ÉTUDE DE FONCTIONS

I Généralités

Définition n°1. ***Maximum et minimum d'une fonction sur un intervalle***

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et a un réel de l'intervalle I. On dit que :

f admet un maximum en a sur I lorsque, pour tout $x \in I$, $f(x) \leqslant f(a)$

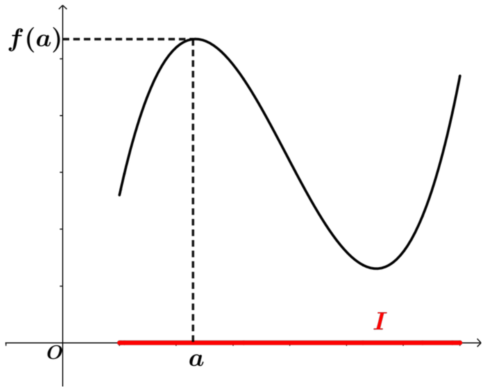
f admet un minimum en a sur I lorsque, pour tout $x \in I$, $f(x) \geqslant f(a)$

f admet un extremum en a sur I lorsque, f admet un maximum en a sur I ou f admet un minimum en a sur I.

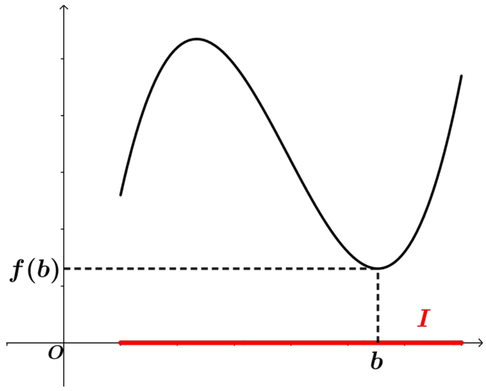
Remarque n°1.

Le pluriel de « extremum » c'est « extrema » mais vous verrez souvent « extremums »…

La fonction f possède un maximum sur I qui est $f(a)$ et qui est atteint en a.



La fonction f possède un minimum sur I qui est $f(b)$ et qui est atteint en b.



(f possède deux extrema sur I : un maximum et un minimum)

Définition n°2. ***Croissance, décroissance***

Soit f une fonction définie sur D_f et $I \subset D_f$ un intervalle.

▪ « f est strictement croissante sur I » signifie que :
Pour tous a et b appartenant à I, $a < b \Rightarrow f(a) < f(b)$

▪ « f est croissante sur I » signifie que :
Pour tous a et b appartenant à I, $a < b \Rightarrow f(a) \leqslant f(b)$

▪ « f est strictement décroissante sur I » signifie que :
Pour tous a et b appartenant à I, $a < b \Rightarrow f(a) > f(b)$

▪ « f est décroissante sur I » signifie que :
Pour tous a et b appartenant à I, $a < b \Rightarrow f(a) \geqslant f(b)$

Remarque n°2. ***Le tableau de variations***

On peut résumer les variations d'une fonction sous la forme d'un **tableau de variations**. Les variations peuvent sur lire graphiquement ou se déduire de propriétés et de calculs. On pose $I = [d\ ,\ e]$

x	d		a		b		e
$f(x)$	$f(d)$	↗	$f(a)$	↘	$f(b)$	↗	$f(e)$

On trouve facilement les extrema avec le tableau de variations.

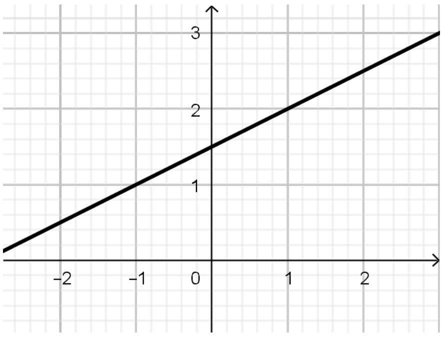
II Les fonctions de références

Les fonctions affines

$f(x)=mx+p$ avec m et p des réels

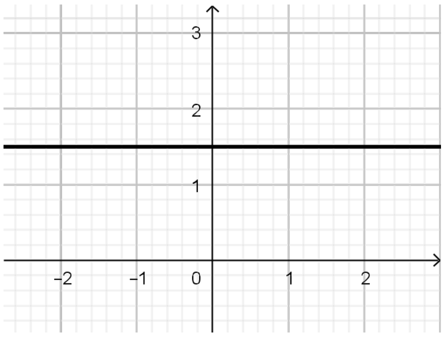
Le domaine de définition est : $D_f=\mathbb{R}$

$m>0$



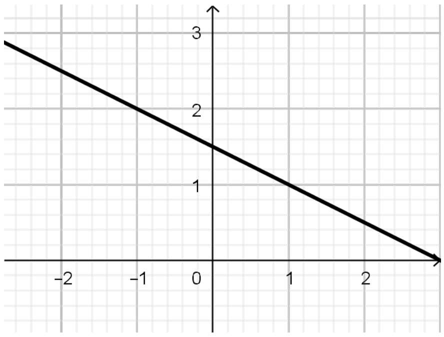
x	$-\infty$	$\frac{-p}{m}$	$+\infty$
Variations	↗	0	↗
signes	–	0	+

$m=0$



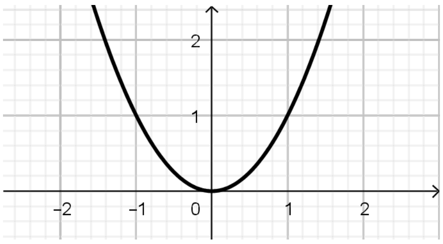
f est constante sur $\mathbb{R}$

$m<0$



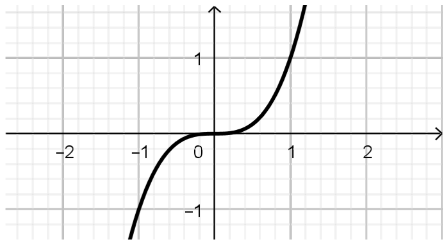
x	$-\infty$	$\frac{-p}{m}$	$+\infty$
Variations	↘	0	↘
signes	+	0	–

La fonction carré : $f(x)=x^2$ $D_f=\mathbb{R}$



x	$-\infty$	0	$+\infty$
Variations	↘	0	↗
signes	+	0	+

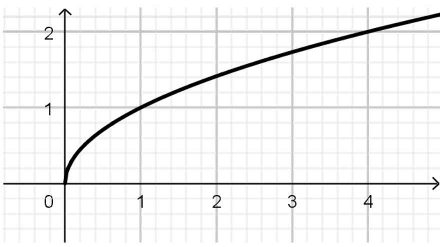
La fonction cube : $f(x)=x^3$ $D_f=\mathbb{R}$



x	$-\infty$	0	$+\infty$
Variations	↗	0	↗
signes	–	0	+

La fonction racine carrée: $f(x)=\sqrt{x}$

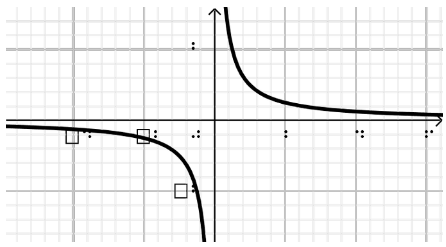
$D_f=[0\ ;+\infty[$



x	0	$+\infty$
Variations	↗	
signes	+	

La fonction inverse : $f(x)=\frac{1}{x}$

$D_f=]-\infty\ ;0[\ \cup\ ]0\ ;+\infty[$



x	$-\infty$	0	$+\infty$
Variations	↘	‖	↘
signes	–	‖	+