Correction du Devoir surveillé N°1

Nom :	*Prénom :*	*Classe :*

EXERCICE N°1 ***Je maitrise les suites*** ***(10 points)***

Le dioxyde de carbone ou CO2 est un des gaz à effet de serre.
En 1960, les émissions de CO2 dans le monde ont été estimées à 15,4 milliards de tonnes. Depuis, on estime que ces émissions augmentent chaque année de 1,8 % par rapport à l'année précédente.

1) Pour tout entier naturel n, le nombre u_n désigne les émissions de CO2, exprimées en milliard de tonnes, pendant l'année $(1960+n)$. On a ainsi : $u_0 = 15{,}4$.
Vérifier que $u_1 = 15{,}6772$.

$$u_1 = u_0+\frac{1{,}8}{100}\times u_0 = 15{,}4+\frac{1{,}8}{100}\times 15{,}4 = 15{,}6772$$

(toute autre méthode justifiée est bien sûr acceptée)

2) Justifier que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.

Une augmentation de 1,8 % correspond à un coefficient multiplicateur CM valant 1,018.
Ainsi pour passer d'un terme de la suite au suivant, on multiplie par 1,018. On a donc bien une suite géométrique de raison $q = 1{,}018$ et de premier terme $u_0 = 15{,}4$.

3) Exprimer u_n en fonction de l'entier naturel n.

Pour tout entier naturel n , on peut écrire :

$$u_n = u_0\times q^n$$

C'est à dire ici : $\boxed{u_n = 15{,}4\times 1{,}018^n}$

Ne pas oublier de remplacer u_0 et q par leur valeur respective. On peut utiliser la lettre q puisqu'on l'a définie à la question précédente...

4) Selon ce modèle défini par la suite (u_n), déterminer l'année à partir de laquelle les émissions annuelles de CO2 émises dans le monde dépasseront les 75 milliards de tonnes.

À l'aide de la calculatrice, on a :

$$u_{88} \approx 74{,}015 \quad \text{et} \quad u_{89} \approx 75{,}348$$

On en déduit que c'est à partir de $\boxed{1960+89=2049}$ que les émissions annuelles de CO2 dépasseront les 75 milliards de tonnes.

5) Selon ce même modèle, un journaliste prétend que les émissions totales de CO2 émises dans le monde depuis 1960 dépasseront les 2 000 milliards de tonnes en 2030.
A-t-il raison ?

Comme $2030=1960+70$, il s'agît de calculer la somme des 71 premiers termes de notre suite géométrique.

71 ?? On commence à u_0 …

En notant S cette somme, on peu écrire :

$$S = u_0\times\frac{1-q^{71}}{1-q} = 15{,}4\times\frac{1-1{,}018^{71}}{-0{,}018} \approx 2181 \text{ à l'unité près}$$

On peut donc dire que le journaliste $\boxed{\text{a raison}}$.

EXERCICE N°2 Je n'ai pas oublié mes connaissances de première (10 points)

Suite à une épidémie dans une région, le nombre de personnes malades t jours après l'apparition des premiers cas est modélisé par $f(t) = 45t^2 - t^3$ pour tout t appartenant à $[0\,;45]$.

1) Déterminer le nombre de personnes malades prévu par ce modèle au bout de 20 jours.

Il s'agît de calculer $f(20)$.

$f(20) = 45\times 20^2 - 20^3 = 10000$

Selon ce modèle, au bout de 20 jours, il aurait $\boxed{10000 \text{ malades}}$.

2) Montrer que, pour tout t appartenant à $[0\,;45]$, $f'(t) = 3t(30-t)$.

Pour $t \in [0\,;\,45]$

- $f(t) = 45t^2 - t^3$
- $f'(t) = 90t - 3t^2$
- De plus :

  $3t(30-t) = 90t - 3t^2$
- On en déduit que $f'(t) = 3t(30-t)$

3) Déterminer le signe de $f'(t)$ sur $[0\,;45]$.

- $3t > 0 \Leftrightarrow t > 0$;
- $30-t > 0 \Leftrightarrow -t > -30 \Leftrightarrow t < 30$

v	0		30		45
$3t$		+	0	+	
$t-30$		+	|	−	
$f'(t)$		+	0	−	

4) Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0\,;45]$.

v	0		30		45
$f'(t)$		+	0	−	
			13500		
$f(t)$		↗		↘	
	0				0

$13500 = f(30)$

5) Déterminer le jour où le nombre de personnes malades est maximal durant cette période de 45 jours et préciser le nombre de personnes malades ce jour-là.

D'après le tableau de variation, $\boxed{\text{c'est le } 30^e \text{ jour avec } 13500 \text{ malades}}$.