

PROBABILITÉS CONDITIONNELLES E06C

EXERCICE N°2 Du concret (avec une inconnue)

Inspiré du sesamath 1^{er} Spé 66 p 287

L'efficacité du vaccin contre la grippe peut être diminuée pour plusieurs raisons, il est donc possible de contracter la grippe tout en étant vacciné. Une étude menée dans une ville a permis de constater que :

- 40 % de la population est vaccinée ;
- 8 % des personnes vaccinées ont contracté la grippe ;
- 20 % de la population a contracté la grippe.

On choisit une personne au hasard dans la population de la ville et on considère les événements

- V : « La personne est vaccinée contre la grippe » et
- G : « La personne a contracté la grippe ».

1) Donner la probabilité de l'événement G .

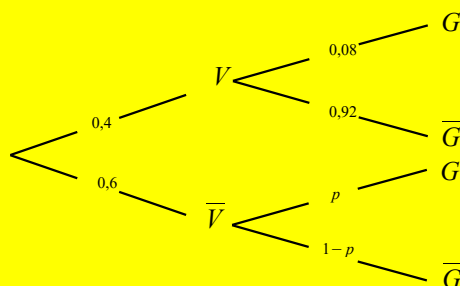
$$P(G) = 0,2$$

Car 20 % de la population a contracté la grippe.

2) Représenter la situation par un arbre pondéré dans lequel figure une inconnue.

On fait l'arbre au brouillon, on identifie ce qui manque : $P_{\bar{V}}(G)$ et on l'appelle par exemple p .

Notons p la probabilité qu'une personne ait contracté la grippe sachant qu'elle est vaccinée.



À ce stade du cours, je n'ai plus besoin d'expliquer le « $1-p$ »

3) Déterminer la probabilité que la personne choisie ait contracté la grippe et soit vaccinée.

Il s'agit de déterminer $P(V \cap G)$.

$$P(V \cap G) = P(V) \times P_V(G) = 0,4 \times 0,08 = 0,032$$

La probabilité que la personne choisie ait contracté la grippe et soit vaccinée vaut 0,032.

4) La personne choisie n'est pas vaccinée. Montrer que la probabilité qu'elle ait contracté la grippe est égale à 0,28.

Il s'agit de montrer que $P_{\bar{V}}(G) = p = 0,28$.

On sait que $P(G) = 0,2$,

Or d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(G) &= P(V) \times P_V(G) + P(\bar{V}) \times P_{\bar{V}}(G) \\ &= 0,4 \times 0,08 + 0,6 \times p \\ &= 0,032 + 0,6p \end{aligned}$$

Donc ,

$$0,2 = 0,032 + 0,6p$$

$$\text{d'où } p = \frac{0,2 - 0,032}{0,6} = 0,28$$

Ainsi, on a bien montré que la probabilité qu'elle ait contracté la grippe est égale à 0,28