

SUITES NUMÉRIQUES E05

EXERCICE N°2 (Le corrigé)

La population d'une ville augmente régulièrement de 10 % par an.

En 2019, elle était de 8 000 habitants.

On désigne par $u(n)$ le nombre théorique d'habitants estimé pour l'année $(2019+n)$. On a donc $u(0)=8000$.

1) Calculer les termes $u(1)$, $u(2)$ et $u(3)$.

Une augmentation de 10 % correspond à un Coefficient Multiplicateur $CM=1,1$

$$u(1) = u(0) \times 1,1 = 8000 \times 1,1, \text{ ainsi } u(1) = 8800$$

$$u(2) = u(1) \times 1,1 = 8800 \times 1,1, \text{ ainsi } u(2) = 9680$$

$$u(3) = u(2) \times 1,1 = 9680 \times 1,1, \text{ ainsi } u(3) = 10648$$

2) Donner la nature et la raison de la suite u .

Pour passer d'un terme au suivant, on multiplie à chaque fois par le même nombre : 1,1.

On en déduit que u est géométrique, de raison $q=1,1$ et de 1^{er} terme $u(0)=8000$

3) Écrire la relation de récurrence reliant les termes $u(n+1)$ et $u(n)$.

$$u(n+1) = 1,1 \times u(n)$$

4) Calculer le nombre d'habitants prévus pour 2026.

2026 = 2019+7, il s'agit donc de calculer $u(7)$.

à l'aide de la calculatrice $u(7) \approx 15589$



En réalité, l'arrondi donnerait plutôt 15590, mais cette année, nous faisons confiance à la calculatrice...

5) Déterminer en quelle année la population aura doublé.

à l'aide de la calculatrice $u(7) \approx 15589$ et $u(8) \approx 17148$

On en déduit que la population aura doublé en $2019+8=2027$

6) Soit $v(n)$ l'augmentation du nombre d'habitants constatée l'année $(2019+n)$, par rapport à l'année précédente. On a donc: $v(n)=u(n+1)-u(n)$.

6.a) Calculer $v(1)$, $v(2)$ et $v(3)$.

$$v(1) = u(1+1)-u(1) = u(2)-u(1) = 9680-8800, \text{ ainsi } v(1) = 880$$

$$v(2) = u(2+1)-u(2) = u(3)-u(2) = 10648-9680, \text{ ainsi } v(2) = 968$$

$$v(3) = u(3+1)-u(3) = u(4)-u(3) = 11712-10648, \text{ ainsi } v(3) = 1064$$

6.b) Calculer la somme $v(1)+v(2)+v(3)$ et interpréter le résultat.

$$v(1)+v(2)+v(3)+v(4) = 880+968+1064+1171 = 2912$$

De 2020 à 2023 la ville a gagné 2912 habitants.