

# TABLEAUX CROISÉS, FRÉQUENCES A01

## EXERCICE N°1

Un groupe représentatif de 500 personnes se répartit suivant deux variables catégorielles:

- le sexe (  $A$  : féminin et  $\text{non } A$  : masculin)
- la Profession et Catégorie Socioprofessionnelle (  $PCS$  ) réparties en 4 groupes comme ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F
1		PCS1	PCS2	PCS3	PCS4	Total
2	A	25	125	105	5	260
3	nonA	15	90	130	5	240
4	Total	40	215	235	10	500
5	freq marginale					
6						
7	PCS1 : Agriculteurs, artisans, commerçants et chefs d'entreprise					
8	PCS2 : Cadres, prof. intellectuelles sup., prof. Intermédiaires					
9	PCS3 : Employés, ouvriers					
10	PCS4 : Autres professions ou catégories					

- 1) Calculer la proportion de A dans le total.
- 2) Calculer la proportion de PCS2 parmi les femmes, puis de femmes parmi les PCS2. Obtient-on le même résultat?
- 3) Calculer la fréquence de chacun des 4 groupes de PCS dans l'ensemble. Indiquer la formule à saisir en B5 et recopier jusqu'en E5.
- 4) Calculer la proportion de « A et PCS2 » dans le total. Interpréter le nombre obtenu.
- 5) Calculer la proportion de femmes ou de PCS3 dans le total.

# TABLEAUX CROISÉS, FRÉQUENCES

## I Croisement de deux variables catégorielles

### Définition n°1.

Soit deux variables  $A$  et  $B$  étudiées sur un même ensemble  $E$  d'individus. On peut croiser ces deux variables dans un tableau d'effectifs, à deux entrées.

$Card(A)$  est le nombre d'individus ayant le caractère A.

	$B$	non $B$	Total
$A$	$Card(A \cap B)$	$Card(A \cap \bar{B})$	$Card(A)$
non $A$	$Card(\bar{A} \cap B)$	$Card(\bar{A} \cap \bar{B})$	$Card(\bar{A})$
Total	$Card(B)$	$Card(\bar{B})$	$Card(E)$

### Définition n°2.

- La fréquence de A dans l'ensemble E est  $f(A) = \frac{Card(A)}{Card(E)}$
- Les fréquences marginales en lignes donnent la répartition de la variable A.
- Les fréquences marginales en colonne donnent la répartition de la variable B.
- La fréquence conditionnelle de B dans A est  $f_A(B) = \frac{Card(A \cap B)}{Card(A)}$

# TABLEAUX CROISÉS, FRÉQUENCES

## Exemple n°1.

Un groupe représentatif de 500 personnes se répartit suivant deux variables catégorielles:

- le sexe (  $A$  : féminin et non  $A$  : masculin)
- la Profession et Catégorie Socioprofessionnelle (  $PCS$  ) réparties en 4 groupes comme ci-dessous.

	$PCS\ 1$	$PCS\ 2$	$PCS\ 3$	$PCS\ 4$	Total	Fréquences marginales
$A$	25	125	105	5	260	$\frac{260}{500}=0,52$
non $A$	15	90	130	5	240	$\frac{240}{500}=0,48$
Total	40	215	235	10	500	1
Fréquences marginales	$\frac{40}{500}=0,08$	$\frac{215}{500}=0,43$	$\frac{235}{500}=0,47$	$\frac{10}{500}=0,02$	1	

$PCS1$  : Agriculteurs, artisans, commerçants et chefs d'entreprise

$PCS2$  : Cadres, prof. intellectuelles sup., prof. Intermédiaires

$PCS3$  : Employés, ouvriers

$PCS4$  : Autres professions ou catégories

- Les fréquences marginales en colonnes donnent la répartition des  $PCS$  dans le groupe, indépendamment du sexe des individus. Ainsi, 47% des personnes du groupe sont employés ou ouvriers.

- Les fréquences marginales en lignes donnent la répartition du sexe, indépendamment de la  $PCS$  des individus. Ainsi 52% des personnes du groupe sont des femmes

- La fréquence conditionnelle de la  $PCS3$  dans les personnes de sexe féminin

$$\text{est : } f_A(PCS3) = \frac{Card(A \cap PCS3)}{Card(A)} = \frac{105}{260} = \frac{21}{52} \approx 0,404$$

- La fréquence conditionnelle des femmes dans les  $PCS3$  du groupe est:

$$f_{PCS3}(A) = \frac{Card(A \cap PCS3)}{Card(PCS3)} = \frac{105}{235} = \frac{21}{47} \approx 0,447$$

# TABLEAUX CROISÉS, FRÉQUENCES

## II Les tableaux à connaître

<b>Tableau croisé d'effectifs</b>				La colonne Total donne les effectifs marginaux de la couleur.
<b>X=couleur \ Y=Vin</b>	<b>y<sub>1</sub>=Bordeaux</b>	<b>y<sub>2</sub>=Bourgogne</b>	<b>Total</b>	
x <sub>1</sub> =Blanc	5	4	9	Combien y a-t-il de Blancs ? → 9
x <sub>2</sub> =Rouge	3	7	10	Combien y a-t-il de Rouges ? → 10
Total	8	11	19	
La ligne « Total » donnent les effectifs marginaux du vin. Combien y a-t-il de Bordeaux ? → 8 Combien y a-t-il de Bourgogne ? → 11				Combien y a-t-il de bouteilles ? → 19 Combien y-a-t-il de Bourgognes Rouges ? → 7

# TABLEAUX CROISÉS, FRÉQUENCES E01

## EXERCICE N°1

Une agence de voyage propose à ses 400 clients trois destinations : A, B ou C. Tous les clients choisissent une destination et une seule. La moitié d'entre eux choisit la destination A et 30 % des personnes partent pour la destination B. Une enquête est réalisée à leur retour de voyage. 8 clients du voyage C se déclarent déçus alors que 80 % des clients ayant fait le voyage B sont satisfaits. Par ailleurs, l'enquête a montré que 72 % des personnes étaient satisfaites de leur voyage.

1) Recopier et compléter le tableau croisé d'effectifs suivant.

X=Résultat de l'enquête \ Y=Destination	$y_1=A$	$y_2=B$	$y_3=C$	Total
$x_1$ =Clients satisfaits				
$x_2$ =Clients déçus				
Total				

2) Donner  $\text{Card}(x_1 \cap y_3)$  En donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.

3) Quel est l'effectif des clients ayant fait le voyage B et étant déçus ?

4) Quel est l'effectif marginal de  $x_2$  ? En donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.

# TABLEAUX CROISÉS, FRÉQUENCES E01

## EXERCICE N°2

Un club de tennis propose, en plus de l'accès à ses terrains, des cours collectifs. Une étude sur le profil de ses membres est en partie consignée dans le tableau croisé d'effectifs ci-dessous.

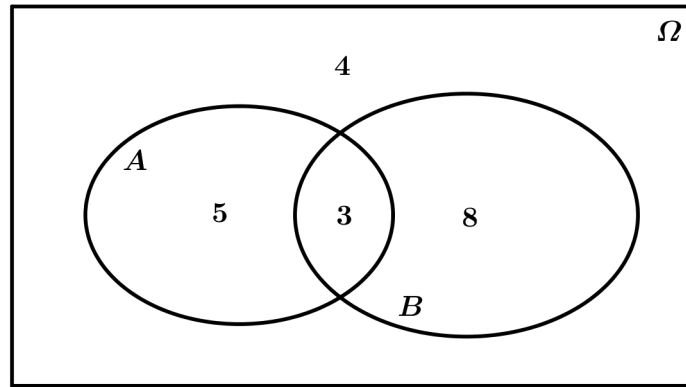
Y=Cours collectifs		$y_1$ =OUI	$y_2$ =NON	Total
X=Sexe				
	$x_1$ =Hommes	91		
	$x_2$ =Femmes		98	
	Total			280

- 1) On sait que 65 % des membres sont des hommes. Recopier et compléter le tableau.
- 2) Donner  $\text{Card}(x_2 \cap y_1)$  . En donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.
- 3) Quel est l'effectif des hommes inscrits au club et ne prenant pas de cours collectifs?
- 4) Quel est l'effectif marginal de  $y_1$  , ? En donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.

## TABLEAUX CROISÉS, FRÉQUENCES E01

### EXERCICE N°3

On donne le diagramme de Venn ci-dessous



- 1) Faire le tableau croisé d'effectifs correspondant.
- 2) Quel est l'effectif total ?
- 3) Quel est l'effectif de l'événement A ?

## ***TABLEAUX CROISÉS, FRÉQUENCES***

**Tableau des fréquences par rapport à l'effectif global**

Y=Vin X=couleur	y <sub>1</sub> =Bordeaux	y <sub>2</sub> =Bourgogne	Total
x <sub>1</sub> =Blanc	$\frac{5}{19} \approx 0,26$	$\frac{4}{19} \approx 0,21$	$\frac{9}{19} \approx 0,47$
x <sub>2</sub> =Rouge	$\frac{3}{19} \approx 0,16$	$\frac{7}{19} \approx 0,37$	$\frac{10}{19} \approx 0,53$
Total	$\frac{8}{19} \approx 0,42$	$\frac{11}{19} \approx 0,58$	1

La colonne Total donne les fréquences marginales de la couleur.

Quelle est la fréquence de Blanc parmi l'ensemble des bouteilles ?

→ environ 0,47 ou 47 %

Quelle est la proportion de Rouge parmi l'ensemble des bouteilles ?

→ environ 0,53 ou 53 %

La ligne « Total » donnent les fréquences marginales du vin.

Quelle est la proportion de Bordeaux parmi l'ensemble des bouteilles ? → environ 42 %

Quelle est la fréquence des Bourgogne parmi l'ensemble des bouteilles ? → environ 58 %

Quelle est La fréquence (conjointe) des Bourgogne Rouges parmi l'ensemble des bouteilles ?

→ environ 37 %



## TABLEAUX CROISÉS, FRÉQUENCES E02

### EXERCICE N°1

Le tableau suivant donne les effectifs des classes de première au lycée de Lens.

X=Filières Y=Sexe	y <sub>1</sub> =Filles	y <sub>2</sub> =Garçons	Total
x <sub>1</sub> = 1 <sup>ère</sup> STMG	54	90	144
x <sub>2</sub> = 1 <sup>ère</sup> ST2S	59	18	77
x <sub>3</sub> = 1 <sup>ère</sup> STI2D	27	72	99
x <sub>4</sub> = 1 <sup>ère</sup> STL	60	18	78
x <sub>5</sub> = 1 <sup>ère</sup> STD2A	34	18	52
Total	234	216	450

- 1) Construire le tableau des fréquences par rapport à l'effectif global.
- 2) Quel est le pourcentage de filles en 1<sup>ère</sup> STI2D?
- 3) Donner  $\text{Card}(x_4 \cap y_2)$ . En donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.
- 4) Quel est le pourcentage d'élèves en 1<sup>ère</sup> ST2S?

## ***TABLEAUX CROISÉS, FRÉQUENCES E02***

### **EXERCICE N°2**

Des chercheurs tentent de comprendre pourquoi certaines personnes sont plus vulnérables que d'autres à une maladie. Ils ont mené une étude sur le lien entre l'état dépressif et les antécédents familiaux sur des patients. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant.

	Avec antécédents	Sans antécédents	TOTAL
Patients malades	456	308	
Patients non malades	76	160	
TOTAL			

- 1) Après avoir recopié et complété le tableau précédent, construire le tableau des fréquences par rapport à l'effectif global.
- 2) Quel est le pourcentage des patients non malades avec antécédents ?
- 3) Donner une interprétation du nombre « 160 » dans le contexte de l'exercice.
- 4) Comparer les deux résultats précédents.

## TABLEAUX CROISÉS, FRÉQUENCES E02

### EXERCICE N°3

Durant l'année 2018, la Tour Eiffel a été visitée par plus de 7 millions de personnes.

Plus de 75 % des visiteurs sont des étrangers.

Parmi les étrangers, les  $\frac{3}{4}$  accèdent au troisième étage.  $\frac{2}{3}$  des Français restent au deuxième étage.

- 1) Quel est le nombre de visiteurs journaliers de la Tour Eiffel ? Arrondir à l'unité.
- 2) Recopier et compléter le tableau croisé d'effectifs du nombre de personnes visitant quotidiennement la Tour Eiffel.

	nombre de personnes visitant le deuxième étage	nombre de personnes visitant le troisième étage	Total
Étrangers			
Français			
Total			

- 3) Quel est l'effectif le plus important au deuxième étage? Les Français ou les étrangers?
- 4) Établir le tableau des fréquences par rapport à l'effectif global.
- 5) Quel est le pourcentage des personnes françaises visitant le 3<sup>e</sup> étage de la Tour Eiffel par rapport à l'effectif global ?

## ***TABLEAUX CROISÉS, FRÉQUENCES***

**Un tableau des fréquences conditionnelles**

Y=vin	y <sub>1</sub> =Bordeaux	y <sub>2</sub> =Bourgogne	Total
x <sub>2</sub> =Rouge	$\frac{3}{10}=0,3$	$\frac{7}{10}=0,7$	$\frac{10}{10}=1$

Ici, on a les fréquences conditionnelles du vin sachant qu'il est rouge.(Y sachant x<sub>2</sub>)

On pourrait de même construire les tableaux pour :

(Y sachant x<sub>1</sub>) , (X sachant y<sub>1</sub>) et (X sachant y<sub>2</sub>)

Quelle est proportion de Bordeaux parmi les vins rouges ?

→  $f_{x_2}(y_1)=\frac{Card(y_1 \cap x_2)}{Card(x_2)}= 0,3$  ou 30 %

Quelle est la fréquence des Bourgogne Rouges ?

→  $f_{x_2}(y_2)=\frac{Card(y_2 \cap x_2)}{Card(x_2)}= 0,7$  ou 70 %

Pour (Y sachant x<sub>2</sub>)

On a restreint le tableau à la ligne rouge.

Voir le tableau croisé des effectifs.

# ***TABLEAUX CROISÉS, FRÉQUENCES E03***

## ***EXERCICE N°1***

[tableaux](#)

Lors d'une compétition de tennis, on a relevé que sur 126 compétiteurs, 46 sont des femmes. Parmi ces femmes, 21 sont classées. Parmi les compétiteurs hommes, 53 sont classés.

- 1) Construire un tableau croisé d'effectifs contenant les effectifs marginaux.
- 2) Donner le tableau des fréquences conditionnelles du classement par rapport aux hommes.
- 3) Comment peut-on interpréter ce tableau?

# ***TABLEAUX CROISÉS, FRÉQUENCES E03***

## **EXERCICE N°2**

[Tableaux](#)

Dans une entreprise, on interroge 125 personnes sur leur lieu de travail : 25 sont dans des bureaux, 58 sont à l'atelier, les autres ailleurs. On les interroge aussi sur leurs conditions de travail. Ils ont le choix entre trois réponses : satisfait, mécontent, indifférent. Dans l'entreprise, 92 sont satisfaits. Dans les bureaux, 20 sont satisfaits et 1 indifférent. Dans l'atelier, 10 sont mécontents. À l'atelier, il y a 3 fois moins de mécontents que de satisfaits. Tous les gens travaillant ailleurs sont satisfaits.

- 1) Construire un tableau croisé d'effectifs contenant les effectifs marginaux.
- 2) Donner le tableau des fréquences conditionnelles des personnes mécontentes par rapport à leur lieu de travail (arrondir à 0,01 près).
- 3) Interpréter ce tableau dans le contexte de l'exercice.

# TABLEAUX CROISÉS, FRÉQUENCES E03

## EXERCICE N°3

[Tableaux](#)

Un groupe de 30 personnes entre dans un restaurant Les personnes prennent :

- soit un plat, soit un plat et un dessert ;
- soit un plat, un dessert et un café ;
- soit un plat et un café.

1/3 des personnes ne commandent pas de dessert.

En revanche, 80 % d'entre elles vont prendre un café.

Une personne ne prend pas de café, mais un dessert.

Soit  $C$  et  $D$  les événements :

- $C$  : « Les personnes prennent un café » ;
- $D$  : « Les personnes prennent un dessert ».

1) Reproduire et compléter le tableau croisé d'effectifs suivant.

	$C$	$\bar{C}$	Total
$D$			
$\bar{D}$			
Total			

2) Donner  $\text{Card}(C \cap D)$  . En donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.

3) Établir le tableau des fréquences conditionnelles des personnes mangeant dans le restaurant rapport à celles prenant un café.

4) Parmi les personnes prenant un café, quel est le pourcentage des personnes ne prenant pas de dessert?

# TABLEAUX CROISÉS, FRÉQUENCES E04

## EXERCICE N°1

Dans le Tableau de l'économie française (TEF), publié par l'Insee, on a le tableau suivant.

Ancienneté dans l'entreprise par secteur d'activité en 2016 en%			
	Moins d'un an d'ancienneté	10 ans ou plus d'ancienneté	Ensemble en milliers
Agriculture	8,9	57	857
Industrie	7,3	50,2	3837
Construction	11,3	35,6	1699
Tertiaire	11,4	45,3	20191
<b>Ensemble</b>	<b>10,9</b>	<b>45,4</b>	<b>26584</b>

- 1) Calculer l'effectif des salariés ayant moins d'un an d'ancienneté dans l'entreprise.
- 2) Interpréter les nombres 11,3 et 1699 de ce tableau.
- 3) Calculer l'effectif des salariés du secteur construction ayant moins de 10 ans d'ancienneté.
- 4) Calculer l'effectif total des salariés dont l'ancienneté est d'un an, ou plus, et de moins de 10 ans.



## TABLEAUX CROISÉS, FRÉQUENCES E04

### EXERCICE N°2      Tableur

Dans un club de sport, on connaît les effectifs des adhérents pour chaque discipline.

	A	B	C	D	E	F
1		De 16 à 18	De 19 à 25	De 26 à 35	Plus de 35	Total
2	Vélo	6	14	20	15	
3	Aqua-Gym	4	9	18	35	
4	Step	2	5	12	10	
5	Total					

- 1) Combien d'adhérents pratiquent le vélo?
- 2) Quel est le nombre d'adhérents de plus de 35 ans ?
- 3) Quelle formule saisir pour obtenir ce nombre et dans quelle cellule?
- 4) Combien d'adhérents de moins de 26 ans sont inscrits à l'aqua-gym?
- 5) Recopier et compléter le tableau par les effectifs marginaux.(On pourra utiliser un tableur).

## TABLEAUX CROISÉS, FRÉQUENCES E04

### EXERCICE N°3      Tableur

Dans les théâtres nationaux, une partie billets sont plein tarif. Ci-dessous le tableau fréquentations en 2015-2016, en milliers, suivant le type de billet.

	A	B	C	D	E	F
1		<u>com.fran</u>	<b>Chaillot</b>	<u>LaColline</u>	<b>Odéon</b>	<u>TN.Stras.</u>
2	<b>plein tarif</b>	215	18	11	52	2
3	<b>autres</b>	139	96	92	141	53

- 1) Déterminer la proportion de billets plein tarif à la Comédie française (com.fran).
- 2) La fréquentation totale de ces cinq théâtres de 819 000 personnes. Quelle part représente le Théâtre National de Strasbourg (TNS)? Le thé de l'Odéon?
- 3) Pour chaque théâtre, calculer la fréquence marginale de billets plein tarif.
- 4) En déduire le théâtre où la fréquence de billet plein tarif est la plus grande.
- 5) Classer les théâtres suivant cette fréquence.