

PROBABILITÉS CONDITIONNELLES E03

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

Un commerçant vend deux types de guirlandes électriques pour Noël, des guirlandes d'intérieur et des guirlandes d'extérieur. Certaines guirlandes se révèlent défectueuses. Il possède un stock de 400 guirlandes.

On admet que :

- 6 % des guirlandes proposées à la vente sont défectueuses;
- 30 % de toutes les guirlandes sont d'extérieur;
- 5 % des guirlandes d'extérieur sont défectueuses.

1) Établir le tableau croisé d'effectifs.

	Défectueuses	non Défectueuses	Total
Extérieur	6 (=5 % de 120)	114 (=120 – 6)	120 (=30 % de 400)
Intérieur	18 (=24 – 6)	262 (= 280 – 18)	280 (=400 – 120)
Total	24 (=6 % de 400)	376 (=400 – 24)	400

2) Déterminer le cardinal de l'événement : « Les guirlandes sont d'intérieur et non défectueuses ».

$$\text{Card}(\text{Intérieur} \cap \text{non Défectueuses}) = 262$$

3) Calculer puis interpréter $p_{\text{intérieur}}(\text{Défectueuses})$.

$$p_{\text{intérieur}}(\text{Défectueuses}) = \frac{\text{Card}(\text{Intérieur} \cap \text{Défectueuses})}{\text{Card}(\text{Intérieur})} = \frac{18}{280} = \frac{9}{140}$$

PROBABILITÉS CONDITIONNELLES E03

EXERCICE N°2 (Le corrigé)

Une entreprise possède deux serres A et B qui produisent chacune deux types de fleurs (des tulipes ou des narcisses). Lors du printemps 2018, elle a vendu 350 kg de fleurs.

On sait que:

- la fréquence de la production des tulipes est 0,72;
- $P_{\text{Tulipes}}(\text{Serre } A) = 0,25$;
- $p_{\text{Narcisses}}(\text{Serre } B) = \frac{3}{7}$.

1) Recopier et compléter le tableau croisé des effectifs suivant.

X = fleurs \ Y = serre	Y = serre		Total
	A	B	
Tulipes	63 (=0,25x252)	189 (=252-63)	252 (=0,72x350)
Narcisses	56 (=98 - 42)	42 (=3/7x98)	98 (=350 - 252)
Total	119 (=63+56)	231 (=189+42)	350

2) Établir le tableau des fréquences par rapport à l'effectif global.

X = fleurs \ Y = serre	Y = serre		Total
	A	B	
Tulipes	0,18	0,54	0,72
Narcisses	0,16	0,12	0,18
Total	0,34	0,66	1

On a divisé chaque nombre du tableau par 350 puisque 350 est l'effectif global. Contrairement au tableau précédent, les nombres n'ont pas d'unité de mesure.

3) En déduire le pourcentage des fleurs venant de la serre A .

La fréquence de fleur venant de la serre A valant 0,34, il suffit de l'exprimer en pourcentage soit : **34%**

PROBABILITÉS CONDITIONNELLES E03

EXERCICE N°3 (Le corrigé)

Lors d'un contrôle antidopage à l'issue d'une compétition sportive, les sportifs peuvent être déclarés positifs (qu'ils soient dopés ou non) ou négatifs (qu'ils soient dopés ou non). L'étude porte sur 50 personnes.

Soit n l'effectif des dopés parmi les sportifs contrôlés

On sait que:

- 95 % des sportifs dopés sont déclarés positifs;
 - 10 % des sportifs non dopés sont déclarés positifs
- 1) Établir le tableau croisé d'effectifs correspondant à la situation.

	Dopé	Non dopé	Total
Positif	$0,95n$	$0,1(50-n)$	$5+0,85n$
Négatif	$0,05n$	$0,9(50-n)$	$45-0,85n$
Total	n	$50-n$	50

	Dopé	Non dopé	Total
Positif	$0,95n$ 95 % de n car il y a n dopés	$0,1(50-n)$ 10 % de $(50-n)$	$5+0,85n$ $0,95n+0,1(50-n)$ $=0,95n+0,1\times50-0,1n$ $=5+0,85n$
Négatif	$0,05n$ 100 % de n moins 95% de n	$0,9(50-n)$ 100 % de $(50-n)$ moins 10 % de $(50-n)$	$45-0,85n$ $0,05n+0,9(50-n)$ $=0,05n+0,9\times50-0,9n$ $=45-0,85n$
Total	Soit n l'effectif des dopés parmi les sportifs contrôlés	$50-n$ Le total moins les positifs	L'étude porte sur 50 personnes (les sportifs contrôlés)

2) Calculer, en fonction de n , l'effectif de l'événement « Le comité a commis une erreur ».

Le comité commet une erreur quand il déclare « Négatif » un sportif « Dopé » OU quand il déclare « Positif » un sportif « Non dopé ».

On en déduit que

l'effectif cherché vaut : $0,05n+0,1(50-n) = 0,05n+0,1\times50-0,1n = 5-0,05n$

3) On choisit au hasard un sportif ayant été contrôlé

3.a) Montrer que la probabilité qu'un sportif ayant été déclaré positif soit réellement dopé est

de : $p_{\text{Positif}}(\text{Dopé}) = \frac{0,95n}{5+0,85n}$

$$p_{\text{Positif}}(\text{Dopé}) = \frac{\text{Card}(\text{Positif} \cap \text{Dopé})}{\text{Card}(\text{Positif})} = \frac{0,95n}{5+0,85n}$$

3.b) Résoudre . $p_{\text{positif}}(\text{Dopé}) > 0,95$

$$\frac{0,95n}{5+0,85n} > 0,95 \Leftrightarrow 0,95n > 0,95 \times (5+0,85n) \Leftrightarrow \underbrace{n > 5+0,85n}_{\text{on a divisé par } 0,95 \text{ de chaque côté}} \Leftrightarrow 0,15n > 5 \Leftrightarrow n > \frac{5}{0,15} \approx 33,3$$

Comme n est un entier inférieur ou égal à 50, on en déduit que les solutions sont :

34 ; 35 ; ... , 50

3.c) Interpréter ce résultat.

On peut dire qu'à partir de 34 sportifs dopés, le test est fiable à plus de 95 %.

PROBABILITÉS CONDITIONNELLES E03

EXERCICE N°1

Un commerçant vend deux types de guirlandes électriques pour Noël, des guirlandes d'intérieur et des guirlandes d'extérieur. Certaines guirlandes se révèlent défectueuses. Il possède un stock de 400 guirlandes.

On admet que :

- 6 % des guirlandes proposées à la vente sont défectueuses;
 - 30 % de toutes les guirlandes sont d'extérieur;
 - 5 % des guirlandes d'extérieur sont défectueuses.
- 1) Établir le tableau croisé d'effectifs.
 - 2) Déterminer le cardinal de l'événement : « Les guirlandes sont d'intérieur et non défectueuses ».
 - 3) Calculer puis interpréter $p_{\text{intérieur}}(\text{Défectueuses})$.

EXERCICE N°2

Une entreprise possède deux serres A et B qui produisent chacune deux types de fleurs (des tulipes ou des narcisses). Lors du printemps 2018, elle a vendu 350 kg de fleurs.

On sait que:

- la fréquence de la production des tulipes est 0,72;
- $P_{\text{Tulipes}}(\text{Serre } A) = 0,35$;
- $p_{\text{Narcisses}}(\text{Serre } B) = 0,8$.

- 1) Recopier et compléter le tableau croisé des effectifs suivant.

Y = serre	A	B	Total
X = fleurs			
Tulipes			
Narcisses			
Total			

- 2) Établir le tableau des fréquences par rapport à l'effectif global.
- 3) En déduire le pourcentage des fleurs venant de la serre A .

EXERCICE N°3

Lors d'un contrôle antidopage à l'issue d'une compétition sportive, les sportifs peuvent être déclarés positifs (qu'ils soient dopés ou non) ou négatifs (qu'ils soient dopés ou non). L'étude porte sur 50 personnes.

Soit n l'effectif des dopés parmi les sportifs contrôlés

On sait que:

- 95 % des sportifs dopés sont déclarés positifs;
 - 10 % des sportifs non dopés sont déclarés positifs
- 1) Établir le tableau croisé d'effectifs correspondant à la situation.
 - 2) Calculer, en fonction de n , l'effectif de l'événement « Le comité a commis une erreur ».
 - 3) On choisit au hasard un sportif ayant été contrôlé
 - 3.a) Montrer que la probabilité qu'un sportif ayant été déclaré positif soit réellement dopé est de : $p_{\text{Positif}}(\text{Dopé}) = \frac{0,95n}{5+0,85n}$
 - 3.b) Résoudre . $p_{\text{positif}}(\text{Dopé}) > 0,95$
 - 3.c) Interpréter ce résultat.