

# LES SUITES NUMÉRIQUES M01

## EXERCICE N°1 Vocabulaire

[VOIR LE CORRIGÉ](#)

On donne ici les premiers termes d'une suite  $(v_n)_{n \geq 0}$  :

5, 1,  $\pi$ ,  $\sqrt{2}$ , 15, -4, -22, ...

- 1) Donner la valeur du premier terme de  $v$ .
- 2) Donner la valeur du terme de rang 4.
- 3) Donner la valeur du cinquième terme de  $v$  puis donner son rang.

## EXERCICE N°2 Attention on ne commence pas toujours à zéro

[VOIR LE CORRIGÉ](#)

1) On donne ici les premiers termes d'une suite  $(w_n)_{n \geq 1}$  :

5, 1,  $\pi$ ,  $\sqrt{2}$ , 15, -4, -22, ...

- 1.a) Donner la valeur du premier terme de  $w$ .
- 1.b) Donner la valeur du terme de rang 4.
- 1.c) Donner la valeur du cinquième terme de  $w$  puis donner son rang.

2) On donne ici les premiers termes d'une suite  $(t_n)_{n \geq 4}$  :

5, 1,  $\pi$ ,  $\sqrt{2}$ , 15, -4, -22, ...

- 2.a) Donner la valeur du premier terme de  $t$ .
- 2.b) Donner la valeur du terme de rang 4.
- 2.c) Donner la valeur du cinquième terme de  $t$  puis donner son rang.

## EXERCICE N°3 Notation fonctionnelle vs Notation classique

[VOIR LE CORRIGÉ](#)

On donne ici les premiers termes d'une suite  $(v_n)_{n \geq 0}$  :

5, 1,  $\pi$ ,  $\sqrt{2}$ , 15, -4, -22, ...

- 1) Donner  $v(1)$  et  $v(4)$ .
- 2) Donner  $v_1$  et  $v_4$ .
- 3) Déterminer  $v(2)+1$  et  $v(2+1)$ .
- 4) Déterminer  $v_2+1$  et  $v_{2+1}$ .

## EXERCICE N°4 Suite explicite : premier contact

[VOIR LE CORRIGÉ](#)

On donne la suite  $u$  définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = \frac{2n+5}{3n+1}$

- 1) Identifier la fonction  $f$  du cours.
- 2) Déterminer  $u_0$ ,  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_{1000}$ .
- 3) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , calculer la différence  $u_{n+1} - u_n$ .

## EXERCICE N°5 Suite explicite : deuxième contact

[VOIR LE CORRIGÉ](#)

On donne la suite  $v$  définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $v_n = 4n^2 + 5n - 2$

- 1) Identifier la fonction  $f$  du cours.
- 2) Déterminer  $v_0$ ,  $v_1$ ,  $v_2$  et  $v_{1000}$ .
- 3) Pour tout  $n$ , calculer la différence  $v_{n+1} - v_n$ .

## EXERCICE N°6 Suite explicite : troisième contact

[VOIR LE CORRIGÉ](#)

Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on pose  $u_n = \sqrt{2n^2 - 10}$ .

- 1) Identifier la fonction  $f$  du cours.
- 2) À partir de quel rang la suite  $u$  est-elle définie ?
- 3) Déterminer, en fonction de  $n$ ,  $u_{n-1}$  et  $u_{n+1}$ .

## EXERCICE N°7 Suite explicite : un peu d'intuition...

[VOIR LE CORRIGÉ](#)

On donne à chaque fois les premiers termes d'une suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ . Conjecturer une expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .

- 1) -3, 1, 5, 9, ...
- 2) 37, 36, 33, 28, 21, ...

## EXERCICE N°8 Suite explicite : du concret !

[VOIR LE CORRIGÉ](#)

(Exercice extrait du sesamath 1<sup>er</sup> spé : 39 p 64)

Une entreprise d'impression de photos propose un abonnement annuel à ses clients qui coûte 45€. Avec cet abonnement, le client paye 5 centimes par photo qu'il veut imprimer.

On note  $u_n$  le prix que paye le client pour l'abonnement et l'impression de  $n$  photos.

- 1) Donner une expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .
- 2) Combien le client paye-t-il pour imprimer 15 photos ?
- 3) S'il a payé 98€, combien de photos a-t-il imprimées ?



# LES SUITES NUMÉRIQUES E01C

## EXERCICE N°1 Vocabulaire (Le corrigé)

[RETOUR À L'EXERCICE](#)

On donne ici les premiers termes d'une suite  $(v_n)_{n \geq 0}$  :

5,1 ,  $\pi$  ,  $\sqrt{2}$  , 15 , -4 , -22 , ...

On débute à 0

4) Donner la valeur du premier terme de  $v$  .

Le premier terme de  $v$  est  $v_0 = 5,1$

5) Donner la valeur du terme de rang 4.

$v_4 = -4$

6) Donner la valeur du cinquième terme de  $v$  puis donner son rang.

Le cinquième terme est  $v_4 = -4$  et son rang est 4 .

$v_0$  étant le 1<sup>er</sup> terme,  $v_1$  est le 2<sup>e</sup> ... et  $v_4$  est le 5<sup>e</sup> .

# LES SUITES NUMÉRIQUES E01C

**EXERCICE N°2**    *Attention on ne commence pas toujours à zéro (Le corrigé)*    [RETOUR À L'EXERCICE](#)

1) On donne ici les premiers termes d'une suite  $(w_n)_{n \geq 1}$  :

5,1 ,  $\pi$  ,  $\sqrt{2}$  , 15 , -4 , -22 , ...

On débute à 1

1.a) Donner la valeur du premier terme de  $w$  .

Le premier terme de  $w$  est  $w_1 = 5,1$  .

1.b) Donner la valeur du terme de rang 4.

$w_4 = 15$

Notez la différence avec l'exercice précédent.

1.c) Donner la valeur du cinquième terme de  $w$  puis donner son rang.

Le cinquième terme est  $w_5 = -4$  et son rang est 5 .

2) On donne ici les premiers termes d'une suite  $(t_n)_{n \geq 4}$  :

5,1 ,  $\pi$  ,  $\sqrt{2}$  , 15 , -4 , -22 , ...

On débute à 4

2.a) Donner la valeur du premier terme de  $t$  .

Le premier terme de  $t$  est  $t_4 = 5,1$  .

2.b) Donner la valeur du terme de rang 4.

$t_4 = 5,1$

2.c) Donner la valeur du cinquième terme de  $t$  puis donner son rang.

Le cinquième terme est  $w_8 = -4$  et son rang est 8 .

# LES SUITES NUMÉRIQUES E01C

## EXERCICE N°3

### Notation fonctionnelle vs Notation classique (Le corrigé)

[RETOUR À L'EXERCICE](#)

On donne ici les premiers termes d'une suite  $(v_n)_{n \geq 0}$  :

5, 1,  $\pi$ ,  $\sqrt{2}$ , 15, -4, -22, ...

On débute à 0

1) Donner  $v(1)$  et  $v(4)$ .

$$v(1) = \pi \quad \text{et} \quad v(4) = -4$$

2) Donner  $v_1$  et  $v_4$ .

$$v_1 = \pi \quad \text{et} \quad v_4 = -4$$

3) Déterminer  $v(2)+1$  et  $v(2+1)$ .

▪  $v(2)+1 = \sqrt{2}+1$  ainsi  $v(2)+1 = \sqrt{2}+1$

▪  $v(2+1) = v(3)$  ainsi  $v(2+1) = 15$

4) Déterminer  $v_2+1$  et  $v_{2+1}$ .

▪  $v_2+1 = \sqrt{2}+1$  ainsi  $v_2+1 = \sqrt{2}+1$

▪  $v_{2+1} = v_3$  ainsi  $v_{2+1} = 15$

On fera donc particulièrement attention à bien écrire quand on rédigera...

# LES SUITES NUMÉRIQUES M01C

## EXERCICE N°4 Suite explicite : premier contact (Le corrigé)

[RETOUR À L'EXERCICE](#)

On donne la suite  $u$  définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = \frac{2n+5}{3n+1}$

1) Identifier la fonction  $f$  du cours.

$$f: x \mapsto \frac{2x+5}{3x+1}$$

On remarquera que  $f$  n'est pas définie si  $x = -\frac{1}{3}$  mais ce n'est pas un problème ici car  $n$  ne prendra jamais cette valeur...La suite est donc bien définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$

2) Déterminer  $u_0$ ,  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_{1000}$ .

$$\bullet u_0 = \frac{2 \times 0 + 5}{3 \times 0 + 1} \text{ ainsi } u_0 = 5$$

$$\bullet u_1 = \frac{2 \times 1 + 5}{3 \times 1 + 1} \text{ ainsi } u_1 = \frac{7}{4}$$

$$\bullet u_2 = \frac{2 \times 2 + 5}{3 \times 2 + 1} \text{ ainsi } u_2 = \frac{9}{7}$$

$$\bullet u_{1000} = \frac{2 \times 1000 + 5}{3 \times 1000 + 1} \text{ ainsi } u_{1000} = \frac{2005}{3001}$$

3) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , calculer la différence  $u_{n+1} - u_n$ .

Soit  $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= \frac{2 \times (n+1) + 5}{3 \times (n+1) + 1} - \frac{2 \times n + 5}{3 \times n + 1} \\ &= \frac{2n+7}{3n+4} - \frac{2n+5}{3n+1} \\ &= \frac{(2n+7)(3n+1) - (2n+5)(3n+4)}{(3n+4)(3n+1)} \\ &= \frac{-13}{9n^2 + 13n + 4} \end{aligned}$$

$$\text{Ainsi } \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} - u_n = \frac{-13}{9n^2 + 13n + 4}$$

# LES SUITES NUMÉRIQUES E01C

## EXERCICE N°5 Suite explicite : deuxième contact (Le corrigé)

[RETOUR À L'EXERCICE](#)

On donne la suite  $v$  définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $v_n = 4n^2 + 5n - 2$

1) Identifier la fonction  $f$  du cours.

$$f : x \mapsto 4x^2 + 5x - 2$$

2) Déterminer  $v_0$ ,  $v_1$ ,  $v_2$  et  $v_{1000}$ .

▪  $v_0 = 4 \times 0^2 + 5 \times 0 - 2$  ainsi  $v_0 = -2$

▪  $v_1 = 4 \times 1^2 + 5 \times 1 - 2$  ainsi  $v_1 = 7$

▪  $v_2 = 4 \times 2^2 + 5 \times 2 - 2$  ainsi  $v_2 = 24$

▪  $v_{1000} = 4 \times 1000^2 + 5 \times 1000 - 2$  ainsi  $v_{1000} = 4\,004\,999$

3) Pour tout  $n$ , calculer la différence  $v_{n+1} - v_n$ .

Soit  $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{aligned} v_{n+1} - v_n &= 4(n+1)^2 + 5(n+1) - 2 - [4n^2 + 5n - 2] \\ &= 4n^2 + 8n + 4 + 5n + 5 - 2 - 4n^2 - 5n + 2 \\ &= 8n + 9 \end{aligned}$$

Ainsi  $\forall n \in \mathbb{N}$ ,  $v_{n+1} - v_n = 8n + 9$

# LES SUITES NUMÉRIQUES E01C

## EXERCICE N°6 Suite explicite : troisième contact (Le corrigé)

[RETOUR À L'EXERCICE](#)

Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on pose  $u_n = \sqrt{2n^2 - 10}$

1) Identifier la fonction  $f$  du cours.

$$f : x \mapsto \sqrt{2x^2 - 10}$$

2) À partir de quel rang la suite  $u$  est-elle définie ?

$$\sqrt{2x - 10} \text{ existe si et seulement si } 2x^2 - 10 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \geq 5 \Leftrightarrow (x \leq -\sqrt{5} \text{ ou } x \geq \sqrt{5})$$

On en déduit que  $u$  est définie à partir du rang 3.

$n$  est un entier naturel : il ne sera jamais inférieur à  $-\sqrt{5}$ . Il faut et il suffit donc que  $n \geq \sqrt{5} \approx 2,2$ .

3) Déterminer, fonction de  $n$ ,  $u_{n-1}$  et  $u_{n+1}$ .

Ici il faut faire en sorte que le terme existe... Pour  $u_{n+1}$  pas de souci, si  $u_n$  existe alors  $u_{n+1}$  aussi (si la suite est correctement définie). Par contre, si  $u_n$  existe, ce n'est pas forcément le cas pour  $u_{n-1}$  : Ici, par exemple,  $u_3$  existe mais pas  $u_2$

▪ Pour  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 4$  ←

$$u_{n-1} = \sqrt{2(n-1)^2 - 10} = \sqrt{2n^2 - 4n - 8} \text{ d'où } u_{n-1} = \sqrt{2n^2 - 4n - 7}$$

▪ Pour  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 3$  ←

$$u_{n+1} = \sqrt{2(n+1)^2 - 10} = \sqrt{2n^2 + 4n - 6} \text{ d'où } u_{n+1} = \sqrt{2n^2 + 4n - 3}$$

On notera bien la différence



## LES SUITES NUMÉRIQUES E01C

### EXERCICE N°7 Suite explicite : un peu d'intuition... (Le corrigé)

[RETOUR À L'EXERCICE](#)

On donne à chaque fois les premiers termes d'une suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ . Conjecturer une expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .

1)  $-3, 1, 5, 9, \dots$

Ici, pas de méthode miracle, on cherche...

l'écart entre deux termes semble être toujours 4 ... on essaie donc  $4n$  qui donne  $0, 4, 8, \dots$

problème :  $u_0 = -3$  et pas 0. Essayons  $4n-3$  ... ha ça marche !

Il semble que  $u_n = 4n-3$

2)  $37, 36, 33, 28, 21, \dots$

On connaît la suite des carrés :  $0, 1, 4, 9, 16, \dots$  or  $37-0 = 37$ ,  $37-1 = 36$ ,

$37-4 = 33$  diantre ! ...  $37-9$  et  $37-16$  marchent aussi !

Il semble que  $u_n = 37-n^2$

# LES SUITES NUMÉRIQUES E01C

## EXERCICE N°8

### Suite explicite : du concret ! (Le corrigé)

[RETOUR À L'EXERCICE](#)

(Exercice extrait du sesamath 1<sup>er</sup> spé : 100 p 69)

Une entreprise d'impression de photos propose un abonnement annuel à ses clients qui coûte 45€. Avec cet abonnement, le client paye 5 centimes par photo qu'il veut imprimer.

On note  $u_n$  le prix que paye le client pour l'abonnement et l'impression de  $n$  photos.

1) Donner une expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .

Pour  $n \in \mathbb{N}$

$$u_n = 45 + 0,05n$$

2) Combien le client paye-t-il pour imprimer 15 photos ?

Il s'agit de calculer  $u_{15}$ .

$$u_{15} = 45 + 0,05 \times 15 = 45,75$$

Ainsi, le client paye 45,75 €

3) S'il a payé 98€, combien de photos a-t-il imprimées ?

Il s'agit de résoudre  $u_n = 98$  pour  $n \in \mathbb{N}$ .

$$u_n = 98 \Leftrightarrow 45 + 0,05n = 98 \Leftrightarrow 0,05n = 53 \Leftrightarrow n = 1060$$

On en déduit que le client a imprimé 1060 photos.