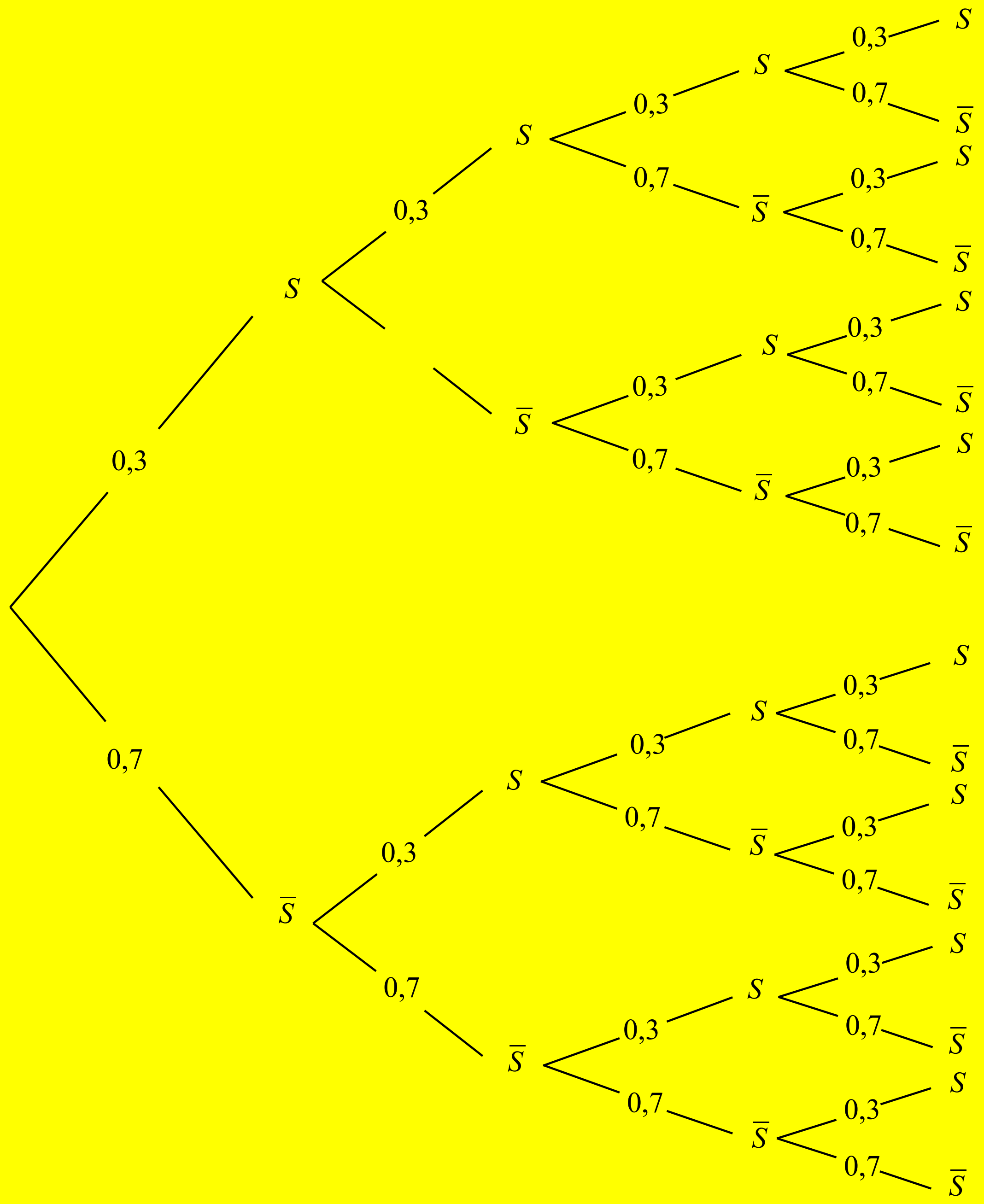
VARIABLES ALÉATOIRES (LA SUITE) E03

EXERCICE N°1 Le savoir-faire minimal (Le corrigé)

1) La variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres $n=4$ et $p=0{,}3$.

1.a) Dresser l'arbre de probabilités associé à cette expérience aléatoire.

Notons S le succès à l'épreuve de bernoulli qui est ici répétée 4 fois pour obtenir le schéma de Bernoulli réprésenté ci-dessous :



1.b) Dresser et compléter le triangle de Pascal jusqu'à la ligne $n=4$.

1				
1	1			
1	2	1		
1	3	3	1	
1	4	6	4	1

Les cases ne sont qu'un repère visuel et ne sont pas nécessaire sur une copie.

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1.c) En déduire les expressions de $P(X=k)$ pour k entier variant de 0 à 4 .

$P(X=0) = \mathbf{1}\times0{,}3^0\times0{,}7^4$
$P(X=1) = \mathbf{4}\times0{,}3^1\times0{,}7^3$
$P(X=2) = \mathbf{6}\times0{,}3^2\times0{,}7^2$
$P(X=3) = \mathbf{4}\times0{,}3^3\times0{,}7^1$
$P(X=4) = \mathbf{1}\times0{,}3^4\times0{,}7^0$

1.d) Calculer $P(X\geqslant2)$. Arrondir le résultat à 10^{-2} .

$P(X\geqslant2) = P(X=2)+P(X=3)+P(X=4) = 0{,}3483$

$\boxed{P(X\geqslant2) \approx 0{,}35}$

2) On lance deux dés. On note X l'écart entre la plus grande et la plus petite des deux valeurs obtenues.

2.a) Quelles sont les valeurs possibles prises par X ?

Les valeurs possibles sont : $\boxed{0 \; ; \; 1 \; ; \; 2 \; ; \; 3 \; ; \; 4 \text{ et } 5}$

Quelques exemples : 5 et 5 : $5-5=0$; 6 et 5 : $6-5=1$ … 6 et 1 : $6-1=5$

2.b) Déterminer la loi de probabilité de X .

Il s'agît de donner les valeurs possibles de X accompagnées de leur probabilité. Pour cela, on fait (en général) un tableau.
Avant cela, il nous faut déterminer ces probabilités…
On pourrait utiliser un arbre commençant par 6 branches donnant chacune naissance à 6 autres branches (vous pouvez le faire;)) mais ici, on va plutôt utiliser un tableau.
(Observez l'alignement des valeurs qui simplifie le comptage)

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

On a 36 issues possibles (notre dénominateur avant simplication) et il suffit compter les issues favorables pour k (ce qui donnera notre numérateur avant simplication).
Il n'y a plus qu'à donner le tableau qui va décrire notre loi de probabilité.

$X=k$	0	1	2	3	4	5	total
$P(X=k)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$	1
	$\frac{6}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{36}{36}$

2.c) Déterminer l'espérance de X .

$$E(X) = 0\times\frac{1}{6} + 1\times\frac{5}{18} + 2\times\frac{2}{9} + 3\times\frac{1}{6} + 4\times\frac{1}{9} + 5\times\frac{1}{18} \approx 1{,}94$$

$\boxed{E(X) \approx 1{,}94}$