

CALCUL LITTÉRAL E01C

EXERCICE N°3 On panique (ou pas) (Le corrigé)

Développer et réduire les expressions suivantes :

1) $(a+b)^3$

2) $(a-b)^3$

3) $(a+b+c)^2$

1)

$$\begin{aligned} & (a+b)^3 \\ &= (a+b)(a+b)^2 \\ &= a(a+b)^2 + b(a+b)^2 = a(a^2+2ab+b^2) + b(a^2+2ab+b^2) \\ &= a^3+2a^2b+ab^2 + ba^2+2ab^2+b^3 \\ &= a^3 + 2a^2b+ba^2 + 2ab^2+ab^2 + b^3 \\ &= a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \end{aligned}$$

On se ramène à ce que l'on sait faire...

2)

$$\begin{aligned} & (a-b)^3 \\ &= (a-b)(a-b)^2 \\ &= a(a-b)^2 - b(a-b)^2 = a(a^2-2ab+b^2) - b(a^2-2ab+b^2) \\ &= a^3-2a^2b+ab^2 - ba^2+2ab^2-b^3 \\ &= a^3 - 2a^2b-ba^2 + 2ab^2+ab^2 - b^3 \\ &= a^3-3a^2b+3ab^2-b^3 \end{aligned}$$

On fait bien attention aux signes.

3)

$$\begin{aligned} & (a+b+c)^2 \quad (= (A+B)^2) \\ &= \underbrace{a}_A + \underbrace{(b+c)}_B \\ &= \underbrace{a^2}_{A^2} + \underbrace{2a(b+c)}_{2AB} + \underbrace{(b+c)^2}_{B^2} \\ &= a^2+2ab+2ac + b^2+2bc+c^2 \\ &= a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc \end{aligned}$$

On remarque que l'on peut utiliser « une triple distributivité » :

$$(a+b+c)^2 = (a+b+c)(a+b+c)$$