

VARIABLES ALÉATOIRES M05

Pas d'exercice sur cette fiche. Il s'agit de comprendre qu'on apprend pas tout cela pour rien.

EXERCICE N°1 À quoi sert l'espérance ?

L'espérance est la valeur que l'on peut espérer obtenir, en moyenne, si l'on répète l'expérience un grand nombre de fois.

- **Utilité** : Elle sert à prévoir le **gain à long terme** ou la performance globale.
- **Exemple** : En finance, elle indique le rendement moyen. Dans un jeu, elle dit si le jeu est "honnête" (espérance nulle), perdant ou gagnant pour le joueur.
- **Limite** : Elle est aveugle au risque. Deux situations totalement différentes (une stable, une chaotique) peuvent avoir la même espérance.

EXERCICE N°2 À quoi servent la variance et l'écart-type ?

Ces indicateurs mesurent la dispersion des valeurs autour de la moyenne. Plus ils sont élevés, plus les données sont "étalées".

En finance ou dans le jeu, ces indicateurs représentent le risque.

Ce n'est pas leur seule utilité. Prenons un exemple concret : Le streaming

Pour un service comme Netflix ou Twitch, la variance est plus utile que la moyenne pour :

- **La Qualité de service (QoS)** : Si la moyenne du débit internet (l'espérance) est bonne mais que la **variance** est élevée, la vidéo va saccader sans arrêt. L'utilisateur préfère une moyenne un peu plus basse mais une variance nulle (stabilité).
- **La Détection d'anomalies** : Une variance qui augmente soudainement sur le temps de réponse d'un serveur signale un bug technique ou une tentative d'intrusion, même si la moyenne reste stable.

EXERCICE N°3 Et la formule de König-Huygens ?

Outre le fait qu'elle peut servir dans des démonstrations mathématiques, elle montre son utilité dans des domaines techniques. Reprenons l'exemple du streaming :

Dans un flux de données continu (streaming), on ne peut pas stocker des milliards de données en mémoire pour calculer la moyenne, puis tout parcourir pour calculer les écarts au carré (méthode classique).

Par contre, grâce à König-Huygens, le système se contente de mettre à jour deux compteurs en temps réel : la somme des valeurs (pour $E(X)$) et celle de leur carré (pour $E(X^2)$).

On peut calculer la variance et l'écart-type à **n'importe quel instant** sans jamais avoir besoin de revenir en arrière ou de stocker les données passées. C'est ce qui permet d'afficher des graphiques de performance en temps réel sur des tableaux de bord.