


# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE***

## ***I Introduction***

Nous allons tenter de résoudre une équation fonctionnelle, c'est à dire que l'on cherche toutes les fonctions vérifiant une condition donnée. On cherche les fonctions  $f$  définies sur  $\mathbb{R}$  qui vérifient la propriété suivante :

*La condition*  
$$\begin{cases} \forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = f(x) \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

En français, on cherche les fonctions qui sont égales à leur dérivée et pour lesquelles l'image de 0 vaut 1 .

# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE***

***Propriété n°1. Si une telle fonction existe alors elle ne s'annule pas***

Si  $f$  est une fonction, définie sur  $\mathbb{R}$ , vérifiant :

$$\begin{cases} \forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = f(x) \\ f(0) = 1 \end{cases} \quad \text{alors} \quad \forall x \in \mathbb{R}, f(x) \neq 0$$

# LA FONCTION EXPONENTIELLE

*preuve :*

▪ Soit  $f$  une telle fonction. Construisons la fonction  $h$  définie également sur  $\mathbb{R}$  par :  $\forall x \in \mathbb{R}, h(x) = f(x) \times f(-x)$

▪ Montrons que  $h$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  :

$x \mapsto -x$  et  $f$  sont dérivables sur  $\mathbb{R}$  dont leur composée  $g : x \mapsto f(-x)$  l'est aussi.

$h$  étant le produit de deux fonctions dérivables sur  $\mathbb{R}$ , elle est dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

▪ Montrons que  $h'$  est nulle :

On peut écrire que  $h = f \times g$  et donc  $h' = f' \times g + f \times g'$ .

C'est à dire que

$$\forall x \in \mathbb{R}$$

$$\begin{aligned} h'(x) &= f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \\ &= f'(x)f(-x) - f(x)f'(-x) && (\text{car } g'(x) = -f'(-x)) \\ &= f(x)f'(-x) - f(x)f'(-x) && (\text{car } f' = f) \\ &= 0 \end{aligned}$$

▪ Montrons que  $h$  est constante égale à 1.

La dérivée de  $h$  est nulle sur l'intervalle  $\mathbb{R}$  donc  $h$  est constante sur  $\mathbb{R}$ .

De plus  $h(0) = f(0) \times f(0) = 1 \times 1 = 1$

Donc  $\forall x \in \mathbb{R}, h(x) = 1$

▪ Montrons que  $f$  ne s'annule pas sur  $\mathbb{R}$ .

S'il existait  $x \in \mathbb{R}$  tel que  $f(x) = 0$ , alors on aurait  $h(x) = 0$  ce qui est impossible.

# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE***

***Propriété n°2. Si une telle fonction existe alors elle est unique***

Si  $f$  est une fonction, définie sur  $\mathbb{R}$ , vérifiant :

$$\begin{cases} \forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = f(x) \\ f(0) = 1 \end{cases} \text{ alors } f \text{ est unique.}$$

# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE***

***preuve :***

▪ Soit  $f$  et  $g$  deux fonctions vérifiant la condition. Nous allons montrer qu'alors  $f = g$ .

▪ Soit  $h$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $\forall x \in \mathbb{R}, h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ .

(  $h$  est bien définie car  $g$  ne s'annule pas d'après la propriété n°1)

▪ Montrons que  $h'$  est nulle :

$f$  et  $g$  étant des fonctions dérivables sur  $\mathbb{R}$  qui ne s'annulent pas, leur quotient  $h = \frac{f}{g}$  est également dérivable sur  $\mathbb{R}$  et,

$$\begin{aligned}\forall x \in \mathbb{R}, \\ h'(x) &= \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2} \\ &= \frac{f(x)g(x) - f(x)g(x)}{(g(x))^2} \quad (\text{car } f \text{ et } g \text{ vérifient la condition}) \\ &= 0\end{aligned}$$

▪ Montrons que  $h$  est constante, égale à 1.

La dérivée de  $h$  est nulle sur l'intervalle  $\mathbb{R}$  donc  $h$  est constante.

$$\text{De plus } h(0) = \frac{f(0)}{g(0)} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\text{Donc } \forall x \in \mathbb{R}, h(x) = 1.$$

▪ Montrons que  $f = g$

$$\forall x \in \mathbb{R}, h(x) = 1$$

$$\text{Or, } h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$\text{Donc } f(x) = g(x)$$

# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE***

***Remarque n°1. Une telle fonction existe bien et nous allons l'étudier.***

La preuve est admise en première mais nous en verrons une idée...

# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE***

## ***II La fonction Exponentielle et quelques-unes de ses propriétés***

***Définition n°1.***

On appelle fonction Exponentielle et on note  $\exp$  l'unique fonction définie sur  $\mathbb{R}$ , vérifiant :

$$\begin{cases} \forall x \in \mathbb{R}, \exp'(x) = \exp(x) \\ \exp(0) = 1 \end{cases}$$

# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE***

***Propriété n°3. La fonction exp ne s'annule pas***

$$\forall x \in \mathbb{R}, \exp(x) \neq 0$$

***preuve :***

Faite en introduction



# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE***

***Propriété n°4. L'exponentielle de la somme égale le produit des exponentielles***

Soit  $a$  et  $b$  deux nombres réels, alors :

$$\exp(a+b) = \exp(a) \times \exp(b)$$

# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE***

***preuve :***

Soit  $b \in \mathbb{R}$ , et  $f: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{1}{\exp(b)} \times \exp(x+b) \end{cases}$

▪ Montrons que  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$

Les fonctions  $\exp$  et  $x \mapsto x+b$  sont dérivables sur  $\mathbb{R}$  donc leur composée aussi.  $f$  est ainsi dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

▪ Montrons que  $f' = f$

Soit  $x \in \mathbb{R}$

$$f'(x) = \frac{1}{\exp(b)} \times \exp'(x+b) = \frac{1}{\exp(b)} \times \exp(x+b) = f(x)$$

▪ Montrons que  $f(0) = 1$

$$f(0) = \frac{1}{\exp(b)} \times \exp(0+b) = \frac{\exp(b)}{\exp(b)} = 1$$

▪ Utilisons l'unicité de la fonction exponentielle pour montrer que  $f = \exp$ .

La fonction  $f$  vérifie la condition  $\begin{cases} \forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = f(x) \\ f(0) = 1 \end{cases}$

c'est donc la fonction  $\exp$ .

$$\text{Ainsi } \forall x \in \mathbb{R}, \frac{1}{\exp(b)} \times \exp(x+b) = \exp(x)$$

ce qui s'écrit encore :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \exp(x+b) = \exp(x) \times \exp(b)$$

*cqfd*

# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE***

***Propriété n°5. l'inverse de l'exponentielle égale l'exponentielle de l'opposé***

$$\forall x \in \mathbb{R}, \frac{1}{\exp(x)} = \exp(-x)$$

## ***LA FONCTION EXPONENTIELLE***

***preuve :***

Soit  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$1 = \exp(0) = \exp(x-x) = \exp(x) \times \exp(-x)$$

puis en divisant chaque membre par le nombre  $\exp(x)$  qui est non nul :

$$\exp(-x) = \frac{1}{\exp(x)} \qquad \qquad \qquad cqfd$$

# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE***

***Propriété n°6. La fonction exp est strictement positive sur  $\mathbb{R}$***

$\forall x \in \mathbb{R}, \exp(x) > 0$
---

## ***LA FONCTION EXPONENTIELLE***

***preuve :***

Soit  $x \in \mathbb{R}$  ,

$$\exp(x) = \exp\left(\frac{x}{2} + \frac{x}{2}\right) = \exp\left(\frac{x}{2}\right) \times \exp\left(\frac{x}{2}\right) = \left(\exp\left(\frac{x}{2}\right)\right)^2 > 0$$

# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE***

***Propriété n°7. La fonction exp et ses puissances  $n^{\text{ième}}$***

$\forall n \in \mathbb{N}, \forall a \in \mathbb{R},$

$$\boxed{(\exp(a))^n = \exp(na)}$$

# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE***

***preuve :***

- Soit  $a \in \mathbb{R}$  , et soit la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par :  
 $\forall n \in \mathbb{N} , u_n = \exp(na)$  .
  - On a :  
 $u_0 = \exp(0 \times a) = 1$
  - Et pour tout entier naturel  $n$  ,  
 $u_{n+1} = \exp((n+1)a) = \exp(na+a) = \exp(na)\exp(a) = u_n \times \exp(a)$
  - On reconnaît une suite suite géométrique de premier terme  $u_0 = 1$  et de raison  $q = \exp(a)$  .
  - Donc :  
 $\forall n \in \mathbb{N} , u_n = u_0 \times q^n = 1 \times (\exp(a))^n$
- En identifiant terme à terme, on obtient le résultat. *cqfd.*



# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE***

## ***III      Le comportement de la fonction exponentielle.***

***Propriété n°8.***    ***La fonction exp est strictement croissante sur  $\mathbb{R}$***

La fonction exp est strictement croissante sur  $\mathbb{R}$  .  
autrement dit :

Pour tous nombres réels  $a$  et  $b$  :  $a < b \Leftrightarrow \exp(a) < \exp(b)$

## ***LA FONCTION EXPONENTIELLE***

***preuve :***

$\forall x \in \mathbb{R}, \exp'(x) = \exp(x) > 0$  (d'après la propriété n°6)

La dérivée de la fonction exponentielle est strictement positive sur l'intervalle  $\mathbb{R}$  donc la fonction exponentielle est strictement croissante sur l'intervalle  $\mathbb{R}$ .

***Remarque n°2.***

La fonction exponentielle conserve donc les inégalités, ce qui signifie que l'on peut remplacer «  $<$  » par «  $>$  », «  $\leq$  » ou «  $\geq$  ».

Cela sera utile pour les inéquations.

# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE***

## ***Remarque n°3.***

La propriété n°8, nous permet d'affirmer que si un nombre admet un antécédent par la fonction  $\exp$  alors cet antécédent est unique. C'est, par exemple, utile pour montrer l'unicité d'une solution dans une équation...

## ***Propriété n°9. Corollaire de la propriété n°8***

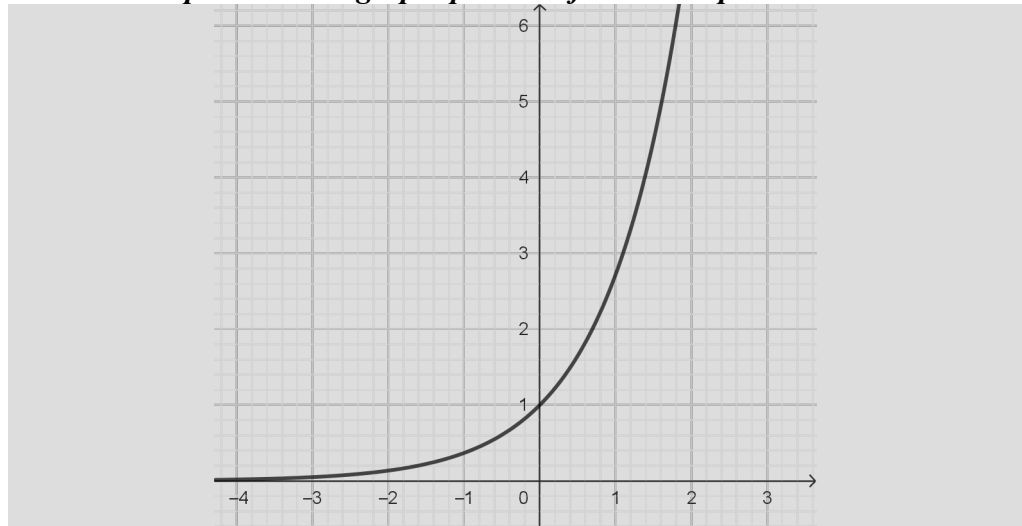
Soit  $a$  et  $b$  deux nombres réels.

$$\exp(a) = \exp(b) \Leftrightarrow a = b$$

# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE***

***Connaissance n°1***

***La représentation graphique de la fonction exponentielle.***



# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE***

## ***IV Une nouvelle notation pour la fonction exponentielle***

### ***Remarque n°4.***

Les propriétés n°4, n°5 et n°8 nous rappelle les propriétés sur les puissances.

Par exemple,

$$7^{2+3} = 7^2 \times 7^3 \text{ ressemble beaucoup à } \exp(2+3) = \exp(2) \times \exp(3)$$

Comme  $7^1 = 7$ , on est tenté de regarder  $\exp(1)$ . Ce nombre n'est malheureusement pas entier, ce n'est même pas une fraction (vous le démontrerez un jour) mais il est aussi important que le nombre  $\pi$ . Pour cela, on va lui donner un nom.

# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE***

***Définition n°2.***

- On note  $e$  le nombre  $\exp(1)$
- On a :  $e \approx 2,71828$
- Pour tout réel  $x$  , on pose  $e^x = \exp(x)$

# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE***

## ***Remarque n°5.    Résumé des propriétés avec la nouvelle notation***

Soit  $a$  et  $b$  des réels et  $n$  un entier naturel .

$$\boxed{e^{a+b} = e^a \times e^b} , \quad \boxed{e^{-a} = \frac{1}{e^a}} , \quad \boxed{e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}} \text{ et } \boxed{e^{na} = (e^a)^n}$$

$$\boxed{a < b \Leftrightarrow \exp(a) < \exp(b)} \quad \text{et aussi avec } > , \leq \text{ ou } \geq$$

$$\boxed{\exp(a) = \exp(b) \Leftrightarrow a = b}$$

# LA FONCTION EXPONENTIELLE

## V Le résumé du cours

La définition de  
exp

On appelle fonction Exponentielle et on note  $\exp$  l'unique fonction définie sur  $\mathbb{R}$ , vérifiant :

$$\begin{cases} \forall x \in \mathbb{R}, \exp'(x) = \exp(x) \\ \exp(0) = 1 \end{cases}$$

exp ne s'annule  
pas

$$\forall x \in \mathbb{R}, \exp(x) \neq 0$$

Soit  $a$  et  $b$  deux nombres réels, alors :

$$\exp(a+b) = \exp(a) \times \exp(b)$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, \frac{1}{\exp(x)} = \exp(-x)$$

exp est strictement  
positive

$$\forall x \in \mathbb{R}, \exp(x) > 0$$

Soit  $a$  et  $b$  deux nombres réels.  $\exp(a) = \exp(b) \Leftrightarrow a = b$

$\forall n \in \mathbb{N}, \forall a \in \mathbb{R},$

$$(\exp(a))^n = \exp(na)$$

exp est strictement  
croissante

La fonction exp est strictement croissante sur  $\mathbb{R}$ .

Équations et  
Inéquations

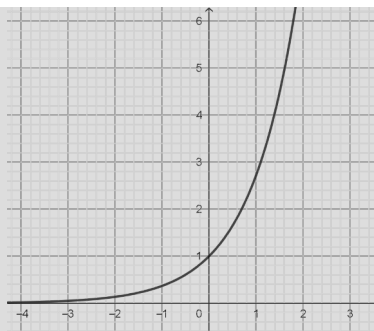
Pour tous nombres réels  $a$  et  $b$  :

$$\exp(a) = \exp(b) \Leftrightarrow a = b$$

$$a < b \Leftrightarrow \exp(a) < \exp(b)$$

et aussi avec  $>$ ,  $\leq$  ou  $\geq$

Représentation  
graphique de exp



Nouvelle notation de  
exp

▪ On note  $e$  le nombre  $\exp(1)$

▪ On a :  $e \approx 2,71828$

▪ Pour tout réel  $x$ , on pose  $e^x = \exp(x)$

Propriétés algébriques  
de exp

Soit  $a$  et  $b$  des réels et  $n$  un entier naturel.

$$e^{a+b} = e^a \times e^b, \quad e^{-a} = \frac{1}{e^a}, \quad e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b} \quad \text{et} \quad e^{na} = (e^a)^n$$

Équations et  
Inéquations

$$a < b \Leftrightarrow e^a < e^b \quad \text{et aussi avec} \quad >, \leq \text{ ou } \geq$$

$$e^a = e^b \Leftrightarrow a = b$$





# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE E01***

## ***EXERCICE N°1      Savoir calculer***

Simplifier les expressions suivantes.

**1)**     $(e^3)^2 \times e^5$

**2)**     $e^{-2} \times e^7 \times e$

**3)**     $\frac{e^4}{e^7}$

**4)**     $\frac{e^{-2}}{e}$

**5)**     $\left(\frac{e^2}{e^{-3}}\right)^3$

**6)**     $(e^2 - 1)(e^2 + 1)$

# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE E01***

## ***EXERCICE N°2      Savoir calculer avec une inconnue***

Soit  $x \in \mathbb{R}$  . Simplifier les expressions suivantes.

1)  $\left(e^{\frac{x}{2}}\right)^2$

2)  $e^{2x} \times e$

3)  $\frac{e^{4x}}{e^{-x}}$

4)  $\left(\frac{1}{e^x}\right)^2$

5)  $\frac{e^{3x} \times e^{-x}}{e^x}$

6)  $e^x \times (e^{-2x})^3$

# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE E01***

## ***EXERCICE N°3      Savoir développer***

Développer les expressions suivantes.

**1)**     $(e^2 - e)^2$

**2)**     $(e^3 - e)(1 - e^2)$

**3)**     $e^2(e^{-2} + e)$

**4)**     $e(e^{-1} + e^2)$

**5)**     $(e^4 - e^{-4})^2$

**6)**     $(1 - e^3)(1 + e^3)$

# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE E01***

## ***EXERCICE N°4      Savoir développer avec une inconnue***

Soit  $x \in \mathbb{R}$  . Développer les expressions suivantes.

**1)**     $e^2(e^{-x+3} + e^{-x-1})$

**2)**     $(e^x - e^{-x})(1 - e^x)$

**3)**     $(e^x + 1)^2$

**4)**     $(e^{-x} + e^{4x})e^x$

**5)**     $(e^{-x} + e^x)^2$

**6)**     $(e - e^x)(e + e^x)$

# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE E01***

## ***EXERCICE N°5    Savoir factoriser***

Factoriser les expressions suivantes.

1)  $e^2 - 4e$

2)  $e^4 - 1$

3)  $e - e^3$

# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE E01***

## ***EXERCICE N°6      Savoir factoriser avec une inconnue***

Soit  $x \in \mathbb{R}$  . Factoriser les expressions suivantes.

**1)**     $e^{3x} - e^x$

**2)**     $e^{2x} - e^{4x}$

**3)**     $2e^{2x} - 4e^x$

# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE E01***

## ***EXERCICE N°7      On mélange***

Soit  $x \in \mathbb{R}$  . Simplifier les expressions suivantes.

**1)**     $(e^x - 1)(2e^{-x} + 3)$

**2)**     $(1 - e^{-x})^2$

**3)**     $(x - e^x)(x + e^{-x})$

**4)**     $\left(3x + \frac{1}{e^x}\right)(4 + e^x)$

**5)**     $(e^{-2x})^3 \times (1 - e^{6x})$

**6)**     $(2e^x - e^{-1})^2$



## ***LA FONCTION EXPONENTIELLE E02***

### ***EXERCICE N°1 Résoudre une équation (niveau 0)***

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes.

1)  $e^x = 1$

2)  $e^x = e^{-1}$

3)  $e^x - e = 0$

## ***LA FONCTION EXPONENTIELLE E02***

### ***EXERCICE N°2      Résoudre une équation (niveau 1)***

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes.

1)  $e^{2x+4} = 1$

2)  $e^{-3x+7} = e^{-2}$

3)  $e^{x^2} - e = 0$

## ***LA FONCTION EXPONENTIELLE E02***

### ***EXERCICE N°3 Résoudre une inéquation (niveau 0)***

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes.

1)  $e^x > e$

2)  $e^x \leq 0$

3)  $e^x < e^{-2}$

## ***LA FONCTION EXPONENTIELLE E02***

### ***EXERCICE N°4 Résoudre une inéquation (niveau 1)***

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes.

1)  $e^{3x+1} > 1$

2)  $e^{-2x+1} \geq e^4$

3)  $e^{2x+1} + e^{5x-7} < 0$

## ***LA FONCTION EXPONENTIELLE E02***

### ***EXERCICE N°5 Résoudre une équation (niveau 2)***

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes.

1)  $e^x \times e^{2x} = 1$

2)  $(e^x)^3 = e$

3)  $\frac{e^{3x}}{e^2} = e$

## ***LA FONCTION EXPONENTIELLE E02***

### ***EXERCICE N°6 Résoudre une inéquation (niveau 2)***

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes.

**1)**  $e^x(e - e^{-x}) > e^3 - 1$

**2)**  $e^{2x-3} \leq e^x \times e^{-7x+2}$

**3)**  $e^{x+2}(-e^{-2} + 1) \geq -e^x + e^5$

## ***LA FONCTION EXPONENTIELLE E02***

### ***EXERCICE N°7 Résoudre une équation (niveau 3)***

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes.

**1)**  $(x+2)(e^x-1) = 0$

**2)**  $(e^{-x}-e)^2 = 0$

**3)**  $e^x(-2x+4) = 0$

## ***LA FONCTION EXPONENTIELLE E02***

### ***EXERCICE N°8 Résoudre une inéquation (niveau 4)***

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes.

1)  $e^x - 3xe^x = 0$

2)  $xe^x - x = 0$

3)  $-2e^{x+1} + 5xe^{x+1} = 0$

4)  $2xe^{-x} - x^2e^{-x} = 0$



## ***LA FONCTION EXPONENTIELLE E03***

### ***EXERCICE N°1 Étudier les variations d'une fonction (niveau 1)***

Étudier les variations des fonctions suivantes, toutes définies sur  $\mathbb{R}$ .

1)  $f : x \mapsto e^x - ex$

2)  $g : x \mapsto e^{-5x} + 5x$

3)  $h : x \mapsto e^{2x} - 2x + 1$

## ***LA FONCTION EXPONENTIELLE E03***

### ***EXERCICE N°2 Étudier les variations d'une fonction (niveau 2)***

Étudier les variations des fonctions suivantes sur leur ensemble de définition  $D$ .

1)  $f : x \mapsto (x+1)e^x$  avec  $D = \mathbb{R}$

2)  $f : x \mapsto \frac{4x}{e^x}$  avec  $D = \mathbb{R}$

3)  $f : x \mapsto \frac{4e^x}{x}$  avec  $D = \mathbb{R}^* = ]-\infty ; 0[ \cup ]0 ; +\infty[$

## ***LA FONCTION EXPONENTIELLE E03***

### ***EXERCICE N°3 Étudier les variations d'une fonction (niveau 3)***

Étudier les variations des fonctions suivantes sur leur ensemble de définition  $D$ .

1)  $f : x \mapsto \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$

avec  $D = \mathbb{R}^* = ]-\infty ; 0[ \cup ]0 ; +\infty[$

2)  $f : x \mapsto (-2x + 3)e^{2x+4}$

avec  $D = \mathbb{R}$

3)  $f : x \mapsto \frac{6e^x}{x-5}$

avec  $D = \mathbb{R} \setminus \{5\} = ]-\infty ; 5[ \cup ]5 ; +\infty[$

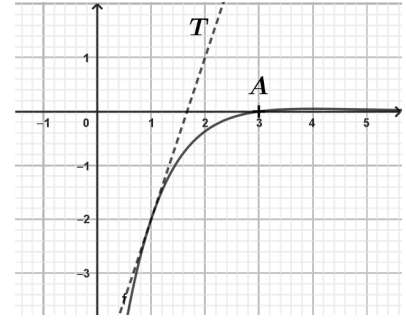
# LA FONCTION EXPONENTIELLE E04

## EXERCICE N°1 Avec un graphique

On considère une fonction  $f$  définie pour tout  $x \in \mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{ax+b}{e^x}$  où  $a$  et  $b$  sont deux réels.

Sa courbe représentative  $C_f$  a été tracée dans le repère ci-contre.  $C_f$  passe par le point  $A(3 ; 0)$  et la tangente  $T$  à  $C_f$  au point d'abscisse 1 a été tracée dans le repère.

- 1) Déterminer la valeur de  $a$  et de  $b$ .
- 2) Étudier les variations de la fonction  $f$ .
- 3) Déterminer une équation de la tangente à  $C_f$  au point d'abscisse 0.



## ***LA FONCTION EXPONENTIELLE E04***

### ***EXERCICE N°2 Avec des suites***

Donner la nature et la raison des suites ci-dessous.

- 1)  $(u_n)$  définie pour  $n \in \mathbb{N}$  par  $u_n = e^n$
- 2)  $(v_n)$  définie pour  $n \in \mathbb{N}$  par  $v_n = e^{-6n}$
- 3)  $(w_n)$  définie pour  $n \in \mathbb{N}$  par  $w_n = 2e^{3n}$
- 4)  $(r_n)$  définie pour  $n \in \mathbb{N}$  par  $r_n = e^2 n$
- 5)  $(t_n)$  définie pour  $n \in \mathbb{N}$  par  $t_n = 4 + e^5 n$

# LA FONCTION EXPONENTIELLE E04

## EXERCICE N°3

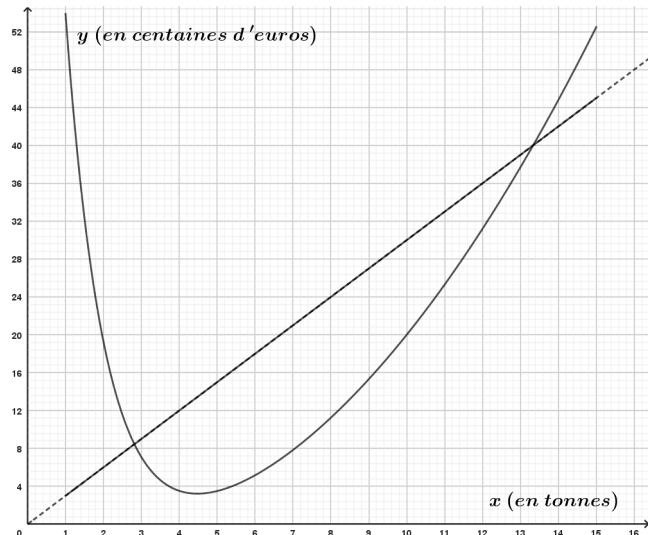
### Du concret : Optimisation et lecture graphique

Extrait du sesamath 114 p 185

L'entreprise BBE (Bio Bois Énergie) fabrique et vend des granulés de bois pour alimenter des chaudières et des poêles chez des particuliers ou dans des collectivités. L'entreprise produit entre 1 et 15 tonnes de granulés par jour.

Les coûts de fabrications sont modélisés par une fonction  $C$  définie sur  $[1 ; 15]$  par  $C(x) = 0,3x^2 - x + e^{-x+5}$  où  $x$  désigne la quantité de granulés en tonnes et  $C(x)$  le coût de fabrication quotidien correspondant en centaines d'euros.

Pour cette entreprise, le prix de vente d'une tonne de granulés de bois est de 300 euros.



- 1) Déterminer la recette  $R(x)$  en centaines d'euros obtenues pour  $x$  tonnes de granulés vendus.
- 2) Calculer les coûts de production pour 5 tonnes de granulés produites.
- 3) On donne dans le graphique ci-après les représentations graphiques des fonctions  $C$  et  $R$ .
  - 3.a) Associer chaque courbe à sa fonction.
  - 3.b) Déterminer graphiquement pour quelle quantité de granulés le coût quotidien est minimal.
  - 3.c) Déterminer le bénéfice réalisé pour 6 tonnes fabriquées et vendues.
  - 3.d) Déterminer pour quelle quantités produite et vendues l'entreprise réalise un bénéfice.

Aide au calcul

$$13,2 - e^{-1} \approx 12,83$$

# ***LA FONCTION EXPONENTIELLE E04***

## ***EXERCICE N°4      Changement de variable***

- 1) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $x^3 + 2x^2 - 3x = 0$ .
- 2) En déduire les solutions dans  $\mathbb{R}$  des équations suivantes.
  - 2.a)  $x^6 + 2x^4 - 3x^2 = 0$
  - 2.b)  $e^{3x} + 2e^{2x} - 3e^x = 0$