

FONCTIONS PART3 E06

EXERCICE N°2 (Le corrigé)

On donne la fonction f définie sur $[-20 ; 40]$ par : $f(x) = x^3 - 33x^2 - 144x + 3740$

1) Montrer que $f(x) = (x+11)(x-10)(x-34)$.

$$\begin{aligned}(x+11)(x-10)(x-34) &= (x+11)[x^2 - 34x - 10x + 340] \\ &= (x+11)(x^2 - 44x + 340) \\ &= x^3 - 44x^2 + 340x + 11x^2 - 484x + 3740 \\ &= x^3 - 33x^2 - 144x + 3740 \\ &= f(x)\end{aligned}$$

2) En déduire les racines de f .

Les racines de f sont : $-11 ; 10$ et 34

3) Déterminer la dérivée f' de f .

$$\begin{aligned}f(x) &= x^3 - 33x^2 - 144x + 3740 \\ f'(x) &= 3x^2 - 33 \times 2x - 144 \times 1 + 0 \\ f'(x) &= 3x^2 - 66x - 144\end{aligned}$$

4) Montrer que $f'(x) = 3(x-24)(x+2)$.

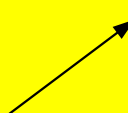
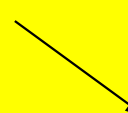
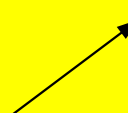
$$\begin{aligned}3(x-24)(x+2) &= 3(x^2 + 2x - 24x - 48) \\ &= 3(x^2 - 22x - 48) \\ &= 3x^2 - 66x - 144 \\ &= f'(x)\end{aligned}$$

5) Dresser le tableau de signe de f' .

$3 > 0$ est vraie quelque soit la valeur de x
 $x - 24 > 0 \Leftrightarrow x > 24$
 $x + 2 > 0 \Leftrightarrow x > -2$

x	-20	-2	24	40
3	$+$	$ $	$+$	$ $ $+$
$x-24$	$-$	$ $	$-$	0 $+$
$x+2$	$-$	0	$+$	$ $ $+$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0 $+$

6) En déduire le tableau de variations de f .

x	-20	-2	24	40
$f(x)$	-14580	3888	-4900	9180
				

7) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse -5 .

Une équation de la tangente au point d'abscisse est :

$$\begin{aligned}y &= f'(-5)(x+5) + f(-5) \\ y &= 261(x+5) - 3510 \\ y &= 261x - 2205\end{aligned}$$