

# CALCUL LITTÉRAL A01

## EXERCICE N°1 Maîtrise du vocabulaire

Compléter les cases vides avec un « P » si l'expression qui se situe à leur gauche est un produit ou un « S » si c'est une somme (algébrique).

$5x$	<input type="text"/>	$4(3x+2)-7$	<input type="text"/>	$(4x+2)^2+(5x-7)^3$	<input type="text"/>
$5x+7$	<input type="text"/>	$2+(3x+2)(5x-7)$	<input type="text"/>	$(5x+2)(3x+2)(x+1)$	<input type="text"/>
$5x-7$	<input type="text"/>	$(x+7)(7-5x)-(5x+2)$	<input type="text"/>		
$3x(5x-7)$	<input type="text"/>	$(3x+7)^2$	<input type="text"/>		
$(3x+2)(5x-7)$	<input type="text"/>	$(3x+7)^5$	<input type="text"/>		

# ***CALCUL LITTÉRAL A01***

## ***EXERCICE N°2    Échauffement***

Transformer les produits suivant en sommes (algébriques) : On développe

**1)**     $3(x+2)$

**2)**     $(2x-7) \times 5$

**3)**     $3x(5-2x)$

**4)**     $-4x(2x+5)$

# ***CALCUL LITTÉRAL A01***

## **EXERCICE N°3**      *Une première démonstration*

Soient  $a$  ,  $b$  ,  $c$  ,  $d$  et  $k$  des nombres.

On rappelle la propriété suivante :  $k(a+b)=ka+kb$

À l'aide de cette propriété et en posant  $k=c+d$  , démontrer l'égalité suivante :

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

## ***CALCUL LITTÉRAL A01***

### **EXERCICE N°4    Entraînement**

À l'aide la propriété suivante :  $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$  et en utilisant la règle des signes, développer les expressions suivantes :

**1)**     $(3x+2)(4+1,5x)$

**2)**     $(3x-2)(4+1,5x)$

**3)**     $(-5x+2)(2x-3)$

# ***CALCUL LITTÉRAL***

## ***I Développer et réduire une expression***

**Définition n°1.**

Développer c'est transformer un produit en une somme algébrique.

**Remarque n°1.**

Réduire une expression, c'est « regrouper les termes semblables » et faire les calculs

**Exemple n°1.**

$$\begin{array}{ccccccc} (2x+3)(x-4) & = & 2x^2-8x+3x-12 & = & 2x^2-5x-12 \\ \text{produit} & \rightarrow & \text{somme} & \rightarrow & \text{expression réduite} \end{array}$$

# ***CALCUL LITTÉRAL***

## ***I.1 La distributivité***

Dans toute la suite de ce chapitre,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  et  $k$  sont des nombres.

***Propriété n°1. Simple distributivité***

$$\boxed{k(a+b)=k a+k b} \quad \text{et} \quad \boxed{k(a-b)=k a-k b}$$

***Exemple n°2.***

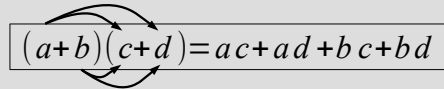
$$3x(7+2x)=21x+6x^2 \quad \text{et} \quad 3x(7-2x)=21x-6x^2$$

***Remarque n°2.***

$$(7+2x) \times 3x = 3x(7+2x)$$

# CALCUL LITTÉRAL

## Propriété n°2. Double distributivité


$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

## Remarque n°3.

On n'oublie pas d'appliquer la règle des signes.

## Méthode n°1.

$$(2x+3)(x-4) \quad \text{L1}$$

$$= (+2x) \times (+x) + (+2x) \times (-4) + (+3) \times (+x) + (+3) \times (-4) \quad \text{L2}$$

$$= 2 \times x - 2x \times 4 + 3 \times x - 3 \times 4 \quad \text{L3}$$

$$= 2x^2 - 8x + 3x - 12 \quad \text{L4}$$

$$= 2x^2 - 5x - 12 \quad \text{L5}$$

## Remarque n°4.

Si il y a plus de termes dans les parenthèses, il suffit d'ajouter assez de flèches que ce soit dans la propriété n°1 ou dans la n°2.

# ***CALCUL LITTÉRAL***

## ***Exercice n°1.***

Développer et réduire :

$$A = -2x(7 - 3x) \quad ; \quad B = (4x - 3)(5 - 3x) \quad \text{et} \quad C = (2x + 3y)(4 - 2z)$$



# CALCUL LITTÉRAL

## I.2 Les identités remarquables

**Propriété n°3.** 1<sup>re</sup> identité remarquable

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

**preuve :**  $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

**Exemple n°3.**

$$(8+3x)^2 = 8^2 + 2 \times 8 \times 3x + (3x)^2 = 64 + 48x + 9x^2 = 9x^2 + 48x + 64$$

**Remarque n°5.**

Il est de coutume d'ordonner selon les puissances décroissantes de l'inconnue.

# ***CALCUL LITTÉRAL***

***Propriété n°4. 2<sup>e</sup> identité remarquable***

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

***preuve :***  $(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$

***Exemple n°4.***

$$(8-3x)^2 = 8^2 - 2 \times 8 \times 3x + (3x)^2 = 64 - 48x + 9x^2 = 9x^2 - 48x + 64$$

# ***CALCUL LITTÉRAL***

***Propriété n°5. 3<sup>e</sup> identité remarquable***

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

***preuve :***  $(a+b)(a-b)=a^2-ab+ba-b^2=a^2-ab+ab-b^2=a^2-b^2$

***Exemple n°5.***

$$(8-3x)(8+3x)=8^2-(3x)^2=64-9x^2=-9x^2+64$$

# ***CALCUL LITTÉRAL***

## ***Exercice n°2.***

Développer et réduire :

$$D=(1,5x+2)^2 \quad ; \quad E=(3x-2y)^2 \quad ; \quad F=(2x-1)(2x+1)$$

# ***CALCUL LITTÉRAL***

## ***Méthode n°2. Développer une expression « plus complexe »***

Développons et réduisons l'expression  $G$ .

$$G = 4(3x + 2)^2 - (x + 2)(7 - 3x) \quad \text{L1}$$

$$G = 4(9x^2 + 12x + 4) - (7x - 3x^2 + 14 - 6x) \quad \text{L2}$$

$$G = 36x^2 + 48x + 16 - 7x + 3x^2 - 14 + 6x \quad \text{L3}$$

$$G = 39x^2 + 47x + 2 \quad \text{L4}$$

Réviser pour l'interrogation écrite

# ***CALCUL LITTÉRAL E01***

## ***EXERCICE N°1      On applique***

Développer et réduire les expressions suivantes :

À la maison		
<b>1)</b> $(2x+3)^2$	<b>2)</b> $(4+3x)^2$	<b>3)</b> $(3x+2y)^2$
<b>4)</b> $(1,5x-4)^2$	<b>5)</b> $(7-3x)^2$	<b>6)</b> $(3x-2y)^2$
<b>7)</b> $(3x-2)(3x+2)$	<b>8)</b> $(7-3x)(7+3x)$	<b>9)</b> $(5+4x)(4x-5)$

# ***CALCUL LITTÉRAL E01***

## **EXERCICE N°2    On complique**

Développer et réduire les expressions suivantes :

**1)**     $(3x+7)^2 + (2x-3)^2$       **2)**     $(3x-5)^2 - (6-5x)^2$       **3)**     $(4x-1)^2 - (2x-3)(5+7x)$

# ***CALCUL LITTÉRAL E01***

## **EXERCICE N°3**    ***On panique (ou pas)***

Développer et réduire les expressions suivantes :

**1)**     $(a+b)^3$

**2)**     $(a-b)^3$

**3)**     $(a+b+c)^2$



# ***CALCUL LITTÉRAL***

## ***II Factoriser une expression***

### ***Définition n°2.***

Factoriser, c'est transformer une somme (algébrique) en un produit.

### ***Méthode n°3. Avec un facteur commun***

Factoriser l'expression suivante :

$$H = (2x+1)(3x-5) - (2x+1)^2 + (8x+4)(7x-1) \quad \text{L1}$$

$$H = (\underline{2x+1})(3x-5) - (\underline{2x+1})(2x+1) + 4(\underline{2x+1})(7x-1) \quad \text{L2}$$

$$H = (2x+1)[(3x-5) - (2x+1) + 4(7x-1)] \quad \text{L3}$$

$$H = (2x+1) \mid 3x-5-2x-1+28x-4 \quad \text{L4}$$

$$H = (2x+1)(29x-10) \quad \text{L5}$$

# ***CALCUL LITTÉRAL***

## ***Exercice n°3.***

Factoriser  $I = (3x - 2)^2 - (2 + 6x)(3x - 2)$

## ***CALCUL LITTÉRAL E02***

### ***EXERCICE N°1      Avec un facteur commun***

Factoriser les expressions suivantes :

$$A=9x(x-3)+9x(10+2x)$$

$$B=(2x+1)(8+x)-(3x-1)(2x+1)$$

$$C=(11x-3)^2+(11x-3)$$

$$D=9x(2x+1)+6x(5+x)$$

# ***CALCUL LITTÉRAL***

## ***Méthode n°4. Avec des identités remarquables***

L'idée est de reconnaître les membres de droite des identités remarquables et d'utiliser ces identités de la droite vers la gauche.

En pratique, c'est surtout la 3<sup>e</sup> qui est utile...

## ***Exemple n°6. Avec la 1<sup>re</sup> identité remarquable***

$$9+4x^2+12x = 4x^2+12x+9 = (2x)^2+12x+3^2 = (2x+3)^2$$

## ***Remarque n°6. essentielle***

On a repéré les valeurs de  $a$  et  $b$  et on a pas oublié de vérifier que  
 $2 \times a \times b = 2 \times 2x \times 3 = 12x$

# ***CALCUL LITTÉRAL***

## ***Exercice n°4.***

Factoriser l'expression :  $J = 24y + 36 + 4y^2$

## ***CALCUL LITTÉRAL***

***Exemple n°7.***    ***Avec la 2<sup>e</sup> identité remarquable***

$$-12x+9+4x^2 = 4x^2-12x+9 = (2x)^2-12x+3^2 = (2x-3)^2$$

***Remarque n°7.***    ***essentielle***

On a repéré les valeurs de  $a$  et  $b$  et on a pas oublié de vérifier que  
 $2 \times a \times b = 2 \times 2x \times 3 = 12x$

# ***CALCUL LITTÉRAL***

## ***Exercice n°5.***

Factoriser l'expression :  $J = 81 + 16z^2 - 72z$

## ***CALCUL LITTÉRAL***

**Exemple n°8.**      *Avec la 3<sup>e</sup> identité remarquable*

$$(4x+2)^2 - (3x-7)^2 = [(4x+2) + (3x-7)][(4x+2) - (3x-7)] = (7x-5)(x+9)$$

**Remarque n°8.**

On oublie pas qu'on repère les membres de droite des identités remarquables.

$$\text{Ici } a^2 = (4x+2)^2 \text{ donc } a = 4x+2 \text{ et } b^2 = (3x-7)^2 \text{ donc } b = 3x-7$$

Réviser pour l'interrogation écrite



## ***CALCUL LITTÉRAL***

### ***Exercice n°6.***

Factoriser l'expression :  $L = (5x - 2)^2 - (6 + 2x)^2$



## ***CALCUL LITTÉRAL E02***

### ***EXERCICE N°2      Avec une identité remarquable***

$$A=9x^2+24x+16$$

$$B=90x+81+25x^2$$

$$C=36x^2-24x+4$$

$$D=0,36x^2+0,25-0,6x$$

$$E=49-64x^2$$

$$F=(2,1x-5)^2-(7+4x)^2$$

## ***CALCUL LITTÉRAL E02***

### ***EXERCICE N°3      On mélange***

$$A = 9x^2 - 24x + 16 - (3x - 4)(2x + 7)$$

$$B = (1 - 3x)(5x + 2) + (3x - 1)(4x - 2)$$

$$C = (6x + 2)(4x - 1) - (3x + 1)(4 + 3x)$$

$$D = (2x - 1)^2 - (2x - 1)(3x + 4) + (2x - 1)^3$$

## ***CALCUL LITTÉRAL E03***

### ***EXERCICE N°1      Sans la calculatrice !***

- 1) Développer et réduire l'expression suivante :  $A = (2x - 1)(8x + 1) - (4x - 0,75)^2$
- 2) Calculer la valeur de  $A$  pour  $x = 100$  puis pour  $x = \left(\frac{\sqrt{\pi+3}}{25}\right)^{22}$
- 3) Calculer astucieusement :  $19 \times 81 - 39,25^2$

# ***CALCUL LITTÉRAL E03***

## **EXERCICE N°2**      *Techniques de démonstration*

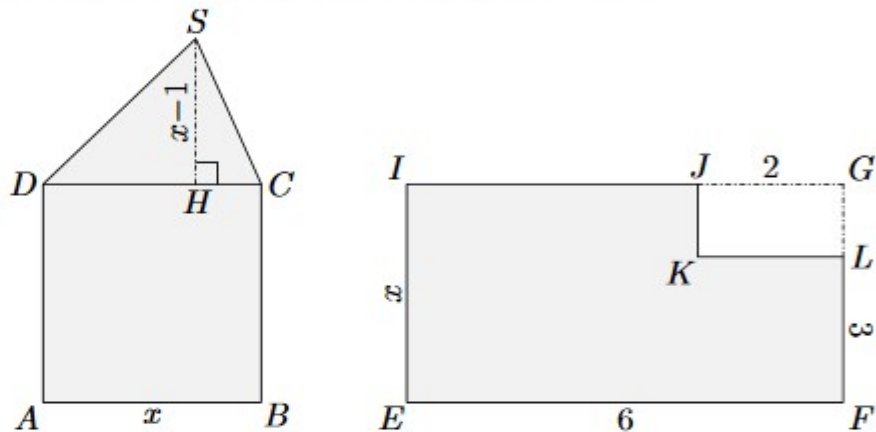
On dit qu'un nombre entier  $n$  est pair s'il existe un nombre entier  $p$  tel que  $n=2p$ . Par exemple le nombre 18 est pair car  $18=2\times 9$  (ici  $n = 18$  et  $p = 9$ , on peut utiliser d'autres lettres si on veut...)

- 1) Démontrer que le cube d'un nombre pair est pair.
- 2) Démontrer que la somme de trois nombres pairs est paire.
- 3) La moitié d'un nombre pair est-elle toujours paire ? Justifier.

## CALCUL LITTÉRAL E03

### EXERCICE N°3 Un peu de géométrie.

On donne les figures suivantes :



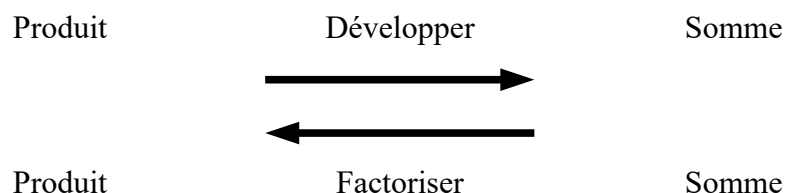
- 1) Déterminer les valeurs possibles pour  $x$ .
- 2) Exprimer l'aire de chacune des figures en fonctions de  $x$ .
- 3) Exprimer en fonction de  $x$ , la différence de ces deux aires.
- 4) Démontrer que cette différence peut aussi s'écrire  $\left(\frac{3}{2}x - 6\right)(x + 1)$

### III Le résumé du cours

Dans les expressions qui suivent,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  et  $k$  sont des nombres qui peuvent aussi prendre la forme d'expression.

Par exemple, il est possible d'avoir  $a = 3x + 5 \dots$

#### III.1 Définition



#### III.2 Simple distributivité

produit	$k(a+b) = ka + kb$	somme
produit	$k(a-b) = ka - kb$	somme
produit	$k(a+b-c \dots) = ka + kb - kc \dots$	somme

#### III.3 double distributivité

produit	$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$	somme
---------	----------------------------------	-------

#### III.4 Les identités remarquables

produit	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	somme
produit	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	somme
produit	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	somme