DEVOIR SURVEILLÉ N°1

Nom :	**Prénom :**	**Classe :**

EXERCICE N°1 Je maitrise les suites (12 points)

Partie 1 : Destin funeste

Le tigre, un des félins les plus majestueux de la planète, est actuellement en voie de disparition en raison de la dégradation de son habitat naturel et du braconnage. En l'an 2010, il a été estimé qu'il restait environ 3200 tigres à l'état sauvage dans le monde. Depuis cette année, une étude estime que la population de tigres diminue chaque année de 3% par rapport à l'année précédente.

Pour tout entier naturel n, le nombre T_n désigne la population de tigres, exprimée en individus, pendant l'année n. On a ainsi $T_0 = 3200$

On arrondira les résultats à l'unité quand cela sera utile.

1) Calculer T_1 et T_2 .
2) Justifiez que la suite (T_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison q .
3) Exprimez T_n en fonction de n pout tout entier naturel n .
4) Calculez T_{22} .
5) Déterminez à partir de quelle année le nombre de tigres sera réduit de moitié par rapport à l'année 2010.
6) Selon ce même modèle, un écologiste prétend que d'ici l'année 2050, la population de tigres sera réduite à moins de 1000 individus. A-t-il raison ?

Partie 2 : L'espoir renaît

Heureusement, des mesures de conservation ont été mises en place et fonctionnent : la population de tigres augmente chaque année de 50 individus depuis 2020.

On admet qu'il restait 2340 tigres en 2022 et on note u_n le nombre de tigre à l'année $2022+n$ pour $n \in \mathbb{N}$. Ainsi, on a $u_0 = 2340$.

7) Donnez la nature de la suite (u_n) et précisez sa raison r .
8) Exprimer u_n en fonction de n pour tout entier naturel n .
9) Selon ce modèle, à partir de quelle année, la taille de population de tigres dépassera-t-elle celle de 2010 ?

EXERCICE N°2 Je n'ai pas oublié mes connaissances de première (8 points)

Suite à une épidémie dans une région, le nombre de personnes malades t jours après l'apparition des premiers cas est modélisé par $f(t) = 51t^2 - t^3$ pour tout t appartenant à $[0 ; 51]$.

1) Déterminer le nombre de personnes malades prévu par ce modèle au bout de 20 jours.

2) Montrer que, pour tout t appartenant à $[0 ; 51]$, $f'(t)=3t(34-t)$.

3) Déterminer le signe de $f'(t)$ sur $[0;51]$.

4) Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0 ; 51]$.

5) Déterminer le jour où le nombre de personnes malades est maximal durant cette période de 51 jours et préciser le nombre de personnes malades ce jour-là.