

LA FONCTION CARRÉ E05

EXERCICE N°2 (Le corrigé)

Résoudre les inéquations suivantes et donner l'ensemble des solutions sous la forme d'un intervalle ou d'une réunion d'intervalles.

1) $2x^2 - 3 \leq 6$

2) $x^2 + 4 < 2$

3) $-7x^2 + 5 \leq 2x^2 - 11$

4) $-5x^2 + 10 > x^2 - 8$

Ici, on va se ramener à une forme que l'on connaît afin de pouvoir procéder comme dans l'exercice précédent.

1)

$$2x^2 - 3 \leq 6 \Leftrightarrow 2x^2 \leq 9 \Leftrightarrow x^2 \leq 4,5$$

Pour la 2^e inéquation, on a ajouté 3 à chaque membre et donc le sens de l'inégalité n'a pas changé.

Pour la 3^e inéquation, on a divisé par 2 chaque et comme $2 > 0$, le sens n'a pas changé.

On en déduit que l'inéquation admet pour ensemble de solutions : $\boxed{[-\sqrt{4,5} ; \sqrt{4,5}]}$

2)

$$x^2 + 4 < 2 \Leftrightarrow x^2 < -2$$

Pour la 2^e inéquation, on a retranché 4 à chaque membre et donc le sens de l'inégalité n'a pas changé.

On en déduit que l'inéquation n'admet aucune solution.

3)

$$-7x^2 + 5 \leq 2x^2 - 11 \Leftrightarrow -7x^2 + 5 - (2x^2 - 11) \leq 0 \text{ On retranche un même nombre...}$$

$$\Leftrightarrow -7x^2 + 5 - 2x^2 + 11 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -9x^2 + 16 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -9x^2 \leq -16 \quad \text{On retranche 16 donc pas de changement de sens}$$

$$\Leftrightarrow x^2 \geq \frac{-16}{-9} \quad \text{On divise par } -9 \text{ donc on change le sens}$$

$$\Leftrightarrow x^2 \geq \frac{16}{9} \quad \text{On simplifie}$$

Sur une copie, on peut se contenter de la 4^e et de la dernière ligne... Mais il est prudent de faire les autres au brouillon, ne serait-ce que pour éviter une inattention...

On en déduit que l'inéquation admet comme ensemble des solutions :

$$\boxed{\left] -\infty ; -\frac{4}{3} \right[\cup \left] \frac{4}{3} ; +\infty \right[}$$

$$\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} = \frac{4}{3} \quad (\text{nous en parlerons plus en détail bientôt...})$$

4)

$$-5x^2 + 10 > x^2 - 8 \Leftrightarrow -5x^2 + 10 - (x^2 - 8) > 0 \text{ On retranche un même nombre...}$$

$$\Leftrightarrow -5x^2 + 10 - x^2 + 8 > 0$$

$$\Leftrightarrow -6x^2 + 18 > 0$$

$$\Leftrightarrow -6x^2 > -18 \quad \text{On retranche un même nombre...}$$

$$\Leftrightarrow x^2 < \frac{-18}{-6} \quad \text{On divise par un même nombre négatif...}$$

$$\Leftrightarrow x^2 < \frac{18}{6} = 3 \quad \text{On simplifie}$$

On en déduit que l'inéquation admet pour ensemble de solutions : $\boxed{]-\sqrt{3} ; \sqrt{3}[}$.

Sur une copie, on peut se contenter de la 4^e et de la dernière ligne...mais il est prudent de faire les autres au brouillon, ne serait-ce que pour éviter une inattention...