

# VARIABLES ALÉATOIRES E04C

## EXERCICE N°2      Espérance, variance, écart-type : cas concret

(Calculatrice autorisée)

Une roue est partagée en 10 secteurs angulaires égaux dont 5 sont colorés en rouge, 3 en vert et 2 en jaune. On tourne la roue et elle s'arrête au hasard sur un secteur angulaire.

- Si celui-ci est vert, on gagne 5 €,
- s'il est jaune on gagne 20 € et
- s'il est rouge on perd 4 €.

1)  $X$  est la variable aléatoire donnant le gain (algébrique) de ce jeu.

1.a) Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .

- On détermine  $\Omega$ .

$R$  : « rouge »,  $V$  : « vert » et  $J$  : « Jaune »

$$\Omega = [R ; V ; J]$$

- On détermine la distribution des probabilités sur  $\Omega$ .

Issue	$R$	$V$	$J$	Total
Probabilité	$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$	1

- On détermine les images de chaque issue par  $X$  (autrement dit : on détermine  $X(\Omega)$ )

$$X(\{R\}) = -4, X(\{V\}) = 5, X(\{J\}) = 20$$

(Il y a trois images possibles : -4 ; 5 et 20)

- On regroupe les antécédents :

Ici c'est évident.

- On calcule la probabilité de chaque événement :

$$\square P(\{X = -4\}) = P(\{R\}) = \frac{1}{2}$$

$$\square P(\{X = 5\}) = P(\{V\}) = \frac{3}{10}$$

$$\square P(\{X = 20\}) = P(\{J\}) = \frac{1}{5}$$

- On peut donner la loi de probabilité sous la forme d'un tableau :

$x_i$	-4	5	20	Total
$P(\{X = x_i\})$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	1

Le plus gros du travail  
est fait au brouillon

1.b) Calculer  $E(X)$ ,  $V(X)$  et  $\sigma(X)$  à l'aide des formules du cours.

$$\square E(X) = -4 \times \frac{1}{2} + 5 \times \frac{3}{10} + 20 \times \frac{1}{5} = -2 + 1,5 + 4$$

Ainsi,  $E(X) = 3,5$

$$\begin{aligned} V(X) &= (-4 - 3,5)^2 \times \frac{1}{2} + (5 - 3,5)^2 \times \frac{3}{10} + (20 - 3,5)^2 \times \frac{1}{5} \\ &= 56,25 \times \frac{1}{2} + 2,25 \times \frac{3}{10} + 272,25 \times \frac{1}{5} \end{aligned}$$

Ainsi :  $V(X) = 83,25$

$$\square \sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{83,25}$$

Ainsi :  $\sigma(X) = \sqrt{83,25}$

1.c) Interpréter la valeur de  $E(X)$ .

Pour un grand nombre de parties jouées, on peut espérer gagner en moyenne 3,5 euros à chaque fois.

2) Vérifier les résultats de la question 1. en utilisant la calculatrice.

C'est la même manipulation qu'à l'exercice précédent...