LES SUITES E03C

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

Dans un pays, au mois de janvier, les prix ont augmenté de $0{,}9\,\%$, puis en février de $1{,}2\,\%$

Déterminer l'augmentation mensuelle constante qu'il y aurait dû avoir pendant les deux mois pour obtenir le même résultat à l'issue des deux mois.

Des augmentations de $0{,}9\,\%$ et $1{,}2\,\%$ correspondent à des coefficients multiplicateurs CM_1 et CM_2 valant respectivement 1,009 et 1,012.
En notant CM_m le CM moyen, on peut écrire :
$CM_m = \sqrt{1{,}009 \times 1{,}012} \approx 1{,}0105$
On en déduit que l'augmentation mensuelle cherchée vaut $\text{environ } 1{,}05\,\%$.

LES SUITES E03C

EXERCICE N°2 ***(Le corrigé)***

Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0=3$ et de raison $q=2$.

1) Calculer u_1 , u_2 et u_3 .

- $u_1 = u_0 \times q = 3\times 2$

$\boxed{u_1 = 6}$

- $u_2 = u_1 \times q = 6\times 2$

$\boxed{u_2 = 12}$

- $u_3 = u_2 \times q = 12\times 2$

$\boxed{u_3 = 24}$

2) Exprimer pour tout entier n le terme u_n en fonction de n .

Pour tout entier naturel n ,

$u_n = u_0 \times q^n$

$\boxed{u_n = 3\times 2^n}$

Ici, on doit exprimer u_n en fonction de n donc, dans le membre de droite, il ne doit figurer que la lettre n et éventuellement des nombres (ou des constantes bien connues comme π par exemple)

3) En déduire les valeurs de u_7 , u_{11} et u_{19} .

- $u_7 = 3\times 2^7$

$\boxed{u_7 = 384}$

- $u_{11} = 3\times 2^{11}$

$\boxed{u_{11} = 6144}$

- $u_{19} = 3\times 2^{19}$

$\boxed{u_{19} = 1\,572\,864}$

EXERCICE N°3 (Le corrigé)

Dans l'exercice n est un entier naturel.
La population actuelle augmente de $1\,\%$ par an. En 2010, elle était de 6,9 milliards.
On note u_n la population mondiale l'année $2010+n$.

1) Expliquer pourquoi la suite (u_n) est géométrique. Préciser son premier terme u_0 et sa raison q .

Une augmentation de 1,1 % correspond à un coefficient multiplicateur CM valant 1,011.
Ainsi, pour passer d'un terme au suivant on multplie par 1,011.
On en déduit que (u_n) est une suite géométrique de $\boxed{\text{raison } q = 1{,}011}$ et de premier terme $\boxed{u_0 = 6\,900\,000\,000}$

On pouvait également décider d'exprimer u_n en milliards, dans ce cas $u_0 = 6{,}9$.
Il faut, par contre, penser écrire « milliards » dans les réponses.

2) Exprimer u_n en fonction de n .

Pour tout entier naturel n ,
$u_n = u_0 \times q^n$
$\boxed{u_n = 6\,900\,000\,000 \times 1{,}011^n}$

$\boxed{u_n = 6{,}9 \times 1{,}011^n}$

3) En supposant que le taux d'accroissement se maintienne, estimer la population mondiale en 2025.

$2025 = 2010+15$, il s'agit donc de calculer u_{15} .
$u_{15} = 6\,900\,000\,000 \times 1{,}011^{15}$
$\boxed{u_{15} \approx 8\,100\,000\,000}$ (arrondi à la centaine de millions près)
En 2025, la population mondiale s'élèverait à $\boxed{\text{environ } 8{,}1 \text{ millards de personnes}}$.

$u_{15} = 6{,}9 \times 1{,}011^{15}$
$\boxed{u_{15} \approx 8{,}1}$
En 2025, la population mondiale s'élèverait à $\boxed{\text{environ } 8{,}1 \text{ millards de personnes}}$.

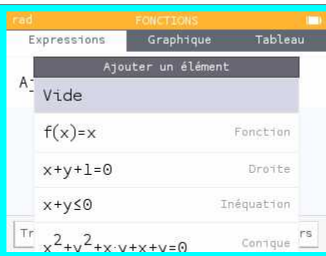
4) À l'aide de la calculatrice, estimer en quelle année les 9 milliards d'habitants seront atteints.

À l'aide de la calculatrice, on trouve que u_{24} vaut environ 8,9 millards et que u_{25} vaut environ 9,1 millards.
Or : $2010+2025 = 2035$
Donc c'est $\boxed{\text{en } 2035}$ que la population devrait dépasser les 9 millards.

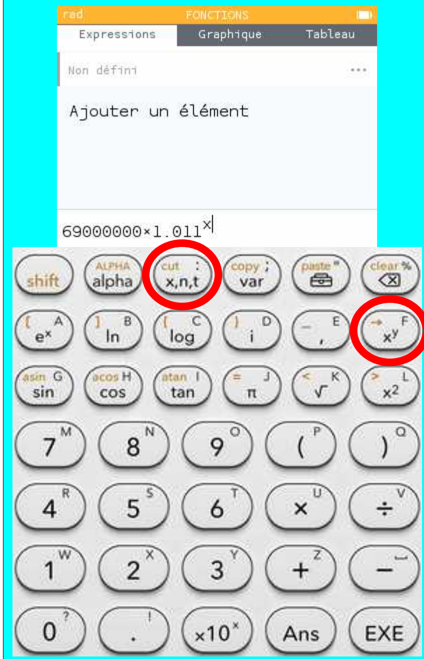
Voir le tutoriel en dessous pour la Numworks (appli gratuite sur téléphone ou version en ligne : https://www.numworks.com/fr/simulateur/)

Touche : OK

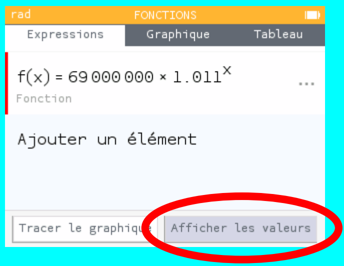
Touche : OK



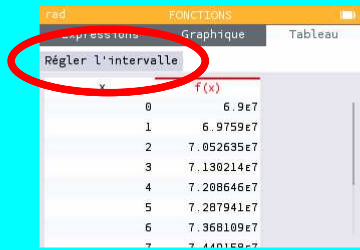
Touche : OK



On tape la formule puis :
Touche : OK

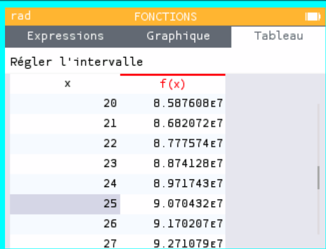


Touche : OK



Touche : OK

OK Puis Valider



LES SUITES E03C

EXERCICE N°4 (Le corrigé)

Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0=\frac{1}{9}$ et de raison $q=3$.

Déterminer $S_8=\sum_{k=0}^{8} u_k$

$S_8 = \sum_{k=0}^{8} u_k = u_0+u_1+u_2+u_3+u_4+u_5+u_6+u_7+u_8$ (On compte 9 termes)

Commençons par calculer u_8 .

(u_n) étant une suite géométrique de raison $q=3$ et de premier terme $u_0=\frac{1}{9}$, on peut écrire :

$S_8 = \frac{1}{9}\times\frac{1-3^9}{1-3}$

$\boxed{S_8 \approx 1093{,}44}$

EXERCICE N°5 (Le corrigé)

Nous avons tous 2 parents, 4 grands-parents, 8 arrière grands-parents, etc. en supposant que nous appartenons la génération 1, que nos parents appartiennent à la génération 2, nos grands-parents à la génération 3, etc.

Commençons par modéliser la situation par une suite géométrique (g_n) de raison $q=2$ et de premier terme $g_1 = 1$.

1) Combien d'ancêtres figurent à la génération 10 ?

Il s'agit de calculer g_{10} .
Or pour tout entier naturel $n \geqslant 1$,
$g_n = g_1\times q^{n-1}$
Donc :
$g_{10} = 1\times 2^9 = 512$
Il y a $\boxed{512 \text{ ancêtres}}$ figurant à la génération 10.

2) Si on pouvait remonter jusqu'en l'an 1000 (soit environ à la 40^{e} génération), combien y aurait-il d'individus au total sur l'arbre généalogique (de la 1ère génération c'est-à-dire nous, jusqu'à la 40e génération comprise) ? Que penser de ce résultat ?

Il s'agit de calculer la somme des 40 premiers termes de la suite (g_n) .
Or, elle est géométrique de raison $q=2$ et de premier terme $g_1 = 1$.
Donc, en notant S la somme cherchée, on peut écrire :

$S = 1\times\frac{1-2^{40}}{1-2}$

$\boxed{S = 1\,099\,511\,627\,775}$

Il semble que l'humanité soit une seule et grande famille...et donc que vous ayez un prof de maths dans la famille;)

LES SUITES E03

EXERCICE N°1

Dans un pays, au mois de janvier, les prix ont augmenté de $0,9\,\%$, puis en février de $1,2\,\%$

Déterminer l'augmentation mensuelle constante qu'il y aurait dû avoir pendant les deux mois pour obtenir le même résultat à l'issue des deux mois.

EXERCICE N°2

Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0=3$ et de raison $q=2$.

1) Calculer u_1 , u_2 et u_3 .

2) Exprimer pour tout entier n le terme u_n en fonction de n .

3) En déduire les valeurs de u_7 , u_{11} et u_{19} .

EXERCICE N°3

Dans l'exercice n est un entier naturel.
La population actuelle augmente de $1\,\%$ par an. En 2010, elle était de 6,9 milliards.
On note u_n la population mondiale l'année $2010+n$.

1) Expliquer pourquoi la suite (u_n) est géométrique. Préciser son premier terme u_0 et sa raison q .

2) Exprimer u_n en fonction de n .

3) En supposant que le taux d'accroissement se maintienne, estimer la population mondiale en 2025.

4) À l'aide de la calculatrice, estimer en quelle année les 9 milliards d'habitants seront atteints.

EXERCICE N°4

Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0=\dfrac{1}{9}$ et de raison $q=3$.

Déterminer $S_8=\displaystyle\sum_{k=0}^{8} u_k$

EXERCICE N°5

Nous avons tous 2 parents, 4 grands-parents, 8 arrière grands-parents, etc. en supposant que nous appartenons la génération 1, que nos parents appartiennent à la génération 2, nos grands-parents à la génération 3, etc.

1) Combien d'ancêtres figurent à la génération 10 ?

2) Si on pouvait remonter jusqu'en l'an 1000 (soit environ à la 40^{e} génération), combien y aurait-il d'individus au total sur l'arbre généalogique (de la 1ère génération c'est-à-dire nous, jusqu'à la 40e génération comprise) ? Que penser de ce résultat ?