FONCTIONS AFFINES ET INÉQUATIONS M04

EXERCICE N°1

VOIR LE CORRIGÉ

Déterminer le sens de variations des fonctions affines définies par les expressions suivantes.

1) $f(x)=4x+7$

2) $f(x)=-3x+2$

3) $f(x)=x-8$

4) $f(x)=9-x$

5) $f(x)=\sqrt{2\pi}(x-4)$

6) $f(x)=\dfrac{5-3x}{5}$

EXERCICE N°2

VOIR LE CORRIGÉ

Pour chacune des fonctions affines suivantes, déterminer le coefficient directeur de leur représentation graphique et en déduire le sens de variation de la fonction.

1) $f(x)=-3x+4$

2) $g(x)=6-x$

3) $h(x)=7+\dfrac{2x}{9}$

4) $l(x)=\dfrac{x\sqrt{2}+7}{5}$

EXERCICE N°3

VOIR LE CORRIGÉ

1) La fonction affine f vérifie $f(5)=10$ et $f(8)=6$.
f est-elle croissante ou décroissante? Justifier

2) La fonction affine g vérifie $g(-5)=1$ et $g(-3)=7$.
g est-elle croissante ou décroissante? Justifier.

EXERCICE N°4

VOIR LE CORRIGÉ

On donne deux fonctions affines f et g , telles que :
Pour tout nombre réel x : $f(x) = 3x+4$; $g(x) = -x+2$

1) Déterminer les images de l'intervalle $[-2\ ;\ 5]$ par chacune des fonctions f et g .
On s'aidera du tableau de variation de ces deux fonctions pour répondre.

2) Déterminer l'intervalle I tel que son image par f soit $\mathbb{R}_+$, c'est à dire vérifiant la relation $f(I) = \mathbb{R}_+$.

3) Déterminer l'intervalle J tel que son image par f soit $\mathbb{R}_+$, c'est à dire vérifiant la relation $g(J) = \mathbb{R}_+$.

Rappel : $\mathbb{R}$ est l'ensemble des nombres réels et $\mathbb{R}_+$ est l'ensemble des nombres réels postififs ou nuls.

EXERCICE N°1 ***(Le corrigé)*** RETOUR À L'EXERCICE N°1

Déterminer le sens de variations des fonctions affines définies par les expressions suivantes.

1) $f(x)=4x+7$

f est une fonction affine de coefficient directeur (4) strictement positif.
Elle est donc $\boxed{\text{strictement croissante}}$.

2) $f(x)=-3x+2$

f est une fonction affine de coefficient directeur (-3) strictement négatif.
Elle est donc $\boxed{\text{strictement décroissante}}$.

3) $f(x)=x-8$

f est une fonction affine de coefficient directeur (1) strictement positif.
Elle est donc $\boxed{\text{strictement croissante}}$.
On se rappelle que $x=1x$

4) $f(x)=9-x$

f est une fonction affine de coefficient directeur (-1) strictement négatif.
Elle est donc $\boxed{\text{strictement décroissante}}$.
On se rappelle que $-x=-1x$

5) $f(x)=\sqrt{2\pi}(x-4)$

f est une fonction affine de coefficient directeur ($\sqrt{2\pi}$) strictement positif.
Elle est donc $\boxed{\text{strictement croissante}}$.
$\sqrt{2\pi}(x-2)=\sqrt{2\pi}\times x-2\sqrt{2\pi}$

6) $f(x)=\dfrac{5-3x}{5}$

f est une fonction affine de coefficient directeur $\left(\dfrac{-3}{5}\right)$ strictement négatif.
Elle est donc $\boxed{\text{strictement décroissante}}$.
$\dfrac{5-3x}{5}=\dfrac{5}{5}-\dfrac{3}{5}x$

EXERCICE N°2 (Le corrigé)

RETOUR À L'EXERCICE 2

Pour chacune des fonctions affines suivantes, déterminer le coefficient directeur de leur représentation graphique et en déduire le sens de variation de la fonction.

1) $f(x)=-3x+4$

f est une fonction affine de coefficient directeur ($\boxed{-3}$) strictement négatif.
Elle est donc $\boxed{\text{strictement décroissante}}$.

2) $g(x)=6-x$

f est une fonction affine de coefficient directeur ($\boxed{-1}$) strictement négatif.
Elle est donc $\boxed{\text{strictement décroissante}}$.

3) $h(x)=7+\frac{2x}{9}$

f est une fonction affine de coefficient directeur ($\boxed{\left(\frac{2}{9}\right)}$) strictement positif.
Elle est donc $\boxed{\text{strictement croissante}}$.

$7+\frac{2x}{9}=7+\frac{2}{9}x$

4) $l(x)=\frac{x\sqrt{2}+7}{5}$

f est une fonction affine de coefficient directeur ($\boxed{\left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)}$) strictement positif.
Elle est donc $\boxed{\text{strictement croissante}}$.

$\frac{x\sqrt{2}-1}{5}=\frac{\sqrt{2}}{5}x-\frac{1}{5}$

EXERCICE N°3 (Le corrigé) RETOUR À L'EXERCICE 3

1) La fonction affine f vérifie $f(5)=10$ et $f(8)=6$.
f est-elle croissante ou décroissante? Justifier

Notons m_1 le coefficient directeur de f .
On sait que $m_1 = \dfrac{f(5)-f(8)}{5-8} = \dfrac{10-6}{5-8} = \dfrac{4}{-3} = -\dfrac{4}{3}$
Ainsi, f est une fonction affine de coefficient directeur ($\boxed{-\dfrac{4}{3}}$) strictement négatif.
Elle est donc $\boxed{\text{strictement décroissante}}$.

Remarque n°1 :
Hé mais moi , j'ai commencé par $m = \dfrac{f(8)-f(5)}{8-5}$.
Pas de panique : $\dfrac{f(8)-f(5)}{8-5} = \dfrac{-[-f(8)+f(5)]}{-[-8+5]} = \dfrac{-[f(5)-f(8)]}{-[5-8]} = \dfrac{f(5)-f(8)}{5-8}$
(d'après la règle des signes appliquée aux quotients).

Remarque n°2 :
On pouvait bien sûr procéder autrement.
Les points $(5\ ;\ 10)$ et $(8\ ;\ 6)$ appartiennent à la droite qui représente f .
Or : $5 < 8$ et $10 > 6$ ce qui montre que la droite se « dirige vers le bas ».
(Nous reviendrons la dessus, un peu tard dans l'année).

2) La fonction affine g vérifie $g(-5)=1$ et $g(-3)=7$.
g est-elle croissante ou décroissante? Justifier.

Notons m_2 le coefficient directeur de g .
On sait que $m_2 = \dfrac{g(-5)-g(-3)}{-5-(-3)} = \dfrac{1-7}{-5+3} = \dfrac{-6}{-2} = 3$
Ainsi, f est une fonction affine de coefficient directeur ($\boxed{3}$) strictement positif.
Elle est donc $\boxed{\text{strictement croissante}}$.

FONCTIONS AFFINES ET INÉQUATIONS M04C

EXERCICE N°4 ***(Le corrigé)*** RETOUR À L'EXERCICE 4

On donne deux fonctions affines f et g, telles que :

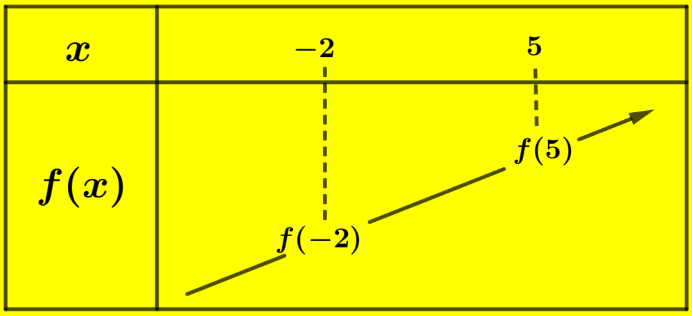
Pour tout nombre réel x : $f(x) = 3x+4$; $g(x) = -x+2$

1) Déterminer les images de l'intervalle $[-2 ; 5]$ par chacune des fonctions f et g.

On s'aidera du tableau de variation de ces deux fonctions pour répondre.

La fonction f est affine et croissante sur $\mathbb{R}$.

(son coefficient directeur : 3 est strictement positif)



On en déduit que pour tout x tel que :

$-2 \leqslant x \leqslant 5$

on a :

$f(-2) \leqslant f(x) \leqslant f(5)$

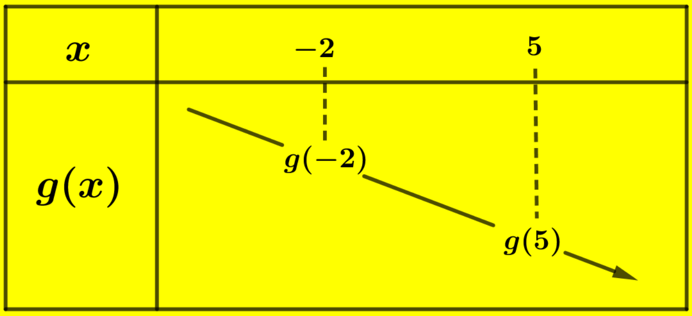
c'est à dire

$-2 \leqslant f(x) \leqslant 19$

Donc l'image de $[-2 ; 5]$ par f est $\boxed{[-2 ; 19]}$

La fonction g est affine et décroissante sur $\mathbb{R}$.

(son coefficient directeur : -1 est strictement négatif)



On en déduit que pour tout x tel que :

$-2 \leqslant x \leqslant 5$

on a :

$g(-2) \geqslant f(x) \geqslant g(5)$

c'est à dire

$4 \geqslant g(x) \geqslant -3$

Donc l'image de $[-2 ; 5]$ par f est $\boxed{[-3 ; 4]}$

2) Déterminer l'intervalle I tel que son image par f soit $\mathbb{R}_+$, c'est à dire vérifiant la relation $f(I) = \mathbb{R}_+$.

Il s'agit de résoudre $f(x) \geqslant 0$.

L'ensemble des solutions de cette inéquation sera l'intervalle *I*.

Soit x un nombre réel, $x \in I \Leftrightarrow f(x) \geqslant 0$

Les inéquations suivantes sont équivalents :

$f(x) \geqslant 0$

$3x+4 \geqslant 0$

$3x \geqslant -4$

$x \geqslant -\dfrac{4}{3}$

On en déduit que $\boxed{I = \left[-\dfrac{4}{3} ; +\infty\right[}$

3) Déterminer l'intervalle J tel que son image par f soit $\mathbb{R}_+$, c'est à dire vérifiant la relation $g(J) = \mathbb{R}_+$.

Il s'agît de résoudre $g(x) \geqslant 0$.
L'ensemble des solutions de cette inéquation sera l'intervalle *J*.

Soit x un nombre réel, $x \in J \Leftrightarrow g(x) \geqslant 0$
Les inéquations suivantes sont équivalents :

$g(x) \geqslant 0$

$-x+2 \geqslant 0$

$-x \geqslant -2$

$\dfrac{-x}{-1} \leqslant \dfrac{-2}{-1}$ Attention, on n'oublie pas le changement de sens.

$x \leqslant 2$

On en déduit que $\boxed{I =]-\infty \ ; \ 2]}$

Rappel : $\mathbb{R}$ *est l'ensemble des nombres réels et* $\mathbb{R}_+$ *est l'ensemble des nombres réels postififs ou nuls.*