FONCTIONS PART2 E01

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

Soit la fonction f définir sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-x^2-2x+1$.

1) Calculer $\dfrac{f(h)-f(0)}{h}$

$$\frac{f(h)-f(0)}{h} = \frac{-h^2-2h+1-1}{h} = \frac{-h^2-2h}{h} = \frac{h(-h+2)}{h} = -h+2$$

Ainsi $\boxed{\dfrac{f(h)-f(0)}{h} = -h+2}$

2) En déduire $f'(0)$.

On sait que $f'(0)$ s'obtient en faisant tendre h vers zéro dans $\dfrac{f(h)-f(0)}{h}$.

Or $\dfrac{f(h)-f(0)}{h} = -h+2$ tend vers -2 quand h vers zéro.

Donc $\boxed{f'(0) = -2}$

3) Interpréter graphiquement ce nombre.

La courbe représentative de la fonction f admet, au point d'abscisse zéro une tangente dont la pente est -2 .

EXERCICE N°2 (Le corrigé)

Soit la fonction f définir sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-2x+6$.

1) Montrer que $\dfrac{f(3+h)-f(3)}{h}=-2$.

$$\frac{f(3+h)-f(3)}{h} = \frac{-2(3+h)+6-(-2\times 3+6)}{h} = \frac{-6-2h+6-0}{h} = \frac{-2h}{h} = -2$$

2) En déduire la valeur de $f'(3)$. Ce résultat était-il prévisible ?

$f'(3)$ s'obtient en faisant tendre h vers zéro dans $\dfrac{f(3+h)-f(3)}{h} = -2$

L'expression « -2 » ne dépend pas de h donc on peut faire tendre h vers ce que l'on veut, on obtiendra toujours -2 …

On en déduit que $\boxed{f'(3) = -2}$.

Ce résultat était prévisible, f étant une fonction affine sa représentation graphique est une droite. La tangente en tout point à cette droite sera donc une droite qui aura le même coefficient directeur : -2 .

Et souvenez-vous, le nombre dérivé est le coefficient directeur de la tangente et comme la tangente est confondues avec la droite elles ont le même coefficient directeur.

3) Sans faire de calcul, donner les valeurs de $f'(-2)$ et $f'(5)$

D'après la question précédente,

$\boxed{f'(-2) = -2}$ et $\boxed{f'(5) = -2}$

4) Soit la fonction g définir sur $\mathbb{R}$ $g(x)=5x-17$. Donner les valeurs de $g'(-1)$ et $g'(3)$.

g est une fonction affine dont la représentation graphique admet pour coefficient directeur 5 .

Donc $\boxed{g'(-1) = 5}$ et $\boxed{g'(3) = 5}$

FONCTIONS PART2 E01

EXERCICE N°3 (Le corrigé)

1) Compléter le programme suivant puis expliquer ce qu'il permet de calculer.

```python
def taux_de_variation(f,x1,x2):
    """retourne le taux de variation de
    la fonction f entre les valeurs x1 et x2"""
    return ...

def f(x) :
    return x**2

print(taux_de_variation(f,1,5))
```

```python
def taux_de_variation(f,x1,x2):
    """retourne le taux de variation de
    la fonction f entre les valeurs x1 et x2"""
    return (f(x1)-f(x2))/(x1+x2)

def f(x) :
    return x**2

print(taux_de_variation(f,1,5))
```

Ce programme sert à calculer le taux de variation entre les points de coordonnées $(1\ ;\ 1^2)$ et $(5\ ;\ 5^2)$.

2) On appelle maintenant la fonction précédente de la façon suivante :

```python
>>> h=0.00001
>>> print(taux_de_variation(f,1,1+h))
```

Quel nombre ce script permet-il d'approcher ?

h est proche de zéro donc le résultat afficher est proche $f'(1)$.

La fonction étant dérivable en tout réel, on peut parler de $f'(1)$.

3) Modifier le programme précédent pour qu'il affiche le nombre dérivé $f'(2)$ où f est la fonction définie sur $[0\ ;+\infty[$ par $f(x)=2x^3-x+7$

```python
def taux_de_variation(f,x1,x2):
    """retourne le taux de variation de
    la fonction f entre les valeurs x1 et x2"""
    return (f(x1)-f(x2))/(x1+x2)

def f(x) :
    return 2*x**3-x+7

h = 0.00001
print(taux_de_variation(f,2,2+h))
```

On a modifié la définition de la fonction f , et on modifié la dernière ligne afin d'avoir une valeur approchée de $f'(2)$.