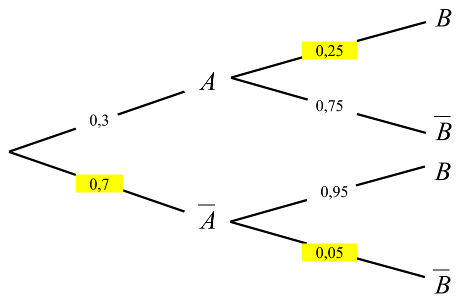
PROBABILITÉS CONDITIONNELLES E04C

EXERCICE N°1 Échauffement

Soient Ω un univers et A et B deux événements.



1) Compléter l'arbre ci-contre.

2) Calculer les probabilités suivantes :

2.a) $P(A \cap B)$.

$P(A \cap B) = 0{,}3 \times 0{,}25 = 0{,}075$

$\boxed{P(A \cap B) = 0{,}075}$

2.b) $P(A \cap \overline{B})$.

$P(A \cap \overline{B}) = 0{,}3 \times 0{,}75 = 0{,}225$

$\boxed{P(A \cap \overline{B}) = 0{,}225}$

2.c) $P(\overline{A} \cap B)$.

$P(\overline{A} \cap B) = 0{,}7 \times 0{,}95 = 0{,}665$

$\boxed{P(\overline{A} \cap B) = 0{,}665}$

2.d) $P(\overline{A} \cap \overline{B})$.

$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0{,}7 \times 0{,}05 = 0{,}035$

$\boxed{P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0{,}035}$

2.e) $P(B)$.

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B) \\ &= 0{,}075 + 0{,}665 \end{aligned}$$

$\boxed{P(B) = 0{,}74}$

2.f) $P(\overline{B})$.

$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0{,}74 = 0{,}26$

$\boxed{P(\overline{B}) = 0{,}26}$

On aurait pu le calculer directement :

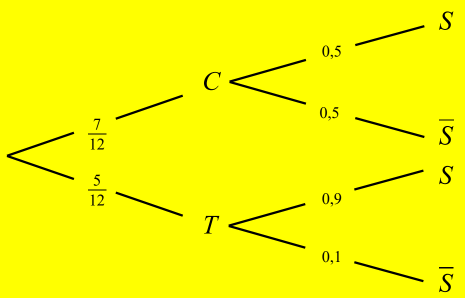
$$\begin{aligned} P(\overline{B}) &= P(A \cap \overline{B}) + P(\overline{A} \cap \overline{B}) \\ &= 0{,}225 + 0{,}035 \end{aligned}$$

$\boxed{P(\overline{B}) = 0{,}26}$

EXERCICE N°2 ***Utiliser un arbre pondéré***

Le matin, Géraldine boit du café avec une probabilité $\dfrac{7}{12}$ ou du thé avec une probabilité $\dfrac{5}{12}$.
Lorsqu'elle boit du café, elle y met du sucre la moitié du temps alors que quand elle boit du thé, elle y met du sucre $90\ \%$ du temps.
On appelle :
C l'événement : « elle boit du café ce matin »,
T l'événement : « elle boit du thé ce matin » et
S l'événement : « elle met du sucre dans sa boisson ce matin ».

1) Représenter la situation par un arbre pondéré.



2) Quelle est la probabilité qu'elle boive un café sucré ce matin ?

$$P(C \cap S) = \frac{7}{12}\times 0{,}5 = \frac{7}{12}\times\frac{1}{2} = \frac{7}{24}$$

Ainsi, la probabilité qu'elle boive un café sucré vaut $\boxed{\dfrac{7}{24}}$.

3) Déterminer la probabilité qu'elle ne mette pas de sucre dans sa boisson ce matin.

$$\begin{aligned} P(\overline{S}) &= P(C \cap \overline{S}) + P(T \cap \overline{S}) \\ &= \frac{7}{12}\times 0{,}5 + \frac{5}{12}\times 0{,}1 \\ &= \frac{35}{120} + \frac{50}{120} \\ &= \frac{85}{120} \\ &= \frac{17}{24} \end{aligned}$$

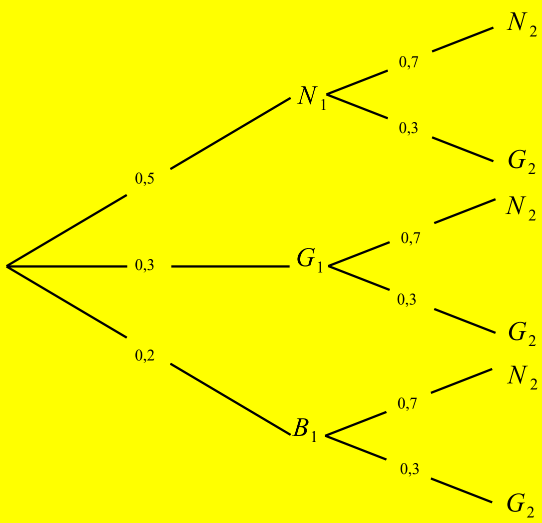
Ainsi, la probabilité qu'elle ne mette pas de sucre vaut $\boxed{\dfrac{17}{24}}$.

EXERCICE N°3 ***Un rangement particulier***

Émile a rangé les chaussettes de son père dans deux tiroirs. Il a mis 5 chaussettes noires, 3 chaussettes grises et 2 chaussettes blanches dans un tiroir, et 7 chaussettes noires et 3 chaussettes grises dans l'autre. Son père choisit au hasard une chaussette dans chaque tiroir.

1) Représenter la situation par un arbre pondéré.

N_1 : « Obtenir une chaussette noire dans le 1er tiroir »
G_1 : « Obtenir une chaussette grise dans le 1er tiroir»
B_1 : « Obtenir une chaussette blanche dans le 1er tiroir»
N_2 : « Obtenir une chaussette noire dans le 2ème tiroir »
G_2 : « Obtenir une chaussette grise dans le 2ème tiroir »



2) Quelle est la probabilité p_1 que le père ait une chaussette blanche et une chaussette noire?

$p_1 = 0,2 \times 0,7 = 0,14$

$\boxed{p_1 = 0,14}$

3) Quelle est la probabilité p_2 que le père ait des chaussettes assorties ?

$$p_2 = \frac{1}{2}\times\frac{7}{10} + \frac{3}{10}\times\frac{3}{10} = \frac{7}{20}+\frac{9}{100} = \frac{35}{100}+\frac{9}{100} = \frac{44}{100} = \frac{11}{25} = 0,44$$

$\boxed{p_2 = 0,44}$

4) Quelle est la probabilité p_3 que le père ait au moins une chaussette noire ?

$$p_3 = \frac{1}{2} + \frac{3}{10}\times\frac{7}{10} + \frac{1}{5}\times\frac{7}{10} = \frac{1}{2}+\frac{21}{100}+\frac{7}{50} = \frac{50}{100}+\frac{21}{100}+\frac{14}{100} = \frac{85}{100} = \frac{17}{20} = 0,85$$

$\boxed{p_3 = 0,85}$

PROBABILITÉS CONDITIONNELLES E04C

EXERCICE N°4 Tennis

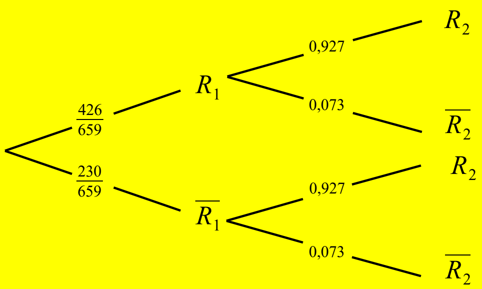
(*Calculatrice autorisée*)

Sur l'ensemble d'un tournoi de tennis, un joueur a réussi 426 des 659 premiers services et 92,7 % de ses seconds services.

On choisit un service de joueur au hasard et on note :

R_1 : « Le joueur a réussi réussi son premier service »
R_2 : « Le joueur a réussi réussi son second service »

1) Construire un arbre de probabilités représentant la situation.



2) Calculer la probabilité que le joueur ait commis une double faute ce jour-là.
(Arrondir à 10^{-4} *, puis donner la probabilité sous forme de pourcentage)*

$$P(R_1 \cap R_2) = \frac{230}{659} \times 0{,}073 \approx 0{,}0255$$

Soit $\boxed{\text{environ } 2{,}55\ \%}$