FONCTIONS AFFINES ET ÉQUATIONS M04

EXERCICE N°1 <u>*VOIR LE CORRIGÉ*</u>

On considère la fonction f définie par :

$$f(x)=\begin{cases}-2x-1 & \text{si } -6\leqslant x\leqslant -2\\ 2x+7 & \text{si } -2<x\leqslant 2\\ -4x+19 & \text{si } 2<x\leqslant 6\end{cases}$$

1) Que vaut :

$f(-4)$?	$f(1)$?	$f(3)$?	$f(-7)$?	$f(8)$?

2) Tracer dans un repère orthonormé la représentation graphique de f .
(Vous pouvez graduer l'axe des abscisses de -8 à 9 *et celui des ordonnées de* -6 à 13 *)*

EXERCICE N°2 *Extrait du Brevet (Dijon 1995)* <u>*VOIR LE CORRIGÉ*</u>

Les unités sont le centimètre et ses unités associées : cm^2 , cm^3 .
Un récipient cylindrique a un volume de 1 500 cm^3 et contient 1 litre = 1 000 cm^3 d'eau, ce qui le remplit jusqu'aux $\frac{2}{3}$ de sa hauteur.

1) Une barre a la forme d'un parallélépipède rectangle. L'aire de sa base est de 16 cm^2 et sa hauteur est de 36 cm . Calculer le volume de la barre.

2) On plonge cette barre, verticalement, dans le récipient et on appelle x la hauteur de la partie immergée de la barre. En observant la figure 2 on remarque que $0 \leqslant x \leqslant 36$.

2.a) Calculer, en fonction de x , le volume V_1 de la partie immergée de la barre.

2.b) Montrer que le volume V_2 de la partie immergée de la barre et de l'eau est donnée par : $V_2=16x+1\,000$.

2.c) Calculer V_2 pour $x = 25$.

2.d) Représenter graphiquement le volume V_2 en fonction de x .

On prendra :

- 5 mm comme unité graphique sur l'axe des abscisses (5 mm représentent donc une variation d'une unité de x) ;
- 1 cm pour représenter $200\,\text{cm}^3$ de V_2 sur l'axe des ordonnées.

3) On se propose d'étudier ce qui se passe lorsqu'on continue d'enfoncer verticalement la barre dans l'eau.
On suppose que la hauteur du récipient est 40 cm. Il y a alors trois possibilités.

- Première possibilité : avant que l'eau ne déborde du récipient et que la barre soit entièrement immergée, celle-ci bute sur le fond du récipient.
- Deuxième possibilité : avant que l'eau ne déborde, la barre est entièrement immergée dans l'eau.
- Troisième possibilité : à un moment donné, l'eau va déborder du récipient.

3.a) Combien vaut V_2 lorsque le récipient se met à déborder ?

3.b) Lire sur le graphique la valeur approximative correspondante de x .

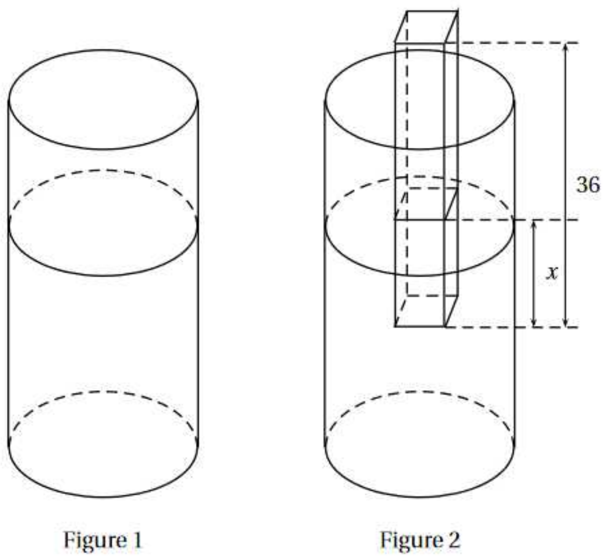


Image extraite du sujet sur le site de l'APMEP
https://www.apmep.fr/IMG/pdf/Brevet_Dijon_juin_1995_DV.pdf

3.c) Calculer la valeur exacte de x en résolvant l'équation : $16x+1000=1\,500$.

3.d) En déduire laquelle des trois possibilités est conforme à la réalité.

FONCTIONS AFFINES ET ÉQUATIONS M04C

EXERCICE N°1 (Le corrigé) *RETOUR À L'EXERCICE 1*

On considère la fonction f définie par :

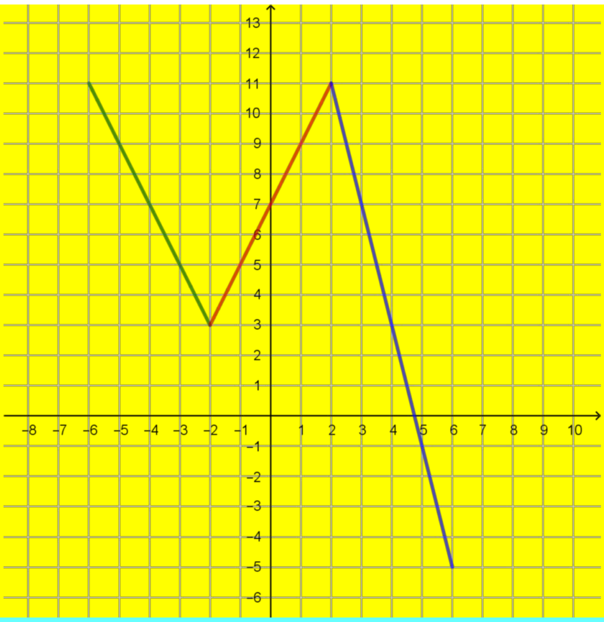
$$f(x)=\begin{cases}-2x-1 & \text{si } -6\leqslant x\leqslant -2\\ 2x+7 & \text{si } -2<x\leqslant 2\\ -4x+19 & \text{si } 2<x\leqslant 6\end{cases}$$

1) Que vaut :

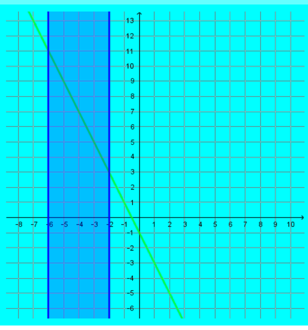
$f(-4)$?	$f(1)$?	$f(3)$?	$f(-7)$?	$f(8)$?
7	9	7	N'est pas défini	N'est pas défini

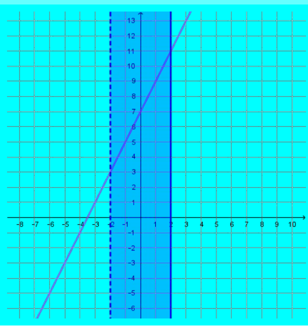
Pour $f(-4)$: on a $-6\leqslant -4\leqslant -2$ donc $f(-4) = -2\times(-4)-1$
Pour $f(1)$: on a $-2\leqslant 1\leqslant 2$ donc $f(1) = -2\times(-4)-1$
Pour $f(3)$: on a $2\leqslant 3\leqslant 6$ donc $f(3) = -4\times 3+19$
Pour les deux derniers : -7 et 8 ne répondent à aucune des conditions fixées pour les abscisses. Ils n'ont pas d'image par la fonction f .

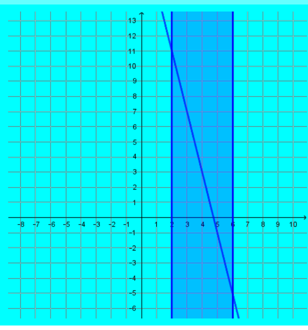
2) Tracer dans un repère orthonormé la représentation graphique de f .
(Vous pouvez graduer l'axe des abscisses de -8 à 9 et celui des ordonnées de -6 à 13)



Pour le « morceau vert » :
On trace la représentation graphique de la fonction $x\rightarrow -2x-1$ et on ne garde que la partie nécessaire.
Pour le « morceau rouge» :
On trace la représentation graphique de la fonction $x\rightarrow 2x+7$ et on ne garde que la partie nécessaire.
Pour le « morceau bleu» :
On trace la représentation graphique de la fonction $x\rightarrow -4x+19$ et on ne garde que la partie nécessaire.







EXERCICE N°2 ***Extrait du Brevet (Dijon 1995)*** ***(Le corrigé)*** RETOUR À L'EXERCICE 2

Les unités sont le centimètre et ses unités associées : cm^2 , cm^3 .
Un récipient cylindrique a un volume de 1 500 cm^3 et contient 1 litre = 1 000 cm^3 d'eau, ce qui le remplit jusqu'aux $\frac{2}{3}$ de sa hauteur.

1) Une barre a la forme d'un parallélépipède rectangle. L'aire de sa base est de 16 cm^2 et sa hauteur est de 36 cm . Calculer le volume de la barre.

Notons B le volume de la barre.
$B = 16 \times 36 = 576$
Ainsi, le $\boxed{\text{volume de barre est de } 576 \text{ cm}^3}$

2) On plonge cette barre, verticalement, dans le récipient et on appelle x la hauteur de la partie immergée de la barre. En observant la figure 2 on remarque que $0 \leqslant x \leqslant 36$.

2.a) Calculer, en fonction de x , le volume V_1 de la partie immergée de la barre.

$\boxed{V_1 = 16x}$

2.b) Montrer que le volume V_2 de la partie immergée de la barre et de l'eau est donnée par : $V_2 = 16x + 1\,000$.

Il y a 1000 cm^3 d'eau et on y ajoute le volume V_1 de la partie immergée de la barre.
Ainsi $V_2 = 16x + 1000$

2.c) Calculer V_2 pour $x = 25$.

2.d) Représenter graphiquement le volume V_2 en fonction de x .

On prendra :

- 5 mm comme unité graphique sur l'axe des abscisses (5 mm représentent donc une variation d'une unité de x) ;
- 1 cm pour représenter 200 cm^3 de V_2 sur l'axe des ordonnées.

VOIR LE GRAPHIQUE

3) On se propose d'étudier ce qui se passe lorsqu'on continue d'enfoncer verticalement la barre dans l'eau.
On suppose que la hauteur du récipient est 40 cm. Il y a alors trois possibilités.

- Première possibilité : avant que l'eau ne déborde du récipient et que la barre soit entièrement immergée, celle-ci bute sur le fond du récipient.
- Deuxième possibilité : avant que l'eau ne déborde, la barre est entièrement immergée dans l'eau.
- Troisième possibilité : à un moment donné, l'eau va déborder du récipient.

3.a) Combien vaut V_2 lorsque le récipient se met à déborder ?

$V_2 = 1500$

Souvenez-vous, le cylindre a un volume de 1500 cm^3 .

3.b) Lire sur le graphique la valeur approximative correspondante de x .

Avec la précision permise par la graphique, nous trouvons $\boxed{31{,}2}$

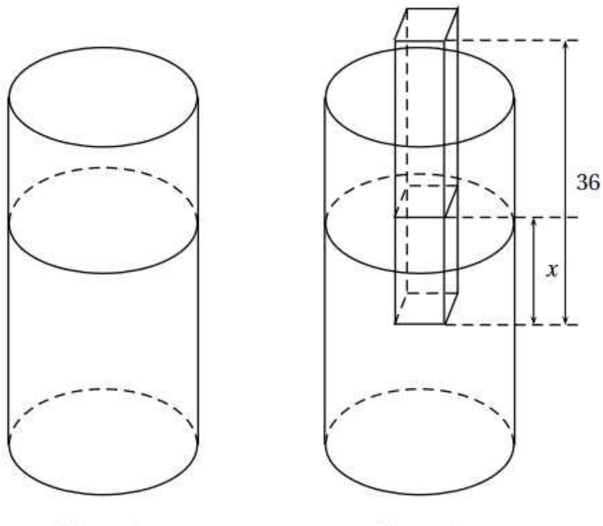


Figure 1 Figure 2

Image extraite du sujet sur le site de l'APMEP
https://www.apmep.fr/IMG/pdf/Brevet_Dijon_juin_1995_DV.pdf

3.c) Calculer la valeur exacte de x en résolvant l'équation : $16x+1000=1\,500$.

Les équations suivantes sont équivalentes.

$$16x+1000 = 1500$$
$$16x = 500$$
$$x = 31{,}25$$

Cette équation admet $\boxed{\text{une unique solution : } 31{,}25}$

3.d) En déduire laquelle des trois possibilités est conforme à la réalité.

On sait que la hauteur du récipient vaut 40 cm et que la longueur de la barre vaut 36 cm.

Ceci exclut les deux premières possibilités.

Donc, c'est $\boxed{\text{la troisième possibilité qui est conforme à la réalité}}$.

Graphique

RETOUR AU LA QUESTION