LA FONCTION INVERSE E03

EXERCICE N°2 Attention à l'ensemble de définition (Le corrigé)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0,1 ; 1]$ par : $f(x) = 2 - 0,1x - \dfrac{0,025}{x}$

1) Montrer que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0,1 ; 1]$:

$f'(x) = \dfrac{-0,1(x-0,5)(x+0,5)}{x^2}$.

D'une part ,

$f(x) = 2 - 0,1x - \dfrac{0,025}{x}$

$f(x) = 2 - 0,1 \times x - 0,025 \times \dfrac{1}{x}$

$f'(x) = 0 - 0,1 - 0,025 \times \dfrac{-1}{x^2}$

$f'(x) = -0,1 + \dfrac{0,025}{x^2}$

D'autre part,

$$\frac{-0,1(x-0,5)(x+0,5)}{x^2} = \frac{-0,1[x^2-0,25]}{x^2} = \frac{-0,1^2+0,025}{x^2} = \frac{-0,1x^2}{x^2}+\frac{0,025}{x^2} = -0,1+\frac{0,025}{x^2}$$

On en déduit que $f'(x) = \dfrac{-0,1(x-0,5)(x+0,5)}{x^2}$

2) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0,1 ; 1]$.

Nous aurons du tableau de signes de la dérivée que nous allons inclure dans le tableau de variation.

- $-0,1$ est toujours négatif,
- $x-0,5 > 0 \Leftrightarrow x > 0,5$ et
- $x+0,5 > 0 \Leftrightarrow x > -0,5$
- x^2 est positif sur $[0,1 ; 1]$

Et là, on fait bien attention à l'ensemble de définition… $[0,1 ; 1]$

x	0,1		0,5		1
$-0,1$		$-$	|	$-$	
$x-0,5$		$-$	0	$+$	
$x+0,5$		$+$	|	$+$	
x^2		$+$		$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	1,74	$\nearrow$	1,9	$\searrow$	1,875

$f(0,1)=1,74$; $f(0,5)=1,9$ et $f(1)=1,875$

Cela nous évite de faire des calculs qui ne sont pas demandés...