# DEVOIR SURVEILLÉ N°2

| Nom : | Prénom : | Classe : |
|---|---|---|

## EXERCICE N°1 Je connais mon cours (5 points)

**1)** Compléter :

| | | | |
|---|---|---|---|
| **1.a)** $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} \frac{1}{x} =$ | | **1.b)** $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \frac{1}{x} =$ | |
| **1.c)** $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x} =$ | | **1.d)** $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{x} =$ | |

**2)** $f:\begin{cases}\mathbb{R}^* \to \mathbb{R}\\ x \to \frac{1}{x}\end{cases}$ Donner l'expression de sa dérivée $f'(x) =$

**3)** Compléter le tableau de variation complet de la fonction inverse

| $x$ | $-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$ |
|---|---|
| $f(x)$ | |

## EXERCICE N°2 Le classique (6 points)

Le coût de production, exprimé en millions d'euros, pour fabriquer $q$ milliers de tonnes d'un produit est donné par : $C(q) = \frac{q^2}{4}+q+4$ où $q \in [1\ ;\ 20]$ .

Le coût unitaire de production d'un millier de tonnes, noté $U(q)$ , de ce produit lorsque la production est de $q$ milliers de tonnes est donné par $U(q) = \frac{C_M(q)}{q}$

**1)** Montrer que $U(q) = \frac{q}{4}+1+\frac{4}{q}$ où $q \in [1\ ;\ 20]$ .

**2)** Justifier que $U'(q) = \frac{(q-4)(q+4)}{4q^2}$ où $q$ appartient à l'intervalle $[1\ ;\ 20]$ .

**3)** Étudier le signe de $U'(q)$ sur l'intervalle $[1\ ;\ 20]$ et dresser le tableau de variation de $U$ .

**4)** L'entreprise décide de choisir le niveau de production à produire qui minimisera son coût unitaire. Déterminer cette production.

**EXERCICE N°3** **(9 points)**

Une entreprise fabrique chaque jour des rouleaux de tissu en coton. La production quotidienne varie entre 1 et 10 kilomètres de tissu. On note $x$ la production de tissu en kilomètres. Le coût total de production, exprimé en euros, de $x$ kilomètres de tissu est donné par la fonction définie pour $x$ appartenant à $[1\ ;\ 10]$ par :

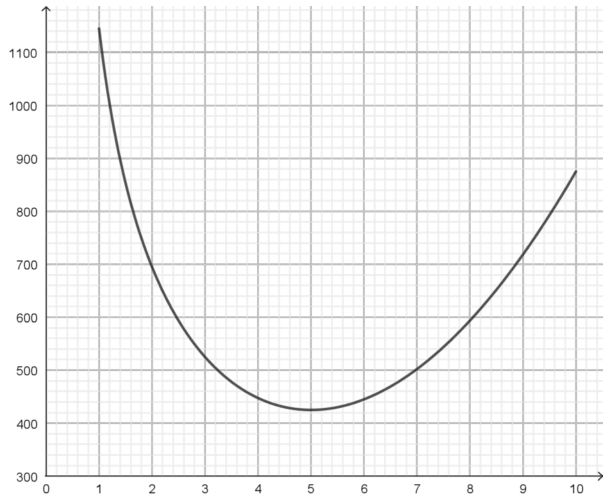
$$\boxed{C(x) = 15x^3 - 120x^2 + 500x + 750}$$

**Partie A : Lectures graphiques**

On appelle coût moyen de production la fonction $C_M$ définie sur l'intervalle $[1\ ;\ 10]$ par :

$$\boxed{C_M(x) = \frac{C(x)}{x}}$$

La représentation graphique de la fonction $C_M$ est donnée ci-contre.




**1)** Donner par lecture graphique une valeur approchée de $C_M(7)$ .

**2)** Déterminer par lecture graphique combien de kilomètres de tissu l'entreprise doit fabriquer pour que le coût moyen de production soit minimal.

**Partie B : Calculs**

Pour tout $x$ appartenant à l'intervalle $[1\ ;\ 10]$ .

**3)** Montrer que : $C_M(x) = 15x^2 - 120x + 500 + \dfrac{750}{x}$ .

**4)** Démontrer que : $C_M'(x) = \dfrac{30(x-5)(x^2+x+5)}{x^2}$ .

**5)** Justifier que pour tout $x$ appartenant à l'intervalle $[1\ ;\ 10]$ , $x^2+x+5 > 0$ .

**6)** Étudier le signe de $C_M(x)$ et dresser le tableau de variation de $C_M$ .

**7)** En déduire la longueur de tissu à produire pour que le coût moyen soit minimal.