

LA FONCTION LOGARITHME DÉCIMAL E01

EXERCICE N°6 (Le corrigé)

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

1) $-480 \times 0,5^x + 72 > -4799928$

$$-480 \times 0,5^x + 72 > -4799928$$

$$\Leftrightarrow -480 \times 0,5^x > -4800000$$

$$\Leftrightarrow 0,5^x < \frac{-4800000}{-480}$$

$$\Leftrightarrow 0,5^x < 10000$$

La fonction \log étant strictement croissante, elle ne change pas les inégalités.

$$\Leftrightarrow \log(0,5^x) < \log(10000)$$

$$\Leftrightarrow x \times \log(0,5) < 4$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{4}{\log(0,5)}$$

On ne change pas le sens d'une inégalité en retranchant un même nombre à chaque membre.

On change le sens d'une inégalité en divisant chaque membre par un même nombre strictement négatif.

Ainsi $-480 \times 0,5^x + 72 > -4799928$ quand $x > \frac{4}{\log(0,5)} \approx -13,29$

En notant S l'ensemble des solutions :

$$S = \left] \frac{4}{\log(0,5)} ; +\infty \right[$$

Grâce à la propriété n°6.

Car $\log(0,5)$ est négatif.

2) $472 \times 3,2^x - 89 \leq 471911$

$$472 \times 3,2^x - 89 \leq 471911$$

$$472 \times 3,2^x \leq 472000$$

$$3,2^x \leq \frac{472000}{472}$$

$$\Leftrightarrow 3,2^x \leq 1000$$

La fonction \log étant strictement croissante, elle ne change pas les inégalités.

$$\Leftrightarrow \log(3,2^x) \leq \log(1000)$$

$$\Leftrightarrow x \times \log(3,2) \leq 3$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{3}{\log(3,2)}$$

On ne change pas le sens d'une inégalité en ajoutant un même nombre à chaque membre.

On ne change pas le sens d'une inégalité en divisant chaque membre par un même nombre strictement positif.

Ainsi $472 \times 3,2^x - 89 \leq 471911$ quand $x \leq \frac{3}{\log(3,2)} \approx 5,94$

En notant S l'ensemble des solutions :

$$S = \left] -\infty ; \frac{3}{\log(3,2)} \right]$$

Grâce à la propriété n°6.

Car $\log(3,2)$ est positif.