DEVOIR SURVEILLÉ N°3 LE CORRIGÉ

Nom :	**Prénom :**	**Classe :**

EXERCICE N°1 ***Fonctions affines, équation, inéquations : les bases*** ***5 points= 5 fois 1pt***

1) Résoudre, dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes et donner l'ensemble des solutions sous la forme d'un intervalle :

1.a) $4x+10 < 6x-3$ **1.b)** $\dfrac{x+6}{-7} \geqslant 2x-3$

$$\begin{aligned}
& 4x+10 < 6x-3 \\
\Leftrightarrow\ & 4x+10-(6x-3) < 0 \\
\Leftrightarrow\ & 4x+10-6x+3 < 0 \\
\Leftrightarrow\ & -2x+13 < 0 \\
\Leftrightarrow\ & -2x < -13 \\
\Leftrightarrow\ & x > \frac{-13}{-2}=6{,}5
\end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de cette inéquation est donc : $\left]\ \mathbf{6{,}5\ ;\ +\infty}\ \right[$

$$\begin{aligned}
& \frac{x+6}{-7} \geqslant 2x-3 \\
\Leftrightarrow\ & x+6 \leqslant -7(2x-3) \\
\Leftrightarrow\ & x+6 \leqslant -14x+21 \\
\Leftrightarrow\ & x+6-(-14x+21) \leqslant 0 \\
\Leftrightarrow\ & x+6+14x-21 \leqslant 0 \\
\Leftrightarrow\ & 15x-15 \leqslant 0 \\
\Leftrightarrow\ & 15x \leqslant 15 \\
\Leftrightarrow\ & x \leqslant \frac{15}{15}=1
\end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de cette inéquation est donc : $\left]\ \mathbf{-\infty\ ;\ 1}\ \right]$

2) Dans un repère orthonormé, on donne les points $A(-3\ ;\ 2)$ et $B(4\ ;\ 0)$. Déterminer l'équation l' équation réduite de la droite (AB) .

Les points A et B n'ayant pas la même abscisse, on sait que que la droite (AB) admet une équation réduite de la forme :

$y=mx+p$

avec $m = \dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A} = \dfrac{0-2}{4-(-3)} = \dfrac{-2}{7}$

et comme $A \in (AB)$:

$$2 = -\frac{2}{7}\times(-3)+p \Leftrightarrow 2 = \frac{6}{7}+p \Leftrightarrow p = 2-\frac{6}{7} = \frac{14-6}{7} = \frac{8}{7}$$

On en déduit que l'équation réduite de (AB) est : $\boxed{\boldsymbol{y = -\frac{2}{7}x + \frac{8}{7}}}$

3) On donne la fonction f , définie sur $\mathbb{R}$, par $f(x)=-3x+6$.

3.a) Donner son tableau de variations

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	

3.b) Déterminer son tableau de signes.

Posons x_0 la racine de la fonction affine f , on sait que $x_0 = \dfrac{-6}{-3} = 2$

De plus, le coefficient directeur de f est strictement négatif ($-3<0$).
On en déduit le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

EXERCICE N°2 *Vecteurs : les bases* *5 points= 5 fois 1pt*

On se place dans un repère orthonormé $(O\ ;\ I\ ;\ J)$.

On donne les points A, B et C de coordonnées respectives $(2\ ;\ 1),(3\ ;\ 4)$ et $(-2\ ;\ -3)$.

1) Calculer les coordonnées de $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$.

$\vec{AB}\begin{pmatrix} x_B-x_A \\ y_B-y_A \end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix} 3-2 \\ 4-1 \end{pmatrix}$ on encore $\boxed{\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}}$

$\vec{AC}\begin{pmatrix} x_C-x_A \\ y_C-y_A \end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix} -2-2 \\ -3-1 \end{pmatrix}$ on encore $\boxed{\begin{pmatrix} -4 \\ -4 \end{pmatrix}}$

2) Les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont-ils colinéaires ? Justifier.

$det(\vec{AB}\ ;\ \vec{AC}) = 1\times(-4)-3\times(-4) = 8 \neq 0$

On en déduit que $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ $\boxed{\textbf{ne sont pas colinéaires}}$.

3) On pose le point $D(x_D;\ y_D)$ tel que $\vec{AD}=\vec{AB}+\vec{AC}$.

3.a) Déterminer les coordonnées de D .

$\vec{AB}+\vec{AC}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 1+(-4) \\ 3+(-4) \end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$

De plus :

$\vec{AD}\begin{pmatrix} x_D-x_A \\ y_D-y_A \end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix} x_D-2 \\ y_D-1 \end{pmatrix}$

On en déduit que :

$x_D-2 = -3 \Leftrightarrow x_D=-1$

et

$y_D-1 = -1 \Leftrightarrow y_D=0$

Donc $\boxed{D(-1\ ;\ 0)}$

3.b) Donner la nature du quadrilatère ABDC.

$ABDC$ est un $\boxed{\textbf{parallélogramme}}$

Le point D est défini par la règle du parallélogramme (propriété n°3 si vous avez oublié)

3.c) En déduire, les coordonnées du vecteur $\vec{DC}$ (sans calcul…)

Puisque $ABDC$ est un parallélogramme équivaut à $\vec{AB} = \vec{CD}$

et que $\vec{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

On peut affirmer que $\boxed{\vec{DC}\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}}$

EXERCICE N°3 *Je maîtrise mes cours* *5 points= 5 fois 1pt*

Un musée propose deux tarifs.

- tarif A: chaque entrée coûte 6€.
- tarif B: on paye un abonnement à l'année de 16 € et chaque entrée coûte alors 4€.

La variable x désigne le nombre de fois où un visiteur a fréquenté le musée.

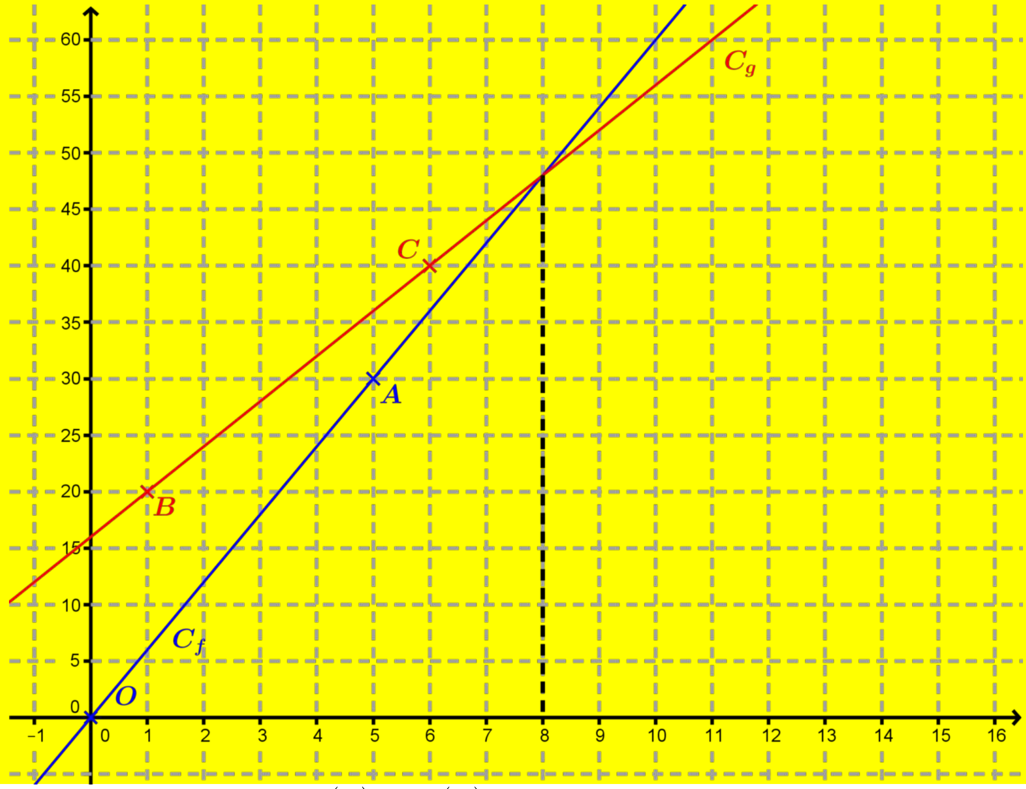
1) Donner l'expression de la fonction f qui modélise le budget annuel pour le musée avec le tarif A, et celle de g pour le tarif B.

On peut écrire :

$\boxed{f(x) = 6x}$ et $\boxed{g(x) = 16+4x}$

2) Représenter ces deux fonctions dans le repère en annexe au dos de cette feuille.

Voir l'annexe



3) Résoudre graphiquement $f(x) > g(x)$;

D'après le graphique, pour $x > 8$, si $M(x ; y_M) \in C_f$ et $N(x ; y_N) \in C_g$ alors $y_M > y_N$ .On en déduit que l'ensemble des solutions est : $\boxed{] 8 ; +\infty [}$

4) Résoudre par le calcul $f(x) > g(x)$.

$$\begin{aligned} & f(x) > g(x) \\ \Leftrightarrow\ & 6x > 16+4x \\ \Leftrightarrow\ & 6x-(16+4x) > 0 \\ \Leftrightarrow\ & 6x-16-4x > 0 \\ \Leftrightarrow\ & 2x-16 > 0 \\ \Leftrightarrow\ & 2x > 16 \\ \Leftrightarrow\ & x > 8 \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de cette inéquation est donc : $\boxed{] 8 ; +\infty [}$

5) Alfred va au musée une fois tous les deux mois. Quel tarif doit-il choisir ?

Alfred va au musée 6 fois par an et $6 \notin] 8 ; +\infty [$ donc $f(6) \leqslant g(6)$.

On en déduit qu'Alfred doit choisir le $\boxed{\textbf{tarif A}}$

EXERCICE N°4 ***Je sais exploiter mes connaissances*** ***5 points***

On se place dans un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$ et on donne le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}$.

On considère les points A , B et C vérifiant les les relations suivantes :

$2\overrightarrow{OA}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}4\\6\end{pmatrix}$; $3\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}9\\3\end{pmatrix}$ et $2\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{OB}=\vec{u}$

Déterminer les coordonnées des points A , B et C .

- $2\overrightarrow{OA}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}4\\6\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{OA}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$

De plus $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}x_A-x_O\\y_A-y_O\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}x_A-0\\y_A-0\end{pmatrix}$ ou encore $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}x_A\\y_A\end{pmatrix}$

1pt

Par identification $\boxed{\boldsymbol{A(2\ ;\ 3)}}$

- $3\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}9\\3\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$

De plus $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-2\\y_B-3\end{pmatrix}$

On en déduit que :

$x_B-2 = 3 \Leftrightarrow x_B = 5$

et :

$y_B-3 = 1 \Leftrightarrow y_B = 4$

2pts

Donc $\boxed{\boldsymbol{B(5\ ;\ 4)}}$

- $2\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{OB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}2(x_C-x_B)-(x_B-x_O)\\2(y_C-y_B)-(y_B-y_O)\end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix}2(x_C-5)-5\\2(y_C-4)-4\end{pmatrix}$

ou encore $\begin{pmatrix}2x_C-15\\2y_C-12\end{pmatrix}$.

De plus $2\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{OB}=\vec{u}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}$

On en déduit que :

$2x_C-15=3 \Leftrightarrow 2x_C = 18 \Leftrightarrow x_C = 9$

et

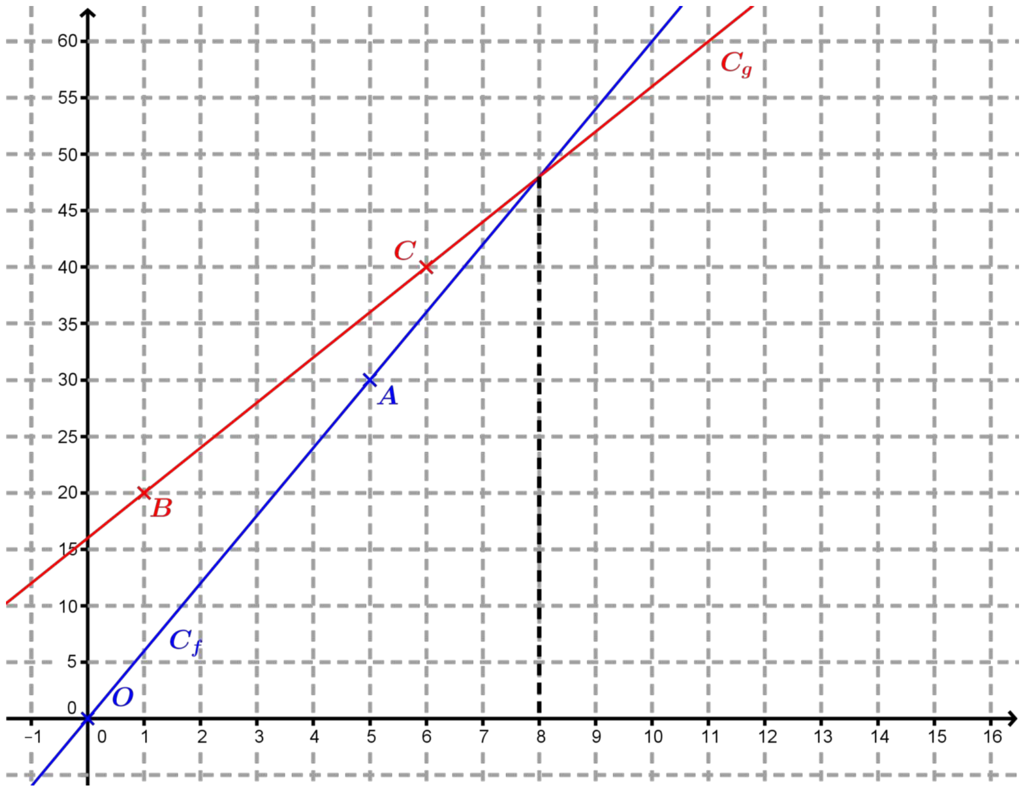
$2y_C-12 = 3 \Leftrightarrow 2y_C = 15 \Leftrightarrow y_C = 7{,}5$

2pts

Donc $\boxed{\boldsymbol{C(9\ ;\ 7{,}5)}}$

ANNEXE

Repère correspondant à la question 2) de l'exercice n°3



Écrire ci-dessous la méthode (les calculs suffisent) qui vous a permis de tracer les représentations graphiques C_f et C_g

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite et pour représenter une droite il suffit d'en connaître deux points.

De plus, un point appartient à une droite si et seulement si ses coordonnées coordonnées vérifient l'équation de cette droite.

Ceci nous conduit aux tableaux suivants :

x	0	5
$f(x)$	0	30
point	$O(0\,;\,0)$	$A(5\,;\,30)$

x	1	6
$g(x)$	20	40
point	$B(1\,;\,20)$	$C(6\,;\,40)$

On a placé les points et tracé les droites.