PROBABILITÉS CONDITIONNELLES E06C

EXERCICE N°1 *inversion du conditionnement (avec calculatrice)*

Inspiré du sesamath 1[er] Spé 63 p 287

Dans l'association sportive d'un lycée, il y a :

▫ 24 % d'élèves de Seconde dont 12 % font du football, 45 % de l'athlétisme et 43 % de la natation ;

▫ 61 % d'élèves de Première dont 34 % font du football, 44 % de l'athlétisme et 22 % de la natation ;

▫ 15 % d'élèves de Terminale dont 41 % font du football, 9 % de l'athlétisme et 50 % de la natation.

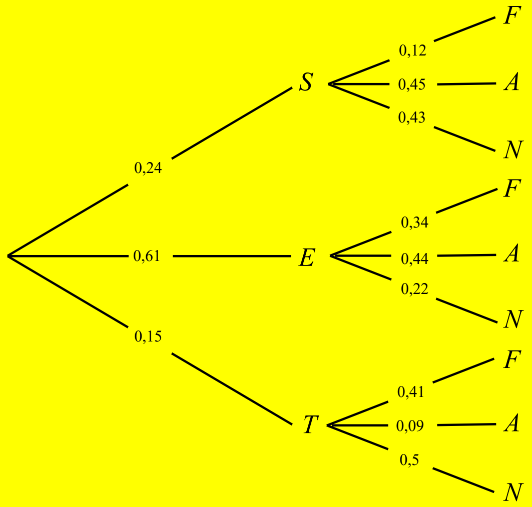
On prend un élève de l'association sportive et on considère les événements :

▪ S (resp. E, resp. T) : « Cet élève est en Seconde (resp. Première, resp. Terminale). »

▪ F (resp. A, resp. N) : « Cet élève pratique le football (resp. l'athlétisme, resp. la natation). »

(*On arrondira, si nécessaire à 4 chiffres après la virgule*)

1) Représenter la situation par un arbre de pondéré.



2) Déterminer $P(N \cap S)$.

$P(N \cap S) = P(S) \times P_S(N) = 0{,}24 \times 0{,}43 = 0{,}1032$

$\boxed{P(N \cap S) = 0{,}1032}$

3) Déterminer $P(N)$.

D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(N) &= P(S)\times P_S(N) + P(E)\times P_E(N) + P(T)\times P_T(N) \\ &= 0{,}24\times 0{,}43 + 0{,}61\times 0{,}22 + 0{,}15\times 0{,}41 \\ &= 0{,}1032 + 0{,}1342 + 0{,}0615 \end{aligned}$$

$\boxed{P(N) = 0{,}2989}$

4) En déduire $P_N(S)$.

$$P_N(S) = \frac{P(N \cap S)}{P(N)} = \frac{0{,}1032}{0{,}2989} \approx 0{,}3553$$

$\boxed{P_N(S) \approx 0{,}3553}$

5) On considère un élève qui se rend à la piscine pour faire de la natation.
Est-il plus probable que ce soit un élève de Seconde, Première ou Terminale ?

Il s'agit de comparer $P_N(S)$, $P_N(E)$ et $P_N(T)$.

$$P_N(E) = \frac{P(N \cap E)}{P(N)} = \frac{0{,}61\times 0{,}22}{0{,}2989} = \frac{0{,}1342}{0{,}2989} \approx 0{,}449$$

$$P_N(T) = \frac{P(N \cap T)}{P(N)} = \frac{0{,}15\times 0{,}09}{0{,}2989} = \frac{0{,}0135}{0{,}2989} \approx 0{,}0452$$

Ainsi $P_N(T) < P_N(S) < P_N(E)$

On en déduit qu' $\boxed{\text{il est plus probable que ce soit un élève de première}}$.

6) Déterminer $P(A \cup N)$.

▪ A et N sont incompatibles, donc :

$P(A \cup N) = P(A)+P(N)$

Or d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(A) &= P(S)\times P_S(A) + P(E)\times P_E(A) + P(T)\times P_T(A) \\ &= 0{,}24\times 0{,}45 + 0{,}61\times 0{,}44 + 0{,}15\times 0{,}09 \\ &= 0{,}108 + 0{,}2684 + 0{,}0135 \end{aligned}$$

$\boxed{P(A) = 0{,}3899}$

Donc

$P(A \cup N) = 0{,}3899+0{,}2989$

$\boxed{P(A \cup N) = 0{,}6888}$

7) Déterminer la probabilité que l'élève soit en seconde ou qu'il fasse du football.

▪ La probabilité que l'élève soit en seconde ou qu'il fasse du football est $P(S \cup F)$.

D'après la formule du crible :

$P(S \cup F) = P(S) + P(F) - P(S \cap F)$

Or,

d'une part, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(F) &= P(S)\times P_S(F) + P(E)\times P_E(F) + P(T)\times P_T(F) \\ &= 0{,}24\times 0{,}12 + 0{,}61\times 0{,}34 + 0{,}15\times 0{,}41 \\ &= 0{,}0288 + 0{,}2074 + 0{,}0615 \end{aligned}$$

$\boxed{P(F) = 0{,}2977}$

et d'autre part :

$P(S \cap F) = P(S)\times P_S(F) = 0{,}24\times 0{,}12$

$\boxed{P(S \cap F) = 0{,}0288}$

Donc :

$P(S \cup F) = 0{,}24 + 0{,}2977 - 0{,}0288$

$\boxed{P(S \cup F) = 0{,}5089}$

Ainsi $\boxed{\text{la probabilité cherchée vaut } 0{,}5089}$.