

LES SUITES E03C

EXERCICE N°5 (Le corrigé)

Nous avons tous 2 parents, 4 grands-parents, 8 arrière grands-parents, etc. en supposant que nous appartenons la génération 1, que nos parents appartiennent à la génération 2, nos grands-parents à la génération 3, etc.

Commençons par modéliser la situation par une suite géométrique (g_n) de raison $q=2$ et de premier terme $g_1 = 1$.

1) Combien d'ancêtres figurent à la génération 10 ?

Il s'agit de calculer g_{10} .

Or pour tout entier naturel $n \geq 1$,

$$g_n = g_1 \times q^{n-1}$$

Donc :

$$g_{10} = 1 \times 2^9 = 512$$

Il y a 512 ancêtres figurant à la génération 10.

2) Si on pouvait remonter jusqu'en l'an 1000 (soit environ à la 40^e génération), combien y aurait-il d'individus au total sur l'arbre généalogique (de la 1^{ère} génération c'est-à-dire nous, jusqu'à la 40^e génération comprise) ? Que penser de ce résultat ?

Il s'agit de calculer la somme des 40 premiers termes de la suite (g_n) .

Or, elle est géométrique de raison $q=2$ et de premier terme $g_1 = 1$.

Donc, en notant S la somme cherchée, on peut écrire :

$$S = 1 \times \frac{1-2^{40}}{1-2}$$

$$S = 1\,099\,511\,627\,775$$

Il semble que l'humanité soit une seule et grande famille...et donc que vous ayez un prof de maths dans la famille;)