CALCUL LITTÉRAL E03C

EXERCICE N°1 ***Sans la calculatrice ! (Le corrigé)***

1) Développer et réduire l'expression suivante : $A=(2x-1)(8x+1)-(4x-0,75)^2$

$A = (2x-1)(8x+1)-(4x-0,75)^2$

$A = 16x^2+2x-8x-1 - \left[16x^2-6x+\frac{9}{16}\right]$

- $0,75 = \frac{3}{4}$
- $2\times4x\times\frac{3}{4} = 6x$
- $0,75^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{9}{16}$

$A = 16x^2-6x-1-16x^2+6x-\frac{9}{16}$

$A = -1-\frac{9}{16} = -\frac{16}{16}-\frac{9}{16} = -\frac{25}{16}$

$\boxed{A = -\frac{25}{16}}$

2) Calculer la valeur de A pour $x=100$ puis pour $x=\left(\frac{\sqrt{\pi+3}}{25}\right)^{22}$

On a bien compris que la valeur de A ne dépend pas de celle de x et vaut toujours $-\frac{25}{16}$.

D'après la question la question précédente,

pour $x = 100$ et pour $x=\left(\frac{\sqrt{\pi+3}}{25}\right)^{22}$, $\boxed{A = -\frac{25}{16}}$.

3) Calculer astucieusement : $19\times81-39,25^2$

Ici, il faut se dire que si la question fait partie de l'exercice alors elle a peut-être un rapport avec les questions précédentes…

On remarque que :

$19\times81-39,25^2 = (2\times\mathbf{10}-1)(8\times\mathbf{10}+1)-(4\times\mathbf{10}-0,75)^2$

On reconnaît l'expression A pour $x = 10$

Donc $19\times81-39,25^2 = -\frac{25}{16}$

CALCUL LITTÉRAL E03C

EXERCICE N°2 Techniques de démonstration (Le corrigé)

On dit qu'un nombre entier n est pair s'il existe un nombre entier p tel que $n = 2p$.
Par exemple le nombre 18 est pair car $18 = 2 \times 9$ (ici $n=18$ et $p=9$, on peut utiliser d'autres lettres si on veut...)

1) Démontrer que le carré d'un nombre pair est pair.

Soit n un nombre pair.
Il existe donc un nombre entier p tel que $n = 2p$.
Ainsi,
$n^2 = (2p)^2 = 4p^2 = 2 \times 2p^2$
p est un nombre entier donc p^2 aussi et bien sûr $2p^2$ également.
(quand on multiplie des entiers en eux, on obtient des entiers…)
On en déduit que n^2 est pair.
Car on l'a écrit comme étant « 2 fois un nombre entier ».

2) Démontrer que la somme de deux nombres pairs est paire.

Soient n et m deux nombres pairs.
Il existe deux entiers p et q tels que $n = 2p$ et $m = 2q$
Ainsi,

Quand on additionne des entiers entre eux, on obtient un entier.
On en déduit que $n+m$ est pair.
Car on l'a écrit comme étant « 2 fois un nombre entier ».

3) La moitié d'un nombre pair est-elle toujours paire ? Justifier.

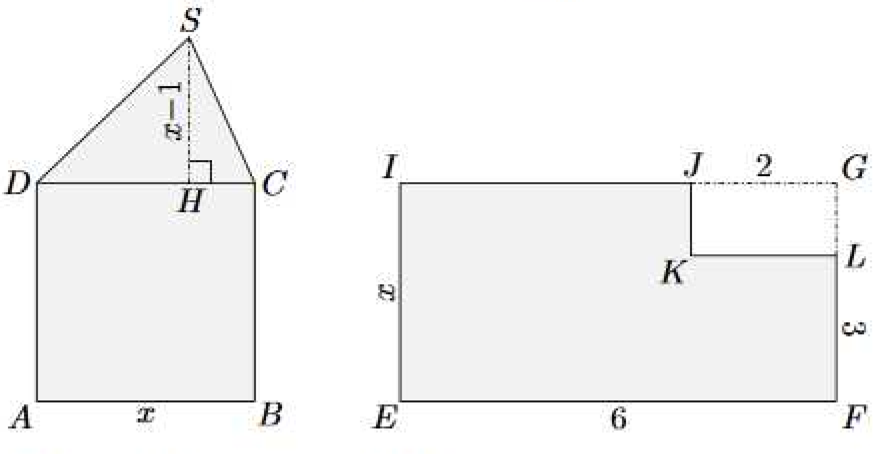
Contrairement aux questions précédentes, notre intuition (si si…) nous souffle que cela ne peut être « vrai tout le temps ».
Il nous suffit donc trouver un contre-exemple.
Par exemple, 6 est un nombre pair mais sa moitié 3 ne l'est pas.
La moitié d'un nombre pair n'est donc pas toujours paire.

CALCUL LITTÉRAL E03C

EXERCICE N°3 *Un peu de géométrie. (Le corrigé)*

On donne les figures suivantes :

ABCD est un carré.
EFGI est un rectangle.
KLGJ est un rectangle.



1) Déterminer les valeurs possibles pour x .

x représente une longueur donc $x \geqslant 0$.
De plus, la figure de droite impose $x \geqslant 3$.
Au final : $\boxed{x \geqslant 3}$

2) Exprimer l'aire de chacune des figures en fonctions de x .

Pour $x \geqslant 3$,
notons l'aire de la figure de gauche et $A_d(x)$ celle de la figure de droite.
A priori, elles dépendent toutes les deux de la valeur de x ,ce sont donc des fonctions de x

- $A_g(x) = \underbrace{AB^2}_{\text{le carré}} + \underbrace{DC \times SH}_{\text{le triangle}} = x^2 + x(x-1) = 2x^2 - x$

$$\boxed{A_g(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{x}{2}}$$

- $A_d(x) = \underbrace{EF \times EI}_{\text{grand rectangle}} - \underbrace{JG \times GL}_{\text{petit rectangle}} = 6x - 2(x-3) = 4x+6$

$$\boxed{A_d(x) = 4x+6}$$

3) Exprimer en fonction de x , la différence de ces deux aires.

$$A_g(x) - A_d(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{x}{2} - (4x+6)$$
$$= \frac{3}{2}x^2 - \frac{x}{2} - 4x - 6$$
$$\boxed{A_g(x) - A_d(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{9}{2}x - 6}$$

4) Démontrer que cette différence peut aussi s'écrire $\left(\frac{3}{2}x - 6\right)(x+1)$

On pourrait tenter de factoriser l'expression trouvée à la question 3) mais nous n'avons pas encore les outils pour le faire. On va donc plutôt développer et réduire le produit que nous a donné et croiser les doigts pour tomber sur l'expression que nous avons trouvée.

$$\left(\frac{3}{2}x - 6\right)(x+1) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 6x - 6 = \frac{3}{2}x^2 - \frac{9}{2}x - 6$$

Ainsi, $A_g(x) - A_d(x) = \left(\frac{3}{2}x - 6\right)(x+1)$