DEVOIR SURVEILLÉ N°4 LE CORRIGÉ

Nom :	Prénom :	Classe :

L'usage de la calculatrice est interdit.

Le sujet est à rendre avec la copie

Note	Observations
20	

J'ai le droit à un tiers-temps ☐
(*cocher si c'est le cas*)

PREMIÈRE PARTIE

EXERCICE N°1 Automatismes (6 points)

Pour ce premier exercice, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

1) L'inverse du triple de 13 est :

1.a) $\frac{1}{39}$ **1.b)** $\frac{3}{13}$ **1.c)** $\frac{13}{3}$ **1.d)** 39

---

2) On considère la relation $H = a+\frac{b}{cd}$.

Lorsque $a = \frac{1}{8}$, $b = 3$, $c = 7$ et $d = -\frac{1}{7}$, la valeur de H est :

2.a) $\frac{23}{8}$ **2.b)** $\frac{25}{8}$ **2.c)** $-\frac{23}{8}$ **2.d)** $-\frac{25}{8}$

---

3) Une réduction de 90 % suivie d'une hausse de 60 % équivaut à :

3.a) une diminution de 24% **3.b)** une diminution de 30%

3.c) une diminution de 84% **3.d)** une augmentation de 16%

---

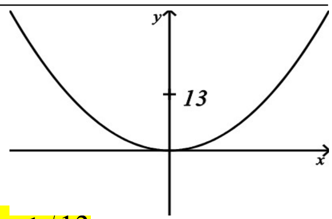
4) La suite u est géométrique , de raison 2 et de premier terme $u_1 = 5$. Alors, pour tout entier naturel n , on a :

4.a) $u_n = 5+2(n-1)$ **4.b)** $u_n = 5\times 2^{n-1}$

4.c) $u_n = 5+2^{n-1}$ **4.d)** $u_n = 2\times 5^{n-1}$

---

5) On a représenté ci-contre la parabole d'équation $y=x^2$.
On note (I) l'inéquation, sur $\mathbb{R}$, $x^2 \leqslant 13$.
L'inéquation (I) est équivalente à :



5.a) $x \leqslant -\sqrt{13}$ ou $x \geqslant \sqrt{13}$ **5.b)** $-\sqrt{13} \leqslant x \leqslant \sqrt{13}$

5.c) $x \leqslant \sqrt{13}$ **5.d)** $x = -\sqrt{13}$ ou $x = \sqrt{13}$

---

6) Soit la fonction f telle que : $f(3) = 1$ et $f'(3) = 5$.
Une équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 3 est :

6.a) $y=x+2$ **6.b)** $y = x-8$

6.c) $y=5x-16$ **6.d)** $y=5x-14$

---

7) J'ai deux enfants dont au moins une fille. Quelle est la probabilité que mon autre enfant soit un garçon ? Les événements sont indépendants...

7.a) $\frac{1}{4}$ **7.b)** $\frac{2}{3}$ **7.c)** $\frac{1}{2}$ **7.d)** $\frac{1}{3}$

---

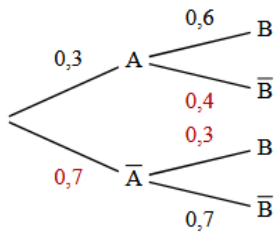
8) On donne le tableau double entrée donnant certains pourcentages d'apparition où A et B sont deux événements. On a alors :

	A	$\overline{A}$	Total
B	40	20	60
$\overline{B}$	10	30	40
Total	50	50	100

8.a) $P_A(B) = \frac{2}{5}$ **8.b)** $P_A(B) = \frac{2}{3}$

8.c) $P_B(A) = \frac{2}{5}$ **8.d)** $P_B(A) = \frac{2}{3}=\frac{40}{60}$

9) On donne l'arbre de probabilité suivant. On a alors :



9.a) $P(B) = 0{,}18$ **9.b)** $P(B) = 0{,}67$

9.c) $P_A(B) = 0{,}6$ **9.d)** $P_B(A) = 0{,}6$

---

10) Dans une urne, il y a 4 boules numérotées de 1 à 4. La probabilité d'obtenir chacune des boules est donnée dans le tableau ci-contre :

Issue	B_1	B_2	B_3	B_4
Proba	$\frac{29}{100}$	$\frac{4}{25}$	x	$\frac{6}{25}$

10.a) $x = 0{,}51$ **10.b)** $x = \frac{17}{50}$

10.c) $x = 0{,}33$ **10.d)** $x = 0{,}31$

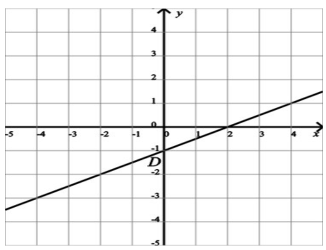
---

11) La hauteur d'une plaque est égale à 2×10^{-2} m . La hauteur de 60 plaques est égale à :

11.a) 120 cm **11.b)** 12 m **11.c)** 0,12 m **11.d)** 120 dm

---

12) On a représenté ci-contre une droite D dans un repère orthonormé. Une équation de D est :



12.a) $-x-2y-2x=0$ **12.b)** $y = 2x-1$

12.c) $y = \frac{1}{2}x-1$ **12.d)** $-\frac{x}{2}-y-1 = 0$

1.a) $\frac{1}{39}$	**2.c)** $-\frac{23}{8}$	**3.c)** une diminution de 84%
4.b) $u_n = 5\times2^{n-1}$	**5.b)** $-\sqrt{13} \leqslant x \leqslant \sqrt{13}$	**6.d)** $y=5x-14$
7.c) $\frac{1}{2}$	**8.d)** $P_B(A) = \frac{2}{3}$	**9.c)** $P_A(B) = 0{,}6$
10.c) $x = 0{,}31$	**11.a)** 120 cm	**12.c)** $y = \frac{1}{2}x-1$

DEUXIÈME PARTIE

EXERCICE N°2 Jeu de construction (2 points)

Dans un jeu de construction, il y a des briques de couleurs et de tailles différentes (petite et grande). Un enfant dispose de briques selon la répartition ci-contre. Il prend une brique au hasard et on considère les événements :

	Rouge	Jaune	Vert	Total
Petite	97	101	83	281
Grande	74	86	68	228
Total	171	187	151	509

- R : « La brique est rouge »,
- V : « La brique est verte » et
- G : « La brique est grande ».

1) Calculer $P_R(G)$, $P_G(V)$, $P_{\overline{G}}(\overline{V})$.

- $P_R(G) = \dfrac{Card(R \cap G)}{Card(R)} = \dfrac{74}{171}$, ainsi $\boxed{P_R(G) = \dfrac{74}{171}}$.
- $P_G(V) = \dfrac{Card(V \cap G)}{Card(G)} = \dfrac{68}{228}$, ainsi $\boxed{P_G(V) = \dfrac{17}{57}}$.
- $P_{\overline{G}}(\overline{V}) = \dfrac{Card(\overline{G} \cap \overline{V})}{Card(\overline{G})} = \dfrac{97+101}{281} = \dfrac{198}{281}$, ainsi $\boxed{P_{\overline{G}}(\overline{V}) = \dfrac{198}{281}}$.

2) L'enfant prend une grande brique. Calculer la probabilité qu'elle soit jaune.

On pourrait noter J l'événement « la brique est jaune » et calculer

$$P_G(J) = \frac{Card(J \cap G)}{Card(G)} = \frac{86}{187}$$

mais on peut n'utiliser que les notations de l'exercice car $J = \overline{R \cup V}$.

Il s'agit de calculer $P_G(\overline{R \cup V})$

$$P_G(\overline{R \cup V}) = \frac{Card(\overline{R \cup V})}{Card(G)} = \frac{86}{228} .$$

Ainsi, $\boxed{P_G(\overline{R \cup V}) = \dfrac{43}{114}}$

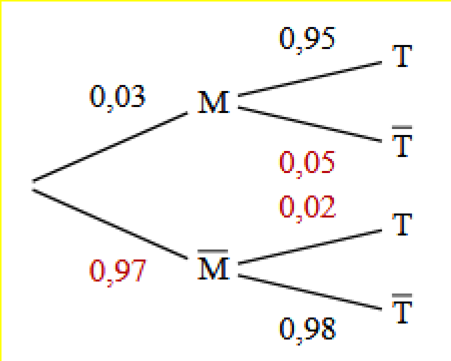
EXERCICE N°3 Maladie et test (5 points)

Une maladie atteint 3 % d'une population. On dispose d'un test pour la détecter.
Une étude statistique a donné les résultats suivants :
▪ Chez les personnes malades, 95 % des tests sont positifs.
▪ Chez les personnes bien portantes, 2 % des tests sont positifs.

On choisit une personne au hasard et l'on note :
▪ M : « la personne est malade »
▪ T : « la personne a été testé positive »

1) Traduire les données de l'énoncé avec les notations proposées puis construire l'arbre de probabilité correspondant.

Une maladie atteint 3 % d'une population : $P(M) = 0{,}03$
Chez les personnes malades, 95 % des tests sont positifs : $P_M(T) = 0{,}95$
Chez les personnes bien portantes, 2 % des tests sont positifs : $P_{\overline{M}}(T) = 0{,}02$



Aide au calcul
$0{,}03\times 0{,}95 = 0{,}0285$
$0{,}02\times 0{,}97 = 0{,}0194$
$0{,}97\times 0{,}98 = 0{,}9506$
$\dfrac{0{,}9506}{0{,}9521} \approx 0{,}99842454$
$\dfrac{0{,}0285}{0{,}0479} \approx 0{,}59498956$

2) Quelle est la probabilité que la personne soit malade et ait été testé positive ?

$P(M \cap T) = 0{,}03\times 0{,}95$

$\boxed{P(M \cap T) = 0{,}0285}$

3) Quelle est la probabilité que la personne ait été testé positive ?

D'après la formule des probabilités totales,

$P(T) = P(M)\times P_M(T) + P(\overline{M})\times P_{\overline{M}}(T) = 0{,}03\times 0{,}95+0{,}97\times 0{,}02 = 0{,}0285+0{,}0194$

$\boxed{P(T) = 0{,}0479}$

4) Quelle est la probabilité que la personne soit malade ou ait été testé positive ?

Il s'agit de calculer $P(M \cup T)$.

$$\begin{aligned} P(M \cup T) &= P(M) + P(T) - P(M \cap T) \\ &= 0{,}03 + 0{,}0479 - 0{,}0285 \end{aligned}$$

$\boxed{P(M \cup T) = 0{,}0494}$

5) On choisit une personne ayant eu un test négatif, quelle est la probabilité qu'elle ne soit pas malade ? On donnera le résultat à 10^{-3} près.

Il s'agit de déterminer $P_{\overline{T}}(\overline{M})$

$$P_{\overline{T}}(\overline{M}) = \frac{P(\overline{M} \cap \overline{T})}{P(\overline{T})} = \frac{0{,}97\times 0{,}98}{1-0{,}0479} = \frac{0{,}9506}{0{,}9521}$$

$\boxed{P_{\overline{T}}(\overline{M}) \approx 0{,}998}$

6) Interpréter ce dernier résultat dans le contexte de l'énoncé.

Si le test est négatif alors on est presque certain que la personne n'est pas malade.

EXERCICE N°4 *Un club de sport* *(5 points)*

Dans un club sportif , chaque membre ne pratique qu'un sport.Leur répartition est donnée dans le tableau suivant :

	VTT	Gymnastique	Volley-ball	Tir à l'arc	Total
Femmes	60	95	23	22	200
Homme	90	50	107	53	300
Total	150	145	130	75	500

On choisit au hasard un membre du club sportif, et on considère les événements suivants :

- A : « La personne choisi est une femme »
- B : « La personne choisie fait du VTT »

1) Déterminer la valeur de $P(A)$ et celle de $P(B)$.

- $P(A) = \frac{200}{500}$ ainsi $\boxed{P(A) = \frac{2}{5}}$
- $P(B) = \frac{150}{500}$ ainsi $\boxed{P(B) = \frac{3}{10}}$

2) Déterminer $P(A \cap B)$.

$P(A \cap B) = \frac{60}{500}$ ainsi $\boxed{P(A \cap B) = \frac{3}{25}}$

3) Définir en français l'événement $\overline{A} \cup B$ puis déterminer sa probabilité.

- $\overline{A} \cup B$: Le membre choisi est un homme ou fait du VTT
- $$\begin{aligned} P(\overline{A} \cup B) &= P(\overline{A})+P(B)-P(\overline{A} \cap B) \\ &= 1-P(A)+P(B)-P(\overline{A} \cap B) \\ &= 1-\frac{2}{5}+\frac{3}{10}-\frac{9}{50} \\ &= \frac{50-20+15-9}{50} \\ &= \frac{36}{50} \end{aligned}$$

$\boxed{P(\overline{A} \cup B) = \frac{18}{25}}$

4) Les événements A et B sont-ils indépendants ? (justifier)

$P(A)\times P(B) = \frac{2}{5}\times\frac{3}{10} = \frac{6}{50} = \frac{3}{25} = P(A \cap B)$

On a bien $P(A \cap B) = P(A)\times P(B)$ donc A et B sont indépendants

5) Quelle est la probabilité que la personne choisie soit une femme sachant qu'elle fait du tir à l'arc ?

En notant T l'événement : « La personne choisie fait du tir à l'arc »,
il s'agit de déterminer $P_T(A)$.

$P_T(A) = \frac{Card(A \cap T)}{Card(T)} = \frac{22}{75}$

La probabilité cherchée vaut donc $\frac{22}{75}$

On a utilisé directement les cardinaux car c'est une situation d'équiprobabilité.

Vous pouviez aussi écrire : $P_T(A) = \frac{P(A \cap T)}{P(T)} = \frac{\frac{22}{500}}{\frac{75}{500}} = \frac{22}{500}\times\frac{500}{75} = \frac{22}{75}$

EXERCICE N°5 On n'oublie pas la dérivation ! (2 points)

On donne la fonction g définie pour tout $x \in \left]-\frac{1}{3} ; +\infty\right[$ par : $g(x) = \frac{-2x-6}{9x+3}$.

Donner, en justifiant, l'expression de $g'(x)$ là où elle existe.

La fonction g est un quotient de fonctions dérivables toutes définies sur $x \in \left]-\frac{1}{3} ; +\infty\right[$ de plus le dénominateur ne s'annule pas sur $\left]-\frac{1}{3} ; +\infty\right[$. Donc g est dérivable sur $\left]-\frac{1}{3} ; +\infty\right[$ et pour tout $x \in \left]-\frac{1}{3} ; +\infty\right[$,

$$g'(x) = \frac{-2(9x+3)-9(-2x-6)}{(9x+3)^2}$$

Ainsi,

$$\forall x \in \left]-\frac{1}{3} ; +\infty\right[, \quad \boxed{g'(x) = \frac{48}{(9x+3)^2}}$$