EXERCICE N°2 (Le corrigé)

Soit x un nombre réel tel que $\frac{1}{10} < x < 1$

Pour chaque proposition, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant.

1)
$$\frac{1}{x} > 10$$

2)
$$1 < \frac{1}{x} \le 10$$

3)
$$0 < \frac{1}{x} < 100$$

Commençons par la remarque suivante :

On l'écrit avant de commencer les questions car cela va nous être utile dans chaque question. Cela suppose que l'on a réfléchi au brouillon avant de commencer la rédaction de l'exercice...comme à chaque fois..

$$\frac{1}{10} < x < 1 \Leftrightarrow x \in \left] \frac{1}{10} ; 1 \right[$$

Or $\left[\frac{1}{10}; 1\right] \subset [0; +\infty[$ et la fonction inverse est décroissante sur ce dernier intervalle.

Donc elle est bien sûr décroissante sur le premier car il est inclus dedans.

$$Donc \quad \frac{1}{x} \in \]1 \ ; \ 10[$$

Reprenez la méthode de l'exercice précédent afin de lever vos doutes...

1)



Nous savons que $\frac{1}{x} \in]1 ; 10[\Leftrightarrow 1 < \frac{1}{x} < 10]$

Cela contredit clairement l'affirmation.

2)



Nous savons que $1 < \frac{1}{r} \le 10 \Leftrightarrow \frac{1}{r} \in [1; 10]$

Or
$$]1;10[\subset]1;10]$$

3)



Nous savons que $0 < \frac{1}{r} < 100 \Leftrightarrow \frac{1}{r} \in]0$; 100

Or
$$\frac{1}{x} \in]1; 10[$$
 et $]1; 10[\subset]0; 100[$

Et donc comme « $\frac{1}{x}$ est dans]1; 10[il est forcément dans]0; 100[»

Il est FONDAMENTAL que ceci soit clair dans votre esprit.