LA DÉRIVATION E03C

Définition partielle :

cliquez-moi

Soit f et g deux fonctions.
On appelle composée de f par g et on note $f \circ g$ la fonction :
$f \circ g : x \mapsto f \circ g(x) = f(g(x))$

EXERCICE N°1 fonction affine et fonction carré

Soit $g:\begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \mapsto 3x+4 \end{cases}$ une fonction affine et soit $f:\begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \mapsto x^2 \end{cases}$ la fonction carré. Pour $x \in \mathbb{R}$:

1) Exprimer $f \circ g(x)$ puis $g \circ f(x)$.

$$\begin{aligned} f \circ g(x) &= f(g(x)) \\ &= f(3x+4) \\ &= (3x+4)^2 \\ &= 9x^2+24x+16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g \circ f(x) &= g(f(x)) \\ &= g(x^2) \\ &= 3x^2+4 \end{aligned}$$

On retient que l'ordre dans lequel on compose est important.

2) Exprimer $(f \circ g)'(x)$ puis $(g \circ f)'(x)$.

$(f \circ g)'(x) = 18x+24$

$(g \circ f)'(x) = 6x$

3) Exprimer $f'(x)$ et $g'(x)$.

$f'(x) = 2x$

$g'(x) = 3$

4) Exprimer $g'(x) \times f'(g(x))$ puis $f'(x) \times g'(f(x))$.

$$\begin{aligned} g'(x) \times f'(g(x)) &= 3 \times f'(g(x)) \\ &= 3 \times 2(3x+4) \\ &= 18x+24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(x) \times g'(f(x)) &= 2x \times g'(f(x)) \\ &= 2x \times 3 \\ &= 6x \end{aligned}$$

g' est la fonction constante égale à 3

5) Comparer les questions 2) et 4).

On obtient les mêmes fonctions dérivées :

$(f \circ g)'(x) = g'(x) \times f'(g(x))$

$(g \circ f)'(x) = f'(x) \times g'(f(x))$