LA FONCTION INVERSE E05

EXERCICE N°1

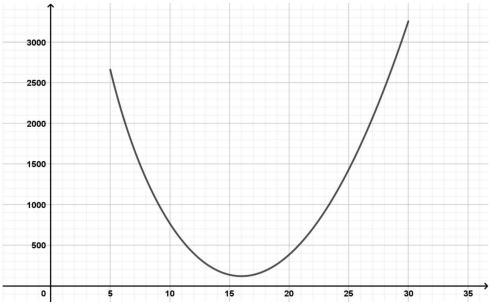
Chaque jour, une usine pharmaceutique opère dans la fabrication de médicaments essentiels. La production quotidienne varie entre 10 et 30 milliers d'unités de médicaments. On notera x le nombre de milliers d'unités de médicaments. Le coût total de production, exprimé en euros, pour x milliers d'unités de médicaments est donné par la fonction C définie sur l'intervalle $\begin{bmatrix} 10 \ ; \ 30 \end{bmatrix}$ par : $C(x) = 15x^3 - 450x^2 + 3000x + 7680$

- 1) Quel est le coût de production pour 12000 unités de médicaments ?
- 2) A chaque millier d'unités de médicaments, on associe le cout moyen de production, on a donc :

$$C_M(x) = \frac{C(x)}{x}$$
 définie sur l'intervalle [10; 30].

Montrer que pour tout
$$x \in [10; 30]$$
, $C_M(x) = 15x^2 - 450x + 3000 + \frac{7680}{x}$

- 3) Calculer le coût moyen de production d'un millier d'unités de médicaments si l'usine fabrique 12000 unités de médicaments par jour.
- 4) On a représenté la fonction C_M ci-dessous. Déterminer l'ensemble des quantités de médicamens qu'il est possible de produire avec un coût moyen inférieur à $500 \in$ pour 1000 unités.



- 5) Montrer que $C_M'(x) = \frac{30(x-16)(x^2+x+16)}{x^2}$
- 6) Justifier que pour tout $x \in [10; 30]$, $x^2 + x + 16 > 0$
- 7) Étudier le signe de $C_M(x)$ et en déduire le tableau de variation de C_M .
- 8) En déduire la quantité de médicaments à produire chaque pour que le coût moyen soit minimal et donnez ce coût moyen.