Fonctions Affines et équations M01

Exercice 1

Dans le plan muni d'un repère :

1. On considère la droite (Δ) représentative de la fonction affine : $f(x)=\dfrac{2}{3}x-1$

   Parmi les points ci-dessous, lesquels appartiennent à la droite (Δ)?

a. $A(-3\,;0)$ b. $B(6\,;3)$ c. $C(2\,;2)$ d. $D(0\,;-1)$

2. On considère la droite (d) passant par les points $E(6\,;6)$ et $F(-9\,;-4)$. Parmi les fonctions affines ci-dessous, laquelle admet la droite (d) pour représentation?

   a. $g(x)=\dfrac{2}{3}x+2$ b. $h(x)=-\dfrac{1}{3}x-7$

   c. $j(x)=\dfrac{1}{3}x-2$ d. $k(x)=\dfrac{4}{3}x-2$

Correction 1

1. a. Pour $x=-3$, on a :
   $$f(-3)=\frac{2}{3}\times(-3)-1=-2-1=-3\neq 0$$
   Le point A n'appartient pas à la droite (Δ).

   b. Le point de (Δ) d'abscisse 6 a pour ordonnée :
   $$f(6)=\frac{2}{3}\times 6-1=4-1=3$$
   Ce sont les coordonnées du point B : le point B est un point de la droite (Δ).

   c. Pour $x=2$:
   $$f(2)=\frac{2}{3}\times 2-1=\frac{4}{3}-1=\frac{1}{3}\neq 2$$
   Le point C n'est pas un point de la droite (Δ).

   d. Pour $x=0$, on a :
   $$f(0)=\frac{2}{3}\times 0-1=-1$$
   On obtient les coordonnées du point D : D est un point de la droite (Δ).

2. Le point E appartient aux droites représentatives des fonctions affines g et k :
   - $g(6)=\dfrac{2}{3}\times 6+2=4+2=6$
   - $k(6)=\dfrac{4}{3}\times 6-2=8-2=6$

   Le point F appartient aux droites représentatives des fonctions affines g et h :
   - $g(-9)=\dfrac{2}{3}\times(-9)+2=-6+2=-4$
   - $h(-9)=-\dfrac{1}{3}\times(-9)-7=+3-7=-4$

   Ainsi, la droite (d) est la représentation de la fonction affine g.

Exercice 2

On considère les trois fonctions affines ci-dessous :
$$f(x)=1{,}5x+1\quad;\quad g(x)=-\frac{1}{2}x+2\quad;\quad h(x)=3$$

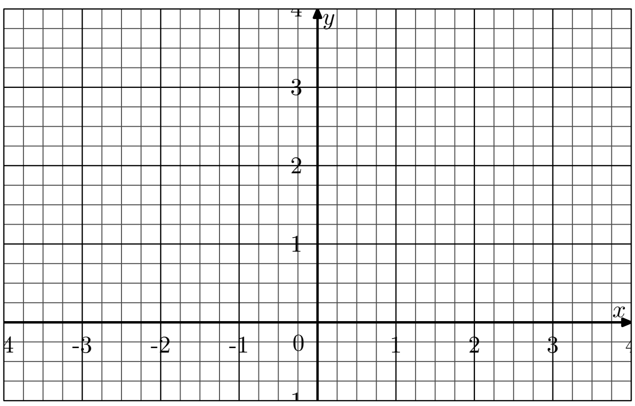
1. Compléter les tableaux de valeurs ci-dessous :

x	-1	2
$f(x)$		

x	$-\frac{1}{2}$	2
$g(x)$		

x	0	$2{,}5$
$h(x)$		

2. Utiliser les tableaux de valeurs précédents pour tracer les courbes représentatives de ces trois fonctions dans le repère ci-dessous :



Correction 2

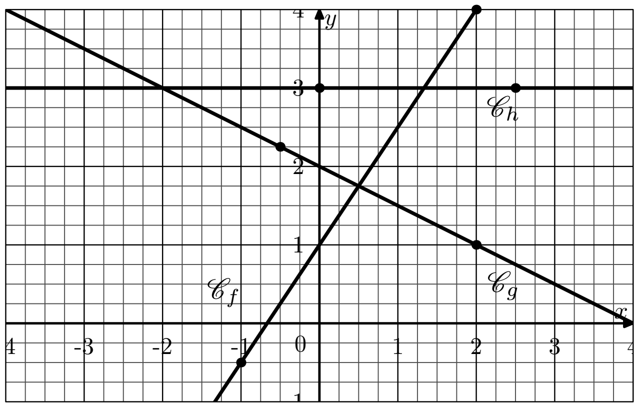
1. On a les tableaux valeurs suivant :

x	-1	2
$f(x)$	$-0{,}5$	4

x	$-\frac{1}{2}$	2
$g(x)$	$\frac{9}{4}$	1

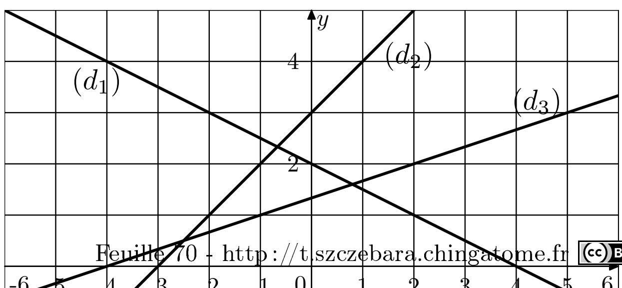
x	0	$2{,}5$
$h(x)$	3	3

2. Ces trois fonctions sont des fonctions affines donc leur représentation sont des droites. Les tableaux de valeurs permet, pour chacune de ces droites, de connaître l'emplacement de deux de leurs points :



Exercice 3

Dans le repère ci-dessous, sont représentées trois droites :



Associer à chacune de ces droites la fonction affine dont elle est la représentation parmi :

- $f\colon x \longmapsto -0{,}5x+2$
- $g\colon x \longmapsto \dfrac{1}{3}x+\dfrac{3}{2}$
- $h\colon x \longmapsto x+2$
- $j\colon x \longmapsto x+3$
- $k\colon x \longmapsto \dfrac{1}{3}x+\dfrac{4}{3}$
- $\ell\colon x \longmapsto -0{,}5x+3$

Indications : on pourra lire graphiquement le coefficient directeur d'une droite, puis utiliser les coordonnées d'un des points de cette droite.

Correction 3

- Graphiquement, on lit que son coefficient directeur a pour valeur $-0{,}5$
Ainsi, (d_1) est la représentation soit de la fonction f, soit de la fonction ℓ.

  La droite (d_1) intercepte l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0\,;2)$: son ordonnée à l'origine vaut 2.

  On en déduit que la droite (d_1) est la représentation de la fonction affine :
  $f(x) = -0{,}5x+2$
- La droite (d_2) passe par le point de coordonnées $(0\,;3)$: on en déduit que son ordonnée à l'origine est 3.

  Ainsi, la droite (d_2) est la représentation soit de la fonction j, soit de la fonction ℓ.

  Or, graphiquement, on voit que le coefficient directeur de la droite (d_2) est 1.

  On en déduit que la droite (d_2) est la représentation de la fonction affine :
  $j(x) = x+3$.
- Graphiquement, on observe que le coefficient directeur de la droite (d_3) est $\dfrac{1}{3}$.

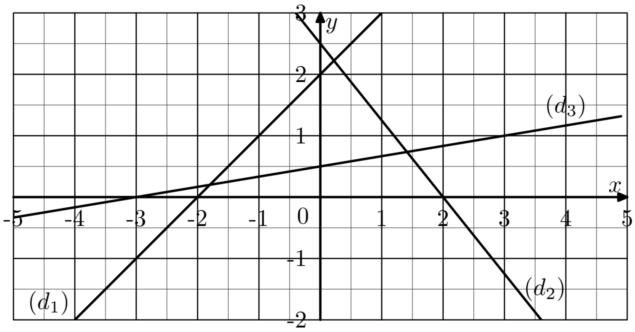
  Ainsi, la droite (d_3) est la représentation soit de la fonction g, soit de la fonction k.

  La droite (d_3) passe par le point de coordonnées $(-4\,;0)$; or, ces coordonnées sont vérifiées seulement par la fonction k.

  On en déduit que la droite (d_3) est la représentation de la fonction affine :
  $k(x) = \dfrac{1}{3}x+\dfrac{4}{3}$.

Exercice 4

Dans le repère ci-dessous, sont représentées trois droites (d_1), (d_2) et (d_3). Par lecture graphique, déterminer les expressions algébriques des trois fonctions affines ayant pour représentation ces droites :

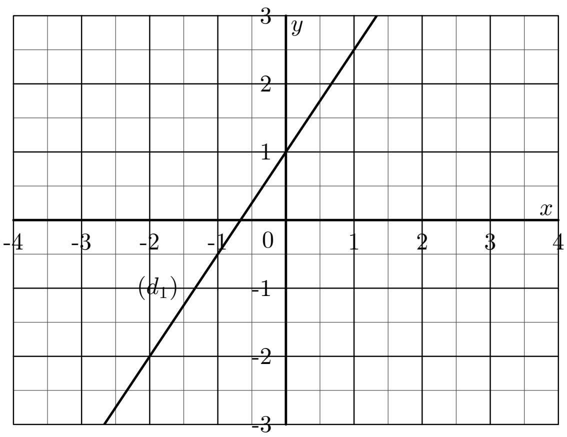


Correction 4

- La droite (d_1) est la représentation de la fonction affine f définie par : $f(x)=x+2$
- La droite (d_2) est la représentation de la fonction affine g définie par : $g(x)=-\dfrac{5}{4}x+\dfrac{5}{2}$
- La droite (d_3) est la représentation de la fonction affine h définie par : $h(x)=\dfrac{1}{6}x+\dfrac{1}{2}$

Exercice 5

On considère le repère ci-dessous, est donnée la droite (d_1) représentative de la fonction affine f :



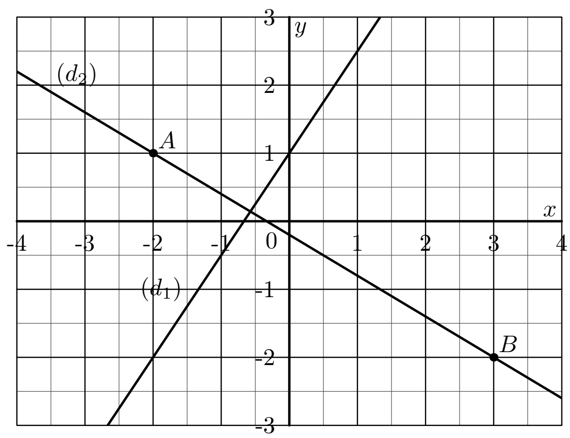
1. Déterminer graphiquement l'expression de la fonction f.
2. a. Tracer la droite (d_2) passant par les points $A(-2\,;1)$ et $B(3\,;-2)$.

   b. Donner l'expression de la fonction affine g admettant la droite (d_2) pour représentation graphique.

Correction 5

1. - La droite (d_1) intercepte l'axe des ordonnées en $(0\,;1)$. L'ordonnée à l'origine de la fonction f a pour valeur 1.
   - En utilisant les points $C(0\,;1)$ et $D(1\,;2{,}5)$ appartenant à (d_1), on en déduit le coefficient directeur de la fonction f :
   $m = \dfrac{2{,}5}{1} = 2{,}5$

   L'expression algébrique de la fonction f est :
   $f(x)=1{,}5x+1$
2. a. Voici le tracé de la droite (d_2) :



b. Cette droite passe par les deux points du quadrillage :
$A(-2\,;1)$; $B(3\,;-2)$

Le coefficient directeur de la fonction g a pour valeur :

$$m = \frac{f(x_B)-f(x_A)}{x_B-x_A} = \frac{y_B-y_A}{x_B-x_A} = \frac{-2-1}{3-(-2)} = \frac{-3}{3+2} = -\frac{3}{5}$$

Ainsi, la fonction g admet une expression de la forme :
$g(x) = -\frac{3}{5}x+p$ où $p\in\mathbb{R}$

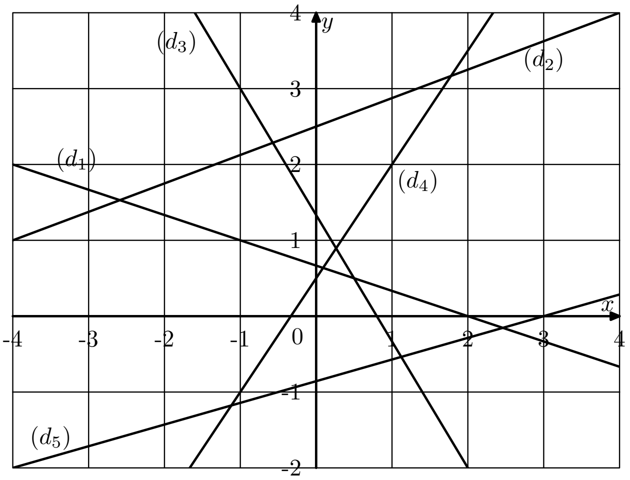
Le point A étant un point de la droite (d_2), on a la relation :

$$f(3) = -2 \qquad p = -2+\frac{9}{5}$$
$$-\frac{3}{5}\times 3+p = -2 \qquad p = \frac{-10}{5}+\frac{9}{5}$$
$$-\frac{9}{5}+p = -2 \qquad p = -\frac{1}{5}$$

La fonction g a pour expression algébrique :
$y = -\frac{3}{5}x-\frac{1}{5}$

Exercice 6

Dans le repère ci-dessous, sont données les droites (d_1), (d_2), (d_3), (d_4), (d_5) représentatives des fonctions f, g, h, j, k :



1. Graphiquement, déterminer le coefficient directeur de chacune des fonctions.
2. Algébriquement, déterminer l'expression algébrique de chacune de ces fonctions.

Correction 6

1. Aucune rédaction n'était nécessaire pour cette question mais voici les raisonnements écrits permettant d'obtenir les coefficients directeurs de ces droites :
   - En utilisant les points $A(-1\,;1)$ et $B(2\,;0)$ appartenant à la droite (d_1), on obtient le coefficient directeur de la fonction f :
   $$m = \frac{y_B-y_A}{x_B-x_A} = \frac{-1}{3} = -\frac{1}{3}$$
   - En utilisant les points $C(-4\,;1)$ et $D(4\,;4)$ appartenant à la droite (d_2), on obtient le coefficient directeur de la fonction g :
   $$m = \frac{y_D y_C}{x_D-x_C} = \frac{4-1}{4-(-4)} = \frac{3}{8}$$
   - En utilisant les points $E(-1\,;3)$ et $F(2\,;-2)$ appartenant à la droite (d_3), on obtient le coefficient directeur de la fonction h :
   $$m = \frac{y_F-y_E}{x_F-x_E} = \frac{-2-3}{2-(-1)} = \frac{-5}{3} = -\frac{5}{3}$$
   - En utilisant les points $G(-1\,;-1)$ et $H(1\,;2)$ appartenant à la droite (d_4), on obtient le coefficient directeur de la fonction j :
   $$m = \frac{y_H-y_G}{x_H-x_G} = \frac{2-(-1)}{1-(-1)} = \frac{3}{2}$$
   - En utilisant les points $I(-4\,;-2)$ et $J(3\,;0)$ appartenant à la droite (d_5), on obtient le coefficient directeur de la fonction k :
   $$m = \frac{y_J-y_I}{x_J-x_I} = \frac{0-(-2)}{3-(-4)} = \frac{2}{7}$$

2.
   - Ainsi, la fonction affine f admet une expression de la forme :
   $f(x) = -\frac{1}{3}x+p$ où $p\in\mathbb{R}$

   En utilisant les coordonnées du point B, on a l'égalité :
   $$f(2) = 0$$
   $$-\frac{1}{3}\times 2+p = 0$$
   $$-\frac{2}{3}+p = 0$$
   $$p = \frac{2}{3}$$
   On en déduit l'expression algébrique de la fonction f :
   $f(x) = -\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$
   - Ainsi, la fonction affine g admet une expression de la forme :
   $g(x) = \frac{3}{8}x+p$ où $p\in\mathbb{R}$

   En utilisant les coordonnées du point D, on a l'égalité :
   $$g(4) = 4$$
   $$\frac{3}{8}\times 4+p = 4$$
   $$\frac{3}{2}+p = 4$$
   $$p = 4-\frac{3}{2}$$
   $$p = \frac{5}{2}$$
   On en déduit l'expression algébrique de la fonction g :
   $g(x) = \frac{3}{8}x+\frac{5}{2}$
   - Ainsi, la fonction affine h admet une expression de la forme :
   $h(x) = -\frac{5}{3}x+p$ où $p\in\mathbb{R}$

   En utilisant les coordonnées du point E, on a l'égalité :
   $$h(-1) = 3$$
   $$-\frac{5}{3}\times(-1)+p = 3$$
   $$\frac{5}{3}+p = 3$$
   $$p = 3-\frac{5}{3}$$
   $$p = \frac{4}{3}$$
   On en déduit l'expression algébrique de la fonction h :
   $h(x) = -\frac{5}{3}x+\frac{4}{3}$
   - Ainsi, la fonction affine j admet une expression de la forme :
   $j(x) = \frac{3}{2}x+p$ où $p\in\mathbb{R}$

   En utilisant les coordonnées du point B, on a l'égalité :
   $$j(1) = 2$$
   $$\frac{3}{2}\times 1+p = 2$$
   $$\frac{3}{2}+p = 2$$
   $$p = 2-\frac{3}{2}$$
   $$p = \frac{1}{2}$$
   On en déduit l'expression algébrique de la fonction j :

$$j(x) = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$$

- Ainsi, la fonction affine k admet une expression de la forme :
  $$k(x) = \frac{2}{7}x + p \quad \text{où } p \in \mathbb{R}$$
  En utilisant les coordonnées du point J, on a l'égalité :
  $$k(3) = 0$$
  $$\frac{2}{7} \times 3 + p = 0$$
  $$\frac{6}{7} + p = 0$$
  $$p = -\frac{6}{7}$$
  On en déduit l'expression algébrique de la fonction k :
  $$k(x) = \frac{2}{7}x - \frac{6}{7}$$

