LA DÉRIVATION E01C

EXERCICE N°1 Taux de variation / taux d'accroissement

On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = x^2+4x$

1) Calculer les images par f de 2 ; 3 ; -5 et -4 .

- $f(2) = 2^2+4\times2$
  $\boxed{f(2) = 12}$
- $f(3) = 3^2+4\times3$
  $\boxed{f(3) = 21}$
- $f(-4) = (-4)^2+4\times(-4)$
  $\boxed{f(-4) = 0}$
- $f(-5) = (-5)^2+4\times(-5)$
  $\boxed{f(-5) = 5}$

2) Calculer le taux d'accroissement entre les réels 2 et 3 .

Notons m_1 le taux d'accroissement cherché.

$$m_1 = \frac{f(3)-f(2)}{3-2} = \frac{21-12}{1} = 9$$

Ainsi $\boxed{m_1 = 9}$

3) Calculer le taux d'accroissement entre les réels -5 et -4 .

Notons m_2 le taux d'accroissement cherché.

$$m_2 = \frac{f(-4)-f(-5)}{(-4)-(-5)} = \frac{0-5}{1} = -5$$

Ainsi $\boxed{m_2 = -5}$

EXERCICE N°2 Coefficient directeur

On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = x^2+4x$

On note C_f sa courbe représentative et on donne les points suivants :

$A(2\ ;\ 12)$; $B(3\ ;\ 21)$; $C(-5\ ;\ 5)$ et $D(-4\ ;\ 0)$

1) Vérifier que ces quatre points appartiennent à la courbe C_f .

On se souvient qu'un point appartient à une courbe si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation de la courbe.

▪ Pour A :

$f(x_A) = f(2) = 2^2+4\times2 = 12 = y_A$

Ainsi : $A \in C_f$

▪ Pour B :

$f(x_B) = f(3) = 3^2+4\times3 = 21 = y_B$

Ainsi : $B \in C_f$

▪ Pour C :

$f(x_C) = f(-5) = (-5)^2+4\times(-5) = 5 = y_C$

Ainsi : $C \in C_f$

▪ Pour D :

$f(x_D) = f(-4) = (-4)^2+4\times(-4) = 0 = y_D$

Ainsi : $D \in C_f$

2) Calculer le coefficient directeur de la droite (AB) .

Notons m_1 le coefficient directeur cherché.

$$m_1 = \frac{f(3)-f(2)}{3-2} = \frac{21-12}{1} = 9$$

Ainsi $\boxed{m_1 = 9}$

3) Calculer le coefficient directeur de la droite (CD) .

Notons m_2 le coefficient directeur cherché. $m_2 = \dfrac{f(-4)-f(-5)}{(-4)-(-5)} = \dfrac{0-5}{1} = -5$

Ainsi $\boxed{m_2 = -5}$

EXERCICE N°3 *Nombre dérivé par le calcul*

On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = x^2+4x$. Soit $h \in \mathbb{R}$.

1) Simplifier l'expression $\dfrac{f(2+h)-f(2)}{(2+h)-2}$.

$$\begin{aligned}\frac{f(2+h)-f(2)}{(2+h)-2} &= \frac{(2+h)^2+4(2+h)-[2^2+4\times 2]}{h}\\ &= \frac{4+4h+h^2+8+4h-4-8}{h}\\ &= \frac{h^2+8h}{h}\\ &= \frac{h(h+8)}{h}\\ &= h+8\end{aligned}$$

(Si $h = 3-2 = 1$ quelle question des exercices n°1 et n°2 retrouve-t-on ?)

On retrouve les questions 2) des exercices 1 et 2.

2) Déterminer le nombre dérivé de f en 2.

On sait que pour tout $h \in \mathbb{R}$:

$$\frac{f(2+h)-f(2)}{(2+h)-2} = h+8$$

Or :

Quand h tend vers zéro , $h+8$ tend vers 8

Donc :

$\boxed{f'(2) = 8}$

3) Simplifier l'expression $\dfrac{f(-5+h)-f(-5)}{(-5+h)-(-5)}$.

$$\begin{aligned}\frac{f(-5+h)-f(-5)}{(-5+h)-(-5)} &= \frac{(-5+h)^2+4(-5+h)-[(-5)^2+4\times(-5)]}{h}\\ &= \frac{25-10h+h^2-20+4h-25+20}{h}\\ &= \frac{h^2-6h}{h}\\ &= \frac{h(h-6)}{h}\\ &= h-6\end{aligned}$$

(Si $h = -4-(5) = 1$ quelle question des exercices n°1 et n°2 retrouve-t-on ?)

On retrouve les questions 3) des exercices 1 et 2.

4) Calculer $f'(-5)$.

On sait que pour tout $h \in \mathbb{R}$:

$$\frac{f(-5+h)-f(-5)}{(-5+h)-(-5)} = h-6$$

Or :

Quand h tend vers zéro , $h-6$ tend vers -6

Donc :

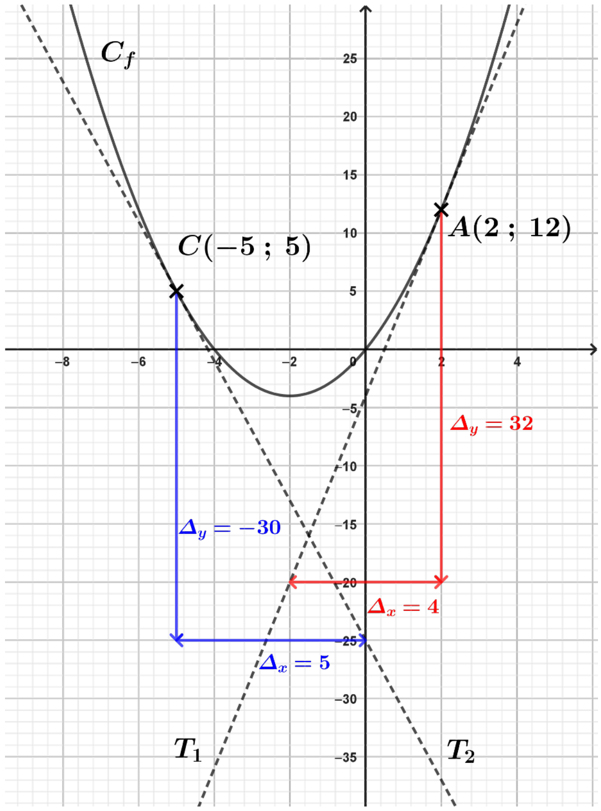
$\boxed{f'(-5) = -6}$

EXERCICE N°4 Nombre dérivé par lecture graphique.

On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = x^2+4x$

On note C_f sa courbe représentative et on donne les points suivants :
$A(2\ ;\ 12)$ et $C(-5\ ;\ 5)$.

Les droites T_1 et T_2 sont les tangentes à la courbe C_f respectivement en A et C .



1) Déterminer par lecture graphique le nombre dérivé de f en 2.

$f'(2) = \frac{32}{4} = 8$, $\boxed{f'(2) = 8}$

2) Déterminer par lecture graphique $f'(-5)$.

$f'(-5) = \frac{-30}{5} = -6$, $\boxed{f'(-5) = -6}$

3) Déterminer par lecture graphique, l'équation réduite de T_2 .

$\boxed{y = -6x-25}$

EXERCICE N°5 ***Équation de la tangente***

On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = x^2+4x$.

On note C_f sa courbe représentative et on donne les points suivants :

$A(2\ ;\ 12)$ et $C(-5\ ;\ 5)$.

1) Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe C_f au point A .

▪ Commençons par déterminer $f'(x_A) = f'(2)$:

On sait que pour tout $h \in \mathbb{R}$:

$$\frac{f(2+h)-f(2)}{(2+h)-2} = h+8$$

Or :

Quand h tend vers zéro , $h+8$ tend vers 8

Donc :

$f'(2) = 8$

▪ Une équation de la tangente à C_f en A est donnée par la formule :

$$y = f'(x_A)(x-x_A)+f(x_A)$$

c'est à dire :

$y = f'(2)(x-2)+f(2)$

ou encore

$y = 8(x-2)+12$

d'où l'on déduit :

$\boxed{y = 8x-4}$

2) Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe C_f au point C .

▪ Commençons par déterminer $f'(x_C) = f'(-5)$:

On sait que pour tout $h \in \mathbb{R}$:

$$\frac{f(-5+h)-f(-5)}{(-5+h)-(-5)} = h-6$$

Or :

Quand h tend vers zéro , $h-6$ tend vers -6

Donc :

$f'(-5) = -6$

▪ Une équation de la tangente à C_f en A est donnée par la formule :

$$y = f'(x_A)(x-x_A)+f(x_A)$$

c'est à dire :

$y = f'(-5)(x-(-5))+f(-5)$

ou encore

$y = -6(x+5)+5$

d'où l'on déduit :

$\boxed{y = -6x-25}$

(Eh oui C_f et C c'est pas la même chose ! On reste attentif !)