LA FONCTION CARRÉ E06

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

Résoudre les inéquations suivantes et donner l'ensemble des solutions sous la forme d'un intervalle ou d'une réunion d'intervalle.

1) $(2x+3)(x-4) < 0$ **2)** $(-3x+6)(x-2) \geqslant 0$

1)

Pour résoudre $(2x+3)(x-4) < 0$, nous utilisons un tableau de signes :

- $2x+3 > 0 \Leftrightarrow 2x > -3 \Leftrightarrow x > -\dfrac{3}{2}$

Pourquoi $>$? Parce qu'on cherche où mettre les « $+$ » dans le tableau.

- $x-4 > 0 \Leftrightarrow x > 4$

x	$-\infty$		$-\dfrac{3}{2}$		4		$+\infty$
$2x+3$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$x-4$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	
$(2x+3)(x-4)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

En notant S l'ensemble des solutions : $\boxed{S = \left]-\dfrac{3}{2}\ ;\ 4\right[}$.

Pour tout x appartenant à l'intervalle $\left]-\infty\ ;-\dfrac{3}{2}\right[$

$2x+3$ est toujours strictement négatif, $x-4$ est toujours négatif, cela nous permet d'affirmer que la règle des signes donnera toujours le même résultat : « $+$ ».

On peut raisonner de la même façon, sur chaque intervalle de la première ligne du tableau. C'est en cela que le tableau est utile…

Il n'y a plus qu'à lire la dernière pour trouver le(s) intervalle(s) vérifiant l'inégalité de départ.

2)

Pour résoudre , $(-3x+6)(x-2) \geqslant 0$ nous utilisons un tableau de signes :

- $-3x+6 > 0 \Leftrightarrow -3x > -6 \Leftrightarrow x < \dfrac{-6}{-3}=2$
- $x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$

Tiens tiens, la même valeur…

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$-3x+6$		$+$	0	$-$	
$x-2$		$-$	0	$+$	
$(-3x+6)(x-2)$		$-$	0	$-$	

En notant S l'ensemble des solutions : $\boxed{S = \{2\}}$.

On peut aussi procéder comme suit si on a pensé à factoriser. :

$(-3x+6)(x-2) = -3(x-2)(x-2) = -3(x-2)^2$

Or pour tout réel x , $(x-2)^2 \geqslant 0$ d'où $-3(x-2)^2 \leqslant 0$

(Du coup, on sait que $(-3x+6)(x-2) \leqslant 0$ et on veut $(-3x+6)(x-2) \geqslant 0$ la seule possibilité est donc $(-3x+6)(x-2) = 0$)

On en déduit que l'inéquation $(-3x+6)(x-2) \geqslant 0$ n'admet qu'une $\boxed{\text{seule solution : } 2}$