

FONCTIONS POLYNOMIALES DU SECOND DEGRÉ E04

EXERCICE N°1 Du concret ! (décoration)

[CORRIGÉ](#)

Extrait du sésamath 1^{er} spé

Charlotte décide d'encadrer une gravure dans un cadre rectangulaire de largeur constante. La gravure mesure 30 cm sur 45 cm et le cadre a une largeur de x cm.

- 1) Si le cadre a une largeur de 2 cm, quelle sera l'aire totale de la gravure avec son cadre, en cm^2 ?
- 2) On note $f(x)$ l'aire de la gravure et du cadre en cm^2 .
 - 2.a) Exprimer $f(x)$ en fonction de x .
 - 2.b) Pour quelle valeur de x l'aire de la gravure et du cadre est-elle égale à 1 924 cm^2 ?
 - 2.c) Charlotte ne veut pas que l'aire du cadre dépasse 850 cm^2 . Que peut-elle choisir comme valeur(s) pour x ?

EXERCICE N°2 Du concret ! (manifestation douce...)

[CORRIGÉ](#)

Extrait du sésamath 1^{er} spé

Justine décide de créer un drapeau ressemblant au drapeau de la Suisse.

Elle veut un drapeau de 4 m sur 3 m.

Et sur son drapeau, elle veut une croix blanche dont les deux bandes ont pour largeur x mètres et pour longueur 2 m.



- 1) L'aire de la croix peut-elle être égale à :
 - 1.a) la moitié de l'aire du drapeau ? Si oui, déterminer la valeur de x pour obtenir une telle configuration.
 - 1.b) le quart de l'aire du drapeau ? Si oui, déterminer la valeur de x pour obtenir une telle configuration.
- 2) Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire de la croix est-elle inférieure ou égale à 2 m^2 ?

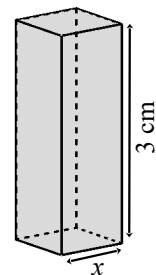
EXERCICE N°3 Un peu moins concret...

[CORRIGÉ](#)

Extrait du sésamath 1^{er} spé

On considère un parallélépipède rectangle à base carrée, de côté x et de hauteur 3 cm.

- 1) Exprimer l'aire du parallélépipède en fonction de x (la somme des aires de toutes ses faces).
- 2) Quelle est la valeur de l'aire de cette surface lorsque $x = 1$ cm ?
- 3) Pour quelle valeur de x cette aire est-elle égale à 100 cm^2 ?



EXERCICE N°4 Glandouille

[CORRIGÉ](#)

Extrait du sésamath 1^{er} spé

Julie lance une boulette de papier en direction d'une corbeille ayant une forme cylindrique.

La trajectoire de la boulette est donnée par la parabole d'équation $y = -0,16x^2 + 0,48x + 1,08$.

x correspond à la distance en mètres entre Julie et la boulette, et y à la hauteur en mètres de la boulette par rapport au sol.

Le premier rebord de la corbeille se situe à 4 m de Julie, les rebords de la poubelle ont une hauteur de 40 cm, et la corbeille a un diamètre de 30 cm.

- 1) La boulette passera-t-elle au-dessus du premier rebord de la corbeille ?
- 2) S'il n'y avait pas eu la corbeille, déterminer à quelle distance de Julie la boulette serait tombée par terre.
- 3) La boulette tombera-t-elle dans la corbeille ?

FONCTIONS POLYNOMIALES DU SECOND DEGRÉ E04C

EXERCICE N°1 Du concret ! (décoration) (Le corrigé)

[RETOUR À L'EXERCICE](#)

Extrait du sésamath 1^{er} spé

Charlotte décide d'encadrer une gravure dans un cadre rectangulaire de largeur constante. La gravure mesure 30 cm sur 45 cm et le cadre a une largeur de x cm.

1) Si le cadre a une largeur de 2 cm, quelle sera l'aire totale de la gravure avec son cadre, en cm^2 ?

$$(2+30+2) \times (2+45+2) = 1666$$

Donc si le cadre a une largeur de 2 cm, alors l'aire totale de la gravure avec son cadre est

$$1666 \text{ cm}^2$$

2) On note $f(x)$ l'aire de la gravure et du cadre en cm^2 .

2.a) Exprimer $f(x)$ en fonction de x .

$$f(x) = (30+2x)(45+2x) = 4x^2 + 150x + 1350$$

2.b) Pour quelle valeur de x l'aire de la gravure et du cadre est-elle égale à 1924 cm^2 ?

Il s'agit de résoudre, dans $[0 ; +\infty[$, l'équation $f(x) = 1924$

Commençons par la résoudre dans \mathbb{R} et notons S l'ensemble des solutions:

$$\begin{aligned} x \in S &\Leftrightarrow f(x) = 1924 \Leftrightarrow 4x^2 + 150x + 1350 = 1924 \\ &\Leftrightarrow 4x^2 + 150x - 574 = 0 \end{aligned}$$

Posons $\Delta = 150^2 - 4 \times 4 \times (-574) = 31684$, le discriminant de cette dernière équation.

$\Delta > 0$, il y a donc deux solutions :

$$x_1 = \frac{-150 - \sqrt{31684}}{2 \times 4} = -41 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-150 + \sqrt{31684}}{2 \times 4} = 3,5$$

Ainsi $S = \{-41 ; 3,5\}$ et $S \cap [0 ; +\infty[= \{3,5\}$

On en déduit que la largeur du cadre est 3,5 cm quand l'aire vaut 1924 cm^2 .

2.c) Charlotte ne veut pas que l'aire du cadre dépasse 850 cm^2 . Que peut-elle choisir comme valeur(s) pour x ?

L'aire du cadre est donnée par l'expression $f(x) - 30 \times 45 = f(x) - 1350$

Il s'agit de résoudre dans $[0 ; +\infty[$ l'inéquation $f(x) - 1350 \leq 850$

Commençons par la résoudre dans \mathbb{R} et notons S l'ensemble des solutions.

$$\begin{aligned} x \in S &\Leftrightarrow f(x) - 1350 \leq 850 \\ &\Leftrightarrow 4x^2 + 150x + 1350 - 1350 \leq 850 \\ &\Leftrightarrow 4x^2 + 150x - 850 \leq 0 \end{aligned}$$

Ce dernier trinôme est de la forme $ax^2 + bx + c$

Posons $\Delta = b^2 - 4ac = 150^2 - 4 \times 4 \times (-850) = 36100$, son discriminant.

$\Delta > 0$, il y a donc deux racines:

$$e \quad x_1 = \frac{-150 - \sqrt{36100}}{2 \times 4} = -42,5 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-150 + \sqrt{36100}}{2 \times 4} = 5$$

Et comme $a = 4 > 0$

On en déduit le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	$-42,5$	5	$+\infty$	
$4x^2 + 150x - 850$	+	0	-	0	+

Ainsi $S = [-42,5 ; 5]$

et

$$\begin{aligned} S \cap [0 ; +\infty[&= [-42,5 ; 5] \cap [0 ; +\infty[\\ &= [0 ; 5] \end{aligned}$$

On en déduit que pour l'aire du cadre ne dépasse pas 850 cm^2 , il faut (et il suffit) que la largeur du cadre soit comprise entre 0 cm et 5 cm (valeurs incluses)

FONCTIONS POLYNOMIALES DU SECOND DEGRÉ E04C

EXERCICE N°2 Du concret ! (manifestation douce...) (Le corrigé)

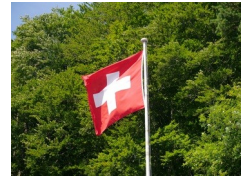
[RETOUR À L'EXERCICE](#)

Extrait du sésamath 1^{er} spé

Justine décide de créer un drapeau ressemblant au drapeau de la Suisse.

Elle veut un drapeau de 4 m sur 3 m.

Et sur son drapeau, elle veut une croix blanche dont les deux bandes ont pour largeur x mètres et pour longueur 2 m.



1) L'aire de la croix peut-elle être égale à :

1.a) la moitié de l'aire du drapeau ? Si oui, déterminer la valeur de x pour obtenir une telle configuration.

▪ Pour $x \in [0 ; 2]$

x est la largeur, elle est donc positive et pas plus grande que la longueur...

Notons $A(x)$ l'aire de la croix, on a $A(x) = 2x + 2x - x^2 = -x^2 + 4x$

▪ La moitié de l'aire du drapeau vaut $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6 \text{ m}^2$

Il s'agit donc de résoudre dans $[0 ; 2]$ l'équation $A(x) = 6$.

Commençons par la résoudre dans \mathbb{R} et notons S l'ensemble des solutions.

$$x \in S \Leftrightarrow A(x) = 6$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 4x = 6$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 4x - 6 = 0$$

Posons $\Delta = 4^2 - 4 \times (-1) \times (-6) = -8$ le discriminant de cette dernière équation.

$\Delta < 0$ donc il n'y a aucune solution dans \mathbb{R} : $S = \emptyset$.

$$S \cap [0 ; 2] = \emptyset \cap [0 ; 2] = \emptyset$$

On peut le dire en français : il n'y a pas de solution réelle (positive ou négative) il n'y a donc pas de solution comprise entre 0 et 2.

On en déduit qu' on ne peut pas avoir cette configuration .

1.b) le quart de l'aire du drapeau ? Si oui, déterminer la valeur de x pour obtenir une telle configuration.

La moitié de l'aire du drapeau vaut $\frac{1}{4} \times 4 \times 3 = 3 \text{ m}^2$

Il s'agit donc de résoudre dans $[0 ; +\infty[$ l'équation $A(x) = 3$.

Commençons par la résoudre dans \mathbb{R} et notons S l'ensemble des solutions.

$$x \in S \Leftrightarrow A(x) = 3$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 4x = 3$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 4x - 3 = 0$$

Posons $\Delta = 4^2 - 4 \times (-1) \times (-3) = 4$ le discriminant de cette dernière équation.

$\Delta > 0$, il y a donc deux solutions :

$$x_1 = \frac{-4-2}{2 \times (-1)} = 3 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-4+2}{2 \times (-1)} = 1$$

$$S = \{1 ; 3\} \quad \text{et} \quad S \cap [0 ; 2] = \{1\}$$

On en déduit que cette configuration est possible quand $x = 1$

2) Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire de la croix est-elle inférieure ou égale à 2 m² ?

Il s'agit donc de résoudre dans $[0 ; +\infty[$ l'inéquation $A(x) \leq 2$.

Commençons par la résoudre dans \mathbb{R} et notons S l'ensemble des solutions.

$$x \in S \Leftrightarrow A(x) \leq 2$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 4x \leq 2$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 4x - 2 \leq 0$$

Posons $\Delta = 4^2 - 4 \times (-1) \times (-2) = 8$ le discriminant de ce dernier trinôme.

$\Delta > 0$, il y a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-4-2\sqrt{2}}{2 \times (-1)} = 2+\sqrt{2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-4+2\sqrt{2}}{2 \times (-1)} = 2-\sqrt{2}$$

Et comme $a = -1 < 0$

On en déduit le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	$2-\sqrt{2}$	$2+\sqrt{2}$	$+\infty$	
$A(x)$	+	0	-	0	+

$$S = [2-\sqrt{2} ; 2+\sqrt{2}] \text{ et}$$

$$\begin{aligned} S \cap [0 ; 2] &= [2-\sqrt{2} ; 2+\sqrt{2}] \cap [0 ; 2] \\ &= [2-\sqrt{2} ; 2] \end{aligned}$$

On en déduit que cette configuration est possible quand $x \in [2-\sqrt{2} ; 2]$

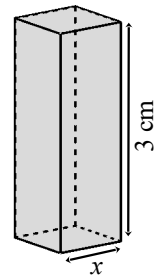
FONCTIONS POLYNOMIALES DU SECOND DEGRÉ E04C

EXERCICE N°3 Un peu moins concret... (Le corrigé)

[RETOUR À L'EXERCICE](#)

Extrait du sésamath 1^{er} spé

On considère un parallélépipède rectangle à base carrée, de côté x et de hauteur 3 cm.



1) Exprimer l'aire du parallélépipède en fonction de x (la somme des aires de toutes ses faces).

Pour $x \geq 0$, notons $A(x)$ cette aire.

$$A(x) = \underbrace{2 \times x^2}_{\substack{\text{dessous} \\ \text{et dessus}}} + \underbrace{4 \times 3x}_{\substack{\text{4 faces} \\ \text{latérales}}}$$

$$A(x) = 2x^2 + 12x$$

2) Quelle est la valeur de l'aire de cette surface lorsque $x = 1$ cm ?

Il s'agit de calculer $A(1)$:

$$A(1) = 2 \times 1^2 + 12 \times 1 = 14$$

Quand $x = 1$, cette surface mesure 14 cm^2

3) Pour quelle valeur de x cette aire est-elle égale à 100 cm^2 ?

Il s'agit de résoudre $A(x) = 100$

Souvenez-vous, on a défini $A(x)$ uniquement sur $[0 ; +\infty[$. Ce n'est donc pas la peine de le « repréciser », par contre il ne faut pas l'oublier.

$$\begin{aligned} A(x) = 100 &\Leftrightarrow 2x^2 + 12x = 100 \\ &\Leftrightarrow 2x^2 + 12x - 100 = 0 \end{aligned}$$

Commençons par résoudre cette dernière équation sur \mathbb{R} :

Notons S l'ensemble des solutions et posons $\Delta = 12^2 - 4 \times 2 \times (-100) = 944$ le discriminant.

$\Delta > 0$, il y a donc deux solutions :

$$(\sqrt{\Delta} = \sqrt{944} = \sqrt{16 \times 59} = 4\sqrt{59})$$

$$x_1 = \frac{-12 - 4\sqrt{59}}{2 \times 2} = -3 - \sqrt{59} < 0 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-12 + 4\sqrt{59}}{2 \times 2} = -3 + \sqrt{59} \approx 4,68$$

$$S = [-3 - \sqrt{59} ; -3 + \sqrt{59}] \quad \text{et}$$

$$\begin{aligned} S \cap [0 ; +\infty[&= [-3 - \sqrt{59} ; -3 + \sqrt{59}] \cap [0 ; +\infty[\\ &= [-3 + \sqrt{59}] \end{aligned}$$

On en déduit que cette aire égale 100 cm^2 quand le côté du carré mesure $-3 + \sqrt{59} \text{ cm}$

FONCTIONS POLYNOMIALES DU SECOND DEGRÉ E04C

EXERCICE N°4 Glandouille (Le corrigé)

[RETOUR À L'EXERCICE](#)

Extrait du sésamath 1^{er} spé

Julie lance une boulette de papier en direction d'une corbeille ayant une forme cylindrique.

La trajectoire de la boulette est donnée par la parabole d'équation $y = -0,16x^2 + 0,48x + 1,08$.

x correspond à la distance en mètres entre Julie et la boulette, et y à la hauteur en mètres de la boulette par rapport au sol.

Le premier rebord de la corbeille se situe à 4 m de Julie, les rebords de la poubelle ont une hauteur de 40 cm, et la corbeille a un diamètre de 30 cm.

1) La boulette passera-t-elle au-dessus du premier rebord de la corbeille ?

Il s'agit de vérifier si $y > 0,4$ quand $x = 4$

Or quand $x = 4$

$$y = -0,16 \times 4^2 + 0,48 \times 4 + 1,08 = 0,44 > 0,4$$

On en déduit que la boulette passera au-dessus du premier rebord de la corbeille.

2) S'il n'y avait pas eu la corbeille, déterminer à quelle distance de Julie la boulette serait tombée par terre.

Il s'agit de résoudre, sur $[0 ; +\infty[$, l'équation $y = 0$

Commençons par la résoudre sur \mathbb{R} :

$$y = 0 \Leftrightarrow -0,16x^2 + 0,48x + 1,08 = 0$$

Notons S l'ensemble des solutions et posons $\Delta = 0,48^2 - 4 \times (-0,16) \times 1,08 = 0,9216$ le discriminant de cette dernière équation.

$\Delta > 0$, il y a donc deux solutions :

$$(\sqrt{\Delta} = \sqrt{0,9216} = \sqrt{\frac{9216}{10000}} = \frac{\sqrt{9216}}{\sqrt{10000}} = \frac{96}{100} = 0,96)$$

$$x_1 = \frac{-0,48 - 0,96}{2 \times (-0,16)} = 4,5 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-0,48 + 0,96}{2 \times (-0,16)} = -1,5$$

$$S = [-1,5 ; 4,5] \quad \text{et}$$

$$S \cap [0 ; +\infty[= [-1,5 ; 4,5] \cap [0 ; +\infty[\\ = [4,5]$$

On en déduit que si il n'y avait eu la corbeille alors la boulette serait tombée à 4,5 m de Julie

3) La boulette tombera-t-elle dans la corbeille ?

Nous savons déjà que la boulette passera le premier bord de la corbeille, il suffit de vérifier qu'elle ne passera pas au dessus du second bord.

Comme la corbeille a un diamètre de 30 cm et que le premier bord est à 4 m de Julie, le second est à 4,3 m.

Il s'agit de calculer y pour $x = 4,3$ et vérifier si le résultat est strictement inférieur à 0,4.

$$\text{Or pour } x = 4,3 \quad y = -0,16 \times 4,3^2 + 0,48 \times 4,3 + 1,08 = 0,1856 < 0,4$$

On en déduit que la boulette tombera dans la corbeille.