FONCTIONS PART3 E06

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

On donne la fonction f définie sur $[-20\ ;\ 20]$ par : $f(x)=x^3-6x^2-135x+572$

1) Montrer que $f(x)=(x+11)(x-4)(x-13)$.

$$\begin{aligned}(x+11)(x-4)(x-13)&=(x+11)[x^2-13x-4x+52]\\&=(x+11)(x^2-17x+52)\\&=x^3-17x^2+52x+11x^2-187x+572\\&=x^3-6x^2-135x+572\\&=f(x)\end{aligned}$$

2) En déduire les racines de f .

Les racines de f sont : $\boxed{-11\ ;\ 4\ \text{et}\ 13}$

3) Déterminer la dérivée f' de f .

$f(x)=x^3-6x^2-135x+572$

$f'(x)=3x^2-6\times 2x-135\times 1+0$

$\boxed{f'(x)=3x^2-12x-135}$

4) Montrer que $f'(x)=3(x-9)(x+5)$.

$$\begin{aligned}3(x-9)(x+5)&=3(x^2+5x-9x-45)\\&=3(x^2-4x-45)\\&=3x^2-12x-135\\&=f'(x)\end{aligned}$$

5) Dresser le tableau de signe de f' .

$3>0$ est vraie quelque soit la valeur de x

$x-9\ >\ 0\ \Leftrightarrow\ x\ >\ 9$

$x+5\ >\ 0\ \Leftrightarrow\ x\ >\ -5$

x	-20		-5		9		20
3		+	$\vert$	+	$\vert$	+	
$x-9$		$-$	0	$-$	$\vert$	+	
$x+5$		$-$	$\vert$	+	0	+	
$f'(x)$		+	0	$-$	0	+	

6) En déduire le tableau de variations de f .

x	-20		-5		9		20
$f(x)$	-7128	↗	972	↘	-400	↗	3472

7) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 10 .

Une équation de la tangente au point d'abscisse est :

$y=f'(10)(x-10)+f(10)$

$y=45(x-10)-378$

$\boxed{y=45x-828}$