# LES SUITES NUMÉRIQUES E04C

**EXERCICE N°1** ***Suite géométrique ou pas***

**1)** Soit $t$ la suite définie par $\forall n \in \mathbb{N}$ , $t_n = 3^n$

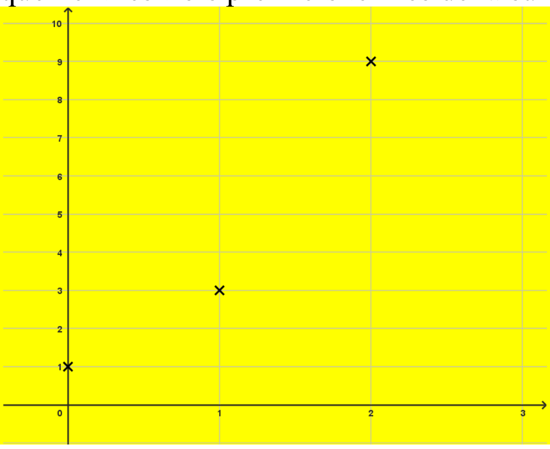
**1.a)** Calculer les trois premiers termes de la suite $t$ .

$t_0 = 3^0$ , ainsi $\boxed{t_0 = 1}$

$t_1 = 3^1$ , ainsi $\boxed{t_1 = 3}$

$t_2 = 3^2$ , ainsi $\boxed{t_2 = 9}$

**1.b)** Représenter graphiquement les trois premiers termes de la suite $t$ .




**1.c)** D'après la représentation graphique, la suite $t$ semble-t-elle géométrique ? Justifier.

Les points du nuage semblent suivre une courbe exponentielle. La suite $\boxed{t \text{ semble géométrique}}$ .

**1.d)** Démontrer que $t$ est géométrique. Préciser sa raison

Première rédaction possible :

On ne peut pas se contenter d'exemples…

Il est évident qu'aucun terme de la suite n'est nul.

En effet : $3^0 = 1$ et pour $n > 1$ $3^n$ est un produit de facteurs tous égaux à 3…

Cette remarque nous autorise à considérer les quotients qui vont suivre.

Soit $n$ un entier naturel.

$$\frac{t_{n+1}}{t_n} = \frac{3^{n+1}}{3^n} = 3$$

Les quotients successifs sont tous égaux à 3 donc la suite $\boxed{t \text{ est géométrique}}$ de $\boxed{\text{raison } q = 3}$

Deuxième rédaction possible :

Soit $n$ un entier naturel.

$t_{n+1} = 3^{n+1} = 3 \times 3^n = 3 \times t^n$

On reconnaît une suite géométrique de $\boxed{\text{raison } q = 3}$

**2)** Soit $v$ la suite définie par : $\forall n \in \mathbb{N}$ , $z_n = (n+3)^2$ .

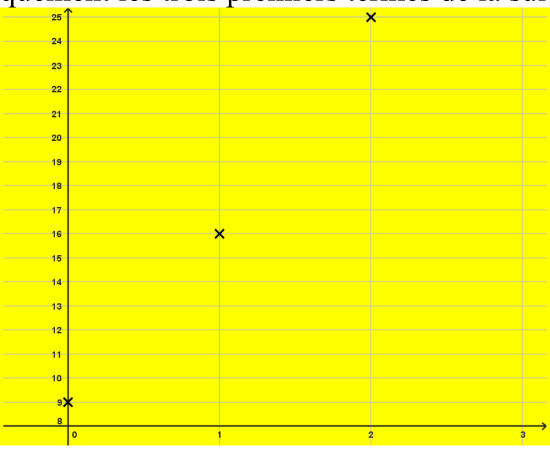
**2.a)** Calculer les trois premiers termes de la suite $z$ .

$z_0 = (0+3)^2$ , ainsi $\boxed{z_0 = 9}$

$z_1 = (1+3)^2$ , ainsi $\boxed{z_1 = 16}$

$z_2 = (2+3)^2$ , ainsi $\boxed{z_2 = 25}$

**2.b)** Représenter graphiquement les trois premiers termes de la suite $z$ .




**2.c)** D'après la représentation graphique, la suite $z$ semble-t-elle géométrique ? Justifier.

Les points du nuage semblent suivre une courbe exponentielle. La suite $\boxed{z \text{ semble géométrique}}$ .

Alors, oui je sais, c'est très subjectif….

**2.d)** Démontrer que $z$ n'est pas géométrique.

D'une part $\frac{z_2}{z_1} = \frac{25}{16} = 1{,}5625$ et d'autre part : $\frac{z_1}{z_0} = \frac{16}{9} \approx 1{,}7778$

Les quotients successifs ne sont pas tous égaux donc la suite $\boxed{z \text{ n'est pas géométrique}}$

Si $z$ était géométrique alors elle aurait une raison $q$ et tous les quotients successifs seraient égaux à $q$ ce qui n'est évidemment pas le cas ici.

# LES SUITES NUMÉRIQUES E04C

***EXERCICE N°2 Suite géométrique et formule explicite : départ à 0***

$(u_n)$ est la suite géométrique de premier terme $u_0 = 4$ et de raison $q = 2$ .

**1)** Pour tout entier naturel $n$ , exprimer $u_{n+1}$ en fonction de $u_n$ .

Pour $n \in \mathbb{N}$ ,

$u_{n+1} = u_n \times q$ , d'où $\boxed{u_{n+1} = 2u_n}$

**2)** Calculer les termes $u_1$ , $u_2$ et $u_3$ .

- $u_1 = u_0 \times q = 4 \times 2$ , ainsi $\boxed{u_1 = 8}$
- $u_2 = u_1 \times q = 8 \times 2$ , ainsi $\boxed{u_2 = 16}$
- $u_3 = u_2 \times q = 16 \times 2$ , ainsi $\boxed{u_3 = 32}$

**3)** Pour tout entier $n$ , exprimer $u_n$ en fonction de $n$ .

Pour $n \in \mathbb{N}$ ,

$u_n = u_0 \times q^n$ , d'où $\boxed{u_n = 4 \times 2^n}$

**4)** Donner alors les valeurs de $u_{10}$ , $u_{17}$ et $u_{23}$ .

- $u_{10} = 4 \times 2^{10}$ , ainsi $\boxed{u_{10} = 4\,096}$
- $u_{17} = 4 \times 2^{17}$ , ainsi $\boxed{u_{17} = 524\,288}$
- $u_{23} = 4 \times 2^{23}$ , ainsi $\boxed{u_{23} = 33\,554\,432}$

# LES SUITES NUMÉRIQUES E04C

**EXERCICE N°3** ***Suite arithmétique et formule explicite : départ à 1***

$(u_n)$ est la suite arithmétique de premier terme $u_1 = -8000$ et de raison $q = 0{,}1$ .

**1)** Pour tout entier naturel $n \neq 0$ , exprimer $u_{n+1}$ en fonction de $u_n$ .
**2)** Calculer les termes $u_2$ , $u_3$ et $u_4$ .
**3)** Pour tout entier $n \neq 0$ , exprimer $u_n$ en fonction de $n$ .
**4)** Donner alors les valeurs de $u_7$ , $u_{10}$ et $u_{14}$ .
**5)** Quel est le rang du terme égal à 80 ? Justifier.

**1)** Pour tout entier naturel $n \neq 0$ , exprimer $u_{n+1}$ en fonction de $u_n$ .

Pour $n \in \mathbb{N}^*$ ,

« * » pour enlever 0.

$\boxed{u_{n+1} = 0{,}1\, u_n}$

**2)** Calculer les termes $u_2$ , $u_3$ et $u_4$ .

- $u_2 = u_1 \times q = -8000 \times 0{,}1$ , ainsi $\boxed{u_2 = -800}$
- $u_3 = u_2 \times q = -800 \times 0{,}1$ , ainsi $\boxed{u_3 = -80}$
- $u_4 = u_3 \times q = -80 \times 0{,}1$ , ainsi $\boxed{u_4 = -8}$

**3)** Pour tout entier $n \neq 0$ , exprimer $u_n$ en fonction de $n$ .

Pour $n \in \mathbb{N}^*$ ,

$u_n = u_1 \times q^{n-1}$

On commence à 1
donc on enlève 1

$\boxed{u_n = -8000 \times 0{,}1^{n-1}}$

**4)** Donner alors les valeurs de $u_7$ , $u_{10}$ et $u_{14}$ .

- $u_7 = -8000 \times 0{,}1^{7-1}$ , ainsi $\boxed{u_7 = -0{,}008}$
- $u_{10} = -8000 \times 0{,}1^{10-1}$ , ainsi $\boxed{u_{10} = -0{,}000008}$
- $u_{14} = -8000 \times 0{,}1^{14-1}$ , ainsi $\boxed{u_{14} = -0{,}0000000008}$

**5)** Quel est le rang du terme égal à $-0{,}08$ ? Justifier.

À l'aide de la calculatrice, on trouve que $u_6 = -0{,}08$ ,
donc le $\boxed{\text{rang cherché est } 6}$ .

Nous n'avons pas encore de méthode « experte » pour résoudre une équation du type $-8000 \times 0{,}1^n = -0{,}08$ (même si celle-ci se fait de tête...)

**EXERCICE N°4** ***Suite géométrique : Somme de termes***

Soit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $v_n = 1{,}5\times 2^n$ .

**1)** Calculer $v_0$ , $v_1$ et $v_2$ .

- $v_0 = 1{,}5\times 2^0$ , ainsi $\boxed{v_0 = 1{,}5}$
- $v_1 = 1{,}5\times 2^1$ , ainsi $\boxed{v_1 = 3}$
- $v_2 = 1{,}5\times 2^2$ , ainsi $\boxed{v_2 = 6}$

**2)** Démontrer que $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique et déterminer la raison de la suite.

Soit $n \in \mathbb{N}$ ,

$v_{n+1} = 1{,}5\times 2^{n+1} = 1{,}5\times 2\times 2^n = 2\left(1{,}5\times 2^n\right) = 2v_n$

Ainsi, $\forall n \in \mathbb{N}$ , $v_{n+1} = 2v_n$

On reconnaît une suite géométrique de $\boxed{\text{raison } q = 2}$ et de 1er terme $v_0 = 1{,}5$

**3)** Quelle est la valeur du 11e terme ?

On commence à zéro donc le 11e terme est $v_{10}$ .

$v_{10} = 1{,}5\times 2^{10}$ , ainsi $\boxed{v_{10} = 1536}$ .

**4)** Calculer la somme des 11 premiers termes.

Notons $S$ la somme demandée.

$S = \sum_{k=0}^{10} v_k = v_0\dfrac{1-q^{11}}{1-q} = 1{,}5\times\dfrac{1-2^{11}}{1-2}$ , ainsi $\boxed{S = 3070{,}5}$

## *EXERCICE N°5 Suite géométrique : Somme de termes*

Soit $(u_n)$ la suite géométrique de premier terme $u_0=\frac{1}{9}$ et de raison $q=3$ .

Déterminer $S_8 = \sum_{k=0}^{8} u_k$

$$S_8 = \sum_{k=0}^{8} u_k = u_0 \frac{1-q^9}{1-q} = \frac{1}{9} \times \frac{1-3^9}{1-3} \text{ , ainsi } \boxed{S_8 = \frac{9841}{9}}$$