

ENTRAÎNEMENT 02

EXERCICE N°1

Suite à une épidémie dans une région, le nombre de personnes malades t jours après l'apparition des premiers cas est modélisé par $f(t) = 45t^2 - t^3$ pour tout t appartenant à $[0; 45]$.

- 1) Déterminer le nombre de personnes malades prévu par ce modèle au bout de 20 jours.
- 2) Montrer que, pour tout t appartenant à $[0; 45]$, $f'(t) = 3t(30 - t)$.
- 3) Déterminer le signe de $f'(t)$ sur $[0; 45]$.
- 4) Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0; 45]$.
- 5) Déterminer le jour où le nombre de personnes malades est maximal durant cette période de 45 jours et préciser le nombre de personnes malades ce jour-là.

EXERCICE N°2

Plusieurs fois par jour, un auxiliaire de puériculture change le nourrisson dont il a la charge en choisissant une couche au hasard, puis prépare un biberon, en utilisant un lait qu'il choisit au hasard également. Le stock de couches est composé de :

- 50 % de couches de la marque Novonez à 0,25 € l'unité ;
- 30 % de couches de la marque Supersec à 0,35 € l'unité ;
- 20 % de couches de la marque distributeur à 0,15 € l'unité.

Dans le placard de la cuisine, l'auxiliaire de puériculture dispose de :

- 60 % de lait Vitamax (le coût du biberon est alors de 0,10 €) ;
- 40% de lait Grandivit (le coût du biberon est alors de 0,15 €).

Dans tout l'exercice, on appelle séquence l'action de changer le nourrisson, puis de lui donner un biberon.

- 1) Construire un arbre illustrant cette séquence.
- 2) Calculer la probabilité que, lors d'une séquence, l'auxiliaire de puériculture utilise une couche Novonez et le lait Grandivit. Quel est alors le coût d'une telle séquence ?
- 3) Soit X la variable aléatoire qui, à chaque séquence, associe son coût en euro.
 - 3.a) Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X .
 - 3.b) Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
- 4) On admet que la probabilité que l'auxiliaire de puériculture utilise la séquence la moins chère est égale à 0,12. L'auxiliaire de puériculture change et nourrit le nourrisson quatre fois au cours d'une même journée.
Quelle est la probabilité qu'au cours d'une journée l'auxiliaire de puériculture utilise quatre fois la séquence la moins chère pour ce nourrisson ?

ENTRAINEMENT 02

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

Suite à une épidémie dans une région, le nombre de personnes malades t jours après l'apparition des premiers cas est modélisé par $f(t) = 45t^2 - t^3$ pour tout t appartenant à $[0; 45]$.

1) Déterminer le nombre de personnes malades prévu par ce modèle au bout de 20 jours.

Il s'agit de calculer $f(20)$.

$$f(20) = 45 \times 20^2 - 20^3 = 10000$$

Selon ce modèle, au bout de 20 jours, il aurait 10000 malades.

2) Montrer que, pour tout t appartenant à $[0; 45]$, $f'(t) = 3t(30 - t)$.

Pour $t \in [0; 45]$

- $f(t) = 45t^2 - t^3$

- $f'(t) = 90t - 3t^2$

- De plus :

$$3t(30 - t) = 90t - 3t^2$$

- On en déduit que $f'(t) = 3t(30 - t)$

3) Déterminer le signe de $f'(t)$ sur $[0; 45]$.

- $3t > 0 \Leftrightarrow t > 0$;

- $30 - t > 0 \Leftrightarrow -t > -30 \Leftrightarrow t < 30$

v	0	30	45
$3t$	+	0	+
$t - 30$	+		-
$f'(t)$	+	0	-

4) Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0; 45]$.

v	0	30	45
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	0	13500	0

$$13500 = f(30)$$

5) Déterminer le jour où le nombre de personnes malades est maximal durant cette période de 45 jours et préciser le nombre de personnes malades ce jour-là.

D'après le tableau de variation, c'est le 30^e jour avec 13500 malades.

ENTRAINEMENT 02

EXERCICE N°2 (Le corrigé)

Plusieurs fois par jour, un auxiliaire de puériculture change le nourrisson dont il a la charge en choisissant une couche au hasard, puis prépare un biberon, en utilisant un lait qu'il choisit au hasard également. Le stock de couches est composé de :

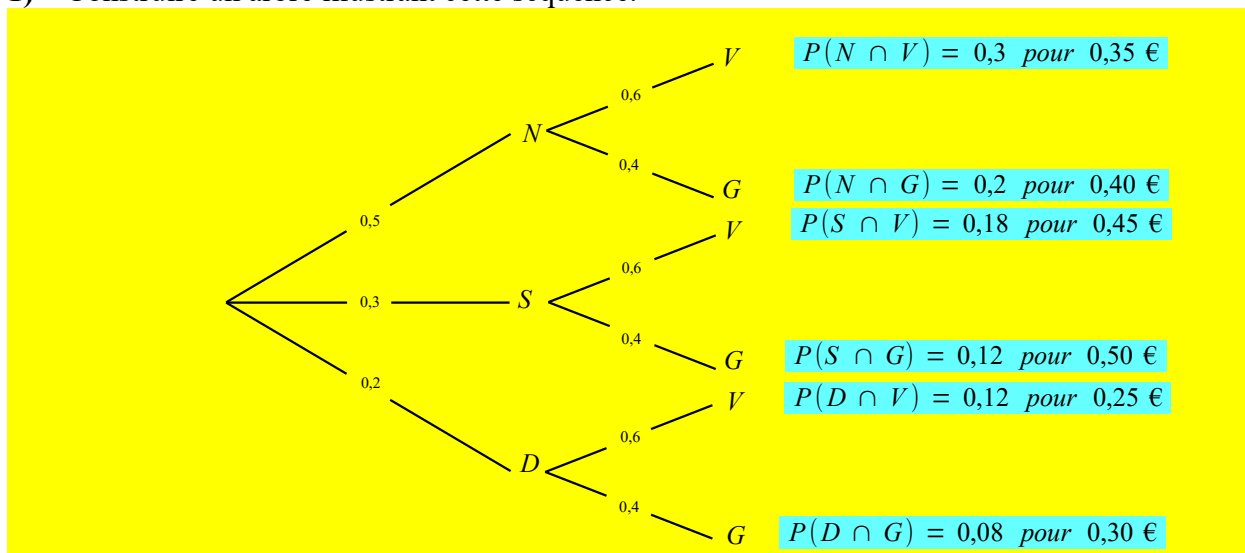
- 50 % de couches de la marque Novonez à 0,25 € l'unité ; (N)
- 30 % de couches de la marque Supersec à 0,35 € l'unité ; (S)
- 20 % de couches de la marque distributeur à 0,15 € l'unité. (D)

Dans le placard de la cuisine, l'auxiliaire de puériculture dispose de :

- 60 % de lait Vitamax (le coût du biberon est alors de 0,10 €) ; (V)
- 40% de lait Grandivit (le coût du biberon est alors de 0,15 €). (G)

Dans tout l'exercice, on appelle séquence l'action de changer le nourrisson, puis de lui donner un biberon.

1) Construire un arbre illustrant cette séquence.



2) Calculer la probabilité que, lors d'une séquence, l'auxiliaire de puériculture utilise une couche Novonez et le lait Grandivit. Quel est alors le coût d'une telle séquence ?

- Il s'agit de calculer $P(N \cap G)$

$$P(N \cap G) = 0,5 \times 0,4 = 0,2 \quad \text{Ainsi} \quad \boxed{\text{la probabilité cherchée vaut } 0,2}$$

$$0,25 + 0,15 = 0,4$$

Le coût de cette séquence est de 0,40 €

3) Soit X la variable aléatoire qui, à chaque séquence, associe son coût en euro.

3.a) Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X .

$X = x_i$	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	Total
$P(X = x_i)$	0,12	0,08	0,3	0,2	0,18	0,12	1

3.b) Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

$$E(X) = 0,25 \times 0,12 + 0,3 \times 0,08 + 0,35 \times 0,3 + 0,4 \times 0,2 + 0,45 \times 0,18 + 0,5 \times 0,12 = 0,38$$

Ainsi $E(X) = 0,38$

Cela signifie qu' une séquence coûtera en moyenne 0,38 € .

4) On admet que la probabilité que l'auxiliaire de puériculture utilise la séquence la moins chère est égale à 0,12 . L'auxiliaire de puériculture change et nourrit le nourrisson quatre fois au cours d'une même journée.

Quelle est la probabilité qu'au cours d'une journée l'auxiliaire de puériculture utilise quatre fois la séquence la moins chère pour ce nourrisson ?

C'est $D \cap G$ et on a bien $P(D \cap G) = 0,12$

On peut représenter la situation par un arbre de 4 niveaux (les 4 séquences) contenant chacun 5 branches (les 5 types de séquence possibles : voir 3.a),
à chaque nœud on choisit la séquence la moins chère ce qui aboutit au calcul suivant :

$$0,12^4 = 2,0736 \times 10^{-4}$$

La probabilité qu'au cours d'une journée l'auxiliaire de puériculture utilise quatre fois la séquence la moins chère pour ce nourrisson est $0,12^4 = 2,0736 \times 10^{-4}$