LA FONCTION LOGARITHME DÉCIMAL E03

EXERCICE N°4 (Le corrigé)

Pour qu'un son « chatouille » notre oreille il faut que le pavillon de celle-ci réussisse à en capter « quantité » suffisante. Cette quantité, notée I, est appelée l'intensité sonore de ce son. Elle s'exprime en watt mètre carré ($\mathrm{W \cdot m^2}$). Le niveau sonore N de ce son, exprimé en décibels (dB), est alors donné par la relation :

$$N = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

où I_0 est la plus petite puissance sonore perceptible par l'oreille humaine.

On donne $I_0 = 10^{-12}\ \mathrm{W \cdot m^2}$

1) Une conversation entre deux amis a une intensité sonore de $10^{-5}\ \mathrm{W \cdot m^2}$. Quel est son niveau sonore ?

$$N = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10\log\left(\frac{10^{-5}}{10^{-12}}\right) = 10\log\left(10^7\right) = 70$$

Une conversation entre deux amis a donc un $\boxed{\text{niveau sonore de } 70\ \mathrm{dB}}$

2) Quelle intensité ne doit pas être dépassée pour une oreille dont le seuil de douleur se situe à $120\ \mathrm{dB}$?

Il s'agît de résoudre $N \leqslant 120$.

$$\begin{aligned} N \leqslant 120 &\Leftrightarrow 10\log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) \leqslant 120 \\ &\Leftrightarrow \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) \leqslant 12 \\ &\Leftrightarrow 10^{\log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)} \leqslant 10^{12} \\ &\Leftrightarrow \frac{I}{10^{-12}} \leqslant 10^{12} \\ &\Leftrightarrow I \leqslant 10^0 = 1 \end{aligned}$$

Ainsi $\boxed{\text{l'intensité ne doit pas dépasser } 1\ \mathrm{W \cdot m^2}}$

3) Si on augmente le niveau sonore d'un son de 20 dB que se passe-t-il pour son intensité sonore ?

▪ Exprimons I en fonction de N :

$$N = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Leftrightarrow \frac{N}{10} = \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Leftrightarrow 10^{\frac{N}{10}} = 10^{\log\left(\frac{I}{I_0}\right)} \Leftrightarrow 10^{\frac{N}{10}} = \frac{I}{I_0} \Leftrightarrow I = 10^{\frac{N}{10}} I_0$$

et comme $I_0 = 10^{-12}\ \mathrm{W \cdot m^2}$

$$I = 10^{\frac{N}{10}} \times 10^{-12}$$

On peut écrire $I(N) = 10^{\frac{N}{10}} \times 10^{-12}$ et $I(N+20) = 10^{\frac{N+20}{10}} \times 10^{-12}$

$$\frac{I(N+20)}{I(N)} = \frac{10^{\frac{N+20}{10}} \times 10^{-12}}{10^{\frac{N}{10}} \times 10^{-12}} = \frac{10^{\frac{N}{10}+2}}{10^{\frac{N}{10}}} = \frac{10^{\frac{N}{10}} \times 10^2}{10^{\frac{N}{10}}} = 10^2$$

On en déduit que :

$\boxed{\text{si le niveau sonore augmente de 20 dB alors l'intensité sonore est multipliée par 100}}$

4) En général, on cherche plutôt à réduire le niveau sonore. Comment réduire l'intensité d'un son pour diminuer niveau sonore de $10\ \mathrm{dB}$?

$$\frac{I(N-10)}{I(N)} = \frac{10^{\frac{N-10}{10}} \times 10^{-12}}{10^{\frac{N}{10}} \times 10^{-12}} = \frac{10^{\frac{N}{10}-1}}{10^{\frac{N}{10}}} = \frac{10^{\frac{N}{10}} \times 10^{-1}}{10^{\frac{N}{10}}} = 10^{-1}$$

$\boxed{\text{Pour diminuer le niveau sonore de 10 dB, il faut diviser par 10 l'intensité sonore}}$.

5) Jade possède une enceinte dans sa chambre dont la puissance fournit un niveau sonore de 80 dB . Elle souhaite en acheter une seconde de puissance identique et l'installer à côté de celle qu'elle possède déjà.
Ses parents protestent : « 160 dB, mais tu risques d'avoir lésions irréversibles aux oreilles ! »
Sachant que les intensités sonores de plusieurs sons d'un même point s'additionnent, que peut-on penser de l'affirmation des parents de Jade ?

Calculons $I(80)$:

D'après la question 3) : $I(80)=10^{\frac{80}{10}}\times10^{-12}=10^{-4}$

D'après l'énoncé, ajouter une enceinte revient doubler $I(80)$: $2\times I(80) = 2\times10^{-4}$
On peut alors calculer le nouveau niveau sonore :

$$10\log\left(\frac{2\times I(80)}{I_0}\right) = 10\log\left(\frac{2\times10^{-4}}{10^{-12}}\right) = 10\log(2\times10^{8})=10(\log(2)+8) \approx 110$$

Le niveau sonore sera d'environ 110 dB et non 160 dB. $\boxed{\text{L'affirmation est donc fausse}}$.