FONCTIONS AFFINES ET INÉQUATIONS E03

EXERCICE N°1 ***(Le corrigé)***

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $3x+2>7$

$$\begin{aligned} & 3x+2 > 7 \\ \Leftrightarrow\ & 3x+2-2 > 7-2 \quad (*) \\ \Leftrightarrow\ & 3x > 5 \\ \Leftrightarrow\ & \frac{3x}{3} > \frac{5}{3} \quad (*) \\ \Leftrightarrow\ & x > \frac{5}{3} \end{aligned}$$

En notant S l'ensemble des solutions,

$$\boxed{S=\left]\frac{5}{3}\ ;\ +\infty\right[}$$

2) $-x+9\geqslant -2$

$$\begin{aligned} & -x+9 \geqslant -2 \\ \Leftrightarrow\ & -x+9-9 \geqslant -2-9 \quad (*) \\ \Leftrightarrow\ & -x \geqslant -11 \\ \Leftrightarrow\ & \frac{-x}{-1} \leqslant \frac{-11}{-1} \quad (*) \\ \Leftrightarrow\ & x \leqslant 11 \end{aligned}$$

En notant S l'ensemble des solutions,

$$\boxed{S=]-\infty\ ;\ 11]}$$

3) $\frac{3x}{2}\leqslant 9$

$$\begin{aligned} & \frac{3x}{2} \leqslant 9 \\ \Leftrightarrow\ & \frac{\frac{3x}{2}}{\frac{3}{2}} \leqslant \frac{9}{\frac{3}{2}} \quad (*) \\ \Leftrightarrow\ & x \leqslant 9\times\frac{2}{3}=6 \end{aligned}$$

En notant S l'ensemble des solutions,

$$\boxed{S=]-\infty\ ;\ 6]}$$

Les lignes (*) ne sont pas obligatoires à écrire mais elles sont très importantes car c'est là qu'on vérifie si on change le sens de l'inégalité ou pas.

FONCTIONS AFFINES ET INÉQUATIONS E03

EXERCICE N°2 *(Le corrigé)*

Dans chaque cas, le nombre a est-il une solution de l'inéquation proposée ?

1) $x+4>5x-7$ $\qquad a=-3$

Pour $x = a = -3$:
D'une part : $-3+4=1$ et d'autre part : $5\times(-3)-7 = -22$
Or : $1 > -22$
Donc $\boxed{-3 \text{ est une solution de cette inéquation}}$

2) $3x-\frac{2}{3}\leqslant\frac{1}{2}x+4$ $\qquad a=2$

Pour $x = a = 2$:
D'une part : $3\times 2-\frac{2}{3}=\frac{16}{3}$ et d'autre part : $\frac{1}{2}\times 2+4 = 5$
Or : $\frac{16}{3}$ n'est pas inférieur ou égal à 5.
Donc $\boxed{2 \text{ n'est pas une solution de cette inéquation}}$

3) $x+4<10x-7$ $\qquad a=8$

Pour $x = a = 8$:
D'une part : $8+4=12$ et d'autre part : $10\times 8-7 = 73$
Or : $12 < 73$
Donc $\boxed{8 \text{ est une solution de cette inéquation}}$

Fonctions affines et inéquations E03

EXERCICE N°3 (Le corrigé)

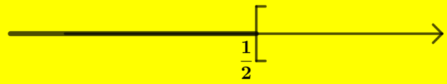
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes et représenter l'ensemble des solutions sur une droite graduée.

1) $4x-3 \geqslant 2x+5$

$$
\begin{aligned}
& 4x-3 \geqslant 2x+5 \\
\Leftrightarrow\ & 4x-3-(2x+5) \geqslant 2x+5-(2x+5) \quad (*) \\
\Leftrightarrow\ & 4x-3-2x-5 \geqslant 0 \\
\Leftrightarrow\ & 2x-8 \geqslant 0 \quad (**) \\
\Leftrightarrow\ & 2x \geqslant 8 \\
\Leftrightarrow\ & x \geqslant 4
\end{aligned}
$$

2) $2+x<3-x$

$$
\begin{aligned}
& 2+x < 3-x \\
\Leftrightarrow\ & 2+x-(3-x) < 3-x-(3-x) \quad (*) \\
\Leftrightarrow\ & 2+x-3+x < 0 \\
\Leftrightarrow\ & 2x-1 < 0 \quad (**) \\
\Leftrightarrow\ & 2x < 1 \\
\Leftrightarrow\ & x < \frac{1}{2}
\end{aligned}
$$



3) $5+x>3+x$

$$
\begin{aligned}
& 5+x > 3+x \\
\Leftrightarrow\ & 5+x-(3+x) > 3+x-(3+x) \quad (*) \\
\Leftrightarrow\ & 5+x-3-x > 0 \\
\Leftrightarrow\ & 2 > 0
\end{aligned}
$$

Cette dernière inégalité est toujours vraie.

4) $3-4x \leqslant 5+6x$

$$
\begin{aligned}
& 3-4x < 5+6x \\
\Leftrightarrow\ & 3-4x-(5+6x) < 5+6x-(5+6x) \quad (*) \\
\Leftrightarrow\ & 3-4x-5-6x < 0 \\
\Leftrightarrow\ & -10x-2 < 0 \quad (**) \\
\Leftrightarrow\ & -10x < 2 \\
\Leftrightarrow\ & x > \frac{2}{-10} = -0{,}2
\end{aligned}
$$

(*) On procède comme pour les équations et le sens de l'inégalité ne change pas car on soustrait un même nombre (ici c'est l'expression en bleue) à chaque membre.
(**) À partir de là, on procède comme dans l'exercice n°1. Regardez bien les éventuelles changement de sens d'inégalités (en bleu).

On pourrait faire une question 3 bis

$$
\begin{aligned}
& -5+x > 3+x \\
\Leftrightarrow\ & -5+x-(3+x) > 3+x-(3+x) \quad (*) \\
\Leftrightarrow\ & -5+x-3-x > 0 \\
\Leftrightarrow\ & -8 > 0
\end{aligned}
$$

Cette dernière inégalité est toujours fausse.
Donc cette inéquation n'admet

$\boxed{\text{aucune solution}}$

EXERCICE N°4 (Le corrigé)

Le périmètre d'un rectangle est inférieur à $24\ cm$ et sa longueur vaut le double de sa largeur.
Déterminer sa largeur.

Notons l la largeur.
D'après l'énoncé la longueur vaut alors $2l$.
On en déduit le périmètre de ce rectangle vaut : $(2l+l)\times 2=6l$
On obtient alors $6l \leqslant 24 \Leftrightarrow l \leqslant 4$
Comme de plus $0 \leqslant l$ (car c'est la largeur d'un rectangle) ,
on a finalement : $\boxed{l \in [0\ ;\ 4]}$

Ainsi $\boxed{\text{la largeur est comprise entre } 0 \text{ et } 4 \text{ inclus}}$.

EXERCICE N°5 (Le corrigé)

Un photographe propose deux formules pour tirer sur papier de photos numériques.
Avec la formule f, on paie 0,15 € chaque tirage.
Avec la formule g, on paie d'abord un forfait de 12 € et chaque tirage ne vaut que 0,09 €.
À partir de combien de tirages a-t-on intérêt à choisir la formule avec forfait ?

Pour $x \in [0 ; +\infty[$ représentant le nombre de tirage, posons
$f(x) = 0{,}15x$ et
$g(x) = 0{,}09x+12$

pour la formule f on a 0,15 € pour chaque photo, il semble donc cohérent de poser une fonction qui s'appelle f et qui au nombre de tirages x associe le prix $0{,}15 \times x$ euros et une fonction qui s'appelle g et qui au nombre de tirages x associe le prix $0{,}09x+12$ euros (0,09 € par tirage auxquels on ajoute 12 € de forfait.

On va résoudre l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$

On pourrait résoudre avec $<$; $>$ ou $\leqslant$ peu importe car on cherche juste à savoir à partir de quand (x) on a un tarif supérieur à l'autre.

$$\begin{aligned} & f(x) \geqslant g(x) \\ \Leftrightarrow\ & 0{,}15x \geqslant 0{,}09x+12 \\ \Leftrightarrow\ & 0{,}15x-0{,}09x-12 \geqslant 0 \\ \Leftrightarrow\ & 0{,}06x \geqslant 12 \\ \Leftrightarrow\ & x \geqslant \frac{12}{0{,}06}=200 \end{aligned}$$

En notant S l'ensemble des solutions, $\boxed{S=[200 ; +\infty[}$

On en déduit que pour 200 tirages les formules se valent et qu' $\boxed{\text{à partir de 201 tirages}}$ on a intérêt à choisir la formule avec forfait.