LA MÉTHODE CMR
(CAPTURE MARQUAGE RECAPTURE)

I Le principe

Dans une **population de *N* individus**,

▪ on capture et on **Marque *M* individus**.

▪ On obtient ainsi une proportion $\frac{M}{N}$.

▪ Puis on **Capture *c* individus** et on compte le nombres d'individus déjà marqués, c'est à dire ceux que l'on a **Recapturés** : on note ***r* ce nombre**).

▪ On obtient alors une nouvelle proportion : $\frac{r}{c}$

▫ On suppose que le milieu est clos : Pas de départ, pas d'arrivée, pas de naissance ni de mort d'individus

▫ On suppose également que toutes les captures sont indépendantes : Chaque individus a les mêmes chances d'être capturé et le fait de capturer un individu n'influence pas les chances d'en capturer un autre ou de le recapturer.

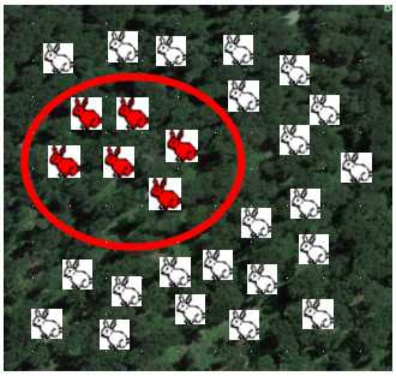
Dans ces conditons, on sait que $\frac{M}{N} = \frac{r}{c}$ et donc

$\boxed{N = \frac{c \times M}{r}}$ *N* est appellé : indice de Lincoln Petersen

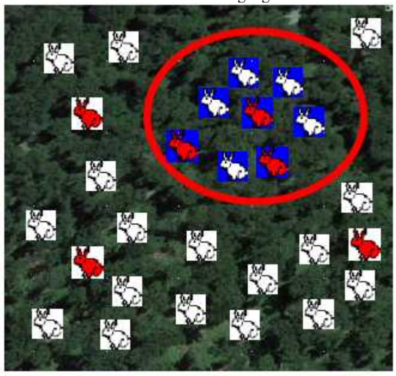
LA MÉTHODE CMR
(CAPTURE MARQUAGE RECAPTURE)

Exemple n°1. ***On souhaite connaître le nombre de lapins dans une parcelle de forêt.***

Source du fond : earth.google.com



Source du fond : earth.google.com



$M=$ 

$c=$  $+$  et $r=$ 

$$N = \frac{c \times M}{r}$$

Remarque n°1.

Dans la partique, N est une estimation de la taille de la population et même pas forcément un nombre entier…
Vous pouvez faire quelques essais en suivant ce lien.

Fichier Geogebra

LA MÉTHODE CMR E01

EXERCICE N°1 Je découvre

Hase - Own work (New Zealand Sea Lion, adult male.jpg

Une équipe scientifique souhaite estimer l'effectif d'une population de lions de mer de Steller Eumetopias jubatus, une espèce classée « quasi menacée » par l'organisme UICN. Pour cela, ils ont accès à des données de capture/marquage/ recapture dans une zone du nord de l'Océan Pacifique : 57 individus ont été capturés et marqués lors d'une première étude. Un an plus tard, 48 individus ont été capturés dont 19 marqués.

À partir de ces données, estimer la taille de la population étudiée.

La méthode CMR
(Capture Marquage Recapture)

II Une question de confiance

N’oublions pas que nous sommes dans le domaine des statistiques :
En effectuant une capture on prélève un échantillon et cet échantillon ne répresente peut-être pas correctement la population.
On pourrait utiliser un grand nombre d’échantillons afin de pouvoir faire une moyenne…

EXERCICE N°2 Je découvre 2

En 1992, une équipe de chercheurs a estimé le nombre de jeunes otaries nées dans une population australienne. Lors d'une première capture, les jeunes otaries sont marquées en coupant une mèche de fourrure. Les jeunes de cette colonie sont ensuite recapturés visuellement plusieurs fois, ce qui permet d'estimer leur nombre. La moyenne indique une population de 2 817 jeunes otaries nées entre 1991 et 1992. L'expérience de capture-marquage-recapture est répétée en 1998 et 1291 jeunes otaries sont marquées.

Crédits : Stephen Barnes/Animals /Alamy

	1	2	3	4
Taille de l'échantillon n	1080	1224	1107	1233
Otaries recapturées déjà marquées m	391	378	363	357

1) Donner la formule qui nous permet de calculer l'indice de Lincoln-Peterson pour chaque échantillon en utilisant les notations de l'exercice.

2) Estimer l'abondance d'otaries nées entre 1997 et 1998 à l'aide des données issues de chaque recapture.

3) Calculer la moyenne des quatre abondances obtenues à la question 2. et conclure sur la nécessité de procéder à plusieurs captures.

4) Décrire l'évolution de la population d'otaries à fourrure australienne.

La méthode CMR (Capture Marquage Recapture)

mais dans la pratique cela coute cher...
Pour compenser cela, on utilise les intervalles de confiance …

La méthode CMR
(Capture Marquage Recapture)

Connaissance n°1   Déterminer un Intervalle de Confiance : IC

Pour un échantillon de taille *n*, on note f_{obs} la fréquence observée (pour nous c'est $\frac{r}{c}$).

On a alors :

$$\boxed{IC = \left[f_{obs} - \epsilon \; ; \; f_{obs} + \epsilon\right]}$$

avec $\epsilon = k\sqrt{\frac{f_{obs}(1 - f_{obs})}{n}}$ et $k = 1{,}96$ pour un niveau de 95%
$k = 2{,}58$ pour un niveau de 99%

Remarque n°2.

ϵ représente la marge d'erreur et elle dépend de fortement de n :
plus n est grand plus ϵ est petit.

La méthode CMR
(Capture Marquage Recapture)

Exemple n°2. ***On souhaite estimer le nombre de lapins dans la forêt entière.***

On capture 800 individus, on les marque puis on les relâche.
On procède à une seconde capture de 1000 individus. On compte alors 250 individus recapturés.

- En notant N le nombre de lapins total, on a $N = \dfrac{800 \times 1000}{250} = 3200$

On peut estimer à 3200 le nombre total de lapins.

- Ok mais quelle confiance peut accorder à ce résultat ?

Supponsons que nous voulions un niveau de confiance de 95 %.

On a $f_{obs} = \dfrac{250}{1000} = 0{,}25$

$$\epsilon = 1{,}96 \times \sqrt{\frac{0{,}25(1-0{,}25)}{1000}} \approx 0{,}0268 \quad \text{(1,96 car 95 \%….)}$$

▫ Nous avons ici une marge d'erreur d'environ 2,68 %

On obtient : $IC \approx [0{,}25 - 0{,}0268 \ ; \ 0{,}25 + 0{,}0268] = [0{,}2235 \ ; \ 0{,}2768]$

On en déduit que le nombre de lapins est compris entre $\dfrac{800}{0{,}2768} \approx 2890$ et $\dfrac{800}{0{,}2235} \approx 3780$ avec un niveau de confiance de 95 %.

Remarque n°3.

Pour comparaison, la marge d'erreur pour l'exemple n°1 est d'environ 18 %, c'est beaucoup…

LA MÉTHODE CMR E01

EXERCICE N°3 Je comprends

Roland zh - Own work

On souhaite estimer la population de mouettes rieuses (Chroicocephalus ridibundus) en Camargue (Gard et Bouches-du-Rhône).
Pour cela, lors d'une première campagne, on capture au hasard sur ce territoire 1 000 mouettes rieuses qui sont baguées puis relâchées.
Lors d'une seconde campagne, quelques temps plus tard, on capture au hasard sur le même territoire 1 200 oiseaux.

On constate que sur cet échantillon 239 oiseaux sont bagués.
On suppose que toutes les captures sont indépendantes les unes des autres et que le milieu est clos (population identique lors des deux campagnes de captures).
Soit N la taille de la population totale de mouettes et p la proportion de mouettes parmi les oiseaux.

1) Estimer la taille N de la population totale de mouettes avec la méthode CMR.
2) Donner un intervalle de confiance de p au niveau de confiance de 95 % (arrondir les bornes à 10^{-3}).
3) En déduire un encadrement de N au niveau de confiance de 95 %.

LA MÉTHODE CMR E02

EXERCICE N°4 Je prépare le DS

Dès leur arrivée en Nouvelle-Zélande autour de 1200, les êtres humains y ont introduit de nombreuses espèces. Sans prédateurs naturels, certaines pullulent. Ainsi, de nos jours, la vallée de l'Orongorongo est confrontée à une invasion de rats noirs, que les autorités essaient de limiter. Un site de la vallée est pris pour étude.

Résultats de CMR sur la période 2003-2004 dans la vallée d'Orongorongo

	Session 2003	Session 2004
Individus capturés en début de session	34	28
Individus capturés en fin de session	52	60
Individus marqués dans la recapture	26	24

1) Déterminer la taille de la population au départ de l'étude en 2003.
2) Déterminer la taille de la population en 2004.
3) Le gouvernement craint une croissance de la population. À l'aide des résultats de l'étude, donner des arguments pour confirmer ou modérer cette crainte. Que conseiller d'autre ?
4) Une ville envisage de lancer une campagne massive de dératisation. Les scientifiques veulent estimer l'impact du poison sur la mortalité au sein de la population de rats. Sur 200 rats retrouvés morts depuis le début de l'étude, 100 présentent des signes d'empoisonnement, soit 50 %.
Déterminer si cette fréquence observée est précise à ± 3 % avec un niveau de confiance de 95 %.
5) Le gouvernement néo-zélandais considère que cette estimation n'est pas assez fiable. Calculer le nombre de rats devant être échantillonnés pour considérer que cette valeur de 50 % de rats empoisonnés soit fiable à ± 3 % avec un niveau de confiance de 95 %.