DEVOIR SURVEILLÉ N°1 LE CORRIGÉ

Nom :	**Prénom :**	**Classe :**

EXERCICE N°1 ***Je maitrise les suites*** ***(12 points)***

Partie 1 : Destin funeste

Le tigre, un des félins les plus majestueux de la planète, est actuellement en voie de disparition en raison de la dégradation de son habitat naturel et du braconnage. En l'an 2010, il a été estimé qu'il restait environ 3200 tigres à l'état sauvage dans le monde. Depuis cette année, une étude estime que la population de tigres diminue chaque année de 3% par rapport à l'année précédente.

Pour tout entier naturel *n*, le nombre T_n désigne la population de tigres, exprimée en individus, pendant l'année *n*. On a ainsi $T_0 = 3200$

On arrondira les résultats à l'unité quand cela sera utile.

1) Calculer T_1 et T_2 .

$T_1 = 3200 - \dfrac{3200 \times 3}{100}$ $\qquad$ $T_2 = 3104 - \dfrac{3104 \times 3}{100}$

$\boxed{T_1 = 3104}$ $\qquad$ $\boxed{T_2 \approx 3011}$

2) Justifiez que la suite (T_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison q .

Une diminution de 3 % correspond à un coefficient multiplicateur valant 0,97 (1 – 0,03), ainsi pour passer d'un terme au suivant on multiplie par 0,97.

Donc (T_n) est bien une suite géométrique de raison $\boxed{q = 0{,}97}$ et de premier terme $T_0 = 3200$.

3) Exprimez T_n en fonction de n pout tout entier naturel n .

Pour tout entier naturel n ,

$T_n = T_0 \times q^n$

Pour l'instant, on a exprimé T_n en fonction de T_0 de q et de n : Ce n'est pas fini !

Ou encore :

$\boxed{T_n = 3200 \times 0{,}97^n}$

On a bien exprimé T_n en fonction de n seulement.

4) Calculez T_{22} .

$T_{22} = 3200 \times 0{,}97^{22}$

$\boxed{T_{22} \approx 1637}$

5) Déterminez à partir de quelle année le nombre de tigres sera réduit de moitié par rapport à l'année 2010.

On sait que $T_{22} \approx 1637$,

de plus $T_{23} \approx 1588 < 3200 \div 2$

On en déduit que c'est $\boxed{\text{à partir de } 2033}$ que le nombre de tigres sera réduit de moitié par rapport à 2010.

6) Selon ce même modèle, un écologiste prétend que d'ici l'année 2050, la population de tigres sera réduite à moins de 1000 individus. A-t-il raison ?

L'année 2050 correspond à T_{40} , et

$T_{40} = 3200 \times 0{,}97^{40} \approx 946 < 1000$

On peut donc dire que l'écologiste a raison.

Ce sera même le cas dès l'année précédente.

Partie 2 : L'espoir renaît

Heureusement, des mesures de conservation ont été mises en place et fonctionnent : la population de tigres augmente chaque année de 50 individus depuis 2020.

On admet qu'il restait 2340 tigres en 2022 et on de noter u_n le nombre de tigre à l'année $2020+n$ pour $n \in \mathbb{N}$. Ainsi, on a $u_0 = 2340$.

7) Donnez la nature de la suite (u_n) et précisez sa raison r .

La suite (u_n) est une $\boxed{\text{suite arithmétique}}$ de raison $\boxed{r = 50}$

On a dit « Donnez » et pas « Justifiez »

Dans ce dernier cas, on aurait d'abord écrit, par exemple : « Comme chaque année le nombre de tigres augmente de 50, on passe d'un terme au suivant en ajoutant 50, c'est donc... »

8) Exprimer u_n en fonction de n pour tout entier naturel n .

Pour tout entier naturel n ,

$u_n = u_0+nr$

ou encore :

$\boxed{u_n = 2340+50n}$

Même type de remarque qu'à la question 3).

9) Selon ce modèle, à partir de quelle année, la taille de population de tigres dépassera-t-elle celle de 2010 ?

Il s'agit de résoudre l'inéquation $u_n > 3200$

$u_n > 3200 \Leftrightarrow 2340+50n > 3200 \Leftrightarrow 50n > 860 \Leftrightarrow n > 17{,}2$

Comme n est un entier naturel, la premiere valeur qui convient est 18.

On en déduit que c'est en 2038 (= 2020 + 18) que la taille population de tigres dépassera celle de 2010.

EXERCICE N°2 Je n'ai pas oublié mes connaissances de première (8 points)

Suite à une épidémie dans une région, le nombre de personnes malades t jours après l'apparition des premiers cas est modélisé par $f(t) = 51t^2 - t^3$ pour tout t appartenant à $[0 \; ; \; 51]$.

1) Déterminer le nombre de personnes malades prévu par ce modèle au bout de 20 jours.

Il s'agît de calculer $f(20)$.

$f(20) = 51 \times 20^2 - 20^3 = 12400$

Selon ce modèle, au bout de 20 jours, il y aurait $\boxed{12400 \text{ malades}}$.

2) Montrer que, pour tout t appartenant à $[0 \; ; \; 51]$, $f'(t) = 3t(34-t)$.

Pour $t \in [0 \; ; \; 51]$

- $f(t) = 51t^2 - t^3$
- $f'(t) = 102t - 3t^2$
- De plus :
  $3t(34-t) = 102t - 3t^2$
- On en déduit que $f'(t) = 3t(34-t)$

3) Déterminer le signe de $f'(t)$ sur $[0;51]$.

- $3t > 0 \Leftrightarrow t > 0$;
- $34 - t > 0 \Leftrightarrow -t > -34 \Leftrightarrow t < 34$

v	0		34		51
$3t$		+	0	+	
$t-30$		+	|	−	
$f'(t)$		+	0	−	

4) Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0 \; ; \; 51]$.

v	0		34		51
$f'(t)$		+	0	−	
$f(t)$	0	$\nearrow$	19652	$\searrow$	0

$19652 = f(34)$

5) Déterminer le jour où le nombre de personnes malades est maximal durant cette période de 51 jours et préciser le nombre de personnes malades ce jour-là.

D'après le tableau de variation, $\boxed{\text{c'est le } 34^e \text{ jour avec } 19652 \text{ malades}}$.