CALCUL LITTÉRAL M02

EXERCICE N°1 *Avec un facteur commun* VOIR LE CORRIGÉ

Factoriser les expressions suivantes :

$A=7x(x-5)+7x(3+5x)$

$B=(3x+2)(6+x)-(4x-1)(3x+2)$

$C=(15x-4)^2+(15x-4)$

$D=10x(3x+1)+15x(7+x)$

EXERCICE N°2 *Avec une identité remarquable* VOIR LE CORRIGÉ

Factoriser les expressions suivantes :

$A=16x^2+16x+4$

$B=112x+64+49x^2$

$C=81x^2-72x+16$

$D=0{,}64x^2+0{,}25-0{,}8x$

$E=36-25x^2$

$F=(3{,}2x-7)^2-(5+3x)^2$

EXERCICE N°3 *On mélange* VOIR LE CORRIGÉ

Factoriser les expressions suivantes :

$A=16x^2+16x+4-(3x-4)(4x+2)$

$B=(2-5x)(3x+7)+(5x-2)(4x-2)$

$C=(8x+4)(4x-1)-(2x+1)(4+3x)$

$D=(7x-1)^2-(7x-1)(3x+4)+(7x-1)^3$

EXERCICE N°1 Avec un facteur commun (Le corrigé)

RETOUR À L'EXERCICE N°1

Factoriser les expressions suivantes :

$A=7x(x-5)+7x(3+5x)$ $B=(3x+2)(6+x)-(4x-1)(3x+2)$

$C=(15x-4)^2+(15x-4)$ $D=10x(3x+1)+15x(7+x)$

$A = \underbrace{7x(x-5)+7x(3+5x)}_{ka+kb}$

▪ Cette expression est une somme de deux termes : $\underbrace{7x(x-5)}_{ka}$ et $\underbrace{7x(3+5x)}_{kb}$

▪ Chacun de ces termes peut être considéré comme un produit :

$9x(x-3)$ est le produit des deux facteurs $\underbrace{7x}_{k}$ et $\underbrace{x-5}_{a}$

$7x(3+5x)$ est le produit des deux facteurs $\underbrace{7x}_{k}$ et $\underbrace{3+5x}_{b}$

▪ Chacun de ces produits a, en commun, le facteur $7x$

$A = \underbrace{7x[(x-5)+(3+5x)]}_{k(a+b)}$ (L1)

▪ On est bien passé de $ka+kb$ à $k(a+b)$

▪ Les parenthèses entourant $x-5$ et $3+5x$ ne semblent, ici, pas nécessaires.

$A = 7x[x-5+3+5x]$

▪ En réalité, on a appliqué deux fois la règle de collège : « Si une parenthèse est précédée du signe + alors on peut supprimer les parenthèses sans rien chager ».

$A = 7x[6x-2]$ (L2)

▪ Enfin, on a réduit l'expression entre crochets.

… crochets que l'on peut transformer en parenthèses puisqu'ils ont la même signification.

$A = 7x(6x-2)$

(L1) et (L2) ne sont pas obligatoires sur une copie.

$\boxed{A = 14x(3x-1)}$

Parfois, comme ici, il est possible de « factoriser un peu plus » :

$6x-2 = 2(3x-1)$ et $2\times 7x=14x$

$B = (3x+2)(6+x)-(4x-1)(3x+2)$

$B = (3x+2)[(6+x)-(4x-1)]$ (L1)

▪ Cette fois, $k = 3x+2$, $a = 6+x$ et $b = 4x-1$

$B = (3x+2)[6+x-4x+1]$ (L2)

▪ Observez bien les changements de signe entre (L1) et (L2)

On a pas changé $6+x$ car les parenthèses étaitent précédées d'un « + » (caché).

Par contre, on a changé les signes dans les secondes parenthèses car elles étaitent précédées du signe « - ».

$\boxed{B = (3x+2)(-3x+7)}$

▪ Enfin, on a réduit l'expression entre crochets que l'on a transformés en parenthèses.

$C = (15x-4)^2+(15x-4)$

$C = (15x-4)(15x-4)+(15x-4)\times 1$ (L1)

▪ On a fait apparaître clairement les deux produits :

$(15x-4)^2 = (15x-4)(15x-4)$ et

$15x-4 = (15x-4)\times 1$ (ben oui, multiplier une expression par 1 ne change rien mais ce n'est pas toujours inutile…)

$C = (15x-4)[(15x-4)+1]$

▪ Cette fois, $k = 11x-3$, $a = 15x-4$ et $b = 1$

$\boxed{C = (15x-4)(15x-3)}$

▪ On a supprimé les parenthèses dans les crochets, reduit l'expression obtenue et transformé les corchets en parenthèses.

▪ (L1) n’est pas obligatoire sur une copie.

$D = 10x(3x+1)+15x(7+x)$

$D = 5x\times 2(3x+1)+5x\times 3(7+x)$ (L1)

▪ On a fait apparaître $k = 5x$ et on a obtenu $a = 2(3x+1)$ et $b = 3(7+x)$

$D = 5x[2(3x+1)+3(7+x)]$

$D = 5x[6x+2 + 21+3x]$ (L2)

▪ On a développé l’expression à l’intérieur des crochets

$\boxed{D = 5x(9x+23)}$

▪ Enfin, on a réduit l’expression entre crochets que l’on a transformés en parenthèses.

▪ (L1) et (L2) ne sont pas obligatoires sur une copie.

CALCUL LITTÉRAL M02C

EXERCICE N°2 *Avec une identité remarquable (Le corrigé)*

RETOUR À L'EXERCICE 2

Factoriser les expressions suivantes :

$A=16x^2+16x+4$ $\quad B=112x+64+49x^2$ $\quad C=81x^2-72x+16$

$D=0{,}64x^2+0{,}25-0{,}8x$ $\quad E=36-25x^2$ $\quad F=(3{,}2x-7)^2-(5+3x)^2$

$A = 16x^2+16x+4$

▪ On ne repère pas de facteur commun, on pense donc aux identités remarquables …

▪ Trois termes, que des « + » … on se dirige vers la première : $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

Visiblement $a^2 = 16x^2$ donc $a = 4x$ et $b^2 = 4$ donc $b = 2$

vérifions qu'alors $2ab = 16x$: $2\times4x\times2 = 16x$ ouf :) .

$\boxed{A = (4x+2)^2}$

Hé mais pourquoi on ne pouvait pas prendre $a = -4x$ ou $b = -2$???

En fait, on pouvait prendre $a = -4x$ ET $b = -2$

En effet $(-4x-2)^2 = ((-1)(4x+2))^2 = (-1)^2(4x+2)^2 = (4x+2)^2$

Par contre, on ne pouvait pas « mélanger les signes » : $a = -4x$ et $b = 2$ ou le contraire car dans ces cas, on aurait obtenu $2ab = -16x$ et pas $16x$.

▪ Bon, on va juste retenir qu'on ne s'amuse à mettre des « - » pour a et b …

$B = 112x+64+49x^2$

▪ On ne repère pas de facteur commun, on pense donc aux identités remarquables …

$B = 49x^2+112x+64$

▪ On ordonne selon les puissances décroissante de l'inconnue… « les x^2 puis les x puis les constantes »…

$\boxed{B = (7x+8)^2}$

▪ On a suivi le même raisonnement qu'au A .

(On a bien pensé à vérifier que $2ab = 112x$)

$C = 81x^2-72x+16$

▪ On ne repère pas de facteur commun, on pense donc aux identités remarquables …

▪ Trois termes, un « - » … on se dirige vers la deuxième: $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

$\boxed{C = (9x-4)^2}$

▪ On a suivi le même raisonnement qu'au A .

(On a bien pensé à vérifier que $2ab = 72x$)

$D = 0{,}64x^2+0{,}25-0{,}8x$

▪ On ne repère pas de facteur commun, on pense donc aux identités remarquables …

$D = 0{,}64x^2-0{,}8x+0{,}25$

▪ On ordonne selon les puissances décroissante de l'inconnue

$\boxed{D = (0{,}8x-0{,}5)^2}$

▪ On a suivi le même raisonnement qu'au A .

(On a bien pensé à vérifier que $2ab = 0{,}8x$)

$E = 36-25x^2$

▪ On ne repère pas de facteur commun, on pense donc aux identités remarquables …

▪ Deux termes, un « - » … on se dirige vers la troisième: $(a-b)(a+b) = a^2-b^2$

36 est « devant le - », c'est donc a^2 donc $a = 6$

$25x^2$ est « après le - », c'est donc b^2 donc $b = 5x$

$\boxed{E = (6-5x)(6+5x)}$

$F = (3{,}2x-7)^2-(5+3x)^2$

▪ On ne repère pas de facteur commun, on pense donc aux identités remarquables …

▪ Deux termes, un « - » … on se dirige vers la troisième: $(a-b)(a+b) = a^2-b^2$

$(3{,}2x-7)^2$ est « devant le - », c'est donc a^2 donc $a = 3{,}2x-7$

$(5+3x)^2$ est « après le - », c'est donc b^2 donc $b = 5+3x$

$F = [(3{,}2x-7) - (5+3x)]\,[(3{,}2x-7) + (5+3x)]$

$F = [3{,}2x-7-5-3x]\,[3{,}2x-7+5+3x]$

▪ On a bien fait attention aux éventuels changement de signe en supprimant les parenthèses.

$F = (0{,}2x-12)(6{,}2x+2)$

Vous pouvez vous arrêter à la ligne précédente sur une copie.

$F = 2(0{,}1x-6)\times 2(3{,}1x+1)$

$\boxed{F = 4(0{,}1x-6)(3{,}1x+1)}$

EXERCICE N°3 On mélange (Le corrigé)

RETOUR À L'EXERCICE 3

Factoriser les expressions suivantes :

$A=16x^2+16x+4-(3x-4)(4x+2)$

$B=(2-5x)(3x+7)+(5x-2)(4x-2)$

$C=(8x+4)(4x-1)-(2x+1)(4+3x)$

$D=(7x-1)^2-(7x-1)(3x+4)+(7x-1)^3$

$A = \underbrace{16x^2+16x+4}_{a^2+2ab+b^2}-(3x-4)(4x+2)$

$A = (4x+2)^2-(3x-4)(4x+2)$

$A = \underbrace{(4x+2)}_{k}\underbrace{(4x+2)}_{a}-\underbrace{(3x-4)}_{b}\underbrace{(4x+2)}_{k}$

$A = \underbrace{(4x+2)}_{k}[\underbrace{(4x+2)-(3x-4)}_{a-b}]$

$A = (4x+2)(4x+2-3x+4)$

$A = (4x+2)(x+6)$

$\boxed{A = 2(2x+1)(x+6)}$

$B = (2-5x)(3x+7)+(5x-2)(4x-2)$

$2-5x$ et $5x-2$ se « ressemblent » : $2-5x = -(5x-2)$

$B = -(5x-2)(3x+7)+(5x-2)(4x-2)$

$B = (5x-2)\times(-(3x+7))+(5x-2)(4x-2)$

$B = (5x-2)[-(3x+7)+(4x-2)]$

$B = (5x-2)[-3x-7+4x-2]$

$\boxed{B = (5x-2)(x-9)}$

$C = (8x+4)(4x-1)-(2x+1)(4+3x)$

$C = 4(2x+1)(4x-1)-(2x+1)(4+3x)$

$C = (2x+1)[4(4x-1)-(4+3x)]$

$C = (2x+1)[16x-4-4-3x]$

$\boxed{C = (2x+1)(13x-8)}$

$D = (7x-1)^2-(7x-1)(3x+4)+(7x-1)^3$

Ici, on a trois termes (qui sont des produits) : $(7x-1)^2$, $(7x-1)(3x+4)$ et $(7x-1)^3$

Il nous faut donc un facteur commun à tous les produits .

$D = (7x-1)[(7x-1)-(3x+4)+(7x-1)^2]$

Observez bien les exposants qui ont changé.

$D = (7x-1)[7x-1 \ -3x-4 \ + \ 49x^2-14x+1]$

$\boxed{D = (7x-1)(49x^2-10x-4)}$

On pourrait aller plus loin et factoriser $49x^2-10x-4$ mais cela n'est pas au programme (paru en 2019) de seconde.

Pour les curieux : $D = 49(7x-1)\left(x-\frac{5+\sqrt{221}}{49}\right)\left(x-\frac{5-\sqrt{221}}{49}\right)$