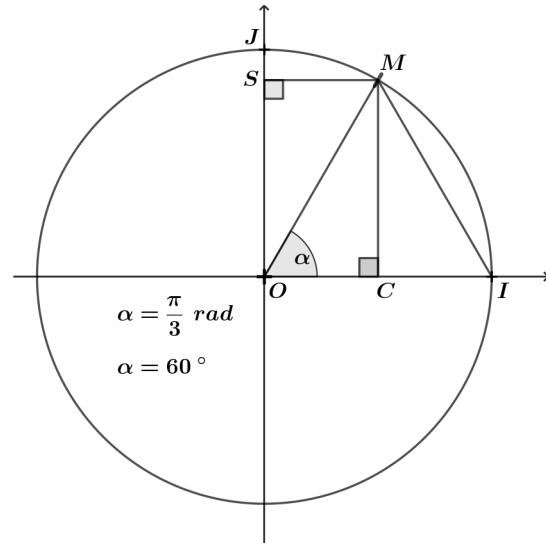
3) Le point  $S$  est le projeté orthogonal du point  $M$  sur  $(OJ)$ .

3.a) Déterminer la mesure de l'angle  $\widehat{OMC}$

3.b) Déterminer la longueur  $MC$

3.c) En remarquant que  $\sin(\alpha) = OS = MC$  et en utilisant les formules de seconde, démontrer que  $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

3.d) En utilisant une formule (obtenue par symétrie) du cours démontrer que  $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .



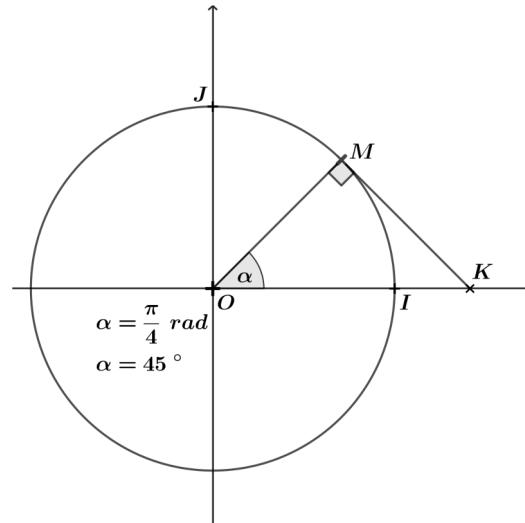
## EXERCICE N°2      Les valeurs remarquables : $\cos(\pi/4)$ et $\sin(\pi/4)$

Dans le repère orthonormé  $(O ; I ; J)$ , on considère le cercle trigonométrique.

1) Démontrer que le triangle  $OMK$ , rectangle en  $M$  est également isocèle en  $M$ .

2) Démontrer que  $OK = \sqrt{2}$ .

3) En utilisant les formules de seconde, démontrer que  $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  et que  $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$



## EXERCICE N°3      Bonus : $\tan(\pi/3)$ , $\tan(\pi/6)$ et $\tan(\pi/4)$

On rappelle la formule de seconde (adaptée ici) :

$$\text{Si } \alpha \in \left]0 ; \frac{\pi}{2}\right[ \text{ alors } \tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

Déterminer les valeurs de  $\tan(\pi/3)$ ,  $\tan(\pi/6)$  et  $\tan(\pi/4)$ .

# TRIGONOMÉTRIE ET FONCTIONS E02

## EXERCICE N°1      Les valeurs remarquables : $\cos(\pi/3)$ , $\sin(\pi/3)$ , $\cos(\pi/6)$ et $\sin(\pi/6)$

Dans le repère orthonormé  $(O ; I ; J)$ , on considère le cercle trigonométrique.

1) Démontrer que le triangle  $OMI$  est équilatéral.

2) Le point  $C$  est le projeté orthogonal de  $M$  sur  $(OI)$ .

2.a) Démontrer que  $(MC)$  est la médiatrice de  $[OI]$ .

2.b) En déduire que  $OC = \frac{1}{2}$ .

2.c) En remarquant que  $\cos(\alpha) = OC$  et en utilisant les formules de seconde, démontrer que  $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ .

2.d) En utilisant une formule (obtenue par symétrie) du cours démontrer que  $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ .

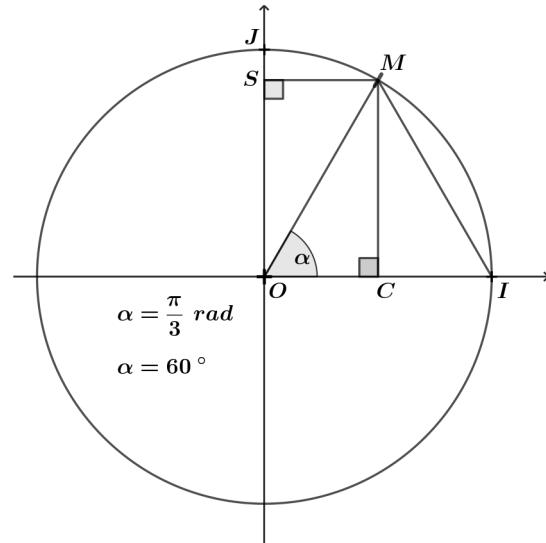
3) Le point  $S$  est le projeté orthogonal du point  $M$  sur  $(OJ)$ .

3.a) Déterminer la mesure de l'angle  $\widehat{OMC}$

3.b) Déterminer la longueur  $MC$

3.c) En remarquant que  $\sin(\alpha) = OS = MC$  et en utilisant les formules de seconde, démontrer que  $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

3.d) En utilisant une formule (obtenue par symétrie) du cours démontrer que  $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .



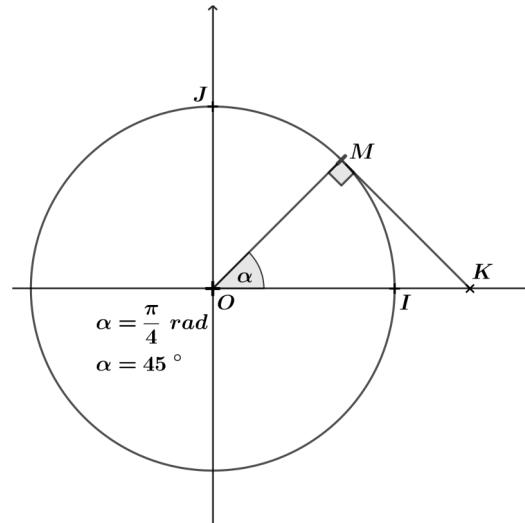
## EXERCICE N°2      Les valeurs remarquables : $\cos(\pi/4)$ et $\sin(\pi/4)$

Dans le repère orthonormé  $(O ; I ; J)$ , on considère le cercle trigonométrique.

1) Démontrer que le triangle  $OMK$ , rectangle en  $M$  est également isocèle en  $M$ .

2) Démontrer que  $OK = \sqrt{2}$ .

3) En utilisant les formules de seconde, démontrer que  $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  et que  $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$



## EXERCICE N°3      Bonus : $\tan(\pi/3)$ , $\tan(\pi/6)$ et $\tan(\pi/4)$

On rappelle la formule de seconde (adaptée ici) :

$$\text{Si } \alpha \in \left]0 ; \frac{\pi}{2}\right[ \text{ alors } \tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

Déterminer les valeurs de  $\tan(\pi/3)$ ,  $\tan(\pi/6)$  et  $\tan(\pi/4)$ .