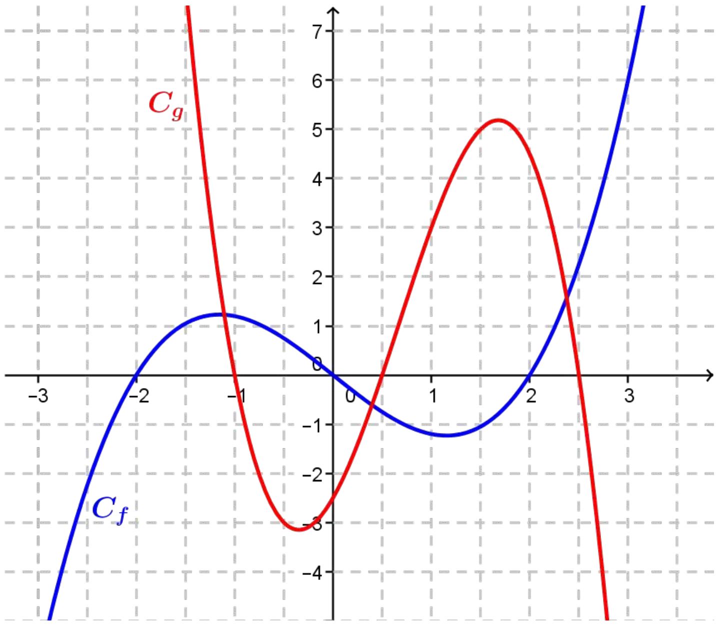
EXERCICE N°2 *(Le corrigé)*

Soient f et g deux fonctions polynômes de degré 3 dont on note C_f et C_g les courbes représentatives.



1) Déterminer graphiquement les racines des fonctions f et g.

Les racines correspondant aux abscisses des points d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses :
pour f : -2 ; 0 et 2
pour g : -1 ; $0{,}5$ et $2{,}5$

2) En déduire les expressions factorisées de $f(x)$ et $g(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.

Rappel : ici (il nous restera à trouver a)

Pour f :
On sait que $f(x)=ax(x+2)(x-2)$ et d'après le graphique $f(3)=6$.
Or $f(3)=a\times 3\times(3+2)(3-2)=15a$

Donc $15a = 6 \Leftrightarrow a = \dfrac{6}{15} \Leftrightarrow a = \dfrac{2}{5}$

Enfin :

$$\boxed{f(x)=\frac{2}{5}x(x+2)(x-2)}$$

Pour g :
On sait que $g(x)=a(x+1)(x-0{,}5)(x-2{,}5)$ et d'après le graphique $g(1)=3$.
Or $g(1)=a\times(1+1)(1-0{,}5)(1-2{,}5)=-1{,}5a$

Donc $-1{,}5a = 3 \Leftrightarrow a = \dfrac{3}{-1{,}5} \Leftrightarrow a = -2$

Enfin :

$$\boxed{g(x)=-2(x+1)(x-0{,}5)(x-2{,}5)}$$

3) Déterminer $f'(x)$ et $g'(x)$

Pour f' :
Commençons par développer et réduire l'expression de $g(x)$

$g(x)=-2(x+1)(x-0{,}5)(x-2{,}5)$

Puis dérivons selon x cette expression.

$$f'(x)=\frac{2}{5}\times 3x^2-\frac{8}{5}\times 1 = \boldsymbol{\frac{6}{5}x^2-\frac{8}{5}}$$

Pour g' :
Commençons par développer et réduire l'expression de $f(x)$

$$\begin{aligned} g(x)&=-2(x+1)(x-0{,}5)(x-2{,}5)\\ &=-2(x+1)[x^2-3x+1{,}25]\\ &=-2[x^3-3x^2+1{,}25x+x^2-3x+1{,}25]\\ &=-2(x^3-2x^2-1{,}75x+1{,}25)\\ &=-2x^3+4x^2+3{,}5x-2{,}5 \end{aligned}$$

Puis dérivons selon x cette expression.

$$g'(x)=-2\times 3x^2+4\times 2x+3{,}5\times 1-0 = \boldsymbol{-6x^2+8x+3{,}5}$$