# PHÉNOMÈNES ALÉATOIRES E04C

## *EXERCICE N°1 Démontrer l'indépendance (Le corrigé)*

Une urne contient 12 boules numérotées de 1 à 12. On tire une boule au hasard.

On note

$D$ l'événement « obtenir un multiple de deux »,

$T$ l'événement « obtenir un multiple de trois »,

$N$ l'événement « obtenir un nombre supérieur ou égal à neuf ».

**1)** Les événements $N$ et $T$ sont-ils indépendants ?

On va utiliser la propriété n°4

On a

d'une part :

$P(N)=\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ et $P(T)=\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ donc $P(N)\times P(T) = \frac{1}{3}\times\frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

d'autre part :

$P(N \cap T) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

Ainsi $P(N \cap T) \neq P(N)\times P(T)$

On en déduit que $\boxed{N \text{ et } T \text{ ne sont pas indépendants}}$ .

Si les événements avaient été indépendants, on aurait eu l'égalité, ce qui n'est pas le cas.

**2)** Que dire des événements $D$ et $N$ ?

On va faire la même chose.

On a

d'une part :

$P(N)=\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ et $P(D)=\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ donc $P(N)\times P(D) = \frac{1}{3}\times\frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

d'autre part :

$P(N \cap T) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

Ainsi $P(N \cap T) = P(N)\times P(T)$

On en déduit que $\boxed{N \text{ et } D \text{ sont indépendants}}$ .

On apprend ici que $N$ et $T$ s'influencent l'un l'autre (ils ne sont pas indépendants)
alors que $N$ et $D$ ne s'influencent pas l'un l'autre…
Essayez de voir cela sans faire de calcul...

# *PHÉNOMÈNES ALÉATOIRES E04C*

***EXERCICE N°2 (Le corrigé)***

$A$ et $B$ sont deux événements tels que : $P(A) = 0{,}3$ , $P_B(A) = 0{,}7$ et $P_A(B) = 0{,}3$ .

$A$ et $B$ sont-ils indépendants?

On a $P_B(A) \neq P(A)$ donc $\boxed{A \text{ et } B \text{ ne sont pas indépendants}}$

# *PHÉNOMÈNES ALÉATOIRES E04C*

***EXERCICE N°3 (Le corrigé)***

Soit $A$ et $B$ deux événements indépendants tels que : $P(A) = 0{,}6$ et $P(B) = 0{,}5$ .

Calculer $P(A \cap B)$ .

Comme $A$ et $B$ sont indépendants, $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0{,}6 \times 0{,}5$
Ainsi $\boxed{P(A \cap B) = 0{,}3}$

**EXERCICE N°4** *(Le corrigé)*

Soit $A$ et $B$ deux événements tels que $P(A \cap B) = \frac{2}{5}$ et $P(A) = \frac{2}{3}$

Quelle valeur doit prendre $P(B)$ pour que $A$ et $B$ soient indépendants ?

Pour que $A$ et $B$ soient indépendants, il faut et il suffit que :
$P(A \cap B) \neq 0$ et $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Donc : $\frac{2}{5} = \frac{2}{3} \times P(B) \Leftrightarrow P(B) = P(B) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{5}$

Ainsi $\boxed{P(B) \text{ doit prendre la valeur } \frac{3}{5}}$

# PHÉNOMÈNES ALÉATOIRES E04C

**EXERCICE N°5** *(Le corrigé)*

Le tableau ci-dessous donne la répartition de 100 élèves de Terminale d'un lycée, sportifs ou non sportifs, en fonction de leur régime scolaire (externe, interne ou demi-pensionnaire).

| | Externe | Demi-P | Interne |
|---|---|---|---|
| Sportif | 22 | 12 | 6 |
| Non sportif | 30 | 18 | 12 |

On choisit un élève au hasard.

| | Externe | Demi-P | Interne | Total |
|---|---|---|---|---|
| Sportif | 22 | 12 | 6 | 40 |
| Non sportif | 30 | 18 | 12 | 60 |
| Total | 52 | 30 | 18 | 100 |

Pensez à compléter le tableau avec les effectifs marginaux.

Notons

$S$ « l'élève est sportif »

$E$ « l'élève est externe »

$D$ « l'élève est demi-pensionnaire »

$I$ « l'élève est interne »

**1)** Les événements « l'élève est sportif » et « l'élève est externe » sont-ils indépendants ?

On a

▪ d'une part :

$$P(S) = \frac{40}{100} = 0{,}4 \quad \text{et} \quad P(E) = \frac{52}{100} = 0{,}52$$

donc $P(S) \times P(E) = 0{,}4 \times 0{,}52 = 0{,}208$

▪ et d'autre part :

$$P(S \cap E) = \frac{22}{100} \; 0{,}22$$

$$P(S \cap E) \neq P(S) \times P(E)$$

On en déduit que $\boxed{\text{les deux événements ne sont pas indépendants}}$ .

**2)** Les événements « l'élève est non sportif » et « l'élève est demi-pensionnaire » sont-ils indépendants ?

On a

▪ d'une part :

$$P(\overline{S}) = \frac{60}{100} = 0{,}6 \quad \text{et} \quad P(D) = \frac{30}{100} = 0{,}3$$

donc $P(\overline{S}) \times P(D) = 0{,}6 \times 0{,}3 = 0{,}18$

▪ et d'autre part :

$$P(\overline{S} \cap D) = \frac{18}{100} \; 0{,}18$$

$$P(\overline{S} \cap D) = P(\overline{S}) \times P(D)$$

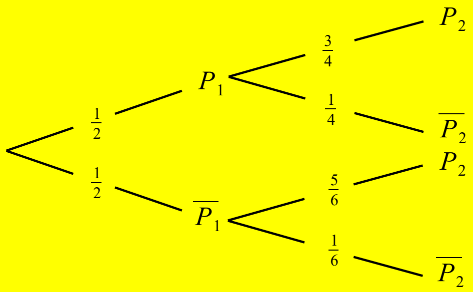
On en déduit que $\boxed{\text{les deux événements sont indépendants}}$ .

# PHÉNOMÈNES ALÉATOIRES E04C

## *EXERCICE N°6*

On lance deux pièces de monnaie successivement.
La première pièce est équilibrée.
La deuxième ne l'est pas et vérifie les conditions suivantes :
- Si la première pièce donne pile, la deuxième pièce donne pile trois fois sur quatre.
- Si la première pièce donne face, la deuxième pièce donne face cinq fois sur six.

Répresentons la situation :




**1)** Donner la probabilité d'avoir pile au 1er lancer.

Comme la pièce est bien équilibrée, la probabilité d'avoir pile au 1er lancer vaut $\boxed{\frac{1}{2}}$ .

**2)** Calculer la probabilité d'avoir pile au 2e lancer.

D'après notre figure, il s'agît de calculer $P(P_2)$

$$P(P_2) = P(P_1)\times P_{P_1}(P_2) + P(\overline{P_1})\times P_{\overline{P_1}}(P_2) = \frac{1}{2}\times\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\times\frac{5}{6} = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}+\frac{5}{6}\right) = \frac{19}{24}$$

$$\boxed{P(P_2) = \frac{19}{24}}$$

**3)** Calculer la probabilité d'avoir deux fois pile, et en déduire que les événements :
« obtenir pile au 1er lancer » et « obtenir pile au 2e lancer » ne sont pas indépendants.

D'après notre figure :
▪ d'une part,
avoir deux fois pile est représenté par $P_1 \cap P_2$ et :

$$P(P_1 \cap P_2) = P(P_1)\times P_{P_1}(P_2) = \frac{1}{2}\times\frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$

▪ et d'autre part,
« obtenir pile au 1er lancer » est représenté par $P_1$
et « obtenir pile au 2e lancer » est représenté par $P_2$

$$P(P_1)\times P(P_2) = \frac{1}{2}\times\frac{19}{24} = \frac{19}{48}$$

▪ $P(P_1 \cap P_2) \neq P(P_1)\times P(P_2)$

On en déduit que $\boxed{\text{les événements ne sont pas indépendants}}$ .