

## LES DROITES E05

### EXERCICE N°1 (Le corrigé)

Au restaurant, la famille Alistar a payé 112 € pour trois menus « adulte » et un menu « enfant ». La famille Lambert a payé 94 € pour deux menus « adulte » et deux menus « enfant ».

1) En appelant  $x$  le prix d'un menu «adulte » et  $y$  le prix d'un menu « enfant », écrire un système d'équations qui permet de trouver le prix de chacun des menus.

On peut écrire le système suivant :

$$\begin{cases} 3x + y = 112 \\ 2x + 2y = 94 \end{cases}$$

▪ Dans la première équation.

- Pour le 1<sup>er</sup> membre :

$3x$  : 3 fois le prix d'un menu adulte est une quantité dont l'unité est l'euro.

$y$  : 1 fois le prix d'un menu enfant est une quantité dont l'unité est l'euro.

La somme de deux quantités ayant la même unité est une quantité ayant encore la même unité, donc  $3x + y$  est une quantité dont l'unité est l'euro.

Le 1<sup>er</sup> membre est donc en euro.

- Pour le second membre :

112 est un bien une quantité dont l'unité est l'euro d'après l'énoncé.

- Les deux membres de notre égalité sont bien dans la même unité.

▪ Dans la seconde équation.

On peut vérifier de façon similaire que les deux membres ont la même unité.

Pourquoi vérifier cela ?

C'est une façon de vérifier qu'on n'écrit pas n'importe quoi...

En effet, si des choses sont égales alors elles doivent avoir la même unité.

Dans la pratique, si vous constatez que les deux membres d'une équation ne sont pas dans la même unité, alors vous êtes sûr que votre équation n'est « pas bonne ».

(C'est aussi très utile en physique...)

2) Résoudre le système.

$$\begin{aligned} \begin{cases} 3x + y = 112 & (L_1) \\ 2x + 2y = 94 & (L_2) \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 2y = 224 & (2L_1) \\ 2x + 2y = 94 & (L_2) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 130 & (2L_1 - L_2) \\ 2x + 2y = 94 & (L_2) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 32,5 \\ 2 \times 32,5 + 2y = 94 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 32,5 \\ 2y = 29 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 32,5 \\ y = 14,5 \end{cases} \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est donc  $\{(32,5 ; 14,5)\}$

3) Donner le prix du menu « adulte » et celui du menu « enfant ».

D'après ce qui précède, un menu adulte coûte 34 € et un menu enfant coûte 14,5 €

## LES DROITES E05

### EXERCICE N°2 (Le corrigé)

Valérie dispose d'une somme de 100 € pour acheter des livres qu'elle choisit dans deux séries différentes  $A$  et  $B$ . Si elle choisit 4 livres de la série  $A$  et 5 livres de la série  $B$ , il lui manque 3 €. Si elle choisit 5 livres de la série  $A$  et 3 livres de la série  $B$ , il lui reste 0,50 €.

1) Traduire les données par un système.

Dans l'exercice précédent, on nous a défini les inconnues dans l'énoncé. Ici ce n'est pas le cas, nous devons donc le faire.

Pourquoi ?

1) En math, on définit les choses avant d'en parler (hé oui, c'est le côté psychorigide...)

2) Cela va surtout nous faciliter les choses et nous éviter de nous perdre en cours de route : « C'est quoi  $x$  déjà ? »

Au passage  $x$  et  $y$  ne sont pas les seules lettres de l'alphabet, alors on ne va pas hésiter à choisir des lettres en rapport avec l'énoncé.

Notons  $A$  le prix en euro d'un livre de la série  $A$  et  $B$  le prix en euro d'un livre de la série  $B$ .

On peut alors écrire :

$$\begin{cases} 4A + 5B = 103 \\ 5A + 3B = 99,5 \end{cases}$$

Bon  $4A + 5B$  et  $5A + 3B$  ok

Par contre 103 et 99,5 ?

Valérie a 100 € et il lui manque 3€ pour payer  $4A + 5B$ , c'est donc que  $4A + 5B$  dépasse 100 € de ... 3 €. Ainsi  $4A + 5B$  vaut bien 103 €.

Je vous laisse deviner pour 99,5...

2) Déterminer le prix d'un livre de chaque sorte.

Commençons par résoudre le système :

$$\begin{aligned} \begin{cases} 4A + 5B = 103 & (L_1) \\ 5A + 3B = 99,5 & (L_2) \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 20A + 25B = 515 & (5L_1) \\ 20A + 12B = 398 & (4L_2) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 20A + 25B = 515 & (5L_1 - 4L_2) \\ 20A + 12B = 398 & (4L_2) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 13B = 117 \\ 20A + 12B = 398 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} B = 9 \\ 20A + 12 \times 9 = 398 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} B = 9 \\ 20A = 290 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} B = 9 \\ A = 14,5 \end{cases} \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est donc  $\{(14,5 ; 9)\}$

On en déduit que :

un livre de la série  $A$  coûte 14,5 € et un livre de la série  $B$  coûte 9 €

## LES DROITES E05

### EXERCICE N°3 (Le corrigé)

Lors d'un examen, il y a deux sortes de questions les questions « faciles » valent 2 points et les « difficiles » 5 points. Pour chaque question, si on a juste, on a le maximum de points, sinon, on a zéro. Alice a obtenu 70 points avec 17 réponses correctes.

À combien de questions de chaque sorte a-t-elle correctement répondu ?

On va bien sûr utiliser un système et donc définir nos inconnues.

Notons  $f$  le nombre de questions faciles auxquelles Alice a répondu correctement et  $d$  le nombre de questions difficiles auxquelles elle a répondu correctement.

La situation peut se traduire par le système suivant :

$$\begin{cases} d + f = 17 \\ 5d + 2f = 70 \end{cases}$$

Vérifions nos équations :

▪ Pour la première :

$d$  et  $f$  sont des nombres de questions auxquelles Alice a répondu correctement et 17 aussi d'après l'énoncé.

Nos deux membres ont bien la même unité, l'équation est correcte.

▪ Pour la seconde :

$5d$  : «  $d$  fois 5 points » est un nombre de points,

$2f$  : «  $f$  fois 2 points » est un nombre de points.

Donc  $5d + 2f$  est aussi un nombre de points.

De plus 70 est un nombre de points d'après l'énoncé.

Nos deux membres ont bien la même unité, l'équation est correcte.

Un exemple d'erreur :  $5d + 2f = 17$

On détecte facilement notre erreur car  $5d + 2f$  est un nombre de points alors que 17 est un nombre de réponses correctes.

Les deux membres n'ayant pas la même unité, l'équation est forcément incorrecte (elle n'a tout simplement pas de sens)

Réolvons ce système :

$$\begin{aligned} \begin{cases} d + f = 17 & (L_1) \\ 5d + 2f = 70 & (L_2) \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2d + 2f = 34 & (2L_1) \\ 5d + 2f = 70 & (L_2) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2d + 2f = 34 & (2L_1) \\ 3d = 36 & (L_2 - 2L_1) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2 \times 12 + 2f = 34 & (2L_1) \\ d = 12 & (L_2 - 2L_1) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2f = 10 & (2L_1) \\ d = 12 & (L_2 - 2L_1) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} f = 5 & (2L_1) \\ d = 12 & (L_2 - 2L_1) \end{cases} \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est donc  $\{(12 ; 5)\}$

On en déduit que Alice répondu correctement à :

5 questions faciles et 12 questions difficiles

## LES DROITES E05

### EXERCICE N°4 (Le corrigé)

J'ai deux fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez. Quand vous aurez l'âge que j'ai, nous aurons à nous deux 63 ans.

**Quel est mon âge ?**

Le genre de question qui a traumatisé des générations d'élèves...

L'astuce : Bien définir ses inconnues...et aussi se rappeler que l'écart entre les deux âges est toujours le même...

Notons  $x$  mon âge en années et  $y$  votre âge en années.

▪ Première équation :

« quand j'avais l'âge que vous avez » :  $y$

« l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez » :  $y - (x - y)$

(souvenez vous de l'écart d'âge)

« deux fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez » :  $2(y - (x - y))$

« j'ai » : ben  $x$  années !

Oui mais

« J'ai deux fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez »

Donc  $x = 2(y - (x - y))$

Voici notre première équation (On a bien des années dans chaque membre)

▪ Seconde équation :

« vous aurez l'âge que j'ai » :  $x$

« Quand » : On ajoute  $x - y$  (toujours cette fameuse différence d'âge)

« nous aurons à nous deux » :

votre âge dans le futur :  $x$  plus mon âge dans le futur :  $x + (x - y)$  au total :  $x + x + (x - y)$

nous aurons à nous deux 63 ans :  $x + x + (x - y) = 63$

Voici notre seconde équation (On a bien des années dans chaque membre)

La situation peut se traduire par :

$$\begin{cases} x = 2(y - (x - y)) \\ x + x + (x - y) = 63 \end{cases}$$

On ne simplifie pas tout de suite chaque membre pour que le lecteur (ou correcteur) puisse comprendre notre raisonnement.

Simplifions les équations :

$$\begin{cases} x = -2x + 4y \\ 3x - y = 63 \end{cases}$$

$$2(y - (x - y)) = 2(-x + 2y) = -2x + 4y$$

$$x + x + (x - y) = x + x + x - y = 3x - y$$

Réolvons à présent ce système :

$$\begin{cases} x = -2x + 4y \\ 3x - y = 63 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2x + 4(3x - 63) \\ y = 3x - 63 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 10x - 252 \\ y = 3x - 63 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -9x = -252 \\ y = 3x - 63 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 28 \\ y = 3 \times 28 - 63 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 28 \\ y = 21 \end{cases}$$

L'ensemble des solutions est donc  $\{(28 ; 21)\}$

J'ai donc 28 ans et vous 21 ans .

## LES DROITES E05

### EXERCICE N°1

Au restaurant, la famille Alister a payé 112 € pour trois menus « adulte » et un menu « enfant ». La famille Lambert a payé 94 € pour deux menus « adulte » et deux menus « enfant ».

- 1) En appelant  $x$  le prix d'un menu «adulte » et  $y$  le prix d'un menu « enfant », écrire un système d'équations qui permet de trouver le prix de chacun des menus.
- 2) Résoudre le système.
- 3) Donner le prix du menu « adulte » et celui du menu « enfant ».

### EXERCICE N°2

Valérie dispose d'une somme de 100 € pour acheter des livres qu'elle choisit dans deux séries différentes  $A$  et  $B$ . Si elle choisit 4 livres de la série  $A$  et 5 livres de la série  $B$ , il lui manque 3 €. Si elle choisit 5 livres de la série  $A$  et 3 livres de la série  $B$ , il lui reste 0,50 €.

- 1) Traduire les données par un système.
- 2) Déterminer le prix d'un livre de chaque sorte.

### EXERCICE N°3

Lors d'un examen, il y a deux sortes de questions les questions « faciles » valent 2 points et les « difficiles » 5 points. Pour chaque question, si on a juste, on a le maximum de points, sinon, on a zéro. Alice a obtenu 70 points avec 17 réponses correctes.

À combien de questions de chaque sorte a-t-elle correctement répondu ?

### EXERCICE N°4

J'ai deux fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez. Quand vous aurez l'âge que j'ai, nous aurons à nous deux 63 ans.

Quel est mon âge ?

---

## LES DROITES E05

### EXERCICE N°1

Au restaurant, la famille Alister a payé 112 € pour trois menus « adulte » et un menu « enfant ». La famille Lambert a payé 94 € pour deux menus « adulte » et deux menus « enfant ».

- 1) En appelant  $x$  le prix d'un menu «adulte » et  $y$  le prix d'un menu « enfant », écrire un système d'équations qui permet de trouver le prix de chacun des menus.
- 2) Résoudre le système.
- 3) Donner le prix du menu « adulte » et celui du menu « enfant ».

### EXERCICE N°2

Valérie dispose d'une somme de 100 € pour acheter des livres qu'elle choisit dans deux séries différentes  $A$  et  $B$ . Si elle choisit 4 livres de la série  $A$  et 5 livres de la série  $B$ , il lui manque 3 €. Si elle choisit 5 livres de la série  $A$  et 3 livres de la série  $B$ , il lui reste 0,50 €.

- 1) Traduire les données par un système.
- 2) Déterminer le prix d'un livre de chaque sorte.

### EXERCICE N°3

Lors d'un examen, il y a deux sortes de questions les questions « faciles » valent 2 points et les « difficiles » 5 points. Pour chaque question, si on a juste, on a le maximum de points, sinon, on a zéro. Alice a obtenu 70 points avec 17 réponses correctes.

À combien de questions de chaque sorte a-t-elle correctement répondu ?

### EXERCICE N°4

J'ai deux fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez. Quand vous aurez l'âge que j'ai, nous aurons à nous deux 63 ans.

Quel est mon âge ?