

CALCUL LITTÉRAL M03

EXERCICE N°1 Tour de magie

[VOIR LE CORRIGÉ](#)

- 1) Choisissez un nombre...
- 2) Ajoutez lui trois et élevez le résultat obtenu au carré, retenez bien ce premier nombre obtenu !
- 3) Reprenez le nombre de départ et ajoutez lui deux puis élevez le résultat au carré, retenez bien ce deuxième nombre obtenu !
- 4) Effectuez à présent la différence entre le premier nombre et le deuxième, retenez bien ce troisième nombre obtenu !
- 5) Reprenez le nombre que vous aviez choisi et multiplier-le par deux, retenez bien ce quatrième nombre obtenu !
- 6) Pour finir, effectuez la différence entre le troisième nombre et le quatrième.
- ...
- 7) Vous avez obtenu un cinquième nombre qui est ... cinq !

Sauriez-vous expliquer ce tour ?

EXERCICE N°2 Technique de démonstration

[VOIR LE CORRIGÉ](#)

Démontrer que , si $x \neq 2$ alors : $\frac{x^2-x-3}{x-2} = x+1 - \frac{1}{x-2}$

EXERCICE N°3 Pour réfléchir

[VOIR LE CORRIGÉ](#)

Le problème suivant a été posé par Diophante, mathématicien grec vivant au III^e siècle, dans le Livre 1 de son Arithmétique : on cherche à trouver deux nombres dont la somme est 20 et dont le produit est 96.

On note x et y les nombres cherchés, x étant supérieur ou égal à y .

- 1) Traduire algébriquement (en terme d'équations) le problème.
- 2) Développer et réduire $(x+y)^2 - (x-y)^2$
- 3) En déduire $(x-y)^2$, puis $x-y$
- 4) En déduire $(x+y) + (x-y)$, puis x , puis y .

CALCUL LITTÉRAL M03C

EXERCICE N°1

Tour de Magie

(Le corrigé)

[RETOUR À L'EXERCICE N°1](#)

- 1) Choisissez un nombre...
- 2) Ajoutez lui trois et élevez le résultat obtenu au carré, retenez bien ce premier nombre obtenu !
- 3) Reprenez le nombre de départ et ajoutez lui deux puis élevez le résultat au carré, retenez bien ce deuxième nombre obtenu !
- 4) Effectuez à présent la différence entre le premier nombre et le deuxième, retenez bien ce troisième nombre obtenu !
- 5) Reprenez le nombre que vous aviez choisi et multiplier-le par deux, retenez bien ce quatrième nombre obtenu !
- 6) Pour finir, effectuez la différence entre le troisième nombre et le quatrième.
- ...
- 7) Vous avez obtenu un cinquième nombre qui est ... cinq !

Sauriez-vous expliquer ce tour ?

- 1) Appelons x le nombre choisi.
- 2) $(x+3)^2$
- 3) $(x+2)^2$
- 4) $(x+3)^2 - (x+2)^2$
- 5) $2x$
- 6) $(x+3)^2 - (x+2)^2 - 2x$
 $(x+3)^2 - (x+2)^2 - 2x$
 $= [x^2 + 6x + 9] - [x^2 + 4x + 4] - 2x$
 $= x^2 + 6x + 9 - x^2 - 4x - 4 - 2x$
 $= 5$
- 7) L'expression obtenue au 6) résume le tour et est toujours égale à 5.

CALCUL LITTÉRAL M03C

EXERCICE N°2 Technique de démonstration (Le corrigé)

[RETOUR À L'EXERCICE 2](#)

Démontrer que , si $x \neq 2$ alors : $\frac{x^2-x-3}{x-2} = x+1 - \frac{1}{x-2}$

- $x \neq 2$ pour que les expressions aient du sens.
 - Le but est de partir de l'un des deux membres pour arriver à l'autre.
- Ici, on va plutôt partir du membre de droite, réduire au même dénominateur et croiser les doigts pour « tomber » sur le membre de gauche.

$$\begin{aligned} & x+1 - \frac{1}{x-2} && (L0) \\ = & \frac{(x+1)(x-2)}{x-2} - \frac{1}{x-2} && (L1) \\ = & \frac{(x+1)(x-2)-1}{x-2} && (L2) \\ = & \frac{x^2-2x+x-2-1}{x-2} && (L3) \\ = & \frac{x^2-x-3}{x-2} && (L4) \end{aligned}$$

Sur une copie, (L0), (L2) et (L4) suffisent.

CALCUL LITTÉRAL M03C

EXERCICE N°3 On mélange (Le corrigé)

[RETOUR À L'EXERCICE 3](#)

Le problème suivant a été posé par Diophante, mathématicien grec vivant au III^e siècle, dans le Livre 1 de son Arithmétique : on cherche à trouver deux nombres dont la somme est 20 et dont le produit est 96.

On note x et y les nombres cherchés, x étant supérieur ou égal à y .

1) Traduire algébriquement (en terme d'équations) le problème.

L'énoncé nous dit que $x + y = 20$ et $xy = 96$.

2) Développer et réduire $(x + y)^2 - (x - y)^2$

$$\begin{aligned}(x + y)^2 - (x - y)^2 &= x^2 + 2xy + y^2 - (x^2 - 2xy + y^2) \\ &= x^2 + 2xy + y^2 - x^2 + 2xy - y^2 \\ &= 4xy\end{aligned}$$

3) En déduire $(x - y)^2$, puis $x - y$

On en déduit, d'après la question précédente, que :

$$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 400 - 384 = 16$$

Puisque $x - y$ est positif (souvenez-vous : $x \geq y$), on en déduit que $x - y = \sqrt{16} = 4$

4) En déduire $(x + y) + (x - y)$, puis x , puis y .

On a d'une part :

$$(x + y) + (x - y) = 20 + 4 = 24$$

et d'autre part :

$$(x + y) + (x - y) = 2x.$$

On en déduit que :

$$x = 12, \text{ puis que } y = 20 - x = 8.$$

Les deux nombres recherchés sont donc 8 et 12.