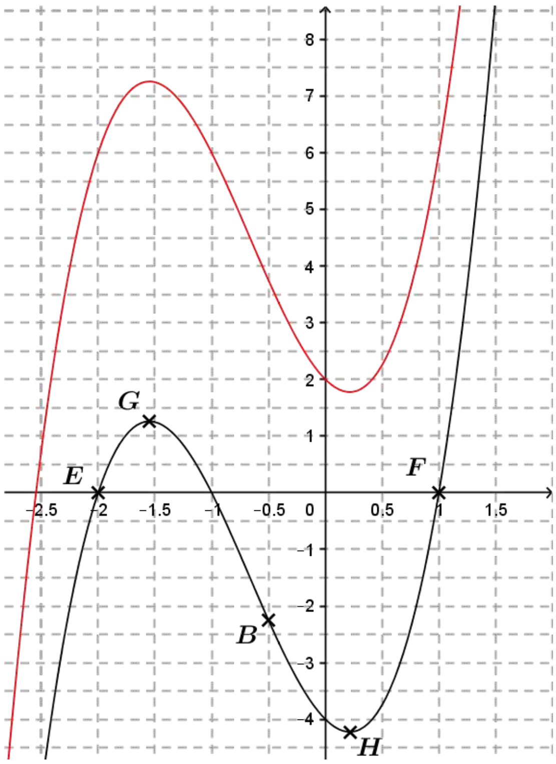
FONCTIONS PART3 E03

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

Soit C_f la courbe représentative de la fonction f dont on précise certaines coordonnées des points :
$B(-0{,}5\ ;\ -2{,}25)$, $C(0\ ;\ -2)$, $E(-2\ ;\ 0)$,
$F(1\ ;\ 0)$, $G(-1{,}55\ ;\ 1{,}26)$ et $H(0{,}22\ ;\ -4{,}23)$.



1) Déterminer les racines de f .

Graphiquement : $-2\ ;-1$ et 1

2) Soit la fonction g ; définie sur $\mathbb{R}$ à partir de la fonction f par : $g(x)=f(x)+6$.

2.a) Tracer l'allure générale de la fonction g .

Voir en rouge ci-contre

2.b) Déterminer le nombre de racines de g .

Graphiquement une seule racine

2.c) Déterminer les variations de la fonction g .

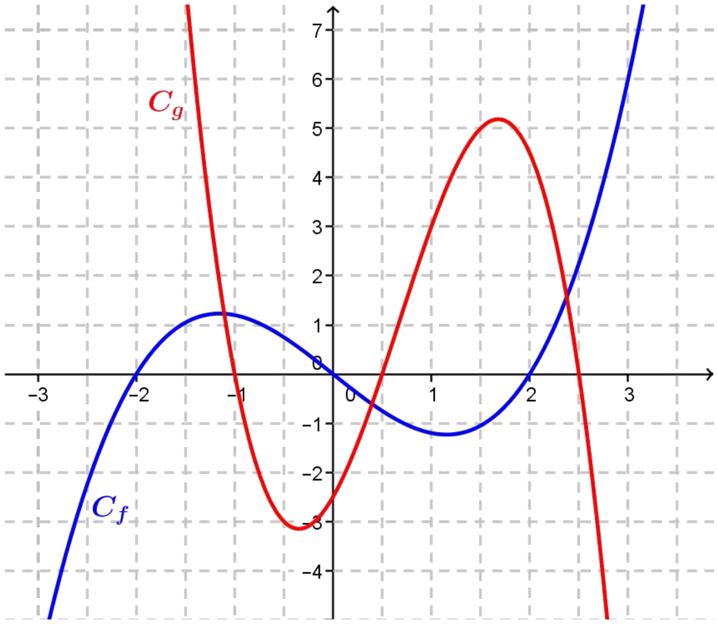
Les variations de g sont les mêmes que celles de f .
Elle est donc croissante jusque l'abscisse de G : 1,55, puis décroissante jusque l'abscisse de H : 0,22 et enfin croissante.

2.d) Trouver, si possible, les coordonnées des sommets de la fonction g

Il suffit d'ajouter 6 à ceux de f c'est à dire aux ordonnées de G et F . On a donc un maximum local en $1{,}55$ et valant $1{,}26+6=7{,}26$ et un minimum local en $0{,}22$ valant $-4{,}23+6=1{,}77$

EXERCICE N°2 (Le corrigé)

Soient f et g deux fonctions polynômes de degré 3 dont on note C_f et C_g les courbes représentatives.



1) Déterminer graphiquement les racines des fonctions f et g .

Les racines correspondant aux abscisses des points d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses :
pour f : -2 ; 0 et 2
pour g : -1 ; $0{,}5$ et $2{,}5$

2) En déduire les expressions factorisées de $f(x)$ et $g(x)$ pour $x\in\mathbb{R}$.

Rappel : [ici](ici) (il nous restera à trouver a)

Pour f :
On sait que $f(x)=a\,x(x+2)(x-2)$ et d'après le graphique $f(3)=6$.
Or $f(3)=a\times3\times(3+2)(3-2)=15a$

Donc $15a = 6 \Leftrightarrow a = \dfrac{6}{15} \Leftrightarrow a = \dfrac{2}{5}$

Enfin :

$$\boxed{f(x)=\frac{2}{5}x(x+2)(x-2)}$$

Pour g :
On sait que $g(x)=a(x+1)(x-0{,}5)(x-2{,}5)$ et d'après le graphique $g(1)=3$.
Or $g(1)=a\times(1+1)(1-0{,}5)(1-2{,}5)=-1{,}5a$

Donc $-1{,}5a = 3 \Leftrightarrow a = \dfrac{3}{-1{,}5} \Leftrightarrow a = -2$

Enfin :

$$\boxed{g(x)=-2(x+1)(x-0{,}5)(x-2{,}5)}$$

3) Déterminer $f'(x)$ et $g'(x)$

Pour f' :
Commençons par développer et réduire l'expression de $g(x)$

$g(x)=-2(x+1)(x-0{,}5)(x-2{,}5)$

Puis dérivons selon x cette expression.

$$f'(x)=\frac{2}{5}\times3x^2-\frac{8}{5}\times1 = \mathbf{\frac{6}{5}x^2-\frac{8}{5}}$$

Pour g' :
Commençons par développer et réduire l'expression de $f(x)$

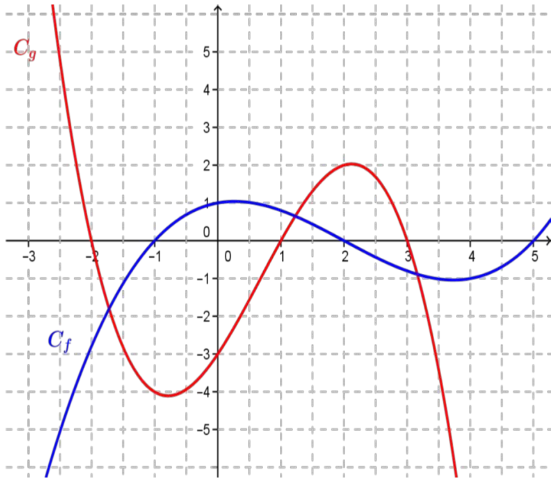
$$\begin{aligned} g(x)&=-2(x+1)(x-0{,}5)(x-2{,}5)\\ &=-2(x+1)[x^2-3x+1{,}25]\\ &=-2[x^3-3x^2+1{,}25x+x^2-3x+1{,}25]\\ &=-2(x^3-2x^2-1{,}75x+1{,}25)\\ &=-2x^3+4x^2+3{,}5x-2{,}5 \end{aligned}$$

Puis dérivons selon x cette expression.

$$g'(x)=-2\times3x^2+4\times2x+3{,}5\times1-0 = \mathbf{-6x^2+8x+3{,}5}$$

FONCTIONS PART3 E03

EXERCICE N°3 (Le corrigé)



Soient f et g deux fonctions polynômes de degré 3 définies sur $\mathbb{R}$ et dont on note C_f et C_g les courbes représentatives.

1) Déterminer les formes factorisées de de $f(x)$ et $g(x)$ pour $x\in\mathbb{R}$.

Pour $f(x)$:
On sait que $f(x)=a(x-(-1))(x-2)(x-5)$ avec $a\in\mathbb{R}$
De plus $f(0)=1$
et $f(0) = a(0-(-1))(0-2)(0-5) = 10a$
Donc $10a=1 \Leftrightarrow a=\dfrac{1}{10}=0{,}1$

Ainsi $\boxed{\boldsymbol{f(x)=\dfrac{1}{10}(x+1)(x-2)(x-5)}}$

Pour $g(x)$:
On sait que $g(x)=a(x-(-2))(x-1)(x-3)$ avec $a\in\mathbb{R}$
De plus $g(0)=-3$
et $(1) = a(0-(-2))(0-1)(0-3) = 6a$
Donc $6a=-3 \Leftrightarrow a=-0{,}5$
Ainsi $\boxed{\boldsymbol{g(x)=-0{,}5(x+2)(x-1)(x-3)}}$

2) Déterminer $f'(x)$ et $g'(x)$

Pour $f'(x)$:
Commençons par développer et réduire l'expression de $f(x)$

$$f(x) = \frac{1}{10}(x+1)(x-2)(x-5) = \frac{1}{10}(x+1)(x^2-7x+10) = \frac{1}{10}[x^3-7x^2+10x+x^2-7x+10]$$
$$= \frac{1}{10}(x^3-6x^2+3x+10) = \boldsymbol{\frac{1}{10}x^3-\frac{3}{5}x^2+\frac{3}{10}x+1}$$

Ainsi :

$$f'(x) = \frac{1}{10}\times 3x^2-\frac{3}{5}\times 2x+\frac{3}{10}\times 1+0 = \boldsymbol{\frac{3}{10}x^2-\frac{6}{5}x+\frac{3}{10}}$$

Pour $g'(x)$:
Commençons par développer et réduire l'expression de $g(x)$

$$g(x)=-0{,}5(x+2)(x-1)(x-3) = -0{,}5(x+2)(x^2-4x+3) = -0{,}5[x^3-4x^2+3x+2x^2-8x+6]$$
$$=-0{,}5(x^3-2x^2-5x+6) = \boldsymbol{-0{,}5x^3+x^2+2{,}5x+3}$$

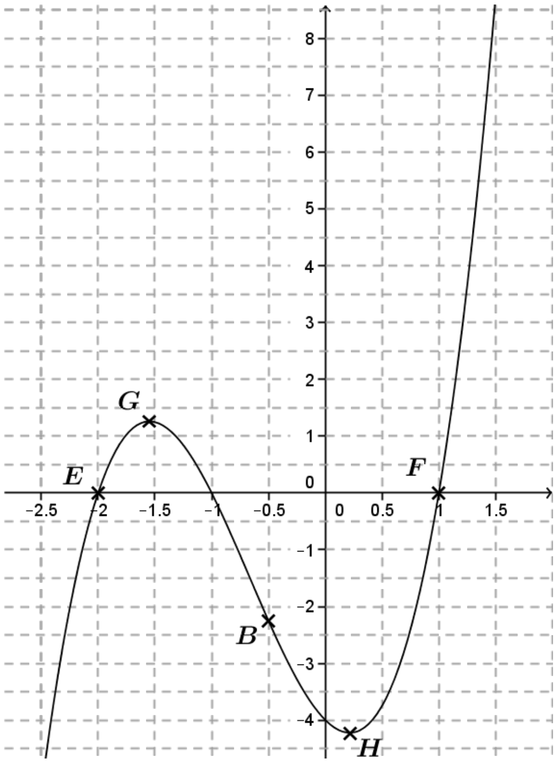
Ainsi :

$$g'(x)=-0{,}5\times 3x^2+2x+2{,}5+0 = \boldsymbol{-1{,}5x^2+2x+2{,}5}$$

FONCTIONS PART3 E03

EXERCICE N°1

Soit C_f la courbe représentative de la fonction f dont on précise certaines coordonnées des points :
$B(-0{,}5\ ;\ -2{,}25)$, $C(0\ ;\ -2)$, $E(-2\ ;\ 0)$,
$F(1\ ;\ 0)$, $G(-1{,}55\ ;\ 1{,}26)$ et $H(0{,}22\ ;\ -4{,}23)$.



1) Déterminer les racines de f .

2) Soit la fonction g ; définie sur $\mathbb{R}$ à partir de la fonction f par : $g(x)=f(x)+6$.

2.a) Tracer l'allure générale de la fonction g .

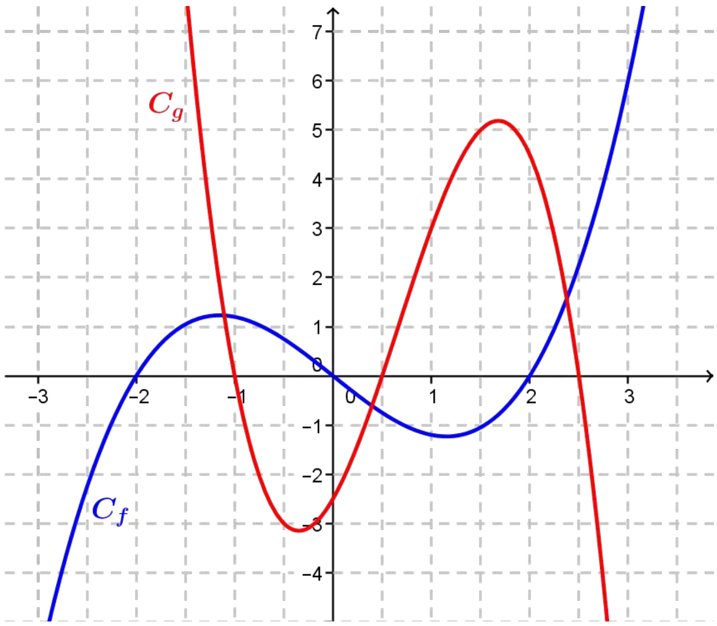
2.b) Déterminer le nombre de racines de g .

2.c) Déterminer les variations de la fonction g .

2.d) Trouver, si possible, les coordonnées des sommets de la fonction g

EXERCICE N°2

Soient f et g deux fonctions polynômes de degré 3 dont on note C_f et C_g les courbes représentatives.



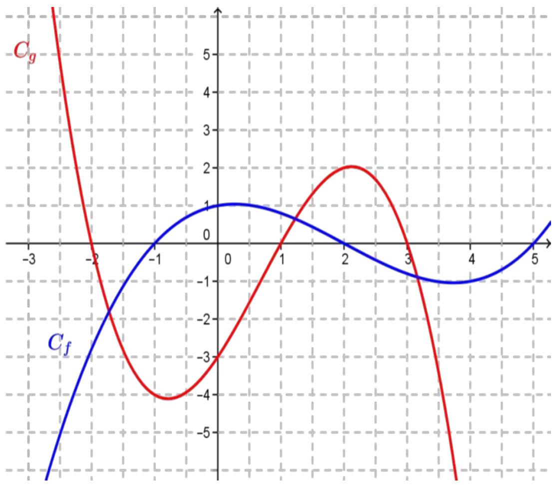
1) Déterminer graphiquement les racines des fonctions f et g .

2) En déduire les expressions factorisées de $f(x)$ et $g(x)$ pour $x\in\mathbb{R}$.

3) Déterminer $f\,'(x)$ et $g\,'(x)$

EXERCICE N°3

Soient f et g deux fonctions polynômes de degré 3 définies sur $\mathbb{R}$ et dont on note C_f et C_g les courbes représentatives.



1) Déterminer les formes factorisées de de $f(x)$ et $g(x)$ pour $x\in\mathbb{R}$.

2) Déterminer $f\,'(x)$ et $g\,'(x)$