# LA FONCTION CARRÉ E05

***EXERCICE N°1 (Le corrigé)***

Résoudre les inéquations suivantes et donner l'ensemble des solutions sous la forme d'un intervalle ou d'une réunion d'intervalle.

**1)** $x^2 \leqslant 9$ **2)** $x^2 > 4$ **3)** $x^2 \geqslant 16$ **4)** $x^2 < -2$

**1)**

$x^2 \leqslant 9$

Cette inéquation admet comme ensemble des solutions $\boxed{[-3\ ;\ 3]}$ .

Ici, on utilise la propriété n°5 et comme $9 > 0$ on obtient $[-\sqrt{9}\ ;\ \sqrt{9}]$ pour ensemble des solutions. Bien sûr, on simplifie l'écriture car $\sqrt{9} = 3$ .

Les crochets sont tournés les solutions car on a une inégalité large ( $\leqslant$ et pas $<$ )

**2)**

$x^2 > 4$

Cette inéquation admet comme ensemble des solutions $\boxed{]-\infty\ ;\ -2[\ \cup\ ]2\ ;\ +\infty[}$ .

Ici, on utilise la propriété n°6 et comme $4 > 0$ on obtient $]-\infty\ ;\ -\sqrt{4}[\ \cup\ ]\sqrt{4}\ ;\ +\infty[$ pour ensemble des solutions. Bien sûr, on simplifie l'écriture car $\sqrt{4} = 2$ .

Les crochets ne sont pas tournés les solutions car on a une inégalité stricte ( $>$ et pas $\geqslant$ )

Attention $-\infty$ et $+\infty$ n'étant pas des nombres, ils n'appartiennent pas aux solutions, c'est pour cela que les crochets ne sont jamais tournés vers eux.

**3)**

$x^2 \geqslant 16$

Cette inéquation admet comme ensemble des solutions $\boxed{]-\infty\ ;\ -4]\ \cup\ [4\ ;\ +\infty[}$ .

Ici, on utilise la propriété n°6 et comme $16 > 0$ on obtient $]-\infty\ ;\ -\sqrt{16}[\ \cup\ ]\sqrt{16}\ ;\ +\infty[$ pour ensemble des solutions. Bien sûr, on simplifie l'écriture car $\sqrt{16} = 4$ .

Les crochets sont tournés les solutions car on a une inégalité large ( $\geqslant$ et pas $>$ )

Attention $-\infty$ et $+\infty$ n'étant pas des nombres, ils n'appartiennent pas aux solutions, c'est pour cela que les crochets ne sont jamais tournés vers eux. (Je sais, je sais, on insiste…)

**4)**

$x^2 < -2$

Cette inéquation n'admet $\boxed{\text{aucune solution}}$ .

Ici, on utilise la propriété n°5 et comme $-2 < 0$ , il n'y a pas de solution.

***EXERCICE N°2 (Le corrigé)***

Résoudre les inéquations suivantes et donner l'ensemble des solutions sous la forme d'un intervalle ou d'une réunion d'intervalle.

**1)** $2x^2-3 \leqslant 6$ **2)** $x^2+4 < 2$

**3)** $-7x^2+5 \leqslant 2x^2-11$ **4)** $-5x^2+10 > x^2-8$

Ici, on va se ramener à une forme que l'on connaît afin de pouvoir procéder comme dans l'exercice précédent.

**1)**

$2x^2-3 \leqslant 6 \Leftrightarrow 2x^2 \leqslant 9 \Leftrightarrow x^2 \leqslant 4{,}5$

Pour la 2e inéquation, on a ajouté 3 à chaque membre et donc le sens de l'inégalité n'a pas changé.

Pour la 3e inéquation, on a divisé par 2 chaque et comme $2>0$ , le sens n'a pas changé.

On en déduit que l'inéquation admet pour ensemble de solutions : $\boxed{\left[-\sqrt{4{,}5}\ ;\ \sqrt{4{,}5}\right]}$

**2)**

$x^2+4 < 2 \Leftrightarrow x^2 < -2$

Pour la 2e inéquation, on a retranché 4 à chaque membre et donc le sens de l'inégalité n'a pas changé.

On en déduit que l'inéquation n'admet $\boxed{\text{aucune solution}}$ .

**3)**

$$\begin{aligned}
-7x^2+5 \leqslant 2x^2-11 &\Leftrightarrow -7x^2+5-(2x^2-11) \leqslant 0 && \text{On retranche un même nombre...}\\
&\Leftrightarrow -7x^2+5-2x^2+11 \leqslant 0\\
&\Leftrightarrow -9x^2+16 \leqslant 0\\
&\Leftrightarrow -9x^2 \leqslant -16 && \text{On retranche 16 donc pas de changement de sens}\\
&\Leftrightarrow x^2 \geqslant \frac{-16}{-9} && \text{On divise par } -9 \text{ donc on change le sens}\\
&\Leftrightarrow x^2 \geqslant \frac{16}{9} && \text{On simplifie}
\end{aligned}$$

Sur une copie, on peut se contenter de la 4e et de la dernière ligne… Mais il est prudent de faire les autres au brouillon, ne serait-ce que pour éviter une inattention…

On en déduit que l'inéquation admet comme ensemble des solutions :

$\boxed{\left]-\infty\ ;\ -\frac{4}{3}\right[ \cup \left]\frac{4}{3}\ ;\ +\infty\right[}$

$\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} = \frac{4}{3}$ (nous en parlerons plus en détail bientôt…)

**4)**

$$\begin{aligned}
-5x^2+10 > x^2-8 &\Leftrightarrow -5x^2+10-(x^2-8) > 0 && \text{On retranche un même nombre...}\\
&\Leftrightarrow -5x^2+10-x^2+8 > 0\\
&\Leftrightarrow -6x^2+18 > 0\\
&\Leftrightarrow -6x^2 > -18 && \text{On retranche un même nombre...}\\
&\Leftrightarrow x^2 < \frac{-18}{-6} && \text{On divise par un même nombre négatif...}\\
&\Leftrightarrow x^2 < \frac{18}{6}=3 && \text{On simplifie}
\end{aligned}$$

On en déduit que l'inéquation admet pour ensemble de solutions : $\boxed{\left]-\sqrt{3}\ ;\ \sqrt{3}\right[}$ .

Sur une copie, on peut se contenter de la 4e et de la dernière ligne...mais il est prudent de faire les autres au brouillon, ne serait-ce que pour éviter une inattention…