FONCTIONS AFFINES ET INÉQUATIONS E05

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

1) Déterminer le tableau de signes des fonctions affines définies ci-dessous.

1.a) $f(x)=2x+3$

$m=2$; $p=3$ donc $x_0=\frac{-p}{m}=\frac{-3}{2}$

x	$-\infty$		$\frac{-3}{2}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

1.b) $g(x)=-4x+5$

$m=-4$; $p=5$ donc $x_0=\frac{-p}{m}=\frac{-5}{-4}=\frac{5}{4}$

x	$-\infty$		$\frac{5}{4}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

1.c) $h(x)=x+7$

$m=1$; $p=7$ donc $x_0=\frac{-p}{m}=\frac{-7}{1}=-7$

x	$-\infty$		-7		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

1.d) $j(x)=8-x$

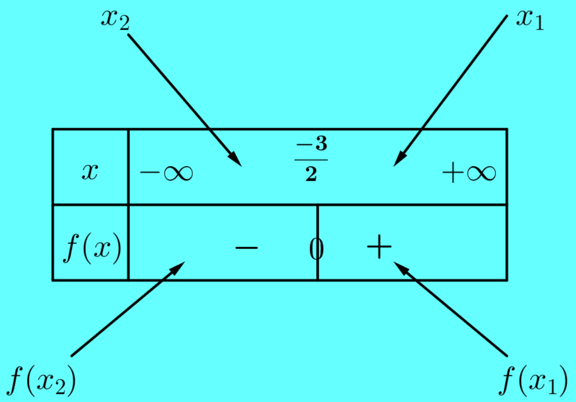
$m=-1$; $p=8$ donc $x_0=\frac{-p}{m}=\frac{-8}{-1}=8$

x	$-\infty$		8		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

2) Pour chacune des fonctions précédentes, donner un nombre réel x_1 dont l'image est positive et un nombre réel x_2 dont l'image est négative.

Pour f : par exemple $x_1=10$ et $x_2=-4$

Pour x_1 on peut donner n'importe qu'elle valeur supérieure à $\frac{-3}{2}$ et pour x_2 n'importe quelle valeur inférieure à $\frac{-3}{2}$.



Pour g : par exemple $x_1=-6500$ et $x_2=25$
Pour h : par exemple $x_1=0$ et $x_2=-59989$
Pour j : par exemple $x_1=7$ et $x_2=9$

EXERCICE N°2 (Le corrigé)

Construire le tableau de signes de chaque expression.

1) $f(x)=3x-6$

$m=3$; $p=-6$ donc $x_0=\dfrac{-(-6)}{3}=2$

x	$-\infty$		**2**		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

2) $g(x)=-4x+8$

$m=-4$; $p=8$ donc $x_0=\dfrac{-8}{-4}=2$

x	$-\infty$		**2**		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

3) $h(x)=-2x+\dfrac{1}{2}$

$m=-2$; $p=0{,}5$ donc $x_0=\dfrac{-0{,}5}{-2}=0{,}25$

x	$-\infty$		$\mathbf{0,25}$		$+\infty$
$h(x)$		$+$	0	$-$	

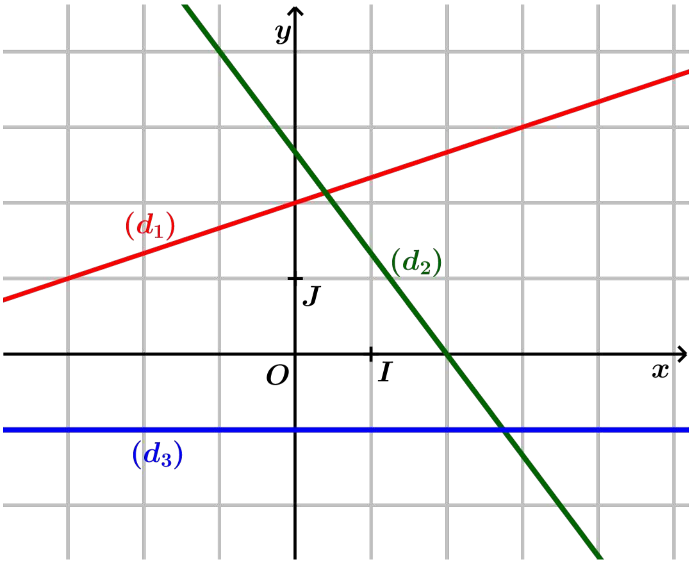
4) $l(x)=\dfrac{x+3}{-4}$

$m=-\dfrac{1}{4}$; $p=-\dfrac{3}{4}$ donc $x_0=\dfrac{-\left(-\dfrac{3}{4}\right)}{-\dfrac{1}{4}}=-3$

x	$-\infty$		$\mathbf{-3}$		$+\infty$
$h(x)$		$+$	0	$-$	

EXERCICE N°3 (Le corrigé)

1) En utilisant le graphique suivant, écrire le tableau de signes de chaque fonction affine représentée ci-dessous.



Pour (d_3) c'est facile puisqu'elle représente la fonction constante $x \rightarrow -1$. Elle est donc négative partout.
Pour (d_2) ce n'est pas très dur non plus car elle coupe l'axe des abscisses en 2 $(\text{donc } x_0=2)$ et qu'elle au-dessus avant et en-dessous après.
Enfin (d_1) nous prendra un peu plus de temps.

▪ Notons h la fonction représentée par (d_1) . Nous savons qu'elle est affine et qu'il existe deux réels m et p tels que pour tout réel x , $h(x)=mx+p$

Par lecture graphique : $m=\frac{1}{3}$ et $p=2$. Comme $\frac{-p}{m}=\frac{-2}{\frac{1}{3}}=-6$ on obtient :

x	$-\infty$		-6		$+\infty$
$h(x)$		$-$	0	$+$	

▪ Notons g la fonction représentée par (d_2) .
Par lecture graphique :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

▪ Notons f la fonction représentée par (d_3) .
Par lecture graphique :

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	

2) Chaque droite est la représentation graphique d'une des fonctions définies par les expressions suivantes.

$f(x)=-1$ $\qquad g(x)=-\frac{4}{3}x+\frac{8}{3}$ $\qquad h(x)=\frac{1}{3}x+2$

Associer chaque droite à la fonction qu'elle représente.
D'après la question précédente : (d_1) ; (d_2) et (d_3) représentent respectivement h , g et f

EXERCICE N°4 ***Des tableaux signes plus complexes (Le corrigé)***

Construire le tableau de signes de chaque expression.

1) $f(x)=(x+3)(x-5)$ **2)** $g(x)=(-4x+8)(3x+2)$

3) $h(x)=7(-2x+5)(6x-3)$ **4)** $l(x)=-5(4x-7)(6x+2)$

1) $f(x)=(x+3)(x-5)$

- $x+3 > 0 \Leftrightarrow x > -3$
- $x-5 > 0 \Leftrightarrow x > 5$

Avec ces inéquations, on trouve où « placer les + »dans le tableau.
Bien sûr, « là où il n'y a pas de +, il y des $-$ »

x	$-\infty$		-3		5		$+\infty$
$x+3$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$x-5$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ligne bilan

Avec la règle des signes, on peut remplir la dernière ligne du tableau. C'est elle qui donne le signe de l'expression $f(x)$.

On peut par exemple dire que :

$f(x)$ est strictement positif pour x appartenant à la réuion d'intervalle $]-\infty\ ;-3[\ \cup\ ]5\ ;+\infty[$

ou que :

$f(x)$ est positif pour x appartenant à la réuion d'intervalle $]-\infty\ ;-3]\ \cup\ [5\ ;+\infty[$

ou que :

$f(x)$ est strictement négatif pour x appartenant à l'intervalle $]-3\ ;\ 5[$

ou que :

$f(x)$ est négatif pour x appartenant à l'intervalle $[-3\ ;\ 5]$

2) $g(x)=(-4x+8)(3x+2)$

- $-4x+8 > 0 \Leftrightarrow -4x > -8 \Leftrightarrow x < 2$
- $3x+2 > 0 \Leftrightarrow 3x > -2 \Leftrightarrow x > \dfrac{-2}{3}$

x	$-\infty$		$\dfrac{-2}{3}$		2		$+\infty$
$-4x+8$		$+$	|	$+$	0	$-$	
$3x-2$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Ligne bilan

3) $h(x)=7(-2x+5)(6x-3)$

- 7 est toujours positif (la bonne blague… vous verrez à la question suivante ...)
- $-2x+5 > 0 \Leftrightarrow -2x > -5 \Leftrightarrow x < 2{,}5$
- $6x-3 > 0 \Leftrightarrow 6x > 3 \Leftrightarrow x > 0{,}5$

x	$-\infty$		0,5		2,5		$+\infty$	
7		+	|	+	|	+		
$-2x+5$		+	|	+	0	−		
$6x-3$		−	0	+	|	+		
$h(x)$		−	0	+	0	−		Ligne bilan

La ligne comportant le 7 n'est pas obligatoire, je vous conseille toutefois de prendre l'habitude de l'écrire…

4) $l(x)=-5(4x-7)(6x+2)$

- -5 est toujours négatif (vous voyez venir « le problème » ?)
- $4x-7 > 0 \Leftrightarrow 4x > 7 \Leftrightarrow x > 1{,}75$
- $6x+2 > 0 \Leftrightarrow 6x > -2 \Leftrightarrow x > \frac{-1}{3}$

x	$-\infty$		$\frac{-1}{3}$		1,75		$+\infty$	
-5		−	|	−	|	−		
$4x-7$		−	|	−	0	+		
$6x+2$		−	0	+	|	+		
$l(x)$		−	0	+	0	−		Ligne bilan

Cette fois-ci, si vous oubliez la ligne comportant le -5 alors votre bilan est faux…