

# DEVOIR SURVEILLÉ N°1 LE CORRIGÉ

**Nom :**

**Prénom :**

**Classe :**

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Le sujet est à rendre avec la copie

## PREMIÈRE PARTIE

### EXERCICE N°1 Automatismes

(5 points)

*Pour ce premier exercice, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.*

1) L'inverse du double de 7 est égal à :

1.a)  $\frac{7}{2}$

1.b)  $\frac{2}{7}$

1.c)  $\frac{1}{14}$

1.d) 14

2) On considère la relation  $F = a + \frac{b}{cd}$ .

Lorsque  $a = \frac{1}{2}$ ,  $b = 3$ ,  $c = 4$  et  $d = -\frac{1}{4}$ , la valeur de  $F$  est :

2.a)  $\frac{5}{2}$

2.b)  $\frac{3}{2}$

2.c)  $-\frac{5}{2}$

2.d)  $-\frac{3}{2}$

3) On considère  $x$ ,  $y$ ,  $u$  des réels non nuls tels que  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{u}$

On peut affirmer que :

3.a)  $u = \frac{xy}{x+y}$

3.b)  $u = \frac{x+y}{xy}$

3.c)  $u = xy$

3.d)  $u = x+y$

4) On a représenté ci-contre la parabole d'équation  $y = x^2$

On note (I) l'inéquation sur  $\mathbb{R}$ ,  $x^2 \geq 10$ .

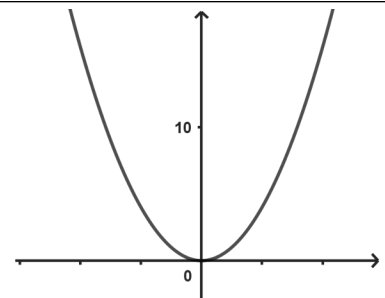
L'inéquation (I) est équivalente à :

4.a)  $-\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}$

4.b)  $x \leq -\sqrt{10}$  ou  $x \geq \sqrt{10}$

4.c)  $x \geq \sqrt{10}$

4.d)  $x = -\sqrt{10}$  ou  $x = \sqrt{10}$



5) On a représenté ci-contre une parabole P.

Une seule des quatre fonctions ci-dessous est susceptible d'être représentée par la parabole P.

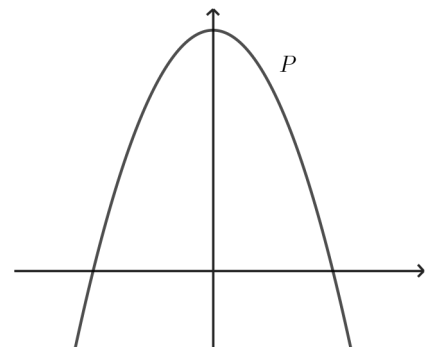
Laquelle ?

5.a)  $x \mapsto x^2 - 10$

5.b)  $x \mapsto -x^2 - 10$

5.c)  $x \mapsto -x^2 + 10$

5.d)  $x \mapsto -x^2 + 10x$



1)  $\frac{1}{14}$

2)  $-\frac{5}{2}$

3)  $u = \frac{xy}{x+y}$

4)  $x \leq -\sqrt{10}$  ou  $x \geq \sqrt{10}$

5)  $x \mapsto -x^2 + 10$

## DEUXIÈME PARTIE

### EXERCICE N°2 Je maîtrise mon cours

(7 points)

On considère la fonction polynomiale définie pour tout  $x \in \mathbb{R}$  par :

$$f(x) = x^2 + 2x - 3$$

1) Justifier que  $f(x) = (x+1)^2 - 4$ .

Méthode attendue

Soit  $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + 2x - 3 \\ &= (x+1)^2 - 1^2 - 3 \\ &= (x+1)^2 - 4 \end{aligned}$$

Méthode possible au cas où

Soit  $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} (x+1)^2 - 4 &= x^2 + 2x + 1 - 4 \\ &= x^2 + 2x - 3 \\ &= f(x) \end{aligned}$$

Par contre, interdiction de commencer par :

$$f(x) = (x+1)^2 - 4$$

Ainsi, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x+1)^2 - 4$

2) En déduire les coordonnées du sommet de la parabole représentative de  $f$ .

On reconnaît la forme canonique de  $f(x)$  :

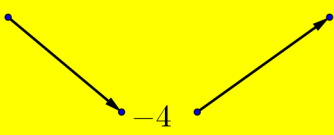
Votre copie sera bien plus appréciée si vous citez « forme canonique » que si vous vous contentez de « balancer » les coordonnées du sommet.

$$a(x-\alpha)^2 + \beta \text{ avec, } a = 1, \alpha = -1 \text{ et } \beta = -4$$

On en déduit que le sommet de la parabole a pour coordonnées :  $(-1, -4)$

On n'a pas donné de nom au sommet dans l'énoncé, donc si vous écrivez  $S(-1, -4)$  sans préciser ce qu'est  $S$ , il y a de grandes chances que cela agace le correcteur.

3) Dresser le tableau de variations de  $f$  (aucune justification n'est demandée).

$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$f(x)$			

4) Calculer le discriminant  $\Delta$  du trinôme et en déduire les éventuelles racines de  $f$ .

$$\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-3)$$

$$\Delta = 16$$

$\Delta > 0$ , donc il y a deux racines distinctes,  $x_1$  et  $x_2$  telles que :

$$x_1 = \frac{-2 - \sqrt{16}}{2 \times 1}$$

$$x_1 = -3$$

$$x_2 = \frac{-2 + \sqrt{16}}{2 \times 1}$$

$$x_2 = 1$$

5) Donner la forme factorisée de  $f(x)$ .

On sait que :

$$f(x) = 1(x - (-3))(x - 1)$$

La ligne précédente n'est pas obligatoire, mais elle rassure le correcteur sur le fait que vous maîtrisez réellement la forme factorisée.

$$f(x) = (x+3)(x-1)$$

**EXERCICE N°3 Je travaille à la maison****(8 points)**Extrait du sésamath 1<sup>er</sup> spé

Justine décide de créer un drapeau ressemblant au drapeau de la Suisse.

Elle veut un drapeau de 4 m sur 3 m.

Et sur son drapeau, elle veut une croix blanche dont les deux bandes ont pour largeur  $x$  mètres et pour longueur 2 m.



1) L'aire de la croix peut-elle être égale à :

1.a) la moitié de l'aire du drapeau ? Si oui, déterminer la valeur de  $x$  pour obtenir une telle configuration.

▪ Pour  $x \in [0 ; 2]$

$x$  est la largeur, elle est donc positive et pas plus grande que la longueur...

Notons  $A(x)$  l'aire de la croix, on a  $A(x) = 2x + 2x - x^2 = -x^2 + 4x$

▪ La moitié de l'aire du drapeau vaut  $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6 \text{ m}^2$

Il s'agit donc de résoudre dans  $[0 ; 2]$  l'équation  $A(x) = 6$ .

Commençons par la résoudre dans  $\mathbb{R}$  et notons  $S$  l'ensemble des solutions.

$$x \in S \Leftrightarrow A(x) = 6$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 4x = 6$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 4x - 6 = 0$$

Posons  $\Delta = 4^2 - 4 \times (-1) \times (-6) = -8$  le discriminant de cette dernière équation.

$\Delta < 0$  donc il n'y a aucune solution dans  $\mathbb{R}$  :  $S = \emptyset$ .

$$S \cap [0 ; 2] = \emptyset \cap [0 ; 2] = \emptyset$$

On peut le dire en français : il n'y a pas de solution réelle (positive ou négative) il n'y a donc pas de solution comprise entre 0 et 2.

On en déduit qu' on ne peut pas avoir cette configuration .

1.b) le quart de l'aire du drapeau ? Si oui, déterminer la valeur de  $x$  pour obtenir une telle configuration.

La moitié de l'aire du drapeau vaut  $\frac{1}{4} \times 4 \times 3 = 3 \text{ m}^2$

Il s'agit donc de résoudre dans  $[0 ; +\infty[$  l'équation  $A(x) = 3$ .

Commençons par la résoudre dans  $\mathbb{R}$  et notons  $S$  l'ensemble des solutions.

$$x \in S \Leftrightarrow A(x) = 3$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 4x = 3$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 4x - 3 = 0$$

Posons  $\Delta = 4^2 - 4 \times (-1) \times (-3) = 4$  le discriminant de cette dernière équation.

$\Delta > 0$ , il y a donc deux solutions :

$$x_1 = \frac{-4-2}{2 \times (-1)} = 3 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-4+2}{2 \times (-1)} = 1$$

$$S = \{1 ; 3\} \quad \text{et} \quad S \cap [0 ; 2] = \{1\}$$

On en déduit que cette configuration est possible quand  $x = 1$

2) Pour quelle(s) valeur(s) de  $x$  l'aire de la croix est-elle inférieure ou égale à  $2 \text{ m}^2$  ?

Il s'agit donc de résoudre dans  $[0 ; +\infty[$  l'inéquation  $A(x) \leq 2$ .

Commençons par la résoudre dans  $\mathbb{R}$  et notons  $S$  l'ensemble des solutions.

$$x \in S \Leftrightarrow A(x) \leq 2$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 4x \leq 2$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 4x - 2 \leq 0$$

Posons  $\Delta = 4^2 - 4 \times (-1) \times (-2) = 8$  le discriminant de ce dernier trinôme.

$\Delta > 0$ , il y a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-4-2\sqrt{2}}{2 \times (-1)} = 2+\sqrt{2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-4+2\sqrt{2}}{2 \times (-1)} = 2-\sqrt{2}$$

Et comme  $a = -1 < 0$

On en déduit le tableau de signes suivant :

$x$	$-\infty$	$2-\sqrt{2}$	$2+\sqrt{2}$	$+\infty$	
$A(x)$	+	0	-	0	+

$$S = [2 - \sqrt{2} ; 2 + \sqrt{2}] \text{ et}$$

$$S \cap [0 ; 2] = [2 - \sqrt{2} ; 2 + \sqrt{2}] \cap [0 ; 2]$$

$$= [2 - \sqrt{2} ; 2]$$

On en déduit que cette configuration est possible quand  $x \in [2 - \sqrt{2} ; 2]$