DEVOIR SURVEILLÉ N°2

Nom :	***Prénom :***	***Classe :***

EXERCICE N°1 ***(8 points)***

Le coût de production, exprimé en millions d'euros, pour fabriquer q milliers de tonnes d'un produit est donné par : $C(q) = \frac{q^2}{4}+q+4$ où $q \in [1 ; 20]$.

Le coût unitaire de production d'un millier de tonnes, noté $U(q)$, de ce produit lorsque la production est de q milliers de tonnes est donné par $U(q) = \frac{C_M(q)}{q}$

1) Montrer que $U(q) = \frac{q}{4}+1+\frac{4}{q}$ où $q \in [1 ; 20]$.

2) Justifier que $U'(q) = \frac{(q-4)(q+4)}{4q^2}$ où q appartient à l'intervalle $[1 ; 20]$.

3) Étudier le signe de $U'(q)$ sur l'intervalle $[1 ; 20]$ et dresser le tableau de variation de U .

4) L'entreprise décide de choisir le niveau de production à produire qui minimisera son coût unitaire. Déterminer cette production.

EXERCICE N°2 ***(12 points)***

Une entreprise fabrique chaque jour des rouleaux de tissu en coton. La production quotidienne varie entre 1 et 10 kilomètres de tissu. On note x la production de tissu en kilomètres. Le coût total de production, exprimé en euros, de x kilomètres de tissu est donné par la fonction définie pour x appartenant à $[1 ; 10]$ par :

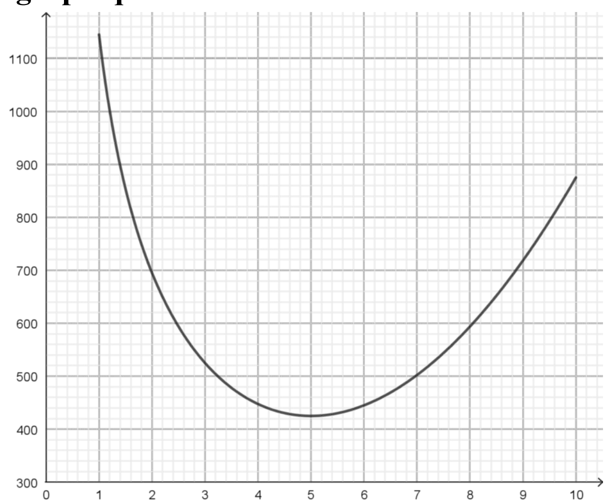
$$C(x) = 15x^3-120x^2+500x+750$$

Partie A : Lectures graphiques

On appelle coût moyen de production la fonction C_M définie sur l'intervalle $[1 ; 10]$ par :

$$C_M(x) = \frac{C(x)}{x}$$

La représentation graphique de la fonction C_M est donnée ci-contre.



1) Donner par lecture graphique une valeur approchée de $C_M(7)$.

2) Déterminer par lecture graphique combien de kilomètres de tissu l'entreprise doit fabriquer pour que le coût moyen de production soit minimal.

Partie B : Calculs

Pour tout x appartenant à l'intervalle $[1 ; 10]$.

3) Montrer que : $C_M(x) = 15x^2-120x+500+\frac{750}{x}$.

4) Démontrer que : $C_M'(x) = \frac{30(x-5)(x^2+x+5)}{x^2}$.

5) Justifier que pour tout x appartenant à l'intervalle $[1 ; 10]$, $x^2+x+5 > 0$.

6) Étudier le signe de $C_M'(x)$ et dresser le tableau de variation de C_M .

7) En déduire la longueur de tissu à produire pour que le coût moyen soit minimal.