

DEVOIR SURVEILLÉ N°1 LE BARÈME

Nom :

Prénom :

Classe :

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

(10 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + 2x - 3$.

1) Calculer l'image de 4 par la fonction f

2 pts

$$f(4) = 4^2 + 2 \times 4 - 3$$

$$f(4) = 21$$

2) Parmi les nombres a , b et c suivants, lesquels sont des racines de f ?

$$a = 1 \quad b = 2 \quad c = -3$$

2 pts

$$f(1) = 1^2 + 2 \times 1 - 3 = 0$$

$$f(2) = 2^2 + 2 \times 2 - 3 = 7$$

$$f(-3) = (-3)^2 + 2 \times (-3) - 3 = 0$$

On en déduit que les racines sont $a = 1$ et $c = -3$

3) Montrer que la forme factorisée de la fonction f est $f(x) = (x-1)(x+3)$.

Soit $x \in \mathbb{R}$

$$(x-1)(x+3) = x^2 + 3x - x - 3 = x^2 + 2x - 3 = f(x)$$

2 pts

Ainsi $f(x) = (x-1)(x+3)$.

4) Etudier le signe de la fonction f .

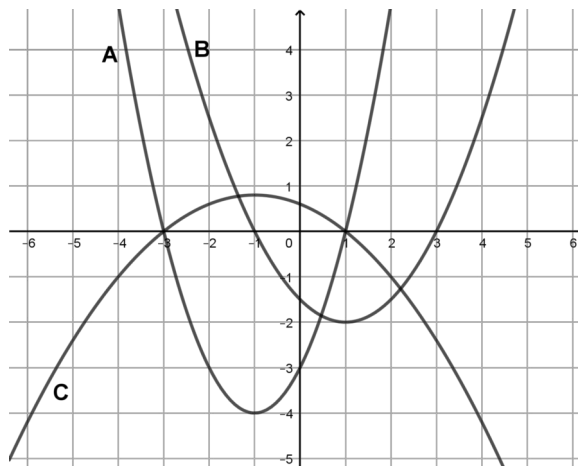
$$\begin{cases} x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1 ; \\ x+3 > 0 \Leftrightarrow x > -3 \end{cases}$$

2 pts

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$x-1$		$-$	0	$+$
$x+3$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	$+$

Le signe de $f(x)$ est donné par la dernière ligne du tableau.

5) Parmi les trois courbes A, B, et C proposées ci-dessous, déterminer celle représentant la fonction f .



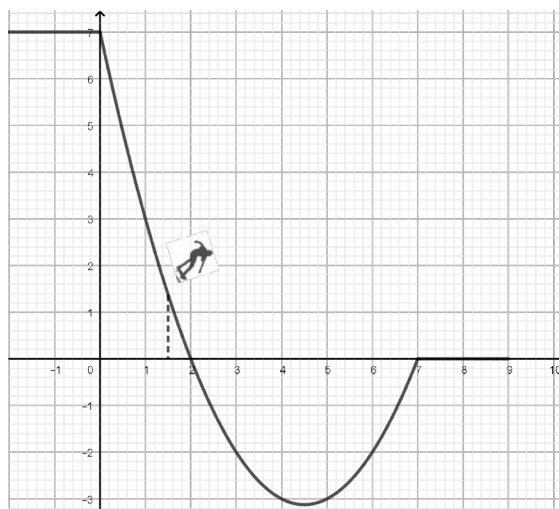
2 pts

Les racines étant -3 et 1 , on peut éliminer la courbe B.

De plus, on peut écrire $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a=1$, $b=2$ et $c=-3$ et comme $a>0$ la parabole est tournée vers le haut, on peut éliminer la courbe C.

La seule courbe possible est donc la courbe A.

Un skateur se lance sur une rampe d'un skate park. On assimile le skateur à un point et on note $(x; h(x))$ les coordonnées du skateur sur la rampe dans le repère ci-dessous :



La fonction h est définie sur l'intervalle $[0; 7]$ par $h(x) = 0,5x^2 - 4,5x + 7$, où x et $h(x)$ sont exprimés en mètres.

2 pts

1) À quelle hauteur le skateur se lance-t-il sur la rampe ?

D'après le graphique, le skateur se lance d' une hauteur de 7 m .

2 pts

2) Sans justification, donner la valeur de $h(2)$.

$$h(2) = 0$$

3) Calculer $h(7)$. En déduire la forme factorisée de $h(x)$.

$$h(7) = 0,5 \times 7^2 - 4,5 \times 7 + 7$$

$$h(7) = 0$$

2 pts

Grâce à la question 2 et ce qui précède, on sait que 2 et 7 sont les racines de h .

De plus, $h(x) = ax^2 + bx + c$ avec, en particulier $a = 0,5$.

On peut donc écrire :

$$h(x) = 0,5(x-2)(x-7)$$

4) Déterminer l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles le skateur est en dessous de son point d'arrivée.

Il s'agit de déterminer l'ensemble des valeurs de x telles que $h(x) < 0$.

2 pts

D'après le graphique, cet ensemble est $]2; 7[$

5) Déterminer le minimum de h . Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

On sait que la parabole admet pour axe de symétrie la droite d'équation $x = \frac{2+7}{2}$ ou encore $x = 4,5$

Souvenez-vous : les racines sont $x_1 = 2$ et $x_2 = 7$ et une équation de l'axe de symétrie de la parabole est $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$.

On en déduit que le sommet de la parabole a pour abscisse 4,5 et que son ordonnée vaut par conséquent $h(4,5) = -3,125$.

2 pts

Le minimum de h est donc $-3,125$ ce qui signifie que :

le skateur descend jusque 3,125 m en dessous de son point d'arrivée