

# VARIABLES ALÉATOIRES E06C

## EXERCICE N°3 Utiliser les formules de transformation

Des bons d'achats sont à gagner au hasard dans un magasin et les probabilités de les obtenir sont données dans le tableau ci-dessous.

Bons d'achats en euros	1	2	3	4	5
Probabilités	0,2	0,2	0,4	0,1	0,1

$X$  est la variable aléatoire donnant la valeur d'un bon d'achat.

1) Calculer  $E(X)$  et  $V(X)$ .

$$\bullet E(X) = 1 \times 0,2 + 2 \times 0,2 + 3 \times 0,4 + 4 \times 0,1 + 5 \times 0,1$$

$$E(X) = 2,7$$

$$\bullet E(X^2) = 1^2 \times 0,2 + 2^2 \times 0,2 + 3^2 \times 0,4 + 4^2 \times 0,1 + 5^2 \times 0,1$$

$$E(X^2) = 8,7$$

$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = 8,7 - 2,7^2$$

$$V(X) = 1,41$$

2) La gérante du magasin souhaite que la moyenne des bons d'achats soit égale à 3 et que la variance soit égale à 1. Elle demande alors d'utiliser une transformation affine qui à  $X$  associe  $aX+b$  où  $a$  et  $b$  sont deux nombres réels avec  $a > 0$ . Calculer les valeurs de  $a$  et  $b$  à  $10^{-2}$  près.

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels tels que  $a > 0$  et posons  $Y = aX+b$ .

$$\bullet E(Y) = aE(X) + b$$

$$E(Y) = 2,7a + b$$

$$\bullet V(Y) = a^2 V(X)$$

$$V(Y) = 1,41a^2$$

$$\bullet V(Y) = 1 \Leftrightarrow (a = -\sqrt{1,41} \text{ ou } a = \sqrt{1,41})$$

Comme  $a > 0$ , il reste :  $a = \sqrt{1,41}$

$$\bullet E(X) = 3 \Leftrightarrow 2,7 \times \sqrt{1,41} + b = 3 \Leftrightarrow b = 3 - 2\sqrt{1,41}$$

Ainsi  $a \approx 1,19$  et  $b \approx 0,63$