## EXERCICE 1 :

$\boldsymbol{h(x) = \log(x)}$ $\boldsymbol{i(x) = x^2}$ $\boldsymbol{g(x) = \sqrt{x}}$ $\boldsymbol{j(x) = x^3}$ $\boldsymbol{f(x) = \frac{1}{x}}$

## EXERCICE 2 :

**Questionnaire à choix multiples :**

Pour ces deux questions une seule des propositions est exacte, aucune justification n'est demandée. Une réponse inexacte ou une absence de réponse n'ajoute ni ne retire aucun point. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

1. On note log la fonction logarithme décimal. Le nombre réel $\log\left(10^5 \times 2,2\right)$ est égal à :
   - 7,2
   - $5 \times \log(2,2)$
   - $5 + \log(2,2)$
   - 5,34
2. Soit $x > 0$, alors $\log\left(x^2 + x\right)$ est égal à

| | |
|---|---|
| **a.** $\log\left(x^2\right) + \log(x)$ | **b.** $\log\left(x^2\right) \times \log(x)$ |
| **c.** $\log(x) + \log(x+1)$ | **d.** $\log(x) \times \log(x+1)$ |

3. **Cette question est indépendante :**

   Déterminer la valeur de $I$ tel que $10\log\left(\frac{I}{10^{-7}}\right) = 20$.

$$\Leftrightarrow \log\left(\frac{I}{10^{-7}}\right) = 2 \Leftrightarrow \frac{I}{10^{-7}} = 10^2 \Leftrightarrow I = 10^{-5}$$

## EXERCICE 3 :

*Problème 1*

1000 voitures sont mises en circulation en même temps. On estime qu'en raison des accidents et des pannes, 6% de ces voitures sont retirées de la circulation chaque année (régulièrement au fil des mois).

1. Combien de voitures sont toujours en circulation au bout d'un an ?
2. Justifier que pour $x$, exprimé en nombre entier d'années, le nombre de voitures restant en circulation est donné par $f(x) = 1000 \times 0{,}94^x$. En déduire le nombre de voitures restantes au bout de 20 ans. Arrondir à l'unité.
3. Convertir 42 mois en années, puis déterminer le nombre de voitures en circulation après 42 mois en admettant que le modèle précédent reste valable pour des nombres non entiers d'années. Arrondir à l'unité.
4. On veut savoir au bout de combien de temps il y aura au moins 500 voitures en circulation.
   Montrer que cette question revient à résoudre l'inéquation $0{,}94^x \leq 0{,}5$.
5. **a.** Résoudre l'inéquation $0{,}94^x \leq 0{,}5$.
   **b.** En déduire la durée minimale (en mois) pour qu'il reste moins de 500 véhicules.

1. Nombre de voitures toujours en circulation au bout d'1 an : $1000 \times 0{,}94 =$ 940.
2. Baisser de 6% revient à multiplier par 0,94.
   On reconnaît un modèle de suite géométrique de type $u_n = u_0 \times q^n$ où la valeur initiale est 1000 et la raison 0,94 d'où la fonction $f$ associée.
   $f(20) = 1000 \times 0{,}94^{20} \approx 290$. Au bout de 20 ans, il resterait 290 voitures selon ce modèle.
3. 42 mois $= \frac{42}{12}$ années soit 3,5 ans.
   $f(3{,}5) = 1000 \times 0{,}94^{3{,}5} \approx 805$. Au bout de 42 mois, il resterait 805 voitures.
4. $f(x) \leq 500 \Leftrightarrow 1000 \times 0{,}94^x \leq 500 \Leftrightarrow 0{,}94^x \leq 0{,}5$.
5. **a.** $0{,}94^x \leq 0{,}5 \Leftrightarrow \log 0{,}94^x \leq \log 0{,}5 \Leftrightarrow x\log 0{,}94 \leq \log 0{,}5 \Leftrightarrow x \geq \frac{\log 0{,}5}{\log 0{,}94}$.
   **b.** $\frac{\log 0{,}5}{\log 0{,}94} \approx 11{,}2$ et 11,2 ans ≈ 134,4 mois.
   Au bout de 135 mois, le nombre de voitures aura diminué de moitié.

*Problème 2*

Une machine a été mise au point pour fabriquer des blocs utilisables par exemple sur des bateaux de pêche.

Le tableau ci-dessous donne dans sept cas ($1 \leq i \leq 7$), l'épaisseur des blocs de glace en fonction du temps de congélation.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Temps de congélation en heures : $t_i$ | 1 | 2 | 4 | 8 | 12 | 18 | 26 |
| Epaisseur du bloc de glace en cm : $y_i$ | 4 | 8 | 11 | 16,5 | 20,5 | 24,5 | 28,5 |

L'allure du nuage de points $M_i(t_i, y_i)$ ne justifiant pas un ajustement affine, on effectue un changement de variables en posant $x_i = \log(t_i)$.

**1.** Compléter le tableau suivant où les valeurs manquantes seront arrondies à $10^{-2}$.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_i$ | **0** | **0,30** | **0,60** | **0,90** | **1,08** | **1,26** | **1,41** |
| $y_i$ | 4 | 8 | 11 | 16,5 | 20,5 | 24,5 | 28,5 |

**2.** Représenter le nuage de points $N_i(x_i, y_i)$ dans le repère ci-dessous où les axes se coupent en A(0 ; 4) avec pour unités 5cm pour 1 en abscisse et 1 cm pour 4 en ordonnée.

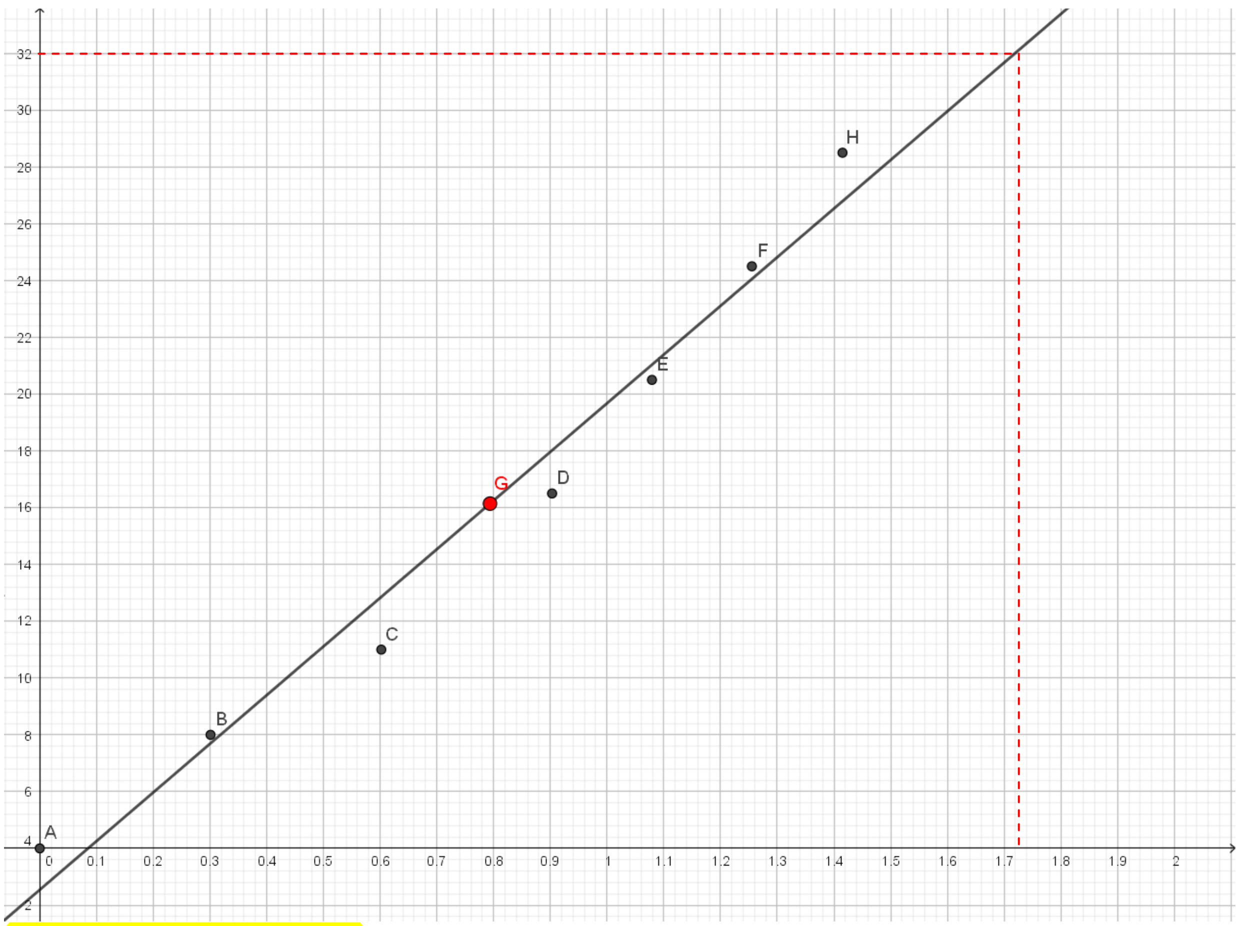
**3.** Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage des points $N_i$ (arrondir à $10^{-2}$) et placer G sur le graphique.

**4.** A l'aide de la calculatrice ou d'un tableur, déterminer une équation de la droite d'ajustement de $y$ en $x$ obtenue par la méthode des moindres carrés sous la forme $y = ax + b$ où les coefficients $a$ et $b$ sont à arrondir au millième. Tracer cette droite dans le repère.

**5.** Quel serait alors, selon ce modèle, le temps nécessaire pour fabriquer un bloc de glace de 32 cm d'épaisseur ? Arrondir à l'heure.

**1.** voir ci-dessus.

**2.**




**3.** $x_G \approx 0{,}19$ et $y_G \approx 16{,}14$.

**4.** $y = 17{,}138x + 2{,}542$

**5.** $17{,}138x + 2{,}542 = 32 \Leftrightarrow 17{,}138x = 29{,}458 \Leftrightarrow x = \frac{29{,}458}{17{,}138} \approx 1{,}72$

Or $t = 10^x = 10^{\frac{29{,}458}{17{,}138}} \approx$ 52 heures

(on peut aussi utiliser le graphique…)