LES FONCTIONS EXPONENTIELLES E05

EXERCICE N°3 (Le corrigé)

Suite à une infection, le nombre de bactéries contenues dans un organisme en fonction du temps (en heures) peut être modélisé par la fonction f définie pour tout $x \in [0\ ;\ 8]$ par : $f(x)=25\,000\times 1{,}1^{x}$.

1) À l'aide de la calculatrice, donner un arrondi au millier près du nombre de bactéries après 2 h puis après 4 h 30.

$f(2)=25\,000\times 1{,}1^{2}$
$f(2)=30250$

$\boxed{\text{Après 2h, il y aura environ } 30000 \text{ bactéries}}$.

$f(4{,}5)=25\,000\times 1{,}1^{4{,}5}$
$f(4{,}5)=38339$

$\boxed{\text{Après 4h30min, il y aura environ } 38000 \text{ bactéries}}$.

2) Déterminer les variations de f sur $[0\ ;\ 8]$.

$f(x)=k\times a^{x}$

Avec $a=1{,}1 > 1$ et $5=25000 > 0$ Donc $\boxed{f \text{ est strictement croissante}}$

3) À l'aide de La calculatrice, déterminer au bout de combien de temps le nombre de bactéries aura doublé.

Nous devrions procéder comme à l'exercice n°1 mais nous allons plutôt utiliser une « recette » que nous justifierons plus tard.

Il s'agît de résoudre sur $[0\ ;\ 8]$ l'inéquation $f(2) \geqslant 50\,000$.

$f(2) \geqslant 50\,000$

$\Leftrightarrow 25\,000\times 1{,}1^{x} \geqslant 50000$

$\Leftrightarrow 1{,}1^{x} \geqslant 2$

$\Leftrightarrow \log(1{,}1^{x}) \geqslant \log(2)$ (car la fonction log est strictement croissante)

$\Leftrightarrow x\log(1{,}1) \geqslant \log(2)$

$\Leftrightarrow x \geqslant \dfrac{\log(2)}{\log(1{,}1)} \approx 7{,}2725$ (car $\log(1{,}1) > 0$)

$7{,}2725\ \text{h} = 7\ \text{h} + 0{,}2725\times 60\ \text{min} = 7\ \text{h}\ 16\ \text{min} + 0{,}35\times 60\ \text{s} = 7\ \text{h}\ 16\ \text{min}\ 21\ \text{s}$

Il faudra attendre au moins $\boxed{7\ \text{h}\ 16\ \text{min}\ 21\ \text{s}}$