

LES FONCTIONS EXPONENTIELLES E01

EXERCICE N°3 Le lien avec les suites géométriques (Le corrigé)

Rémi place 500 € au taux annuel de 4,5% pendant n années avec $0 < n < 18$.
Soit u_n le capital à l'année n .

1) Montrer que (u_n) est une suite géométrique.

Une augmentation de 4,5 % correspond à un coefficient multiplicateur CM valant 1,045.

Ainsi pour passer d'un terme au suivant, on multiplie à chaque fois par 1,045.

La suite u est donc géométrique de raison $q=1,045$ et de premier terme $u_0=500$

On commence bien à zéro : Rémi place 500 € (aucune année n'est passée : 0)

2) Quel est le capital de Rémi au bout de 3 ans ? De 17 ans ?

Il s'agit de calculer u_3 puis u_{17} .

On sait exprimer u_n en fonction de n :

$$u_n = u_0 \times q^n = 500 \times 1,045^n$$

Ainsi :

$$u_3 = 500 \times 1,045^3 \text{ d'où } u_3 \approx 570,58$$

et

$$u_{17} = 500 \times 1,045^{17} \text{ d'où } u_{17} \approx 1056,69$$

Le capital de Rémi au bout de 3 ans est d' environ 570,58 € ,

au bout de 17 ans, il est d' environ 1056,69 €

3) Soit f la fonction définie pour tout réel x par : $f(x) = 500 \times 1,045^x$

3.a) Calculer $f(1,5)$ et $f\left(\frac{7}{3}\right)$

$$\bullet f(1,5) = 500 \times 1,045^{1,5} \text{ d'où } f(1,5) \approx 534,13$$

$$\bullet f\left(\frac{7}{3}\right) = 500 \times 1,045^{\frac{7}{3}} \text{ d'où } f\left(\frac{7}{3}\right) \approx 554,08$$

3.b) Interpréter concrètement les résultats précédents.

$$\bullet \text{ Au bout d'un an et demi } , \text{ le capital de Rémi est d' environ } 534,13 \text{ €}$$

1,5 année...

$$\bullet \text{ Au bout de deux ans et quatre mois } , \text{ le capital de Rémi est d' environ } 554,08 \text{ €}$$

Dans un an, il y a 12 mois.

$$\frac{7}{3} \times 12 = 28 \text{ et 28 mois représentent ...}$$