FONCTIONS AFFINES ET INÉQUATIONS E06

EXERCICE N°1 *(Le corrigé)*

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

1) $4x-6 \geqslant 3-(6-5x)$

$4x-6 \geqslant 3-(6-5x)$

$\Leftrightarrow 4x-6 \geqslant 3-6+5x$

$\Leftrightarrow 4x-6 \geqslant -3+5x$

$\Leftrightarrow 4x-6-(-3+5x) \geqslant 0$

$\Leftrightarrow 4x-6+3-5x \geqslant 0$

$\Leftrightarrow -x-3 \geqslant 0$

$\Leftrightarrow -x \geqslant 3$

$\Leftrightarrow x \leqslant -3$

En notant S, l'ensemble des solutions :

$\boxed{S = \left]-\infty\ ;\ -3\right]}$

2) $\dfrac{1-x}{4}+\dfrac{5x}{6} < 3$

$\dfrac{1-x}{4}+\dfrac{5x}{6} < 3$

$\Leftrightarrow \dfrac{(1-x)\times 6}{4\times 6}+\dfrac{5x\times 4}{6\times 4} < \dfrac{3\times 4\times 6}{1\times 4\times 6}$

$\Leftrightarrow \dfrac{6-6x}{24}+\dfrac{20x}{24} < \dfrac{72}{24}$

$\Leftrightarrow \dfrac{6-6x+20x}{24} < \dfrac{72}{24}$

$\Leftrightarrow \dfrac{6+14x}{24} < \dfrac{72}{24}$ (1)

$\Leftrightarrow 6+14x < 72$ (2)

$\Leftrightarrow 14x < 66$

$\Leftrightarrow x < \dfrac{66}{14} = \dfrac{33}{7}$

En notant S, l'ensemble des solutions :

$\boxed{S = \left]-\infty\ ;\ \dfrac{33}{7}\right[}$

Souvenez-vous, le passage de (1) à (2) se fait en multipliant chaque membre par 24 : On doit donc faire attention à l'éventuel changement de sens de l'inégalité.

▪ Les symboles de comparaison bleus indiquent que l'on s'est posé la question : « Est-ce que je change le sens de l'inégalité ou pas ? »
▪ Comme d'habitude plusieurs autres « chemins » sont possibles pour arriver au même but et les lignes vertes ne sont pas nécessaires sur une copie.

EXERCICE N°2 (Le corrigé)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

1) $x^2+1 > (x+1)^2$

$x^2+1 > (x+1)^2$
$\Leftrightarrow x^2+1 > x^2+2x+1$
$\Leftrightarrow x^2+1-(x^2+2x+1) < 0$
$\Leftrightarrow x^2+1-x^2-2x-1 > 0$
$\Leftrightarrow -2x > 0$
$\Leftrightarrow x < 0$

On n'oublie pas que pour la dernière ligne, on a divisé par -2 chaque membre...

En notant S , l'ensemble des solutions :
$\boxed{S =]-\infty ; 0[}$

2) $3-4x \leqslant 6(x-2)-10x$

$3-4x \leqslant 6(x-2)-10x$
$\Leftrightarrow 3-4x \leqslant 6x-12-10x$
$\Leftrightarrow 3-4x \leqslant -4x-12$
$\Leftrightarrow 3-4x-(-4x-12) \leqslant 0$
$\Leftrightarrow 3-4x+4x+12 \leqslant 0$
$\Leftrightarrow 15 \leqslant 0$

Cette dernière inégalité étant fausse (et ce quelle que soit la valeur de *x* puisqu'elle n'en dépend pas), on en déduit que $\boxed{\text{l'inéquation n'admet aucune solution}}$.

On peut aussi écrire :
En notant S l'ensemble des solutions : $S = \emptyset$
($\emptyset$ se lit : « ensemble vide »)

▪ Les symboles de comparaison bleus indiquent que l'on s'est posé la question : « Est-ce que je change le sens de l'inégalité ou pas ? »
▪ Comme d'habitude plusieurs autres « chemins » sont possibles pour arriver au même but et les lignes vertes ne sont pas nécessaires sur une copie.

3) $3(1-2x) \geqslant -6x+2$

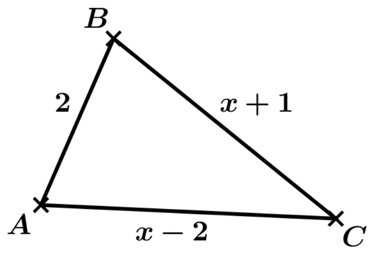
$3(1-2x) \geqslant -6x+2$
$\Leftrightarrow 3-6x \geqslant -6x+2$
$\Leftrightarrow 3-6x-(-6x+2) \geqslant 0$
$\Leftrightarrow 3-6x+6x-2 \geqslant 0$
$\Leftrightarrow 1 \geqslant 0$

Cette dernière inégalité étant vraie (et ce quelle que soit la valeur de *x* puisqu'elle n'en dépend pas), on en déduit que tous les nombres sont solutions.
Autrement dit : En notant S l'ensemble des solutions : $S = \mathbb{R}$

EXERCICE N°3 (Le corrigé)

x est un nombre réel supérieur ou égal à 2 .

Existe-t-il une ou des valeurs de x pour la(les)quelle(s) le triangle ABC est rectangle en A ?



Comme $x \geqslant 2$, on sait que le plus grand côté est $[BC]$.
On en déduit que si le triangle ABC est rectangle alors son hypoténuse est $[BC]$.
Le triangle ABC est rectangle en A si et seulement si $BC^2 = AB^2+AC^2$
Or :

$$\begin{aligned}
& BC^2 = AB^2+AC^2 \\
\Leftrightarrow\ & (x+1)^2 = 2^2+(x-2)^2 \\
\Leftrightarrow\ & x^2+2x+1 = 4+x^2-4x+4 \\
\Leftrightarrow\ & x^2+2x+1 = x^2-4x+8 \\
\Leftrightarrow\ & x^2+2x+1-(x^2-4x+4) = 0 \\
\Leftrightarrow\ & x^2+2x+1-x^2+4x-4 = 0 \\
\Leftrightarrow\ & 6x-3 = 0 \\
\Leftrightarrow\ & 6x = 3 \\
\Leftrightarrow\ & x = \frac{3}{6} = 0{,}5
\end{aligned}$$

Cette équation possède une unique solution : 0,5.
Mais cette solution n'est pas compatible avec notre problème car 0,5 n'est supérieur ou égal à 2.
Ainsi, $\boxed{\text{il n'existe de valeur de } x \text{ répondant à la question}}$.