

EXERCICE N°6

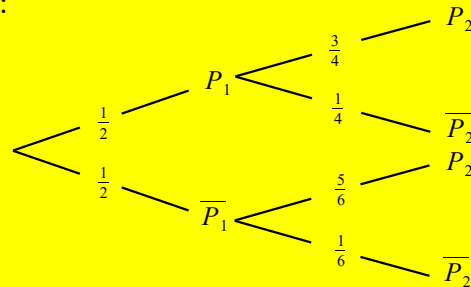
On lance deux pièces de monnaie successivement.

La première pièce est équilibrée.

La deuxième ne l'est pas et vérifie les conditions suivantes :

- Si la première pièce donne pile, la deuxième pièce donne pile trois fois sur quatre.
- Si la première pièce donne face, la deuxième pièce donne face cinq fois sur six.

Réprésentons la situation :



1) Donner la probabilité d'avoir pile au 1^{er} lancer.

Comme la pièce est bien équilibrée, la probabilité d'avoir pile au 1^{er} lancer vaut $\frac{1}{2}$.

2) Calculer la probabilité d'avoir pile au 2^e lancer.

D'après notre figure, il s'agit de calculer $P(P_2)$

$$P(P_2) = P(P_1) \times P_{P_1}(P_2) + P(\overline{P_1}) \times P_{\overline{P_1}}(P_2) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6} \right) = \frac{19}{24}$$

$$P(P_2) = \frac{19}{24}$$

3) Calculer la probabilité d'avoir deux fois pile, et en déduire que les événements : « obtenir pile au 1^{er} lancer » et « obtenir pile au 2^e lancer » ne sont pas indépendants.

D'après notre figure :

▪ d'une part,

avoir deux fois pile est représenté par $P_1 \cap P_2$ et :

$$P(P_1 \cap P_2) = P(P_1) \times P_{P_1}(P_2) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$

▪ et d'autre part,

« obtenir pile au 1^{er} lancer » est représenté par P_1

et « obtenir pile au 2^e lancer » est représenté par P_2

$$P(P_1) \times P(P_2) = \frac{1}{2} \times \frac{19}{24} = \frac{19}{48}$$

▪ $P(P_1 \cap P_2) \neq P(P_1) \times P(P_2)$

On en déduit que les événements ne sont pas indépendants.