

CROISSANCE EXPONENTIELLE E03

EXERCICE N°1 Étude de suite

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite géométrique de raison $r = 0,9$ et de terme initial $u_0 = 10$.

- 1) Déterminer u_1 et u_3 .
- 2) Déterminer le terme général de la suite u .
- 3) Déterminer en justifiant le sens de variation de u .
- 4) Dans un repère, placer les quatre premiers termes de la suite.
- 5) Déterminer à partir de quelle valeur de n , on a $u_n < 5$.

EXERCICE N°2 Sciences de la vie et de la terre

À la suite d'une intoxication alimentaire, on étudie l'élimination d'une toxine chez un cheval au cours du temps. À l'instant initial, la concentration est de $30 \mu\text{g/L}$. On sait que la concentration de la toxine dans le sang baisse de $4,5\%$ chaque jour. On note $f(t)$ la concentration de la toxine en $\mu\text{g/L}$ au bout de t jours.

- 1) Expliquer pourquoi on peut utiliser un modèle de décroissance exponentielle pour décrire l'évolution de la concentration.
- 2) Déterminer les valeurs de k et de a telles que $f(t) = k \times a^t$ pour $t \geq 0$.
- 3) Déterminer la concentration présente au bout de 12 h.
- 4) Déterminer le sens de variation de la fonction f .
- 5) Afficher la courbe représentative de la fonction f à l'aide de la calculatrice et déterminer au bout de combien de jours la concentration aura diminué de moitié.
- 6) On considère que la toxine ne représente plus un danger pour le cheval lorsque la concentration tombe en dessous de 15% de la concentration initiale. Déterminer au bout de combien de temps le cheval sera hors de danger.

EXERCICE N°3 Économie

Simon dépose sur son livret d'épargne 20 000 euros au taux composé annuel de 3% le 1^{er} janvier 2023. Les intérêts sont calculés par rapport à la somme disponible en début d'année.

On note $u(n)$ le montant disponible sur son livret d'épargne n années après, on a donc $u(0) = 20\,000$.

- 1) Calculer $u(1)$ et $u(2)$.
- 2) Exprimer $u(n+1)$ en fonction de $u(n)$. En déduire la nature de la suite u .
- 3) Déterminer le terme général de la suite u .
- 4) Combien d'années Simon devra-t-il laisser son argent en banque s'il veut doubler son dépôt initial ?

Son banquier lui propose une autre formule : son épargne lui rapporterait chaque année 4% de la somme initiale.

On note $v(n)$ le montant disponible sur son livret d'épargne n années après.

- 5) Déterminer la somme disponible au bout de deux ans.
- 6) Déterminer la nature de la suite v . Préciser le premier terme et la raison.
- 7) En déduire une expression de $v(n)$ en fonction de n .
- 8) Quelle formule peut-on conseiller à Simon ? Discuter selon la durée du placement.

EXERCICE N°4 Sciences sociales

Une enquête de l'Institut National des Hautes Études de la Sécurité et de la Justice s'intéresse à la diffusion des informations à travers les réseaux sociaux. L'Institut cite une étude du chercheur D. Watts, qui a relevé que :

- 93% du temps, une information est diffusée par un utilisateur, mais elle n'est jamais relayée.
- $6,8\%$ du temps, une information est relayée à une ou deux personnes qui vont la relayer au maximum une seule fois.
- $0,2\%$ du temps, l'information est cascadée de manière exponentielle.

Interpréter dans chacun des cas ce qui se passe si une personne diffuse une rumeur sur un réseau social. On pourra discuter des limites de ces modélisations.

CROISSANCE EXPONENTIELLE E03

EXERCICE N°1 Étude de suite

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite géométrique de raison $r = 0,9$ et de terme initial $u_0 = 10$.

- 1) Déterminer u_1 et u_3 .
- 2) Déterminer le terme général de la suite u .
- 3) Déterminer en justifiant le sens de variation de u .
- 4) Dans un repère, placer les quatre premiers termes de la suite.
- 5) Déterminer à partir de quelle valeur de n , on a $u_n < 5$.

EXERCICE N°2 Sciences de la vie et de la terre

À la suite d'une intoxication alimentaire, on étudie l'élimination d'une toxine chez un cheval au cours du temps. À l'instant initial, la concentration est de $30 \mu\text{g/L}$. On sait que la concentration de la toxine dans le sang baisse de $4,5\%$ chaque jour. On note $f(t)$ la concentration de la toxine en $\mu\text{g/L}$ au bout de t jours.

- 1) Expliquer pourquoi on peut utiliser un modèle de décroissance exponentielle pour décrire l'évolution de la concentration.
- 2) Déterminer les valeurs de k et de a telles que $f(t) = k \times a^t$ pour $t \geq 0$.
- 3) Déterminer la concentration présente au bout de 12 h.
- 4) Déterminer le sens de variation de la fonction f .
- 5) Afficher la courbe représentative de la fonction f à l'aide de la calculatrice et déterminer au bout de combien de jours la concentration aura diminué de moitié.
- 6) On considère que la toxine ne représente plus un danger pour le cheval lorsque la concentration tombe en dessous de 15% de la concentration initiale. Déterminer au bout de combien de temps le cheval sera hors de danger.

EXERCICE N°3 Économie

Simon dépose sur son livret d'épargne 20 000 euros au taux composé annuel de 3% le 1^{er} janvier 2023. Les intérêts sont calculés par rapport à la somme disponible en début d'année.

On note $u(n)$ le montant disponible sur son livret d'épargne n années après, on a donc $u(0) = 20\,000$.

- 1) Calculer $u(1)$ et $u(2)$.
- 2) Exprimer $u(n+1)$ en fonction de $u(n)$. En déduire la nature de la suite u .
- 3) Déterminer le terme général de la suite u .
- 4) Combien d'années Simon devra-t-il laisser son argent en banque s'il veut doubler son dépôt initial ?

Son banquier lui propose une autre formule : son épargne lui rapporterait chaque année 4% de la somme initiale.

On note $v(n)$ le montant disponible sur son livret d'épargne n années après.

- 5) Déterminer la somme disponible au bout de deux ans.
- 6) Déterminer la nature de la suite v . Préciser le premier terme et la raison.
- 7) En déduire une expression de $v(n)$ en fonction de n .
- 8) Quelle formule peut-on conseiller à Simon ? Discuter selon la durée du placement.

EXERCICE N°4 Sciences sociales

Une enquête de l'Institut National des Hautes Études de la Sécurité et de la Justice s'intéresse à la diffusion des informations à travers les réseaux sociaux. L'Institut cite une étude du chercheur D. Watts, qui a relevé que :

- 93% du temps, une information est diffusée par un utilisateur, mais elle n'est jamais relayée.
- $6,8\%$ du temps, une information est relayée à une ou deux personnes qui vont la relayer au maximum une seule fois.
- $0,2\%$ du temps, l'information est cascadée de manière exponentielle.

Interpréter dans chacun des cas ce qui se passe si une personne diffuse une rumeur sur un réseau social. On pourra discuter des limites de ces modélisations.