FONCTIONS AFFINES ET ÉQUATIONS M02

EXERCICE N°1

VOIR LE CORRIGÉ

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

1) $11+\frac{5}{2}x = 4$ **2)** $5x+\frac{1}{7} = \frac{1}{3}x+4$ **3)** $\frac{5}{2}x+\frac{5}{6} = \frac{7}{6}$

4) $\frac{x-3}{5} = \frac{4}{9}$ **5)** $\frac{2x-1}{7} = \frac{2x-1}{5}$

EXERCICE N°2

VOIR LE CORRIGÉ

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

1) $(x-5)(3x+6) = 0$ **2)** $(7x-5)(-4x+9)=0$ **3)** $(4x+6)(3x-7)=0$

4) $\left(\frac{7x}{5}+\frac{5}{7}\right)x=0$ **5)** $4x(2x-5)^2=0$

FONCTIONS AFFINES ET ÉQUATIONS M02C

EXERCICE N°1 ***(Le corrigé)*** RETOUR À L'EXERCICE 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

1) $11+\frac{5}{2}x = 4$ **2)** $5x+\frac{1}{7} = \frac{1}{3}x+4$ **3)** $\frac{5}{2}x+\frac{5}{6} = \frac{7}{6}$

4) $\frac{x-3}{5} = \frac{4}{9}$ **5)** $\frac{2x-1}{7} = \frac{2x-1}{5}$

1)

Notons S l'ensemble des solutions de cette équation. Pour $x\in\mathbb{R}$, les assertions suivantes sont équivalentes :

$x \in S$

$11+\frac{5}{2}x = 4$

$11+\frac{5}{2}x-4 = 4-4$

$7+\frac{5}{2}x = 0$

$7+\frac{5}{2}x-7 = 0-7$

$\frac{5}{2}x = -7$

$\frac{5}{2}x\div\frac{5}{2} = -7\div\frac{5}{2}$

$x = -7\times\frac{2}{5}$

$x = -\frac{14}{5}$

$x \in \left\{-\frac{14}{5}\right\}$

Notez bien la différence d'écriture avec la ligne précédente.

Comme toutes les assertions (phrases mathémetiques) précédentes sont équivalentes, on pourrait ne garder que la première et la dernière : $x \in S$ est équvalent à $x \in \left\{-\frac{14}{5}\right\}$.

On en déduit que $S=\left\{-\frac{14}{5}\right\}$. C'est à dire que :

Cette équation admet $\boxed{\text{une unique solution : } -\frac{14}{5}}$

▪ On pouvait aller plus vite !

Oui c'est vrai : $11+\frac{5}{2}x = 4 \Leftrightarrow \frac{5}{2}x = -7 \Leftrightarrow x = -\frac{14}{5}$

Mais… Avoir zéro pour membre de droite est souvent une bonne idée alors les corrections seront présentées de cette manière, vous conprendrez l'intérêt au fur et à mesure ;)

▪ La première phrase qui contient « les assertions suivantes sont équivalentes » est importante : si il n'y avait pas équivalence alors on ne pourrait pas affirmer que la solution trouvée pour la dernière équation est aussi celle de la première…

▪ La dernière phrase « Cette équation admet... » est également importante :

$x = -\frac{14}{5}$ est une équation, la solution est évidente mais cela reste une équation pas la réponse à la question posée...

2)

Notons S l'ensemble des solutions de cette équation. Pour $x \in \mathbb{R}$, les assertions suivantes sont équivalentes :

$$x \in S$$
$$5x+\frac{1}{7} = \frac{1}{3}x+4$$
$$5x+\frac{1}{7} - \left(\frac{1}{3}x+4\right) = 0$$
$$5x+\frac{1}{7} - \frac{1}{3}x-4 = 0$$
$$5x-\frac{1}{3}x+\frac{1}{7}-4 = 0$$
$$\frac{15x}{3}-\frac{1}{3}x+\frac{1}{7}-\frac{28}{7} = 0$$
$$\frac{14}{3}x-\frac{27}{7} = 0$$
$$x = \frac{27}{7}\div\frac{14}{3}$$
$$x = \frac{27}{7}\times\frac{3}{14}$$
$$x = \frac{81}{98}$$

On en déduit que $S=\left\{\frac{81}{98}\right\}$. C'est à dire que :

Cette équation admet $\boxed{\text{une unique solution : } \frac{81}{98}}$

3)

Notons S l'ensemble des solutions de cette équation. Pour $x \in \mathbb{R}$, les assertions suivantes sont équivalentes :

$$x \in S$$
$$\frac{5}{2}x+\frac{5}{6} = \frac{7}{6}$$
$$\frac{5}{2}x-\frac{2}{6} = 0$$
$$\frac{5}{2}x = \frac{2}{6}$$
$$\frac{5}{2}x\div\frac{5}{2} = \frac{2}{6}\div\frac{5}{2}$$
$$x = \frac{2}{6}\times\frac{2}{5}$$
$$x = \frac{2}{15}$$

On en déduit que $S=\left\{\frac{2}{15}\right\}$. C'est à dire que :

Cette équation admet $\boxed{\text{une unique solution : } \frac{2}{15}}$

4)

Notons S l'ensemble des solutions de cette équation. Pour $x \in \mathbb{R}$, les assertions suivantes sont équivalentes :

$x \in S$

$\frac{x-3}{5} = \frac{4}{9}$

$\frac{9(x-3)}{45} - \frac{4 \times 5}{45} = 0$ (puis on multiplie chaque membre par 45)

$9(x-3) - 20 = 0$

$9x - 27 - 20 = 0$

$9x - 47 = 0$

$x = \frac{47}{9}$

On en déduit que $S = \left\{\frac{47}{9}\right\}$. C'est à dire que :

Cette équation admet $\boxed{\text{une unique solution : } \frac{47}{9}}$

5)

Notons S l'ensemble des solutions de cette équation. Pour $x \in \mathbb{R}$, les assertions suivantes sont équivalentes :

$x \in S$

$\frac{2x-1}{7} = \frac{2x-1}{5}$

$\frac{2x-1}{7} - \frac{2x-1}{5} = 0$

$\frac{5(2x-1)}{35} - \frac{7(2x-1)}{35} = 0$ (puis on multiplie chaque membre par 35)

$5(2x-1) - 7(2x-1) = 0$

$10x - 5 - 14x + 7 = 0$

$-4x + 2 = 0$

$x = -\frac{2}{-4} = 0{,}5$

On en déduit que $S = \{0{,}5\}$. C'est à dire que :

Cette équation admet $\boxed{\text{une unique solution : } 0{,}5}$

EXERCICE N°2 (Le corrigé) RETOUR À L'EXERCICE 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

1) $(x-5)(3x+6) = 0$ **2)** $(7x-5)(-4x+9)=0$ **3)** $(4x+6)(3x-7)=0$

4) $\left(\frac{7x}{5}+\frac{5}{7}\right)x=0$ **5)** $4x(2x-5)^2=0$

1)

Notons S l'ensemble des solutions de cette équation. Pour $x\in\mathbb{R}$, les assertions suivantes sont équivalentes :

- $x \in S$
- $(x-5)(3x+6) = 0$

(Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un, au moins, de ses facteurs est nul .)

- $(x-5 = 0 \text{ ou } 3x+6 = 0)$

Remarquez les parenthèses qui entourent la ligne précédente : elles sont importantes car cette ligne contient la conjonction « ou » . Il ne faut donc pas les oublier.

(Pour les curieux : si on oublie les parenthèses alors on dit que « $(x-5)(3x+6) = 0$ est équivalent à $x-5=0$ » ou « $(x-5)(3x+6) = 0$ est équivalent à $3x+6=0$ » or ces deux assertions sont fausses...)

- $\left(x = 5 \quad \text{ou} \quad x = \frac{-6}{3} = -2\right)$ (On n'oublie pas les parenthèses)
- $x \in \{-2 ; 5\}$

On en déduit que $S=\{-2 ; 5\}$. C'est à dire que :

Cette équation admet $\boxed{\text{deux solutions : } -2 \text{ et } 5}$

- On pense à ranger les solutions dans l'ordre croissant.

2)

Notons S l'ensemble des solutions de cette équation. Pour $x\in\mathbb{R}$, les assertions suivantes sont équivalentes :

- $x \in S$
- $(7x-5)(-4x+9)=0$

(Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un, au moins, de ses facteurs est nul)

- $(7x-5 = 0 \text{ ou } -4x+9 = 0)$ (On n'oublie pas les parenthèses)
- $\left(x = \frac{5}{7} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-9}{-4} = \frac{9}{4}\right)$ (On n'oublie pas les parenthèses)
- $x \in \left\{\frac{5}{7} ; \frac{9}{4}\right\}$

On en déduit que $S=\left\{\frac{5}{7} ; \frac{9}{4}\right\}$. C'est à dire que :

Cette équation admet $\boxed{\text{deux solutions : } \frac{5}{7} \text{ et } \frac{9}{4}}$

- On peut bien sûr écrire 2,25 à la place de $\frac{9}{4}$ mais pas 0,71 ni même 0,7142857143 à la place de $\frac{5}{7}$ ...

3)

Notons S l'ensemble des solutions de cette équation. Pour $x \in \mathbb{R}$, les assertions suivantes sont équivalentes :

- $x \in S$
- $(4x+6)(3x-7)=0$

(Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un, au moins, de ses facteurs est nul)

- $(4x+6 = 0 \text{ ou } 3x-7 = 0)$ (On n'oublie pas les parenthèses)
- $\left(x = -\dfrac{6}{4} = -\dfrac{3}{2} \text{ ou } x = \dfrac{7}{3}\right)$ (On n'oublie pas les parenthèses… comment ça « il est lourd ??? »)
- $x \in \left\{-\dfrac{3}{2} \; ; \dfrac{7}{3}\right\}$

On en déduit que $S=\left\{-\dfrac{3}{2} \; ; \dfrac{7}{3}\right\}$. C'est à dire que :

L'équation admet $\boxed{\text{deux solutions : } -\dfrac{3}{2} \text{ et } \dfrac{7}{3}}$

4)

Notons S l'ensemble des solutions de cette équation. Pour $x \in \mathbb{R}$, les assertions suivantes sont équivalentes :

- $x \in S$
- $\left(\dfrac{7x}{5}+\dfrac{5}{7}\right)x=0$

(Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un, au moins, de ses facteurs est nul)

- $\left(\dfrac{7}{5}x+\dfrac{5}{7} = 0 \quad \text{ou} \quad x = 0\right)$ (On n'oublie pas … ok ok j'arrête)
- $\left(x = -\dfrac{5}{7}\times\dfrac{5}{7} = -\dfrac{25}{49} \text{ ou } x = 0\right)$
- $x \in \left\{-\dfrac{25}{49} \; ; 0\right\}$

On en déduit que $S=\left\{-\dfrac{25}{49} \; ; 0\right\}$. C'est à dire que :

Cette équation admet $\boxed{\text{deux solutions : } -\dfrac{25}{49} \text{ et } 0}$.

5)

Notons S l'ensemble des solutions de cette équation. Pour $x \in \mathbb{R}$, les assertions suivantes sont équivalentes :

- $x \in S$
- $4x(2x-5)^2=0$

(Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un, au moins, de ses facteurs est nul)

- $(4x = 0 \text{ ou } 2x-5 = 0 \text{ ou } 2x-5 = 0)$

« avec le carré, le facteur $2x-5$ compte deux fois », on pourrait aussi écrire :

- $(4x = 0 \text{ ou } (2x-5)^2 = 0)$
- $\left(x = 0 \text{ ou } x = \dfrac{5}{2} \quad \text{ou} \quad x = \dfrac{5}{2}\right)$
- $x \in \left\{0 \; ; \dfrac{5}{2}\right\}$

On en déduit que $S=\left\{0 \; ; \dfrac{5}{2}\right\}$. C'est à dire que :

L'équation admet $\boxed{\text{comme solutions : } 0 \text{ et } \frac{5}{2}}$.

▪ Oui, on peut écrire 2,5 à la place de $\frac{5}{2}$ (mais pas 5,2 !)

▪ On dit que $\frac{5}{2}$ est une solution double.