

PROPORTIONS ET ÉVOLUTIONS

I Population et sous-population

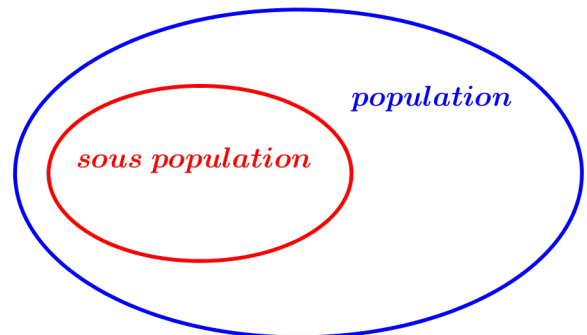
Définition n°1.

On appelle population un ensemble d'éléments appelés les individus.
On appelle sous-population une partie de la population.

Remarque n°1.

Les individus d'une population ne sont pas toujours des personnes. Ils peuvent être également des objets.

Une population et une sous-population peuvent se représenter par un diagramme comme ci-contre.



Exemple n°1.

On considère la population constituée par les élèves d'un lycée. Un individu est un élève. L'ensemble des élèves des classes de Seconde constitue une sous-population de la population des élèves du lycée.

II Proportion d'une sous-population

Définition n°2.

On considère une population qui possède N individus et une sous-population composée de n individus.
La proportion d'individus de la sous-population, notée p , est égale à

$$p = \frac{n}{N}$$

Remarque n°2.

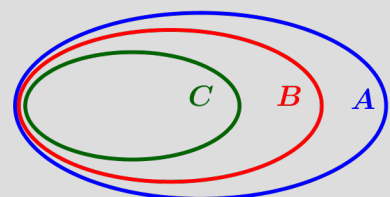
p peut s'exprimer en pourcentage. Un pourcentage est donc une proportion.

III Pourcentage de pourcentage

Propriété n°1.

On note p_B la proportion d'individus de la population B dans A et
 p_C la proportion d'individus de la population C dans B .

La proportion p d'individus de C dans A est égale à



$$p = p_B \times p_C$$

Exemple n°2.

Si 30 % des élèves du lycée sont des secondes et si 40 % des secondes mangent à la cantine alors la proportion des élèves de secondes qui mangent à la cantine parmi l'ensemble des élèves du lycée est :

$$\frac{40}{100} \times \frac{30}{100} = 0,12 \text{ soit } 12 \%$$

IV Variations d'une quantité

Définition n°3. Variation absolue

On considère une quantité qui varie au cours du temps. On note V_I la quantité initiale et V_F la quantité finale.

La **variation absolue** de la quantité est le nombre :

$$V_F - V_I$$

Remarque n°3.

La variation absolue possède la même unité que la quantité étudiée.

Exemple n°3.

Au 1^{er} Janvier 2012, le SMIC mensuel brut était de 1 425,67 €.

Au 1^{er} Janvier 2019, le SMIC mensuel brut était de 1 521,22 €.

Or : $1\,521,22 - 1\,425,67 = 95,55$

La variation absolue vaut donc : 95,55 €

Propriété n°2.

- Lorsque la variation absolue d'une quantité est positive, la quantité augmente.
- Lorsque la variation absolue d'une quantité est négative, la quantité diminue.

Définition n°4. Variation relative

On considère une quantité qui varie au cours du temps. On note V_I la quantité initial et V_F la quantité finale.

La **variation relative** t de V_F par rapport à V_I , est le nombre

$$t = \frac{V_F - V_I}{V_I}$$

Remarque n°4.

- La variation relative ne possède pas d'unité.
- La variation relative s'appelle également le **taux d'évolution** de la quantité étudiée. Elle peut s'exprimer en pourcentage.

Exemple n°4.

En reprenant les données de l'exemple n° 3 :

$$\frac{1\,521,22 - 1\,425,67}{1\,425,67} \approx 0,0670 \text{ arrondi à } 10^{-4} \text{ près}$$

Soit une hausse du SMIC mensuel brut d'environ 6,7 %.

V Coefficient Multiplicateur

Remarque n°5.

- On pose $t = \frac{V_F - V_I}{V_I}$ une variation relative. On a alors $V_F = (1+t)V_I$.

Si t est positif, la quantité augmente.

Si t est négatif, la quantité diminue.

$$t \text{ peut s'exprimer en pourcentage : } t = \frac{t'}{100}$$

$$\text{On a alors } V_F = (1+t)V_I = \left(1 + \frac{t'}{100}\right)V_I$$

Définition n°5. Le Coefficient Multiplicateur

On donne t est une variation relative (ou taux d'évolution).

On appelle Coefficient Multiplicateur et on note $CM = 1+t$

Remarque n°6.

- $CM > 1$ correspond à une augmentation
- $CM < 1$ correspond à une diminution

VI Indice de base 100

Définition n°6. D'après l'INSEE :

L'indice d'une grandeur est le rapport entre la valeur de cette grandeur au cours d'une période courante et sa valeur au cours d'une période de base. Il mesure la variation relative de la valeur entre la période de base et la période courante. Souvent, on multiplie le rapport par 100 ; on dit : indice base 100 à telle période.

Les indices permettent de calculer et de comparer facilement les évolutions de plusieurs grandeurs entre deux périodes données.

Méthode n°1. Calculer un indice de base 100

Une valeur V_I est fixée, tous les CM sont calculés par rapport à elle et sont multipliés par 100.

Dans l'exemple qui suit : V_I est la quantité de 2016 : 3250

Année	2015	2016	2017	2018	2019
Quantité	3575	3250	3087,5	2925	3380
Indice de base 100 par rapport à 2016	110	100	95	90	104

▪ Indice de base 100 de 2019 par rapport à 2016 : $\frac{3380}{3250} \times 100 = 104$

▪ Quantité en 2017 : $\frac{3250 \times 95}{100}$

VII Évolutions successives

Attention des taux d'augmentations (ou de baisses) successives ne s'additionnent pas.

Pour calculer la valeur finale après 2 évolutions successives (hausses et/ou baisses), on multiplie la valeur initiale par le produit des coefficients multiplicatifs qui correspondent à chaque évolution :

$$V_F = V_I \times CM_1 \times CM_2 = V_I \times (1+t_1) \times (1+t_2)$$

Pour déterminer le taux global t_g en %, on calcule d'abord le **coefficient multiplicateur global** CM_g puis on en déduit le **taux global**.

$$CM_g = CM_1 \times CM_2 \quad \text{puis} \quad t_g = CM_g - 1$$

VIII Évolutions réciproques

Une évolution (hausse ou baisse) de $t\%$ n'est pas compensée par une évolution opposée de $t\%$. Il y a toujours une baisse.

L'évolution réciproque d'une évolution, est l'évolution inverse qui permet de revenir à la valeur initiale.

Le coefficient réciproque CM_r du coefficient CM de l'évolution de départ est donné par la formule :

$$CM_r = \frac{1}{CM}$$

IX Le résumé du cours

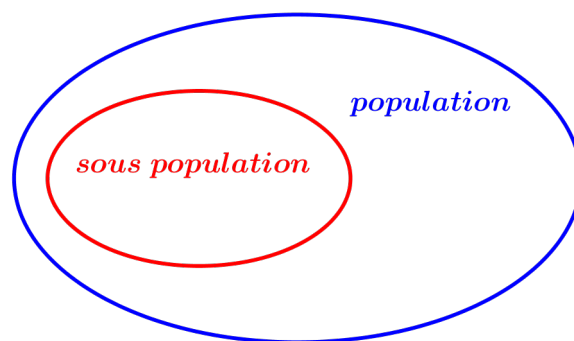
Proportion

Population : N éléments

Sous-population : n éléments

Proportion de la sous-population **parmi** la population : p

$$p = \frac{n}{N}$$

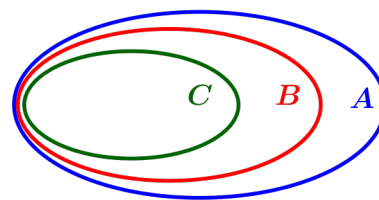


Proportion de proportion

On note p_B la proportion d'individus de la population B dans A et

p_C la proportion d'individus de la population C dans B

La proportion p d'individus de C dans A est égale à



$$p = p_B \times p_C$$

Variation absolue :

$$V_F - V_I$$

Variation relative ou taux d'évolution :

$$t = \frac{V_F - V_I}{V_I}$$

Coefficient Multiplicateur :

$$CM = 1 + t$$

et bien sûr $t = CM - 1$...

Calculer un indice de base 100

Une valeur V_I est fixée, tous les CM sont calculés par rapport à elle et sont multipliés par 100. Dans l'exemple qui suit : V_I est la quantité de 2016 : 3250

Année	2015	2016	2017	2018	2019
Quantité	3575	3250	3087,5	2925	3380
Indice de base 100 par rapport à 2016	110	100	95	90	104

▪ Indice de base 100 de 2019 par rapport à 2016 : $\frac{3380}{3250} \times 100 = 104$

▪ Quantité en 2017 : $\frac{3250 \times 95}{100}$



Attention des taux d'augmentations (ou de baisses) successives ne s'additionnent pas.

Évolutions successives

$$V_F = V_I \times CM_1 \times CM_2 = V_I \times (1+t_1) \times (1+t_2)$$

CM global

$$CM_g = CM_1 \times CM_2$$

Taux global

$$t_g = CM_g - 1$$

Évolutions réciproques

CM réciproque

$$CM_r = \frac{1}{CM}$$