LA FONCTION INVERSE E01

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

En utilisant le sens de variation de la fonction inverse, déterminer l'intervalle auquel appartient $\frac{1}{x}$ dans chacun des cas suivants :

1) $x \in [5 ; 20]$ **2)** $x \in [1000 ; 2000]$ **3)** $x \in [-4 ; -1]$

4) $x \in [-5000 ; -3000]$ **5)** $x \in [10^6 ; 10^{15}]$ **6)** $x \in \left[-\frac{3}{5} ; -\frac{1}{2}\right]$

1)

Commençons par remarquer que $[5 ; 20] \subset]0 ; +\infty[$

Vous ne savez plus comment se lit « $\subset$ » ? Voir ici

Or la fonction inverse est décroissante sur $]0 ; +\infty[$

Donc on peut écrire les équivalences suivantes :

$$x \in [5 ; 20] \Leftrightarrow 5 \leqslant x \leqslant 20 \Leftrightarrow \frac{1}{5} \geqslant \frac{1}{x} \geqslant \frac{1}{20} \Leftrightarrow x \in \left[\frac{1}{20} ; \frac{1}{5}\right]$$

Ainsi $\boxed{x \in \left[\frac{1}{20} ; \frac{1}{5}\right]}$

On n'oublie pas que quand on écrit un intervalle, on prend la bonne habitude d'écrire les bornes dans l'ordre croissant...

2)

Commençons par remarquer que $[1000 ; 2000] \subset]0 ; +\infty[$

Or la fonction inverse est décroissante sur $]0 ; +\infty[$

Donc on peut écrire les équivalences suivantes :

$$x \in [1000 ; 2000] \Leftrightarrow 1000 \leqslant x \leqslant 2000 \Leftrightarrow \frac{1}{1000} \geqslant \frac{1}{x} \geqslant \frac{1}{2000} \Leftrightarrow x \in \left[\frac{1}{2000} ; \frac{1}{1000}\right]$$

Ainsi $\boxed{x \in \left[\frac{1}{2000} ; \frac{1}{1000}\right]}$

3)

Commençons par remarquer que $[-4 ; -1] \subset]0 ; +\infty[$

Or la fonction inverse est décroissante sur $]-\infty ; 0[$

Donc on peut écrire les équivalences suivantes :

$$x \in [1000 ; 2000] \Leftrightarrow 1000 \leqslant x \leqslant 2000 \Leftrightarrow \frac{1}{1000} \geqslant \frac{1}{x} \geqslant \frac{1}{2000} \Leftrightarrow x \in \left[\frac{1}{1000} ; \frac{1}{2000}\right]$$

Ainsi $\boxed{x \in \left[-1 ; -\frac{1}{4}\right]}$

4)

Commençons par remarquer que $[-5000 ; -3000] \subset]-\infty ; 0[$

Or la fonction inverse est décroissante sur $]-\infty ; 0[$

Donc on peut écrire les équivalences suivantes :

$$x \in [-5000 ; -3000] \Leftrightarrow -5000 \leqslant x \leqslant -3000$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{-5000} \geqslant \frac{1}{x} \geqslant \frac{1}{-3000} \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{1}{3000} ; -\frac{1}{5000}\right]$$

Ainsi $\boxed{x \in \left[-\frac{1}{3000} ; -\frac{1}{5000}\right]}$

5)

Commençons par remarquer que $[10^6\ ;\ 10^{15}] \subset]0\ ;\ +\infty[$

Or la fonction inverse est décroissante sur $]0\ ;\ +\infty[$

Donc on peut écrire les équivalences suivantes :

$$x \in [10^6\ ;\ 10^{15}] \Leftrightarrow 10^6 \leqslant x \leqslant 10^{15} \Leftrightarrow \frac{1}{10^6} \geqslant \frac{1}{x} \geqslant \frac{1}{10^{15}}$$

$$\Leftrightarrow 10^{-6} \leqslant x \leqslant 10^{-15} \Leftrightarrow x \in [10^{-15}\ ;\ 10^{-6}]$$

Ainsi $\boxed{x \in [10^{-15}\ ;\ 10^{-6}]}$

6)

Commençons par remarquer que $\left[-\frac{3}{5}\ ;\ -\frac{1}{2}\right] \subset]-\infty\ ;\ 0[$

Or la fonction inverse est décroissante sur $]-\infty\ ;\ 0[$

Donc on peut écrire les équivalences suivantes :

$$x \in [-5000\ ;\ -3000] \Leftrightarrow -5000 \leqslant x \leqslant -3000$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{-5000} \geqslant \frac{1}{x} \geqslant \frac{1}{-3000} \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{1}{3000}\ ;\ -\frac{1}{5000}\right]$$

Ainsi $\boxed{x \in \left[-2\ ;\ -\frac{5}{3}\right]}$

$$\frac{1}{-\frac{3}{5}} = 1 \times \left(-\frac{5}{3}\right) = -\frac{5}{3} \quad \text{et} \quad \frac{1}{-\frac{1}{2}} = 1 \times \left(-\frac{2}{1}\right) = -\frac{2}{1} = -2$$

Notez la place du « = » qui détermine le trait de fraction principal et souvenez-vous : diviser par un nombre revient à multiplier par son inverse.