DEVOIR SURVEILLÉ N°3 LE BARÈME

Nom :	Prénom :	Classe :

EXERCICE N°1 (4 points)

Dans chaque cas, déterminer en justifiant, le sens de variation de la fonction.

1) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = -3{,}1\times 4^x$

$f(x)$ est de la forme $k a^x$ avec : $k = -3{,}1 < 0$ et $a = 4 > 1$

On en déduit que $\boxed{f \text{ est décroissante}}$

1 pt

2) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = 2\times 1{,}2^x$

$g(x)$ est de la forme $k a^x$ avec : $k = 2 > 0$ et $a = 1{,}2 > 1$

On en déduit que $\boxed{g \text{ est croissante}}$

1 pt

3) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $h(x) = 2{,}25\times 0{,}5^x$

$h(x)$ est de la forme $k a^x$ avec : $k = 2{,}25 > 0$ et $a = 0{,}5 \in \left]0\,;1\right[$

On en déduit que $\boxed{h \text{ est décroissante}}$

1 pt

4) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $k(x) = -2\times\left(\dfrac{1}{5}\right)^x$

$k(x)$ est de la forme $k a^x$ avec : $k = -2 < 0$ et $a = 0{,}2 \in \left]0\,;1\right[$

On en déduit que $\boxed{k \text{ est croissante}}$

1 pt

EXERCICE N°2 (4 points au choix)

Le prix de l'électricité a déjà subi trois hausses successives de 10 %, 19 % et 10 %.
Une quatrième de hausse 8,6 % est prévue.
Calculez l'augmentation globale en pourcentage qui résume ces quatre hausses.

Les quatre hausses correspondent respectivement aux Coefficients Multiplicateurs suivants : 1,1 ; 1,19 ; 1,1 et 1,086.
En notant t_g le taux global résumant ces quatre hausses, on peut écrire :

$$t_g = \underbrace{1{,}1\times 1{,}19\times 1{,}1\times 1{,}086}_{CM_g} - 1 \approx 0{,}5637$$

Soit une $\boxed{\text{hausse globale d'environ } 56{,}37\ \%}$

EXERCICE N°3 (12 points)

Une dose d'un médicament est injectée dans le sang par piqûre intraveineuse. On suppose que le médicament se répartit instantanément dans le sang et que sa concentration initiale dans le sang est égale à 95 mg · L−1 . On admet le corps élimine chaque heure 20 % du médicament. On considère la suite (C_n) où C_n désigne la concentration en $mg\cdot L^{-1}$ de médicament dans le sang n heures après l'injection avec n désignant un entier naturel.
On a ainsi $C_0 = 95$ ($mg\cdot L^{-1}$)

Quand cela est nécessaire, les résultats doivent être arrondis à 0,001 près.

1) Calculer C_1 et C_2 . Interpréter ces deux résultats.

$C_1 = \underbrace{95 - \dfrac{20}{100}\times 95}_{\text{ou } 95\times 0{,}8} = 76$ ainsi $\boxed{C_1 = 76}$

$\boxed{\text{Au bout de 1 heure, la concentration vaut } 76\,mg\cdot L^{-1}}$

1 pt

$C_1 = \underbrace{76 - \dfrac{20}{100}\times 76}_{\text{ou } 95\times 0{,}8^2} = 60{,}8$ ainsi $\boxed{C_2 = 60{,}8}$

$\boxed{\text{Au bout de 2 heures, la concentration vaut } 60{,}8\,mg\cdot L^{-1}}$

1 pt

2) Montrer que la suite (C_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

Une $\boxed{\text{diminution de } 20\ \% \text{ correspond à un Coefficient Multiplicateur valant } 0{,}8}$. Ainsi pour passer d'une heure à la suivante et donc d'un terme au suivant, on multiplie par 0,8.

1 pt

La suite (C_n) est donc une suite géométrique de $\boxed{\text{raison } q = 0{,}8}$ et de $\boxed{\text{premier terme } C_0 = 95}$

1 pt

1 pt

3) Exprimer C_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.

Pour tout entier naturel n , $C_n = C_0 \times q^n$ ou encore :

$\boxed{C_n = 95 \times 0{,}8^n}$

1 pt

4) Calculez la concentration du médicament dans le sang au bout de 15 heures.

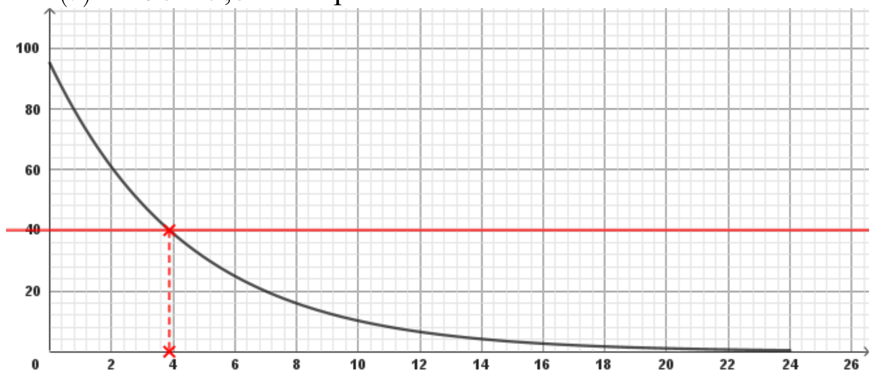
Il s'agit de calculer C_{15} :

$C_{15} = 95 \times 0{,}8^{15}$

$C_{15} \approx 3{,}343$

Ainsi, au bout de 15 heures , la concentration vaut $\boxed{\text{environ } 3{,}343\, mg \cdot L^{-1}}$

Afin de gagner en précision, on admet que la concentration de médicament dans le sang t heures après l'injection peut être modélisée par la fonction M définie pour tout t de l'intervalle $[0\ ;\ 24]$ par $M(t) = 95 \times 0{,}8^t$ et représentée ci-dessous.



1 pt

5) Par lecture graphique et avec la précision permise par le graphique, préciser à partir de combien de temps la concentration passera en dessous de 40 $mg \cdot L^{-1}$.

Par lecture graphique, la concentration passera en dessous de 40 $mg \cdot L^{-1}$ à partir d' $\boxed{\text{environ } 3{,}9 \text{ heures}}$.

2 pts

6) Calculez la concentration de médicament au bout de 20 heures et 38 minutes.

On sait que 20 heures et 38 minutes représentent $20+\frac{38}{60}$ heures. Il s'agit donc de calculer $M\left(20+\frac{38}{60}\right)$.

$$M\left(20+\frac{38}{60}\right) = 95 \times 0{,}8^{20+\frac{38}{60}} \approx 0{,}951 .$$

Ainsi au bout de 20 heures et 38 minutes, la concentration est d' $\boxed{\text{environ } 0{,}951\, mg \cdot L^{-1}}$

1 pt

7) Quelle concentration de médicament a été éliminée entre la deuxième heure et la quatrième heure ?

Il s'agit de calculer $M(4)-M(2)$

ou $C(4)-C(2)$ puisque 4 et 2 sont des entiers.

$M(4)-M(2) = 95 \times 0{,}8^4 - 95 \times 0{,}8^2 = -21{,}888$

Ainsi $\boxed{\text{la concentration a baissé de } 21{,}888\, mg \cdot L^{-1}}$

2 pts

8) À l'aide de la calculatrice (et en réfléchissant bien aux questions précédentes), précisez, à la minute près, au bout de combien de temps la concentration aura été divisée par 100.

Il s'agit de résoudre $M(t) \leqslant \frac{95}{100} = 0{,}95$

or d'après la question 6) $M\left(20+\frac{38}{60}\right) \approx 0{,}951$

de plus $M\left(20+\frac{39}{60}\right) \approx 0{,}947$

On en déduit qu'à partir de $\boxed{20 \text{ heures et } 39 \text{ minutes}}$, la concentration aura été divisée par 100.