

PROPORTIONS ET ÉVOLUTIONS E04

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

Dire si les affirmations suivantes sont vraie ou fausse.

1) Si un prix augmente de 20 % puis baisse de 20 %, alors il reste le même.

Faux

(et ça doit devenir un réflexe !)

▪ Pour se convaincre :

Il faut comprendre que « les 20 % ne sont pas pris de la même quantité »

Un exemple pour fixer les idées :

Avec un prix de départ de 100 €.

On l'augmente de 20 % donc on ajoute à 100 €, 20 % de 100 € pour obtenir 120 €.

Ensuite on diminue le résultat (donc 120 € et pas 100 €) de 20 % de 120 € pour obtenir 96 €.

▪ Pour Justifier :

Une augmentation de 20 % correspond à un Coefficient Multiplicateur

$$CM_1 = 1 + 20\% = 1 + \frac{20}{100} = 1,2 \quad \text{et une baisse de 20 \% correspond à}$$

$$CM_2 = 1 + (-20\%) = 1 - \frac{20}{100} = 0,8$$

Le Coefficient Multiplicateur global est alors $CM_g = CM_1 \times CM_2 = 1,2 \times 0,8 = 0,96$

$CM_g < 1$ ce qui traduit une baisse.

2) Une hausse de 20% suivie d'une baisse de 20 % revient au même qu'une hausse de 60 % suivie d'une baisse de 40 %.

Les quatre taux d'évolution : +20 % , -20 % , +60 % et -40 % correspondent respectivement aux Coefficients Multiplicateurs 1,2 ; 0,8 ; 1,6 et 0,6 .

On a : $1,2 \times 0,8 = 0,96$ et $1,6 \times 0,6 = 0,96$

Les coefficients multiplicateurs globaux étant égaux, on en déduit que l'assertion est vraie

Quand on parle de taux d'évolution le bon réflexe et de raisonner en terme de CM.

Il est donc important que de savoir passer du taux ou CM et vice versa.

PROPORTIONS ET ÉVOLUTIONS E04

EXERCICE N°2

(Le corrigé)

Dans chacun des cas, calculer le coefficient multiplicateur.

1) Hausse de 25 % puis hausse de 10%.

Hausse de 25 % : +25 % qui donne 1,25

Hausse de 10 % : +10 % qui donne 1,1

$$1,25 \times 1,1 = 1,375$$

Le coefficient multiplicateur vaut $\boxed{1,375}$

qui correspond à une hausse ($1,375 > 1$) de

$$37,5 \% \left(1,375 - 1 = 0,375 = \frac{37,5}{100} \right)$$

2) Hausse de 30 % puis baisse de 30 %.

Hausse de 30 % : +30 % qui donne 1,3

Baisse de 30 % : -30 % qui donne 0,7

$$1,3 \times 0,7 = 0,91$$

Le coefficient multiplicateur vaut $\boxed{0,91}$

qui correspond à une baisse ($0,91 < 1$) de

$$9 \% \left(0,91 - 1 = -0,09 = -\frac{9}{100} \right)$$

3) Baisse de 42% puis baisse de 8%.

Baisse de 42 % : -42 % qui donne 0,58

Baisse de 8 % : -8 % qui donne 0,92

$$0,58 \times 0,92 = 0,5336$$

Le coefficient multiplicateur vaut $\boxed{0,5336}$

qui correspond à une baisse ($0,5336 < 1$) de

44,64 %

$$\left(0,5336 - 1 = -0,4664 = -\frac{46,64}{100} \right)$$

4) Hausse de 2% puis baisse de 1 %.

Hausse de 2 % : +2 % qui donne 1,02

Baisse de 1% : -1 % qui donne 0,99

$$1,02 \times 0,99 = 1,0098$$

Le coefficient multiplicateur vaut $\boxed{1,0098}$

qui correspond à une hausse ($1,0098 > 1$) de

$$0,98 \% \left(1,0098 - 1 = 0,0098 = \frac{0,98}{100} \right)$$

PROPORTIONS ET ÉVOLUTIONS E04

EXERCICE N°3 (Le corrigé)

Dans une entreprise A, les salaires ont augmenté de 2% entre 2017 et 2018 puis de 3% entre 2018 et 2019.

Dans une autre entreprise B, les salaires ont augmenté de 4% entre 2017 et 2018 puis de 1 % entre 2018 et 2019.

Dans quelle entreprise les salaires ont-ils le plus augmenté entre 2017 et 2019?

Nous allons calculer les Coefficients Multiplicateurs (CM) permettant de passer de 2017 à 2019. Les hausses de 2 % ; 3 % ; 4 % et 1 % correspondent aux coefficients multiplicateurs respectifs 1,02 ; 1,03 ; 1,04 et 1,01.

Ainsi, on peut poser :

pour l'entreprise A, $CM_A = 1,02 \times 1,03 = 1,0506$ et

pour l'entreprise B, $CM_B = 1,04 \times 1,01 = 1,0504$.

On a $CM_A > CM_B$

Donc ce sont les salaires de l'entreprise A qui ont le plus augmenté .

PROPORTIONS ET ÉVOLUTIONS E04

EXERCICE N°4 (Le corrigé)

La production d'un éleveur laitier a diminué de 30 % entre les mois de janvier et février.

Quel devrait être le pourcentage d'évolution entre les mois de février et mars pour qu'il retrouve même production qu'au mois de janvier?

Une diminution de 30 % correspond à un coefficient multiplicateur CM valant 0,7 .

On peut poser $CM_r = \frac{1}{0,7}$ son CM réciproque.

On en déduit le taux d'évolution réciproque : $t_r = CM - 1 = \frac{1}{0,7} - 1 \approx 0,4286$

Ainsi, pour que le producteur retrouve la production initiale, le pourcentage d'évolution devra être d' environ 42,86 %

PROPORTIONS ET ÉVOLUTIONS E04

EXERCICE N°5 (Le corrigé)

Un fleuriste a acheté des orchidées au prix de gros à 6€ le pot.

Il majore habituellement le prix de 30 % pour les vendre mais décide de les solder de 25 % au moment des fêtes de Noël. Il espère ainsi ne pas réaliser de pertes.

A-t-il raison?

Une augmentation de 30 % correspond à un coefficient multiplicateur CM_1 valant 1,3 et une baisse de 25 % à un CM_2 valant 0,75 .

Or $CM_1 \times CM_2 = 0,975 < 1$

On en déduit que le fleuriste a tort .

Souvenez-vous : $CM < 1$ correspond à une baisse.

PROPORTIONS ET ÉVOLUTIONS E04

EXERCICE N°6 (Le corrigé)

Le salaire moyen d'une petite entreprise de douze salariés est de 1200 €.

- 1) Un treizième salarié est embauché, le salaire moyen augmente alors de 50€.
Quel est le salaire du nouveau ?

Ici, il faut avoir compris la moyenne.

Dire que le salaire moyen est de 1200 € signifie que si les salaires étaient tous égaux alors ils s'élèveraient (tous) à 1200 €.

Comme il y a 12 salariés, le montant total de leurs salaires vaut donc 12×1200 ,
à cela on ajoute le salaire du 13^e : $12 \times 1200 + x$

puis, on calcule la nouvelle moyenne : $\frac{12 \times 1200 + x}{13}$ (car il y a maintenant 13 salariés),

et on sait que l'on doit trouver 1250 ($1200 + 50$) car le salaire moyen a augmenté de 50 € :

$$\frac{12 \times 1200 + x}{13} = 1250$$

Notons x le salaire du nouveau.

On obtient :

$$\frac{1200 \times 12 + x}{13} = 1250$$

$$\Leftrightarrow 14400 + x = 16250 \quad (1250 \times 13 = 16250)$$

$$\Leftrightarrow x = 1850 \quad (16250 - 14400 = 1850)$$

Cette équation admet une unique solution : 1850.

On en déduit que le salaire du nouveau s'élève à 1850 € .

- 2) Un treizième salarié est embauché, le salaire moyen augmente alors de 2 %
Quel est le salaire du nouveau ?

Notons x le salaire du nouveau.

$$\frac{1200 \times 12 + x}{13} = 1200 \times 1,02 \quad (\text{hausse de 2 \%} \rightarrow CM = 1,02)$$

$$\Leftrightarrow \frac{14400 + x}{13} = 1224 \quad (1200 \times 1,02 = 1224)$$

$$\Leftrightarrow 14400 + x = 15912 \quad (1224 \times 13 = 15912)$$

$$\Leftrightarrow x = 1512 \quad (15912 - 14400 = 1512)$$

Cette équation admet une unique solution : 1512.

On en déduit que le salaire du nouveau s'élève à 1512 € .

PROPORTIONS ET ÉVOLUTIONS E04

EXERCICE N°7 Python (Le corrigé)

Soit x un pourcentage d'évolution.

1) Écrire une fonction en langage Python permet de calculer le pourcentage d'évolution réciproque.

Si x est un pourcentage d'évolution alors il correspond à une variation relative de $\frac{x}{100}$.

- alors le CM vaut alors $\frac{1+x/100}{1}$
- puis le CM_r (CM réciproque) vaut l'inverse du CM : $\frac{1}{1+(x/100)}$
- ensuite le taux réciproque vaut : $CM+1$ donc $\frac{1/(1+x/100)+1}{1}$
- Enfin pour l'exprimer en pourcentage, on multiplie par 100 : $\frac{(1/(1+x/100)+1)*100}{1}$

Il suffit alors d'écrire la fonction suivante :

```
1 def question1(x):  
2     pourcentage_reciproque = (1/(1+x/100)-1)*100  
3     return pourcentage_reciproque
```

2) Écrire une fonction en Python qui renvoie le pourcentage global d'évolution lorsqu'on applique trois évolutions successives de pourcentage x .

Si x est un pourcentage d'évolution alors il correspond à une variation relative de $\frac{x}{100}$.

- alors le CM vaut alors $\frac{1+x/100}{1}$
- puis trois évolutions successives correspondent à $CM \times CM \times CM = CM^3$: ce qui nous donne le CM global : $\frac{(1+x/100)**3}{1}$
- ensuite le taux global vaut $\frac{(1+x/100)**3 - 1}{1}$
- Enfin pour l'exprimer en pourcentage, on multiplie par 100 : $\frac{((1+x/100)**3 - 1)*100}{1}$

Il suffit alors d'écrire la fonction suivante :

```
1 def question2(x):  
2     pourcentage_global = ((1+x/100)**3-1)*100  
3     return pourcentage_global
```