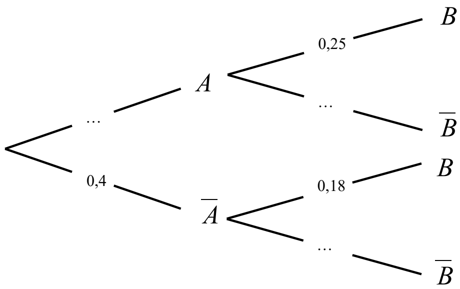
PROBABILITÉS CONDITIONNELLES (LA SUITE) E01

EXERCICE N°1 Utiliser un arbre (Le corrigé)

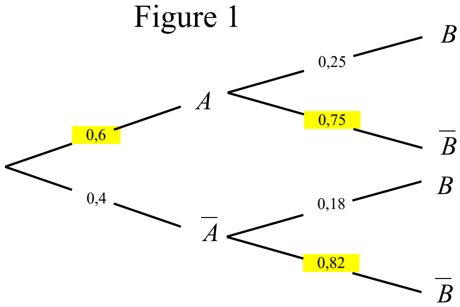
On donne l'arbre de probabilités ci-contre.



1) Reproduire et compléter cet arbre.

Voir la Figure 1

Figure 1



2) Lire $P(A)$.

$\boxed{P(A) = 0{,}6}$

3) Déterminer $P(A \cap B)$.

$P(A \cap B) = 0{,}6 \times 0{,}25$

$\boxed{P(A \cap B) = 0{,}15}$

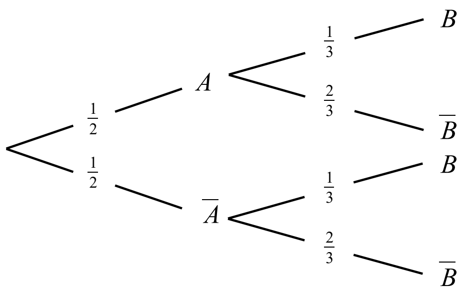
4) On donne $P(B) = 0{,}222$. En déduire $P_B(A)$ arrondie au millième.

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}15}{0{,}222}$$

$\boxed{P_B(A) \approx 0{,}676}$

EXERCICE N°2 *(Le corrigé)*

1) À partir de l'arbre ci-contre, calculer $P(A)\times P_A(B)$ et $P(\overline{A})\times P_{\overline{A}}(B)$.



- $P(A)\times P_A(B) = \frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$

$\boxed{P(A)\times P_A(B) = \frac{1}{6}}$

$P(\overline{A})\times P_{\overline{A}}(B) = \frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$

- $\boxed{P(\overline{A})\times P_{\overline{A}}(B) = \frac{1}{6}}$

2) En déduire $P(B)$

$P(B) = P(A)\times P_A(B) + P(\overline{A})\times P_{\overline{A}}(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$

$\boxed{P(B) = \frac{1}{3}}$

On utilise ici la propriété n°2 (page2)

EXERCICE N°3 Construire un arbre (Le corrigé)

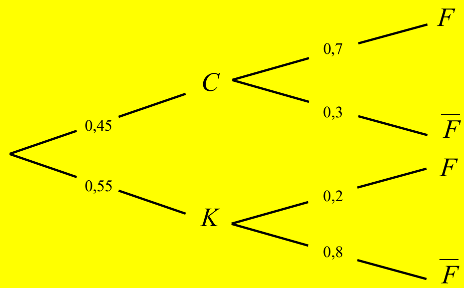
Un panier contient 45 % de citrons et le reste de kiwis. Parmi les citrons,70 % proviennent de France. Parmi les kiwis, 80 % ne proviennent pas de France. On note les événements :

C : « le fruit est un citron ».

K : « le fruit est un kiwi ».

F : « le fruit provient de France ».

1) Décrire la situation par un arbre de probabilités.



On sait que la somme des probabilités doit égaler 1 à chaque nœud.

2) Traduire l'événement « F sachant K» et donner sa probabilité.

« F sachant K» : Le fruit vient de France sachant que c'est un Kiwi.

$\boxed{P_K(F) = 0{,}2}$

3) En déduire $P(K \cap F)$.

$P(K \cap F) = P(K) \times P_K(F) = 0{,}55 \times 0{,}2$

$\boxed{P(K \cap F) = 0{,}11}$

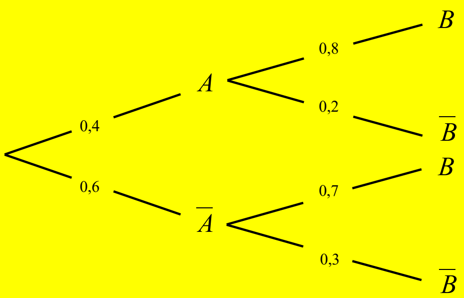
PROBABILITÉS CONDITIONNELLES (LA SUITE) E01

EXERCICE N°4 ***(Le corrigé)***

A et B sont deux événements tels que :

$P(A) = 0{,}4$, $P_A(\overline{B}) = 0{,}2$ et $P_{\overline{A}}(B) = 0{,}7$.

1) Construire un arbre de probabilités à partir des données précédentes.



On sait que la somme des probabilités doit égaler 1 à chaque nœud.

2) Calculer $P(A \cap B)$ et $P(\overline{A} \cap B)$.

- $P(A \cap B) = 0{,}4 \times 0{,}8$

  $\boxed{P(A \cap B) = 0{,}32}$
- $P(\overline{A} \cap B) = 0{,}6 \times 0{,}7$

  $\boxed{P(\overline{A} \cap B) = 0{,}42}$

3) En déduire $P(B)$.

$P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B) = 0{,}32 \times 0{,}42$

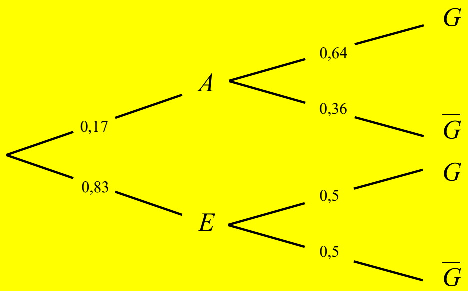
$\boxed{P(B) = 0{,}1344}$

PROBABILITÉS CONDITIONNELLES (LA SUITE) E01

EXERCICE N°5 *Formule des probabilités totales (Le corrigé)*

83 % des élèves d'une classe ont choisi espagnol LV2, les autres ont choisi allemand LV2.
64 % des élèves ayant choisi allemand LV2 sont des garçons contre 50 % ayant choisi espagnol LV2.
On choisit un élève au hasard.
Quelle est la probabilité que ce soit un garçon ?

Notons :
A : « l'élève a choisi Allemand en LV2 »
E : « l'élève a choisi Espagnol en LV2 »
G : « l'élève est un garçon »



$$P(G) = P(A \cap G) + P(E \cap G) = P(A) \times P_A(G) + P(E) \times P_E(G) =$$
$$= 0{,}17 \times 0{,}64 + 0{,}83 \times 0{,}5$$

$\boxed{P(G) = 0{,}5238}$

▪ L'idée est (presque) toujours de représenter la situation par un arbre ou un tableau.
Pourquoi la LV2 avant le sexe ?
Car dans l'énoncé on a « G sachant A » et « G sachant E » mais pas le contraire.
▪ Puis on utilise la propriété n°2

PROBABILITÉS CONDITIONNELLES (LA SUITE) E01

EXERCICE N°6 (Le corrigé)

A et B sont deux événements tels que :

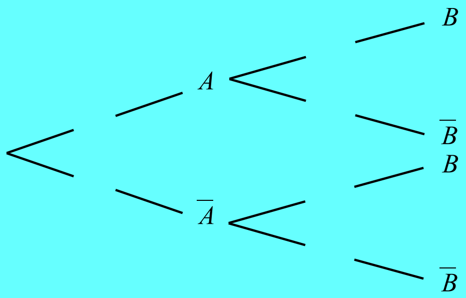
$P(A) = 0{,}5$; $P(\overline{A}) = 0{,}5$; $P_A(B) = 0{,}2$ et $P_{\overline{A}}(B) = 0{,}6$

Calculer $P(B)$.

$P(B) = P(A) \times P_A(B) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(B) = 0{,}5 \times 0{,}2 + 0{,}5 \times 0{,}6 = 0{,}01 + 0{,}3$

$\boxed{P(B) = 0{,}31}$

Encore la propriété n°2...



EXERCICE N°7 (Le corrigé)

Dans un club de football, 80% des licenciés sont des garçons, le reste des filles. Chez les hommes, 75 % sont majeurs. Chez les filles, 25 % sont majeures. On choisit un licencié au hasard.

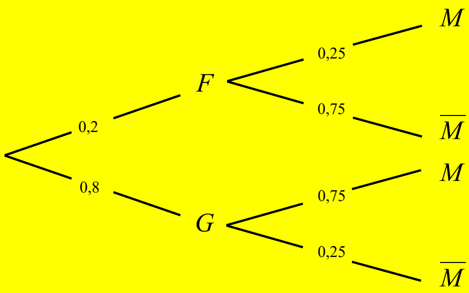
Quelle est la probabilité qu'il soit majeur ?

Notons :

M : « le licencié est majeur »

F : « le licencié est une fille »

G : « le licencié est un garçon »



$$P(M) = P(F \cap M) + P(G \cap M) = P(F) \times P_F(M) + P(G) \times P_G(M) =$$
$$= 0{,}2 \times 0{,}25 + 0{,}8 \times 0{,}75$$

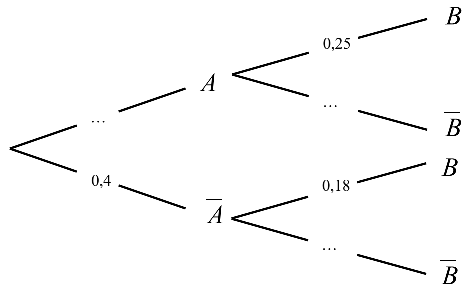
$\boxed{P(G) = 0{,}65}$

▪ L'idée est (presque) toujours de représenter la situation par un arbre ou un tableau.
Pourquoi le sexe avant la majorité ? (Ne vous méprenez pas sur la question, on parle de l'arbre !)
Car dans l'énoncé on a « M sachant F » et « M sachant G » mais pas le contraire.
▪ Puis on utilise la propriété n°2

PROBABILITÉS CONDITIONNELLES (LA SUITE) E01

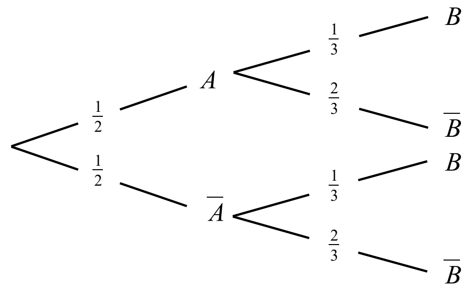
EXERCICE N°1 Utiliser un arbre

On donne l'arbre de probabilités ci-contre.



1) Reproduire et compléter cet arbre.
2) Lire $P(B)$.
3) Déterminer $P(A \cap B)$.
4) On donne $P(B) = 0{,}222$. En déduire $P_B(A)$ arrondie au millième.

EXERCICE N°2



1) À partir de l'arbre ci-contre, calculer $P(A)\times P_A(B)$ et $P(\overline{A})\times P_{\overline{A}}(B)$.

2) En déduire $P(B)$

EXERCICE N°3 Construire un arbre

Un panier contient 45 % de citrons et le reste de kiwis. Parmi les citrons,70 % proviennent de France. Parmi les kiwis, 80 % ne proviennent pas de France. On note les événements :

C : « le fruit est un citron ».
K : « le fruit est un kiwi ».
F : « le fruit provient de France ».

1) Décrire la situation par un arbre de probabilités.
2) Traduire l'événement « F sachant K» et donner sa probabilité.
3) En déduire $P(K \cap F)$.

EXERCICE N°4

A et B sont deux événements tels que :

$P(A) = 0{,}4$, $P_A(\overline{B}) = 0{,}2$ et $P_{\overline{A}}(B) = 0{,}7$.

1) Construire un arbre de probabilités à partir des données précédentes.
2) Calculer $P(A \cap B)$ et $P(\overline{A} \cap B)$.
3) En déduire $P(B)$.

EXERCICE N°5 Formule des probabilités totales

83 % des élèves d'une classe ont choisi espagnol LV2, les autres ont choisi allemand LV2.
64 % des élèves ayant choisi allemand LV2 sont des garçons contre 50 % ayant choisi espagnol LV2.
On choisit un élève au hasard.
Quelle est la probabilité que ce soit un garçon ?

EXERCICE N°6

A et B sont deux événements tels que :

$P(A) = 0{,}5$; $P(\overline{A}) = 0{,}5$; $P_A(B) = 0{,}2$ et $P_{\overline{A}}(B) = 0{,}6$

Calculer $P(B)$.

EXERCICE N°7

Dans un club de football, 80% des licenciés sont des garçons, le reste des filles. Chez les hommes, 75 % sont majeurs. Chez les filles, 25 % sont majeures. On choisit un licencié au hasard.
Quelle est la probabilité qu'il soit majeur ?