FONCTIONS PART2 E03

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

Les fonctions suivantes sont définies et dérivables sur $\mathbb{R}$. Calculer leur fonction dérivée.

1) $f_1(x)=5$; $f_2(x)=\frac{15}{7}$; $f_3(x)=\sqrt{3}$; $f_4(x)=2\pi$; $f_5(x)=-3\pi+5\sqrt{3}$

$\boxed{f_1'(x)=0}$; $\boxed{f_2'(x)=0}$; $\boxed{f_3'(x)=0}$; $\boxed{f_4'(x)=0}$; $\boxed{f_5'(x)=0}$

On est à présent bien d'accord : la dérivée d'une fonction constante est la fonction nulle et cela même si la constante à l'air « compliquée ».

2) $g_1(x)=x+2$; $g_2(x)=x+3\pi\sqrt{7}$

$\boxed{g_1'(x)=1}$; $\boxed{g_2'(x)=1}$

Ici, on a utilisé la propriété n°4 du cours. Pour simplifier, on peut dire qu'elle nous permet de dériver les fonctions par « morceaux »

$$g_1(x)=\underbrace{x}_{1^{er}\,morceau}+\underbrace{2}_{2^{e}\,morceau}$$

3) $g_3(x)=4x+5$; $g_4(x)=\sqrt{7}x+8{,}5$; $g_5(x)=\frac{4}{3}x-8\sqrt{3}$; $g_6(x)=\frac{8}{7}-4x$

$g_3(x)=4\times x+5$
$g_3'(x)=4\times 1+0$;
$g_4(x)=\sqrt{7}\times x+8{,}5$
$g_4'(x)=\sqrt{7}\times 1+0$;
$g_5(x)=\frac{4}{3}\times x-8\sqrt{3}$
$g_5'(x)=\frac{4}{3}\times 1-0$;
$g_6(x)=\frac{8}{7}-4\times x$
$g_6'(x)=0-4\times 1$

$\boxed{g_3'(x)=4}$; $\boxed{g_4'(x)=\sqrt{7}}$; $\boxed{g_5'(x)=\frac{4}{3}}$; $\boxed{g_6'(x)=-4}$

4) $h_1(x)=3x^2-4$; $h_2(x)=4x^2+5x-1$; $h_3(x)=-2{,}5x^2+6x+\sqrt{3}$

$h_1(x)=3\times x^2-4$
$h_1'(x)=3\times 2x-0$;
$h_2(x)=4\times x^2+5\times x-1$
$h_2'(x)=4\times 2x+5\times 1-0$;
$h_3(x)=-2{,}5\times x^2+6\times x+\sqrt{3}$
$h_3'(x)=-2{,}5\times 2x+6\times 1+0$

$\boxed{h_1'(x)=6x}$; $\boxed{h_2'(x)=8x+5}$; $\boxed{h_3'(x)=-5x+6}$

5) $h_4(x)=\frac{5}{2}x^3-4x^2+3x-7\sqrt{11}$; $h_5(x)=-\pi x^3+\sqrt{5}x^2-\frac{14}{3}x+33$

$h_4'(x)=\frac{5}{2}\times x^3-4\times x^2+3\times x-7\sqrt{11}$
$h_4'(x)=\frac{5}{2}\times 3x^2-4\times 2x+3\times 1-0$;
$h_5(x)=-\pi\times x^3+\sqrt{5}\times x^2-\frac{14}{3}\times x+33$
$h_5'(x)=-\pi\times 3x^2+\sqrt{5}\times 2x-\frac{14}{3}\times 1+0$

$\boxed{h_4'(x)=7{,}5x^2-8x+3}$; $\boxed{h_5'(x)=-3\pi x^2+2\sqrt{5}x-\frac{14}{3}}$

6) $h_6(x)=(3x+4)(2x-7)$; $h_7(x)=(7-2x)^2$

Nous devons faire avec ce que nous avons à disposition. (*Au lecteur ou à la lectrice averti(e) : on ne s'amuse pas avec les formules de dérivation de produits et de puissances. Ce ne serait, à ce niveau, qu'une source de confusion supplémentaire*)

Ici, nous allons simplement développer et réduire les expressions afin de nous ramener en territoire connu.

- $h_6(x)=(3x+4)(2x-7) = 6x^2-13x-21$

$h_6(x) = 6\times x^2-13\times x-21$
$h_6'(x) = 6\times 2x-13\times 1-0$

$\boxed{h_6'(x) = 12x-13}$

- $h_7(x)=(7-2x)^2 = 49-14x+4x^2 = 4x^2-14x+49$

$h_7(x) = 4\times x^2-14\times x+49$
$h_7'(x) = 4\times 2x-14\times 1+0$

$\boxed{h_7'(x) = 8x-14}$

EXERCICE N°2 (Le corrigé)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-6x^2+4x+1$. On note C_f sa courbe représentative.

1) Calculer $f'(2)$.

On pourrait revenir à la définition comme au début du cours, mais on ira plus vite en dérivant la fonction d'abord.

Pour tout réel x :

$f(x)=-6x^2+4x+1$

$f'(x)=-12x+4$

En particulier :

$f'(2)=-12\times2+4$ d'où $\boxed{f'(2) = -20}$

2) Déterminer le nombre dérivé de f en $a:=3$

C'est la même question mais posée différemment : il faut calculer $f'(3)$

$f'(3) = -12\times3+4$ d'où $\boxed{f'(3) = -32}$

3) Déterminer le coefficient directeur de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 1.

C'est encore la même question : il faut calculer $f'(1)$

$f'(1) = -12\times1+4$ d'où $\boxed{f'(1) = -8}$

FONCTIONS PART2 E03

EXERCICE N°3 *(Le corrigé)*

Pour chacune des fonctions f_i suivantes, déterminer une équation de la tangente (d_i) à la courbe représentative C_{f_i} au point d'abscisse a puis la tracer d'un repère orthonormé.

1) Soit f_1 la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f_1(x)=-x^2-x+2$ et $a:=-2$

▪ Commençons par calculer $f_1(-2)$ et $f_1'(-2)$. Pour tout réel x :

$f_1(x)=-x^2-x+2$, en particulier $f_1(-2) = 0$

$f_1'(x)=-2x-1$, en particulier $f_1'(-2) = 3$

On sait que la tangente à la courbe C au point d'abscisse a admet une équation de la forme : $y = f'(a)(x-a)+f(a)$

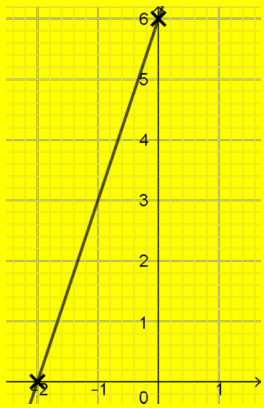
▪ Une équation de (d_1) est alors :

$y = f_1'(-2)(x-(-2))+f_1(-2)$ soit $y = 3(x+2)+0$ d'où on déduit l'équation réduite :

$\boxed{y = 3x+6}$

▪ Enfin pour tracer une droite, il suffit d'en connaître deux points. Et comme un point appartient à une droite ssi ses coordonnées vérifient l'équation de cette droite :

x	0	-2
$y=3x-6$	6	0
Point	$(0\ ;\ 6)$	$(-2\ ;\ 0)$



2) Soit f_2 la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f_2(x)=x^3-3x+2$ et $a:=0{,}5$

Commençons par calculer $f_2(0{,}5)$ et $f_2'(0{,}5)$. Pour tout réel x :

$f_2(x)=x^3-3x+2$, en particulier $f_2(0{,}5) = 0{,}625$

$f_2'(x)=3x^2-3$, en particulier $f_2'(0{,}5) = -2{,}25$

On sait que la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse a admet une équation de la forme : $y = f'(a)(x-a)+f(a)$

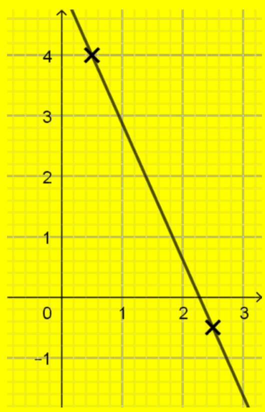
Une équation de (d_2) est alors :

$y = f_2'(0{,}5)(x-2)+f_2(0{,}5)$ soit $y = -2{,}25(x-2)+0{,}625$ d'où on déduit l'équation réduite :

$\boxed{y = -2{,}25x+5{,}125}$

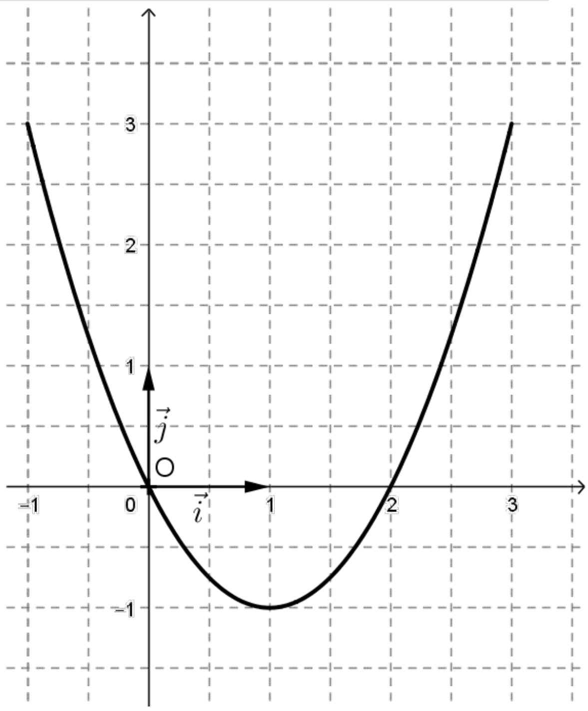
▪ Enfin pour tracer une droite, il suffit d'en connaître deux points. Et comme un point appartient à une droite ssi ses coordonnées vérifient l'équation de cette droite :

x	0,5	2,5
$y=-2{,}25x+5{,}125$	4	-0,5
Point	$(0{,}5\ ;\ 4)$	$(2{,}5\ ;\ -0{,}5)$



EXERCICE N°4

Le plan est muni du repère orthonormal $(O\ ;\vec{i}\ ,\vec{j})$ (unité: 1 cm).
Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-1\ ;3]$ dont on donne la courbe représentative C_f ci-contre.



1) Reproduire soigneusement cette figure sur votre cahier.

Là, je vous laisse faire...

2) On admet que la courbe C_f admet la tangente T_1 au point $O(0\ ;0)$ et que $f'(0)=-2$.
Construire la tangente T_1 .

Voir figure

3) On admet que la courbe C_f admet la tangente T_2 au point $S(1\ ;-1)$ et que $f'(1)=0$.
Construire la tangente T_2 .

Voir figure

4) On admet que la courbe C_f admet la tangente T_3 au point $A(2\ ;0)$ et que $f'(2)=2$.
Construire la tangente T_3 .

Voir figure