LES VECTEURS E04

EXERCICE N°1 *(Le corrigé)*

Soit x un nombre réel. Dans un repère orthonormé, on considère les points :

$R(2x-4\ ;\ x)$ $S((6x-4)^2\ ;\ 7x-3)$

$T((9x-2)(4x-3)\ ;\ x^2-3)$ $U(15x-14\ ;\ x^2-6x)$

Montrer que, quelle que soit la valeur de x , $RSTU$ est un parallélogramme.

On sait que $RSTU$ parallélogramme $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{RS}=\overrightarrow{UT}$

Or, **pour tout réel** $\boldsymbol{x}$, on a :

D'une part :

$\overrightarrow{RS}\begin{pmatrix} x_S-x_R \\ y_S-y_R \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{RS}\begin{pmatrix} (6x-4)^2-(2x-4) \\ 7x-3-x \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{RS}\begin{pmatrix} 36x^2-48x+16-2x+4 \\ 6x-3 \end{pmatrix}$

$\boxed{\overrightarrow{RS}\begin{pmatrix} 36x^2-50x+20 \\ 6x-3 \end{pmatrix}}$

Et d'autre part :

$\overrightarrow{UT}\begin{pmatrix} x_T-x_U \\ y_T-y_U \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{UT}\begin{pmatrix} (9x-2)(4x-3)-(15x-14) \\ x^2-3-(x^2-6x) \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{UT}\begin{pmatrix} 36x^2-27x-8x+6-15x+14 \\ x^2-3-x^2+6x \end{pmatrix}$

$\boxed{\overrightarrow{UT}\begin{pmatrix} 36x^2-50x+20 \\ 6x-3 \end{pmatrix}}$

On constate que $\overrightarrow{RS}=\overrightarrow{UT}$, ce qui prouve que $RSTU$ est un parallélogramme.