

LES SUITES NUMÉRIQUES E04C

EXERCICE N°4 Suite géométrique : Somme de termes

Soit la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $v_n = 1,5 \times 2^n$.

1) Calculer v_0 , v_1 et v_2 .

▪ $v_0 = 1,5 \times 2^0$, ainsi	$v_0 = 1,5$
▪ $v_1 = 1,5 \times 2^1$, ainsi	$v_1 = 3$
▪ $v_2 = 1,5 \times 2^2$, ainsi	$v_2 = 6$

2) Démontrer que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique et déterminer la raison de la suite.

Soit $n \in \mathbb{N}$,

$$v_{n+1} = 1,5 \times 2^{n+1} = 1,5 \times 2 \times 2^n = 2(1,5 \times 2^n) = 2v_n$$

Ainsi, $\forall n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 2v_n$

On reconnaît une suite géométrique de raison $q = 2$ et de 1^{er} terme $v_0 = 1,5$

3) Quelle est la valeur du 11^e terme ?

On commence à zéro donc le 11^e terme est v_{10} .

$$v_{10} = 1,5 \times 2^{10}, \text{ ainsi } v_{10} = 1536.$$

4) Calculer la somme des 11 premiers termes.

Notons S la somme demandée.

$$S = \sum_{k=0}^{10} v_k = v_0 \frac{1-q^{11}}{1-q} = 1,5 \times \frac{1-2^{11}}{1-2}, \text{ ainsi } S = 3070,5$$