LA DÉRIVATION E05C

EXERCICE N°1 Méthode : dérivée et tableau de variation

Pour chaque fonction f , déterminer sa fonction dérivée f' sur l'intervalle I qui est donné, puis dresser le tableau de signes de f' et en déduire son tableau de variations sur I .

1) $f : x \mapsto x^3 - \dfrac{3}{2}x^2 - 6x + 4$ $\qquad I =]-4 \; ; \; 4[$

▪ f est une somme de fonctions de référence définies et dérivables sur I donc f l'est aussi et pour tout $x \in I$,

$f'(x) = 3x^2 - 3x - 6 = 3(x^2 - x - 2)$

▪ On remarque que -1 et 2 sont des racines évidentes, on peut donc écrire :

$f'(x) = 3(x+1)(x-2)$

et dresser le tableau de signes suivant :

x	-4		-1		2		4
3		$+$	|	$+$	|	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$x-2$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	-60	$\nearrow$	$7{,}5$	$\searrow$	6	$\nearrow$	20

2) $f : x \mapsto 9x - 5 + \dfrac{16}{x-2}$ $\qquad I =]3 \; ; \; 6[$

▪ f est une somme de fonctions de référence définies et dérivables sur I donc f l'est aussi et pour tout $x \in I$,

$$f'(x) = 9 - \frac{16}{(x-2)^2} = \frac{9(x-2)^2 - 16}{(x-2)^2} = \frac{[3(x-2)-4][3(x-2)+4]}{(x-2)^2} = \frac{(3x-10)(3x-2)}{(x-2)^2}$$

On cherche toujours à avoir une forme factorisée.

x	3		$\frac{10}{3}$		6
$3x-10$		$-$	|	$+$	
$3x-2$		$+$	0	$+$	
$(x-2)^2$		$+$	|	$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$+$	
$f(x)$	38	$\searrow$	37	$\nearrow$	53