VARIABLES ALÉATOIRES (LA SUITE) E03

EXERCICE N°5 (Le corrigé)

Un examen oral est organisé de la sorte : la liste des 100 sujets possibles est publiée 6 mois avant le concours pour laisser aux candidats le temps de se préparer.

Le jour de l'examen, chaque candidat tire au hasard 3 sujets parmi les 100 sujets proposés et décide lequel des trois il présentera au jury.

Le nombre de sujets étant élevé, on assimile ce tirage à tirage avec remise.

Un candidat a préparé 70 sujets. Soit X la variable aléatoire qui associe à son tirage le nombre de sujets qu'il a préparés parmi les 3 sujets tirés.

1) Quelle loi suit X ?

X suit une loi binomiale de paramètres $n=3$ et $p=0{,}7$ ($X \sim \mathcal{B}(3\ ;\ 0{,}7)$)

Binomiale : les tirages se font avec remise (indépendance des tirages) et ils n'ont que deux issues.

0,7 : 70 sujets préparés sur les 100.

3 : le candidat tire 3 sujets.

($X \sim \mathcal{B}(3\ ;\ 0{,}7)$) : c'est une autre façon d'écrire la phrase réponse.

2) Quelle est la probabilité qu'il n'ait préparé aucun 3 sujets tirés ?

(arrondir le résultat à 10^{-3} *)*

Il s'agît de calculer $P(X=0)$

$$P(X=0) = \underbrace{\binom{3}{0}}_{1} \times \underbrace{0{,}7^0}_{1} \times \underbrace{(1-0{,}7)^{3-0}}_{0{,}3^3}$$

$$P(X=0) = 0{,}3^3$$

$$\boxed{P(X=0) = 0{,}027}$$

3) Quelle est la probabilité qu'il ait préparé au moins un trois sujets tirés ?

(arrondir le résultat à 10^{-3} *)*

Il s'agit de calculer $P(X\geqslant 1)$

au moins 1

Or :

$$P(X\geqslant 1) = 1-P(X=0)$$

Les événements $\{X\geqslant 1\}$ et $\{X=0\}$ sont complémentaires.

Ainsi $P(X\geqslant 1) = 1-0{,}3^3$

$$\boxed{P(X\geqslant 1) = 0{,}973}$$

4) Déterminer l'espérance de X et interpréter le résultat.

On sait que $E(X) = 0{,}7\times 3$

Ainsi $\boxed{E(X) = 2{,}1}$

Cela signifie que le candidat peut espérer avoir deux sujets qu'il a préparé sur les trois qu'il va devoir choisir.