**EXERCICE N°2** ***Déterminer une loi de probabilité (plus difficile)***

Voici un jeu :

▫ On jette un dé bien équilibré à quatre faces et on note le résultat obtenu.
▫ Puis un jette une pièce de monnaie et on note la face obtenue (pile ou face).
▫ Si on obtient Face et un nombre supérieur à 1 alors on gagne 10 €.
▫ Si on obtient Pile et un nombre pair, on gagne 5 €.
▫ Dans tous les autres cas, on perd 4 €.
▫ Pour jouer, il faut miser 2 €.

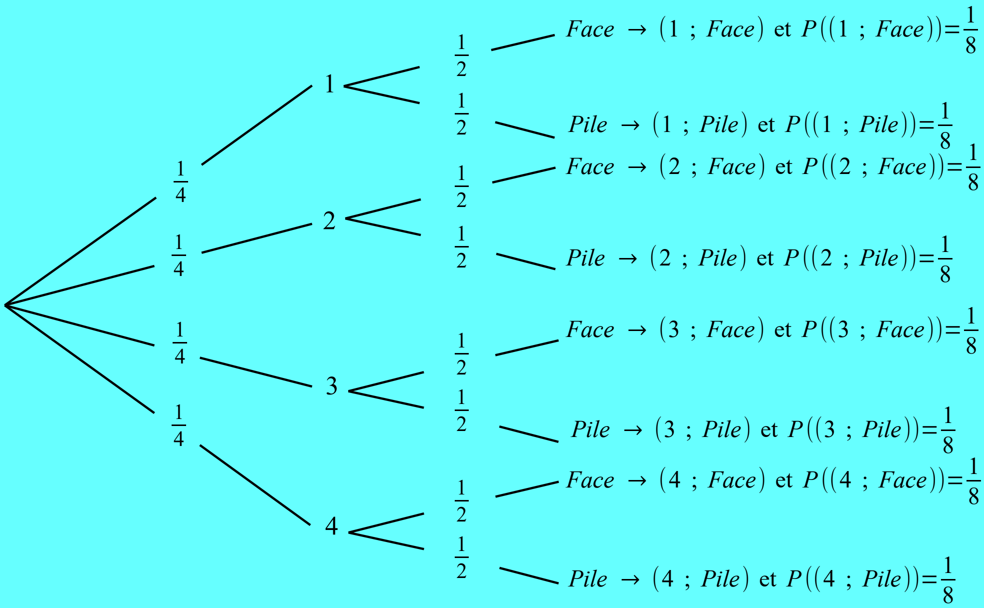
On note $X$ la variable aléatoire donnant le gain à ce jeu.
Donner la loi de probabilité de $X$ .

On convient de ne plus écrire les accolades

▪ On détermine $\Omega$

Une issue de $\Omega$ est donc un couple, par exemple : $(2\ ;\ Face)$ , $(5\ ;\ Pile)$ etc...

Le plus simple est de faire un arbre pour ne pas oublier d'issue.




$$\Omega = \{(1;Face);(2;Face);(3;Face);(4;Face);(1;Pile);(2;Pile);(3;Pile);(4;Pile)\}$$

▪ On détermine la distribution des probabilités sur $\Omega$ .

| Issue | $(1;Face)$ | $(2;Face)$ | $(3;Face)$ | $(4;Face)$ | $(1;Pile)$ | $(2;Pile)$ | $(3;Pile)$ | $(4;Pile)$ | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Probabilité | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | 1 |

▪ On détermine les images de chaque issue par $X$ (autrement dit : on détermine $X(\Omega)$ )

| Issue | $(1;Face)$ | $(2;Face)$ | $(3;Face)$ | $(4;Face)$ | $(1;Pile)$ | $(2;Pile)$ | $(3;Pile)$ | $(4;Pile)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X(Issue)$ | $-6$ $=-4-2$ | $8$ $=10-2$ | $8$ $=10-2$ | $8$ $=10-2$ | $-6$ $=-4-2$ | $3$ $=5-2$ | $-6$ $=-4-2$ | $3$ $=5-2$ |

▪ On regroupe les antécédents :

$\{X = -6\} = \{(1;Face)\} \cup \{(1;Pile)\} \cup \{(3;Pile)\}$
$\{X = 3\} = \{(2;Pile)\} \cup \{(4;Pile)\}$
$\{X = 8\} = \{(2;Face)\} \cup \{(3;Face)\} \cup \{(4;Face)\}$

Le plus gros du travail est fait au brouillon

▪ On calcule les probabilités de chaque événement :

$$P(\{X = -6\}) = \frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

$$P(\{X = 3\}) = \frac{1}{8}+\frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$P(\{X = 8\}) = \frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

▪ On peut donner la loi de probabilité sous la forme d'un tableau :

| $x_i$ | $-6$ | $3$ | $8$ | Total |
|---|---|---|---|---|
| $P(\{X = x_i\})$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{3}{8}$ | 1 |