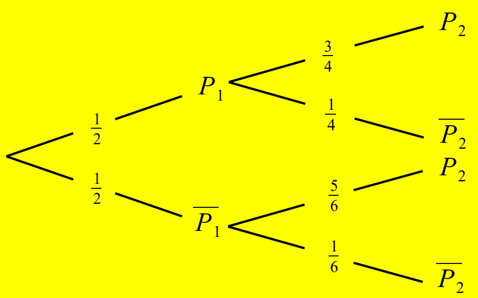
PROBABILITÉS CONDITIONNELLES (LA SUITE) E02

EXERCICE N°6

On lance deux pièces de monnaie successivement.
La première pièce est équilibrée.
La deuxième ne l'est pas et vérifie les conditions suivantes :
- Si la première pièce donne pile, la deuxième pièce donne pile trois fois sur quatre.
- Si la première pièce donne face, la deuxième pièce donne face cinq fois sur six.

Réprésentons la situation :



1) Donner la probabilité d'avoir pile au 1er lancer.

Comme la pièce est bien équilibrée, la probabilité d'avoir pile au 1er lancer vaut $\boxed{\frac{1}{2}}$.

2) Calculer la probabilité d'avoir pile au 2e lancer.

D'après notre figure, il s'agît de calculer $P(P_2)$

$$P(P_2) = P(P_1)\times P_{P_1}(P_2) + P(\overline{P_1})\times P_{\overline{P_1}}(P_2) = \frac{1}{2}\times\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\times\frac{5}{6} = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}+\frac{5}{6}\right) = \frac{19}{24}$$

$$\boxed{P(P_2) = \frac{19}{24}}$$

3) Calculer la probabilité d'avoir deux fois pile, et en déduire que les événements :
« obtenir pile au 1er lancer » et « obtenir pile au 2e lancer » ne sont pas indépendants.

D'après notre figure :

▪ d'une part,
avoir deux fois pile est représenté par $P_1 \cap P_2$ et :

$$P(P_1 \cap P_2) = P(P_1)\times P_{P_1}(P_2) = \frac{1}{2}\times\frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$

▪ et d'autre part,
« obtenir pile au 1er lancer » est représenté par P_1
et « obtenir pile au 2e lancer » est représenté par P_2

$$P(P_1)\times P(P_2) = \frac{1}{2}\times\frac{19}{24} = \frac{19}{48}$$

▪ $P(P_1 \cap P_2) \neq P(P_1)\times P(P_2)$

On en déduit que $\boxed{\text{les événements ne sont pas indépendants}}$.