PROBLÈMES DE GÉOMÉTRIE E06

EXERCICE N°2 Valeurs remarquables part 1 (Le corrigé)

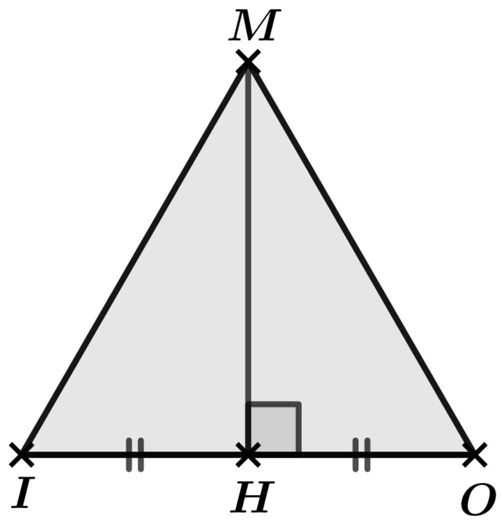
On considère un triangle OMH rectangle en H tel que $\widehat{MOH}=60°$ et $OH=\frac{1}{2}$.

Soit I le symétrique de O par rapport à H .

1) Montrer que le triangle OMI est équilatéral.

Dans le triangle OMI .
- (MH) est la médiane issue de M .
- OMI est équilatéral, donc c'est aussi la médiatrice de $[IO]$.

Ainsi (MH) est un axe de symétrie de ce triangle et le triangle MHO est rectangle en H .



→ Nous aurons aussi besoin de MH . Nous déterminons cette longueur ici afin de faciliter la lecture des questions 2 et 3. (mais vous pouviez le faire directement dans les questions précitées)

Dans le triangle MOH ,rectangle en H.

Le théorème de Pythagore nous permet d'écrire :

$$MO^2=HM^2+HO^2$$

On en déduit que :

$$HM^2=MO^2-HO^2=1^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$$

Et comme HM est une longueur : $HM=\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

2) En déduire la valeur exacte de $\cos(60°)$ puis de $\sin(60°)$.

$$\cos(60°)=\cos(\widehat{MOH})=\frac{HO}{OM}=\frac{\frac{1}{2}}{1}=\frac{1}{2}$$

$$\sin(60°)=\sin(\widehat{MOH})=\frac{HM}{MO}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

3) En déduire la valeur exacte de $\cos(30°)$ puis de $\sin(30°)$.

$$\cos(30°)=\cos(\widehat{HMO})=\frac{HM}{MO}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin(30°)=\sin(\widehat{HMO})=\frac{HO}{OM}=\frac{\frac{1}{2}}{1}=\frac{1}{2}$$

Pour la question 3), on pouvait aussi remarquer que le cosinus d'un angle aigu est égal au sinus de son angle complémentaire...