FONCTIONS AFFINES ET INÉQUATIONS M05

EXERCICE N°1

VOIR LE CORRIGÉ

1) Déterminer le tableau de signes des fonctions affines définies ci-dessous.

1.a) $f(x)=4{,}2x+5$ **1.b)** $g(x)=-3{,}5x+7$

1.c) $h(x)=x+6$ **1.d)** $j(x)=9-x$

2) Pour chacune des fonctions précédentes, donner un nombre réel x_1 dont l'image est positive et un nombre réel x_2 dont l'image est négative.

EXERCICE N°2

VOIR LE CORRIGÉ

Construire le tableau de signes de chaque expression.

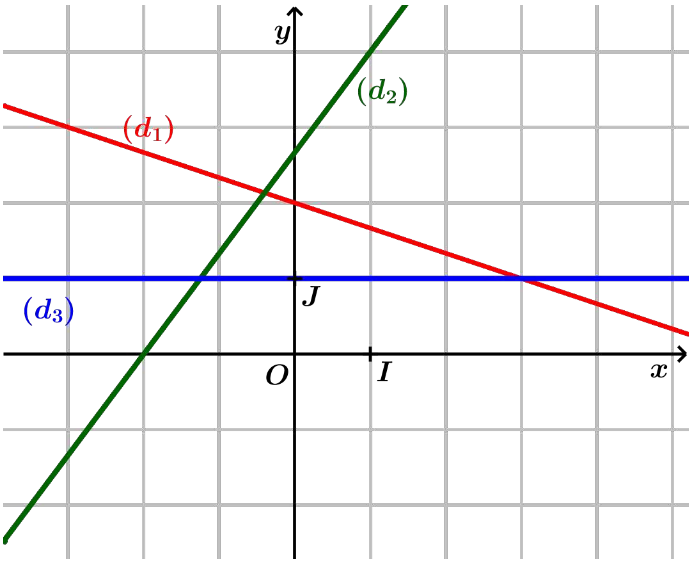
1) $f(x)=4x-8$ **2)** $g(x)=-2x+4$

3) $h(x)=-8x+2$ **4)** $l(x)=\frac{2x+5}{-5}$

EXERCICE N°3

VOIR LE CORRIGÉ

1) En utilisant le graphique suivant, écrire le tableau de signes de chaque fonction affine représentée ci-dessous.



2) Chaque droite est la représentation graphique d'une des fonctions définies par les expressions suivantes.

$f(x)=1$ $g(x)=\frac{4}{3}x+\frac{8}{3}$ $h(x)=-\frac{1}{3}x+2$

Associer chaque droite à la fonction qu'elle représente.

EXERCICE N°4 *Des tableaux signes plus complexes*

VOIR LE CORRIGÉ

Construire le tableau de signes de chaque expression.

1) $f(x)=(x+4)(x-6)$ **2)** $g(x)=(-3x+6)(5x+3)$

3) $h(x)=6(-3x+4)(5x-2)$ **4)** $l(x)=-4(-3x-1)(5x-7)$

1) Déterminer le tableau de signes des fonctions affines définies ci-dessous.

1.a) $f(x)=4,5x+5$

$m=4,5$; $p=5$ donc $x_0=\dfrac{-p}{m}=\dfrac{-5}{4,51}=-\dfrac{10}{9}$

x	$-\infty$		$-\dfrac{10}{9}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

1.b) $g(x)=-3,5x+7$

$m=-3,5$; $p=7$ donc $x_0=\dfrac{-p}{m}=\dfrac{-7}{-3,5}=2$

x	$-\infty$		$\mathbf{2}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

1.c) $h(x)=x+6$

$m=1$; $p=6$ donc $x_0=\dfrac{-p}{m}=\dfrac{-6}{1}=-6$

x	$-\infty$		$\mathbf{-6}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

1.d) $j(x)=9-x$

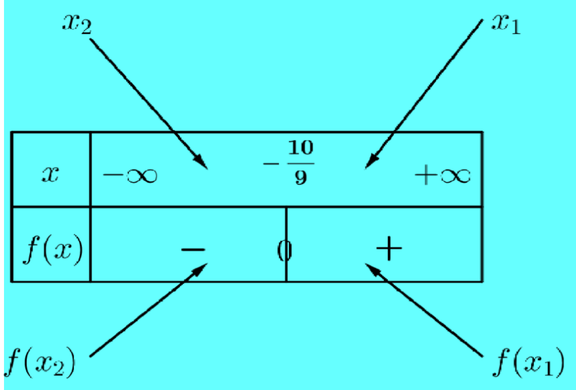
$m=-1$; $p=9$ donc $x_0=\dfrac{-p}{m}=\dfrac{-9}{-1}=9$

x	$-\infty$		$\mathbf{9}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

2) Pour chacune des fonctions précédentes, donner un nombre réel x_1 dont l'image est positive et un nombre réel x_2 dont l'image est négative.

Pour f : par exemple $x_1=-4$ et $x_2=10$

Pour x_1 on peut donner n'importe qu'elle valeur inférieure à $\dfrac{-10}{9}$ et pour x_2 n'importe quelle valeur supérieure à $\dfrac{-10}{9}$.



Pour g : par exemple $x_1=-6500$ et $x_2=25$

Pour h : par exemple $x_1=0$ et $x_2=-59989$

Pour j : par exemple $x_1=7$ et $x_2=9,01$

FONCTIONS AFFINES ET INÉQUATIONS M05C

EXERCICE N°2 *(Le corrigé)* RETOUR À L'EXERCICE 2

Construire le tableau de signes de chaque expression.

1) $f(x)=4x-8$

$m=4$; $p=-8$ donc $x_0=\dfrac{-(-8)}{4}=2$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

2) $g(x)=-2x+4$

$m=-2$; $p=4$ donc $x_0=\dfrac{-4}{-2}=2$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

3) $h(x)=-8x+2$

$m=-8$; $p=2$ donc $x_0=\dfrac{-2}{-8}=0{,}25$

x	$-\infty$		$0,25$		$+\infty$
$h(x)$		$+$	0	$-$	

4) $l(x)=\dfrac{2x+6}{-8}$

$m=-\dfrac{1}{4}$; $p=-\dfrac{3}{4}$ donc $x_0=\dfrac{-\left(-\dfrac{3}{4}\right)}{-\dfrac{1}{4}}=-3$

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$h(x)$		$+$	0	$-$	

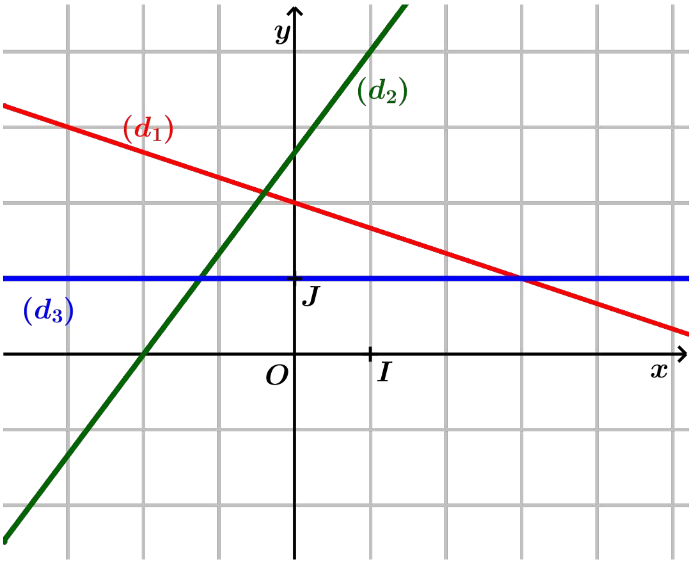
Quelques détails supplémentaires pour la question 4) :

$$l(x) = \frac{2x+6}{-8} = \frac{2}{-8}x+\frac{6}{-8} = -\frac{1}{4}x-\frac{3}{4}$$

FONCTIONS AFFINES ET INÉQUATIONS M05C

EXERCICE N°3 *(Le corrigé)* RETOUR À L'EXERCICE 3

1) En utilisant le graphique suivant, écrire le tableau de signes de chaque fonction affine représentée ci-dessous.



Pour (d_3) c'est facile puisqu'elle représente la fonction constante $x \to 1$. Elle est donc positive partout.
Pour (d_2) ce n'est pas très dur non plus car elle coupe l'axe des abscisses en -2 (donc $x_0 = -2$) et qu'elle est en-dessous avant et au-dessus après.
Enfin (d_1) nous prendra un peu plus de temps.

▪ Notons h la fonction représentée par (d_1) . Nous savons qu'elle est affine et qu'il existe deux réels m et p tels que pour tout réel x , $h(x) = mx + p$

Par lecture graphique : $m = -\frac{1}{3}$ et $p = 2$. Comme $\frac{-p}{m} = \frac{-2}{-\frac{1}{3}} = 6$ on obtient :

x	$-\infty$		$\mathbf{6}$		$+\infty$
$h(x)$		$+$	0	$-$	

▪ Notons g la fonction représentée par (d_2) .
Par lecture graphique :

x	$-\infty$		$\mathbf{-2}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

▪ Notons f la fonction représentée par (d_3) .
Par lecture graphique :

x	$-\infty$		$+\infty$
$g(x)$		$+$	

2) Chaque droite est la représentation graphique d'une des fonctions définies par les expressions suivantes.

$f(x) = 1$ $\qquad$ $g(x) = \frac{4}{3}x + \frac{8}{3}$ $\qquad$ $h(x) = -\frac{1}{3}x + 2$

Associer chaque droite à la fonction qu'elle représente.
D'après la question précédente : (d_1) ; (d_2) et (d_3) représentent respectivement h , g et f

EXERCICE N°4 Des tableaux signes plus complexes (Le corrigé) RETOUR À L'EXERCICE 4

Construire le tableau de signes de chaque expression.

1) $f(x)=(x+4)(x-6)$ **2)** $g(x)=(-3x+6)(5x+3)$

3) $h(x)=6(-3x+4)(5x-2)$ **4)** $l(x)=-4(3x-1)(5x+7)$

1) $f(x)=(x+4)(x-6)$

- $x+4 > 0 \Leftrightarrow x > -4$
- $x-6 > 0 \Leftrightarrow x > 6$

Avec ces inéquations, on trouve où « placer les + »dans le tableau.
Bien sûr, « là où il n'y a pas de +, il y des $-$ »

x	$-\infty$		-4		6		$+\infty$
$x+4$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$x-6$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ligne bilan

Avec la règle des signes, on peut remplir la dernière ligne du tableau. C'est elle qui donne le signe de l'expression $f(x)$.
On peut par exemple dire que :
$f(x)$ est strictement positif pour x appartenant à la réuinon d'intervalles $]-\infty\ ;-4[\ \cup\ ]6\ ;+\infty[$
ou que :
$f(x)$ est positif pour x appartenant à la réunion d'intervalles $]-\infty\ ;-4]\ \cup\ [6\ ;+\infty[$
ou que :
$f(x)$ est strictement négatif pour x appartenant à l'intervalle $]-4\ ;\ 6[$
ou que :
$f(x)$ est négatif pour x appartenant à l'intervalle $[-4\ ;\ 6]$
(Observez bien les crochets à chaque fois)

2) $g(x)=(-3x+6)(5x+3)$

- $-3x+6 > 0 \Leftrightarrow -3x > -6 \Leftrightarrow x < 2$
- $5x+3 > 0 \Leftrightarrow 5x > -3 \Leftrightarrow x > \frac{-3}{5}$

x	$-\infty$		$\frac{-3}{5}$		2		$+\infty$
$-3x+6$		$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	
$5x-3$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Ligne bilan

Oui, vous avez le droit de remplacer $\frac{-3}{5}$ par 0,6.

3) $h(x)=6(-3x-4)(5x-2)$

- 6 est toujours positif (la bonne blague… vous verrez à la question suivante ...)
- $-3x-4 > 0 \Leftrightarrow -3x > 4 \Leftrightarrow x < -\frac{4}{3}$
- $5x-2 > 0 \Leftrightarrow 5x > 2 \Leftrightarrow x > \frac{2}{5}$

x	$-\infty$		$-\frac{4}{3}$		$\frac{2}{5}$		$+\infty$
6		+	|	+	|	+	
$-3x-4$		+	|	−	0	−	
$5x-2$		−	0	−	|	+	
$h(x)$		−	0	+	0	−	

Ligne bilan

- La ligne comportant le 6 n'est pas obligatoire, je vous conseille toutefois de prendre l'habitude de l'écrire…
- Oui, vous pouvez remplacer $\frac{2}{5}$ par 0,4
- Non, vous ne pouvez pas remplacer $-\frac{4}{3}$ par $-1{,}3$ ou $-1{,}33$ ou $-1{,}333$ ou...

4) $l(x)=-4(-3x-1)(5x-7)$

- -4 est toujours négatif (vous voyez venir « le problème » ?)
- $-3x-1 > 0 \Leftrightarrow -3x > 1 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{3}$
- $5x-7 > 0 \Leftrightarrow 5x > 7 \Leftrightarrow x > \frac{7}{5}$

x	$-\infty$		$\frac{-1}{3}$		$\frac{7}{5}$		$+\infty$
-4		−	|	−	|	−	
$-3x-1$		+	|	−	0	−	
$5x-7$		−	0	−	|	+	
$l(x)$		+	0	−	0	+	

Ligne bilan

Cette fois-ci, si vous oubliez la ligne comportant le -4 alors votre bilan est faux…