PROBABILITÉS CONDITIONNELLES (LA SUITE) E03

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

On lance deux fois et successivement un dé équilibré.

1) On note :

A l'événement « le 1er dé donne un chiffre pair » et

S l'événement « la somme des chiffres des deux dés vaut 5 ».

Les événements A et S sont-ils indépendants ?

▪ On notera une issue sous la forme $(a\ ;\ b)$ où a est le résultat du 1er lancer et b celui du second.

▪ On sait que $P(A) = \dfrac{1}{2}$.

Si vous représentez la situation par un arbre, vous aurez 6 branches pour le 1er lancer qui, chacunes, donneront 6 branches pour le second lancer.

Il aura donc au total 36 issues : $(1\ ;\ 1)$, $(1\ ;\ 2)$ … $(6\ ;\ 6)$

Comme le dé est bien équilibré, on a une situation d'équiprobabilité et chaque issue aura donc une probabilité valant $\dfrac{1}{36}$.

Avec cet arbre, on voit facilement que pour déterminer $P(A)$, il suffit d'observer les 6 premières branches : $\dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

Par contre il faut garder à l'esprit que si on veut décrire A à l'aide des issues , il faut écrire tous les couples $(a\ ;\ b)$ correspondant :

$A = \{(2\ ;\ 1)\ ;\ (2\ ;\ 2)\ ;\ \dots(2\ ;\ 6)\ ;\ (4\ ;\ 1)\ ;\ \dots(4\ ;\ 6)\ ;\ (6\ ;\ 1)\ ;\ \dots(6\ ;\ 6)\}$

Il y a au total $3\times6=18$ issues et donc $P(A) = 18\times\dfrac{1}{36} = \dfrac{1}{2}$.

▪ Déterminons $P(S)$:

$S=\{(1\ ;\ 4)\ ;\ (2\ ;\ 3)\ ;\ (3\ ;\ 2)\ ;\ (4\ ;\ 1)\}$

donc $P(S) = 4\times\dfrac{1}{36} = \dfrac{1}{9}$

▪ On en déduit que $P(A)\times P(S) = \dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{9} = \dfrac{1}{18}$

▪ Déterminons $P(A\cap S)$

$A\cap S = \{(2\ ;\ 3)\ ;\ (4\ ;\ 1)\}$

donc $P(A\cap S) = \dfrac{2}{36} = \dfrac{1}{18}$

▪ D'après ce qui précéde : $P(A)\times P(S) = P(A\cap S)$

Donc $\boxed{\text{les événements } A \text{ et } S \text{ sont indépendants}}$.

2) On note :

B l'événement « le 1er dé donne le chiffe 6 » et

M l'événement « la multiplication des chiffres des dés vaut 12 ».

Les événements B et M sont-ils indépendants ?

▪ On notera les 36 issues possibles sous la forme $(a\ ;\ b)$ où a est le résultat du 1er lancer et b celui du second.

▪ On sait que $P(A) = \dfrac{1}{6}$.

▪ Déterminons $P(M)$:

$M=\{(2\ ;\ 6)\ ;\ (3\ ;\ 4)\ ;\ (4\ ;\ 3)\ ;\ (6\ ;\ 2)\}$

donc $P(M) = 4\times\dfrac{1}{36} = \dfrac{1}{9}$

▪ Déterminons $P(B\cap M)$

$B\cap M = \{(6\ ;\ 2)\}$

donc $P(A\cap S) = \dfrac{1}{36}$

▪ D'après ce qui précéde : $P(B)\times P(M) \neq P(B\cap M)$

Donc $\boxed{\text{les événements } B \text{ et } M \text{ ne sont pas indépendants}}$.