LA FONCTION RACINE CARRÉE

IV Étude de la fonction racine carrée

Définition n°2.

La fonction racine carrée est la fonction $g:\begin{cases}[0\ ;\ +\infty[\to \mathbb{R}\\ x \mapsto \sqrt{x}\end{cases}$

Propriété n°4.

La fonction racine croissante est strictement croissante sur $[0\ ;\ +\infty[$

preuve :

Soient a et b des réels tels que $0 \leqslant a < b$.
Nous devons montrer qu'alors $\sqrt{a} < \sqrt{b}$.
$a < b \Leftrightarrow a-b < 0 \Leftrightarrow (\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b}) < 0$
D'après la règle des signes, les facteurs $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ et $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ sont de signes contraires.
Or, $\sqrt{a}+\sqrt{b} > 0$ (voir la définition n°1 si vous n'êtes pas convaincu…)
Donc $\sqrt{a}-\sqrt{b} < 0$ qui équivaut à $\sqrt{a} < \sqrt{b}$.

Remarque n°6.

On en déduit que la fonction racine carrée conserve les inégalités.

Jusqu'à présent, on connaissait quelques règles sur les inégalités : On savait ajouter ou soustraire des quantités à chaque membre, on savait multiplier ou diviser chaque membre par une même quantité non nulle. On sait maintenant que l'on peut peut faire toute sorte d'opérations sur chaque membre et que ces opérations reviennent en fait à déterminer l'image de chaque membre par une fonction donnée.
Ajouter un nombre a correspond à la fonction $x \mapsto x+a$
Soustraire un nombre a correspond à la fonction $x \mapsto x-a$
Ces deux fonctions étant croissantes, elles conservent les inégalités (on ne change pas le sens de l'inégalité…)
Multiplier par un nombre a correspond à la fonction $x \mapsto ax$
Diviser par un nombre a correspond à la fonction $x \mapsto \frac{1}{a}x$
La croissance de ces fonctions dépend du signe de a (Si $a>0$ le sens de l'inégalité ne change pas… hé oui la fonction est croissante. Si $a<0$ le sens de l'inégalité change … hé oui la fonction est décroissante)