

PROBABILITÉS CONDITIONNELLES (LA SUITE) E04

EXERCICE N°2 (Le corrigé)

Un sac contient deux jetons bleus et trois jetons rouges. On tire au hasard deux jetons successivement et avec remise.

On note :

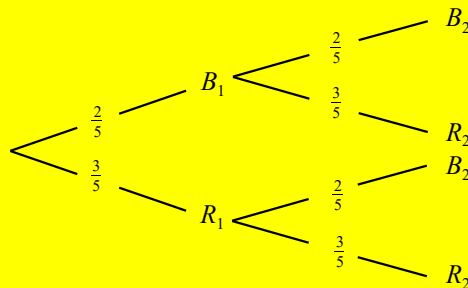
B_1 l'événement « le premier jeton tiré est bleu »,

B_2 l'événement « le deuxième jeton tiré est bleu »,

R_1 l'événement « le premier jeton tiré est rouge » et

R_2 l'événement « le deuxième jeton tiré est rouge ».

1) Construire un arbre de probabilités modélisant la situation.



2) Déterminer la probabilité que les deux jetons tirés soient bleus.

Il s'agit de calculer $P(B_1 \cap B_2)$

$$P(B_1 \cap B_2) = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

La probabilité cherchée est $\frac{4}{25}$ (ou 0,16 ou 16%)

On suit une branche : \cap pour les événements et \times pour leurs probabilités

3) Déterminer la probabilité que les deux jetons tirés soient de même couleur.

Il s'agit de calculer $P((B_1 \cap B_2) \cup (R_1 \cap R_2))$

$$P((B_1 \cap B_2) \cup (R_1 \cap R_2)) = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{4}{25} + \frac{9}{25} = \frac{13}{25}$$

La probabilité cherchée est $\frac{13}{25}$ (ou 0,52 ou 52%)

On suit une branche : \cap pour les événements et \times pour les probabilités

On change de branche : \cup pour les événements et $+$ pour les probabilités

4) Calculer $P(B_2)$ et $P(R_2)$.

• Commençons par $P(B_2)$

$$P(B_2) = P(B_1 \cap B_2) + P(R_1 \cap B_2) = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25} + \frac{6}{25} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$$

Ainsi $P(B_2) = \frac{2}{5}$

• Terminons par $P(R_2)$

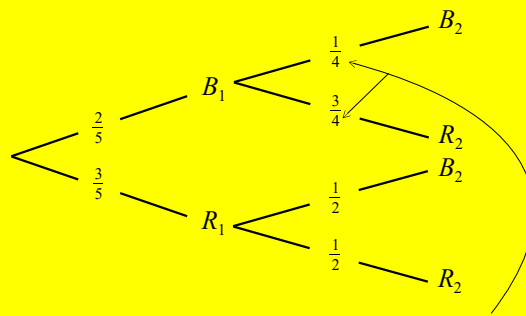
$$P(R_2) = P(B_1 \cap R_2) + P(R_1 \cap R_2) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{25} + \frac{9}{25} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

Ainsi $P(R_2) = \frac{3}{5}$

5) Reprendre toutes les questions précédentes en considérant que les tirages s'effectuent sans remise.

Nous numérotions les questions a) b) c) et d) pour éviter toute confusion.

5.a)



Comme à présent, le tirage s'effectue sans remise, il ne reste que 4 boules au 2^e tirage.

Pour les $\frac{1}{2}$ on a bien sûr simplifié $\frac{2}{4}$...

5.b)

Il s'agit de calculer $P(B_1 \cap B_2)$

$$P(B_1 \cap B_2) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

La probabilité cherchée est $\boxed{\frac{1}{10}}$ (ou 0,1 ou 10%)

5.c)

Il s'agit de calculer $P((B_1 \cap B_2) \cup (R_1 \cap R_2))$

$$P((B_1 \cap B_2) \cup (R_1 \cap R_2)) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} + \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{20} + \frac{3}{10} = \frac{2}{20} + \frac{6}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

La probabilité cherchée est $\boxed{\frac{2}{5}}$ (ou 0,4 ou 40%)

5.d)

• Commençons par $P(B_2)$

$$P(B_2) = P(B_1 \cap B_2) + P(R_1 \cap B_2) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} + \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{20} + \frac{3}{10} = \frac{2}{20} + \frac{6}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

Ainsi $\boxed{P(B_2) = \frac{2}{5}}$

• Terminons par $P(R_2)$

$$P(R_2) = P(B_1 \cap R_2) + P(R_1 \cap R_2) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{6}{20} + \frac{3}{10} = \frac{6}{20} + \frac{6}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

Ainsi $\boxed{P(R_2) = \frac{3}{5}}$