DEVOIR SURVEILLÉ N°3

Nom :	**Prénom :**	**Classe :**

EXERCICE N°1 Je connais mon cours *(5 points)*

1) Compléter :

Soit a un réel strictement positif , et $f:\begin{cases}\mathbb{R}\to\mathbb{R}\\ x\to a^x\end{cases}$

▪ Si $a>1$ alors f est	strictement croissante,
▪ si $a=1$ alors f est ,	constante,
▪ si $0<a<1$ alors f est	strictement décroissante.

2) Donner le résultat sous la forme d'une puissance (a^x):

$1{,}3^{2,3}\times 1{,}3^{0,7}=$	$1{,}3^{2,3+0,7}=\mathbf{1{,}3^{3}}$
$\dfrac{5{,}2^{3,1}}{5{,}2^{1,7}}=$	$5{,}2^{3,1-1,7}=\mathbf{5{,}2^{1,4}}$
$\left(4{,}37^{2,1}\right)^3=$	$4{,}37^{2,1\times 3}=\mathbf{4{,}37^{6,3}}$

3) Donner la moyenne géométrique des nombre suivants (arrondie à 10^{-4} près) :

$0{,}5$; $0{,}78$; $1{,}3$ et $1{,}78$

$(0{,}5\times 0{,}78\times 1{,}3\times 1{,}78)^{\frac{1}{4}}\approx \mathbf{0{,}9747}$ à $0{,}0001$ près

Calculer le taux moyen t correspondant à ces cinq évolutions :

Une hausse de 30 %	$t_1=0{,}3$ et $CM_1=1{,}3$
Une hausse de 15 %	$t_2=0{,}15$ et $CM_2=1{,}15$
Une baisse de 5 %	$t_3=-0{,}05$ et $CM_3=0{,}95$
Une hausse de 10 %	$t_4=0{,}1$ et $CM_4=1{,}1$
Une baisse de 20 %	$t_5=-0{,}2$ et $CM_5=0{,}8$

On calcule le Coefficient Multiplicateur global CM :

$$CM = CM_1\times CM_2\times CM_3\times CM_4\times CM_5 = 1{,}24982$$

Ainsi :

$$t = CM^{\frac{1}{5}}-1$$

$$t = 1{,}24982^{\frac{1}{5}}-1\approx 0{,}0456 \text{ à } 0{,}0001 \text{ près}$$

Ainsi, $t\approx$ $0{,}0456$ à $0{,}0001$ près

EXERCICE N°2 (5 points)

Le nombre, en milliards, de SMS envoyés par les français peut être modélisé par la fonction :

$$S(t)=3{,}3(1{,}44)^t$$

où t est le nombre d'années écoulées depuis 2005.

1) Calculer le nombre de SMS envoyés en 1 an.

$S(1)\ =\ 3{,}3(1{,}44)^1$

$\boxed{S(1)\ =\ 4{,}752}$

Ainsi, en 1 an, le nombre de SMS envoyés est : $\boxed{4{,}752\ \text{millards}}$

2) Calculer $\dfrac{S(t+1)}{S(t)}$. En déduire le taux annuel d'augmentation du nombre SMS envoyés.

$\dfrac{S(t+1)}{S(t)}\ =\ \dfrac{3{,}3\times1{,}44^{t+1}}{3{,}3\times1{,}44^t}\ =\ 1{,}44$ d'où $\boxed{\dfrac{S(t+1)}{S(t)}\ =\ 1{,}44}$

On en déduit que pour passer d'une année à la suivante, on multiplie par 1,44.

On a notre CM … on va pouvoir en déduire le taux.

Donc le taux correspondant est $1{,}44-1=0{,}44$

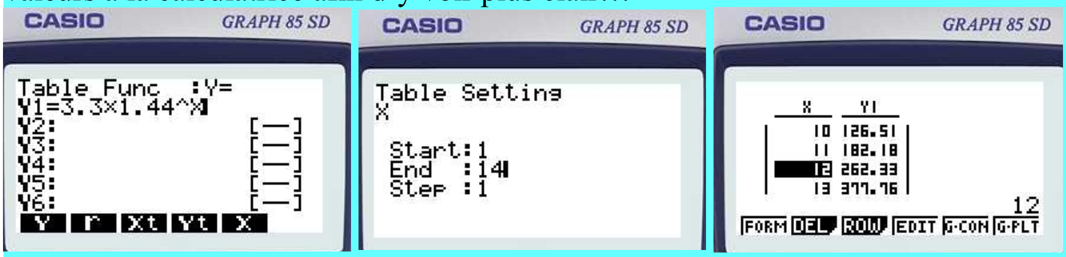
Ainsi, $\boxed{\text{le taux annuel d'augmentation vaut } 44\,\%}$

3) Répondre aux affirmations suivantes par vrai ou faux en justifiant.

3.a) La barre des 200 milliards de SMS a été atteinte en 2019.

$2019=2005+14$. On va donc calculer $S(14)$

$S(14)\ =\ 3{,}3\times1{,}44^{14}\ \approx\ 544$ C'est bien plus grand que 200, on va donc créer une table de valeurs à la calculatrice afin d'y voir plus clair…



$2005+12=2017$, c'est donc à partir de 2017 que la barre des 200 milliards est franchie.

C'est $\boxed{\text{FAUX}}$.

à l'aide de la calculatrice, on peut dire que c'est en $2017\ (=2005+12)$ que la barre des 200 milliards a été franchie.

3.b) Le taux d'augmentation en 10 ans est de 235 %.

Ici, il fallait penser à la question 2 : Le CM annuel vaut 1,44

C'est $\boxed{\text{FAUX}}$.

De la question 2), on déduit que ce taux vaut $1{,}44^{10}-1\ \approx\ 37{,}34$ soit un taux d'augmentation d'environ 3734 %

3.c) Le taux annuel moyen sur 10 ans est de 23,5 %.

C'est $\boxed{\text{FAUX}}$.

Sur 10 ans le taux annuel moyen vaut $\left(1{,}44^{10}\right)^{\frac{1}{10}}-1=0{,}44$ soit 44 %.

EXERCICE N°3 **(10 points)**

Une dose d'un médicament est injectée dans le sang par piqûre intraveineuse. On suppose que le médicament se répartit instantanément dans le sang et que sa concentration initiale dans le sang est égale à $85\,mg\cdot L^{-1}$. On admet le corps élimine chaque heure 25 % du médicament. On considère la suite (C_n) où C_n désigne la concentration en $mg\cdot L^{-1}$ de médicament dans le sang n heures après l'injection avec n désignant un entier naturel.

On a ainsi $C_0 = 85$ ($mg\cdot L^{-1}$)

1) Calculer C_1 et C_2. Arrondir à 0,01. Interpréter ces deux résultats.

- $C_1 = C_0 - \frac{25}{100}\times C_0 = 0{,}75\,C_0 = 0{,}75\times 85$ d'où $\boxed{C_1 = 63{,}75}$

Au bout d'une heure, la concentration est de $63{,}75\ mg\cdot L^{-1}$

- $C_2 = C_1 - \frac{25}{100}\times C_1 = 0{,}75\,C_1 = 0{,}75\times 63{,}75$ d'où $\boxed{C_2 \approx 47{,}81}$

Au bout de deux heures, la concentration est d'environ $47{,}81\ mg\cdot L^{-1}$

2) Montrer que la suite (C_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

Une baisse de 25 % correspond à un coefficient multiplicateur CM valant $0{,}75$. Ainsi pour passer d'un terme au suivant on multiplie à chaque fois par $0{,}75$. La suite (C_n) est donc bien géométrique de raison $q=0{,}75$ et de premier terme $C_0=85$

3) Pour calculer à chaque heure la concentration de médicament présente dans le sang, on utilise un tableur.

Quelle formule à recopier vers le bas, faut-il saisir dans la cellule B3 pour obtenir les premières valeurs de la suite (C_n) ?

	A	B
1	*n*	*Cn*
2	0	85,00
3	1	
4	2	
5	3	35,86
6	4	26,89
7	5	20,17
8	6	15,13
9	7	11,35
10	8	8,51
11	9	6,38
12	10	4,79

=B2*0,75

4) Exprimer C_n en fonction de n.

$C_n = 85\times 0{,}75^n$

5) En déduire la concentration de médicament dans le sang au bout de 14 heures. Arrondir à 0,01.

Il s'agît de calculer C_{14}

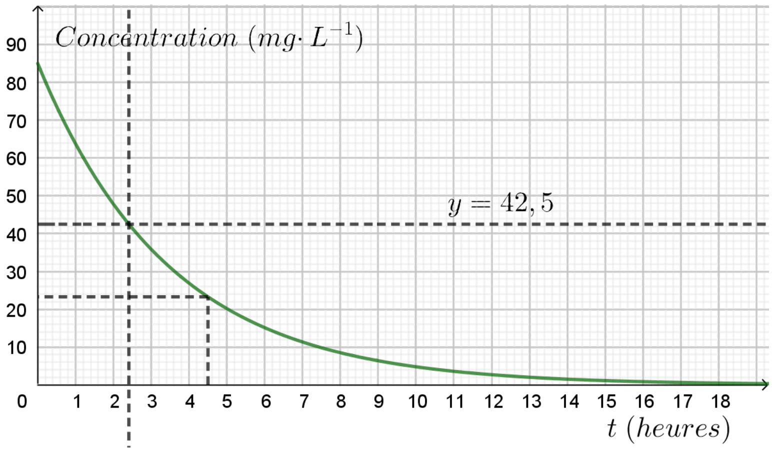
$C_{14} = 85\times 0{,}75^{14}$ ainsi $\boxed{C_{14} \approx 1{,}51}$

Au bout de 14 heures, la concentration est d'environ $1{,}51\ mg\cdot L^{-1}$

Pour avoir des résultats plus précis, on admet que la concentration en $mg \cdot L^{-1}$ de médicament dans le sang t heures après l'injection peut être modélisée par la fonction G définie sur $[0\ ;\ 19]$ par :

$$\boxed{G(t) = 85 \times 0,75^t}$$

La courbe représentative de la fonction G est tracée ci-contre:



6) Par lecture graphique, avec la précision permise par le graphique, déterminer :

6.a) La concentration de médicament présente dans le sang au bout de 4 heures et 30 minutes.

Par lecture graphique, au bout de 4h30, la concentration est d'environ 24 $mg \cdot L^{-1}$

6.b) Le temps à partir duquel la concentration de médicament dans le sang est inférieure à 50 % de la concentration initiale.

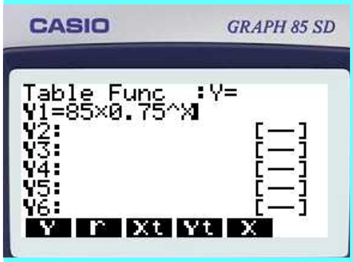
Par lecture graphique, la concentration sera inférieure à 42,5 $mg \cdot L^{-1}$ à partir d'environ $2\,h\,30$.

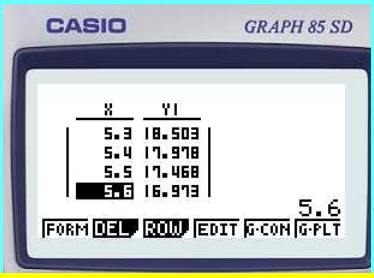
Toute valeur entre $2\,h\,15$ et $2\,h\,30$ est acceptée.

7) Déterminer, à l'aide de la calculatrice (ou par le calcul) une valeur approchée à 0,1 heure près du temps t_0 à partir duquel la concentration de médicament dans le sang est inférieure à 20% de la concentration initiale, puis exprimer cette valeur approchée en heures et minutes.

À l'aide du graphique, on sait que pour obtenir une concentration de 17 $mg \cdot L^{-1}$ (20 % de 85) on doit se situer entre entre 5 et 6 h.

On va donc tabuler notre fonction entre 5 et 6. Pour le pas (step), comme on veut une précision à 0,1, on va prendre un pas de 0,1.





À l'aide la calculatrice, on tabule la fonction entre 5 et 6 avec un pas de 0,1.

On peut alors dire qu'il faudra attendre environ 5,6 h soit environ $5\,h\,36\,min$