

LA FONCTION INVERSE E04

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

Une entreprise fabrique des tables de jardin. La production est comprise entre 1 et 30 tables par jour. Toutes les tables fabriquées sont supposées vendues.

Le coût de production, exprimé en euros, de q tables fabriquées est égal à $C(q) = q^2 + 50q + 100$ où q appartient à l'intervalle $[1 ; 30]$.

1) Quel est le coût de production, en euros, de 20 tables ?

Il s'agit de calculer $C(20)$:

$$C(20) = 20^2 + 50 \times 20 + 100 = 1500$$

Ainsi, le coût de production de 20 tables est de **1500 €**

2) À chaque quantité q de tables produites, on associe le coût unitaire de production :

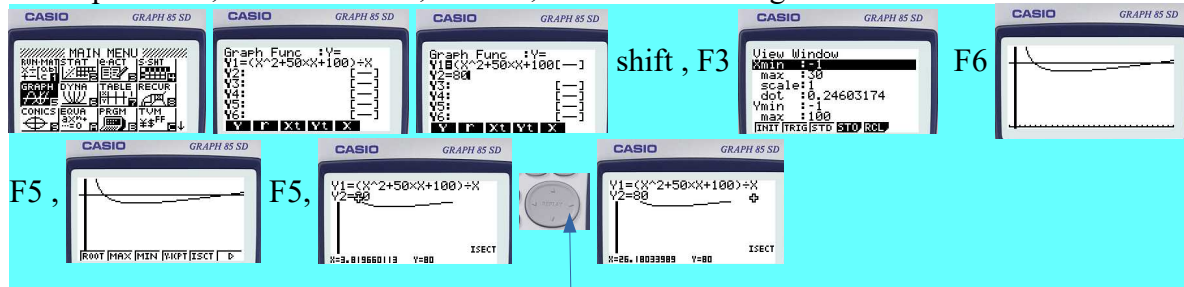
$$C_u(q) = \frac{C(q)}{q}$$

2.a) Calculer le coût unitaire de production, en euros, pour 20 tables produites.

$$C_u(20) = \frac{C(20)}{20} = \frac{1500}{20} = 75$$

Ainsi, le coût unitaire de production pour 20 tables est de : **75 €**

2.b) Représenter la fonction C_u sur la calculatrice et déterminer pour quelles quantités de tables produites, le coût unitaire, en euro, est inférieur ou égal à 80.



Avec la calculatrice : on peut dire que le coût unitaire, en euro, est inférieur à 80 entre 4 et 26 tables

2.c) Démontrer que, pour tout réel q de l'intervalle $[1 ; 30]$,

$$C_u'(q) = \frac{(q-10)(q+10)}{q^2}$$

D'une part :

$$C_u(q) = \frac{C(q)}{q} = \frac{q^2 + 50q + 100}{q} = q + 50 + \frac{100}{q}$$

$$C_u'(q) = 1 - \frac{100}{q^2}$$

D'autre part :

$$\frac{(q-10)(q+10)}{q^2} = \frac{q^2 - 100}{q^2} = 1 - \frac{100}{q^2}$$

Ainsi, on a bien $C_u'(q) = \frac{(q-10)(q+10)}{q^2}$.

2.d) Étudier le signe de $C_u'(q)$ sur l'intervalle $[1 ; 30]$ et dresser le tableau de variation de la fonction C_u .

▪ $q - 10 > 0 \Leftrightarrow q > 10$ et ▪ $q + 10 > 0 \Leftrightarrow q > -10$

q	1	10	30
$q - 10$	-	0	+
$q + 10$	+		+
$C_u'(q)$	-	0	+
$C_u(q)$	151	70	≈ 83

2.e) Préciser la quantité de tables à fabriquer par jour pour que le coût unitaire soit minimal.
Quel est ce coût minimal ?

D'après le tableau de variation, il faut fabriquer 10 tables par jour pour un coût minimal de 70 € .