LA FONCTION EXPONENTIELLE E03C

EXERCICE N°1 ***Étudier les variations d'une fonction (niveau 1)***

Étudier les variations des fonctions suivantes, toutes définies sur $\mathbb{R}$.

1) $f : x \mapsto e^x - e\,x$ **2)** $g : x \mapsto e^{-5x} + 5x$ **3)** $h : x \mapsto e^{2x} - 2x + 1$

1)

▪ f est une combinaison linéaire de fonctions de référence dérivables sur $\mathbb{R}$, elle est donc dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$f'(x) = e^x - e$

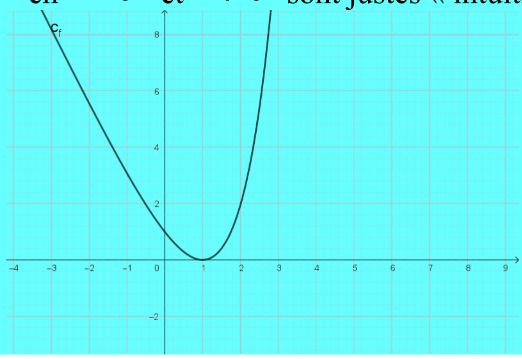
▪ Dressons le tableau de signes de f' pour en déduire le tableau de variations de f .

▫ $f'(x) > 0 \Leftrightarrow e^x - e > 0 \Leftrightarrow e^x > e^1 \Leftrightarrow x > 1$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

$f(1) = e^1 - e \times 1 = e - e = 0$

Cette année les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$ sont justes « intuitives ».



2)

▪ g est une combinaison linéaire de fonctions de référence dérivables sur $\mathbb{R}$, elle est donc dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$g'(x) = -5e^{-5x}+5$

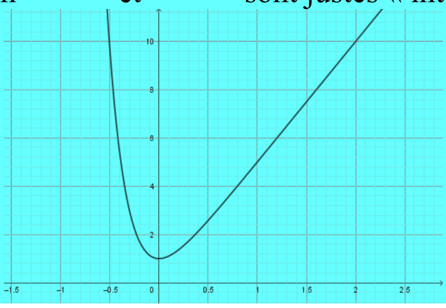
▪ Dressons le tableau de signes de g' pour en déduire le tableau de variations de g.

$$\begin{aligned} g'(x) > 0 &\Leftrightarrow -5e^{-5x}+5 > 0 \\ &\Leftrightarrow -5\left(e^{-5x}-1\right) > 0 \\ &\underbrace{\Leftrightarrow}_{car\,-5<0} e^{-5x}-1 < 0 \\ &\Leftrightarrow e^{-5x} < e^{0} \\ &\Leftrightarrow -5x < 0 \\ &\underbrace{\Leftrightarrow}_{car\,-5<0} x > 0 \end{aligned}$$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

$g(0) = e^{-5\times 0}+5\times 0 = 1+0 = 1$

Cette année les limites de g en $-\infty$ et $+\infty$ sont justes « intuitives ».



3)

- h est une combinaison linéaire de fonctions de référence dérivables sur $\mathbb{R}$, elle est donc dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$h'(x) = 2e^{2x} - 2$

- Dressons le tableau de signes de h' pour en déduire le tableau de variations de h.

$$\begin{aligned} h'(x) > 0 &\Leftrightarrow 2e^{2x} - 2 > 0 \\ &\Leftrightarrow 2\left(e^{2x} - 1\right) > 0 \\ &\underbrace{\Leftrightarrow}_{car\, 2>0} e^{2x} - 1 > 0 \\ &\Leftrightarrow e^{2x} > e^{0} \\ &\Leftrightarrow 2x > 0 \\ &\underbrace{\Leftrightarrow}_{car\, 2>0} x > 0 \end{aligned}$$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$		2		$+\infty$

$h(0) = e^{2\times 0} - 2\times 0 + 1 = 1 + 0 + 1 = 2$

Cette année les limites de h en $-\infty$ et $+\infty$ sont justes « intuitives ».