

Fonctions affines et équations M03

Exercice 1

Un client désire acheter un portable à une société en télécommunication, qui lui propose deux tarifs d'abonnement.

- Tarif 1 : 0,30€ la minute et portable gratuit.
- Tarif 2 : 0,18€ la minute et 108€ d'achat de portable.

1. Compléter les tableaux suivants :

➡ Tarif 1 :

Durée en min :	x	0	300	600	
Prix à payé en € y_1				180	360

➡ Tarif 2 :

Durée en min :	x	0	300	900	1200
Prix à payé en € y_2					

2. Exprimer le prix à payer y_1 en fonction de la durée de communication x pour le tarif 1.
Exprimer le prix à payer y_2 en fonction de la durée de communication x pour le tarif 2.

3. Représenter dans un même repère les prix à payer y_1 et y_2 en fonction de la durée de communication ; on utilisera l'échelle suivante :

- 1 cm pour 50 € ;
- 1 cm pour 100 min de communication.

4. Déterminer graphiquement (laisser les traits de construction apparents) :

- suivant le **tarif 1**, le prix à payer pour 500 minutes de communication.
- suivant le **tarif 2**, la durée de communication correspondant à un montant de 180€.
- les coordonnées du point pour lequel le montant à payer est identique pour les deux tarifs.
- Pour une durée supérieure à 900 minutes, quel est le tarif le plus avantageux ?

Correction 1

Exercice 2

Une agence de location de cassette vidéo propose à ses clients le choix entre deux tarifs.

- Tarif 1 : un abonnement mensuel de 15€ et 0,70€ par cassette louée.
- Tarif 2 : un abonnement mensuel de 11€ et 1,50€ par cassette louée.

1. Compléter le tableau suivant :

Nombre de cassettes louées	0	1	2	6	10
Prix payé avec le tarif 1					
Prix payé avec le tarif 2					

1. Tarif 1 :

Durée en min : x	0	300	600	1200
Prix à payé en € : y_1	0	90	180	360

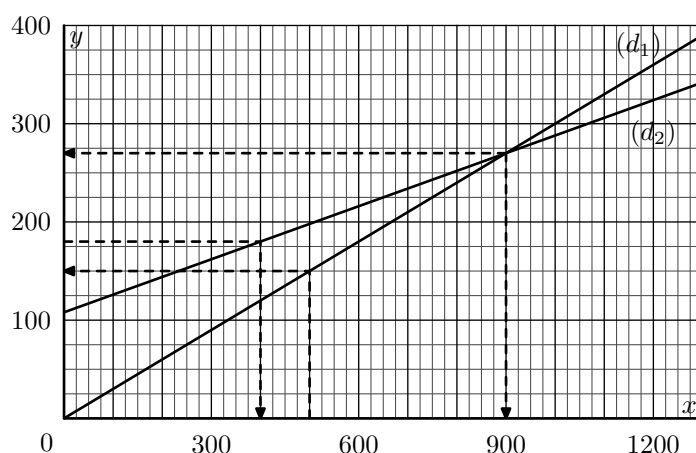
Tarif 2 :

Durée en min : x	0	300	900	1200
Prix à payé en € : y_2	108	162	270	324

2. Le tarif 1 s'exprime : $y_1 = 0,30 \times x$

Le tarif 2 s'exprime : $y_2 = 0,18 \times x + 108$

3. Voici la représentation de ces deux fonctions affines :



- Graphiquement, on observe que le prix à payer pour le premier tarif pour une consommation de 500 minutes est de 150€.
- Graphiquement, on observe que pour le second tarif, un montant de 180€.
- Les deux droites représentatives des deux tarifs ont un point d'intersection dont les coordonnées sont (900 ; 270)
- On remarque que pour une abscisse supérieure à 900, la droite (d_1) est au dessus de la droite (d_2) ; on en déduit qu'il est préférable de choisir le second tarif.

2. On appelle x le nombre de cassettes louées par un client en un mois.

Exprimer, en fonction de x :

- le prix payé avec le tarif 1, noté $P_1(x)$;
- le prix payé avec le tarif 2, noté $P_2(x)$.

3. Représenter graphiquement les fonctions affines.

- $P_1 : x \mapsto P_1(x) = 0,7x + 15$.
- $P_2 : x \mapsto P_2(x) = 1,5x + 11$

On prendra sur l'axe des abscisses 1 cm pour une cassette et sur l'axe des ordonnées 1 cm pour 2€.

4. a. Résoudre l'équation : $0,7x + 15 = 1,5x + 11$.
Interpréter le résultat.

- Vérifier graphiquement cette solution en faisant appa-

raître les pointillés utiles.

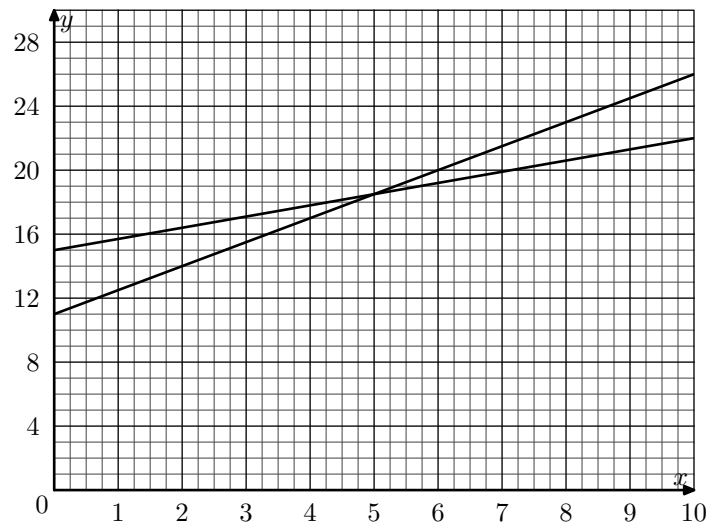
5. En utilisant le graphique, combien faut-il louer de cassettes en un mois pour que le tarif 1 soit plus intéressant que le tarif 2?
6. Monsieur Avent a choisi le tarif 2 et il a payé 29 € pour le mois.
Utiliser le graphique pour déterminer le nombre de cassettes qu'il a louées dans le mois.
Faire apparaître les pointillés utiles.
7. Monsieur Comic a choisi le tarif 1 et il a payé 19,90 € pour le mois.
 - a. Trouver par un calcul le nombre de cassettes qu'il a louées dans le mois.
 - b. Dans ce cas, quel est le prix moyen de la location d'une cassette?
Donner le résultat au centime d'euro.
8. L'agence décide de proposer un troisième tarif à ses clients: un prix mensuel de 23 € quel que soit le nombre de cassettes louées dans le mois.
 - a. Représenter sur le même graphique, le prix P_3 payé avec le tarif 3.
 - b. Combien faut-il louer de cassettes pour que ce nouveau tarif soit plus avantageux que les autres?

Correction 2

1. On a le tableau:

Nombre de cassettes louées	0	1	2	6	10
Prix payé avec le tarif 1	15	15,70	16,40	19,2	22
Prix payé avec le tarif 2	11	12,5	14	20	26

2. On appelle x le nombre de cassettes louées par un client en un mois, on a:
 - a. $P_1(x) = 0,7 \times x + 15$;
 - b. $P_2(x) = 1,50 \times x + 11$
3. L'échelle demandée n'a pas été respectée:



$$\begin{aligned}
 4. \quad a. \quad & 0,7x + 15 = 1,5x + 11 \\
 & 0,7x - 1,5x = 11 - 15 \\
 & -0,8x = -4 \\
 & x = \frac{-4}{-0,8} \\
 & x = 5
 \end{aligned}$$

Pour la locations de 5 cassettes, les deux tarifs coûtent la même chose.

5. On voit que dès que l'on loue plus de 5 cassettes, la courbe de P_1 se retrouve au dessous de la courbe de P_2
6. Monsieur Avent ayant choisi le tarif 2 et ayant payé 29 €, on voit qu'il a loué 12 cassettes
7. a. Soit x le nombre de cassettes qu'il a loué:

$$\begin{aligned}
 0,7 \times x + 15 &= 19,90 \\
 0,7 \times x &= 19,90 - 15 \\
 0,7 \times x &= 4,90 \\
 x &= \frac{4,90}{0,7} = 7
 \end{aligned}$$
 Monsieur Comic a donc loué 7 cassettes dans le mois
- b. Donc, en louant 7 cassettes, le prix de revient moyen est de:

$$\frac{19,90}{7} = 2,84 \text{ €}$$
8. b. Il faudra au moins louer 12 cassettes pour se retrouver sous le prix de locations des deux premiers forfaits.

Exercice 3

La station de ski Blanche-Neige propose les tarifs suivants pour la saison 2004-2005:

- tarif A: chaque journée de ski coûte 20 euros;
- tarif B: en adhérant au club de sports dont la cotisation annuelle s'élève à 60 euros, on bénéficie d'une réduction de 30 % sur le prix de chaque journée à 20 euros.

1. Yann est adhérent au club des sports de la station. Sachant qu'il a déjà payé sa cotisation annuelle, expliquer pourquoi il devra payer 14 euros par journée de ski.
2. Reproduire et compléter le tableau suivant:

Nombre de jours de ski pour la saison 2004-2005	5	8	
Coût avec le tarif A (en euros)	100		220
Coût avec le tarif B (en euros)	130		

3. On appelle x le nombre de journées de ski durant la saison 2004-2005.
Exprimer en fonction de x :
 - a. le coût annuel C_A en euros pour un utilisateur ayant choisi le tarif A;
 - b. le coût annuel C_B en euros pour un utilisateur ayant choisi le tarif B.
4. Sachant que Yann adhérent au club a dépensé au total 242 euros, combien de jours a-t-il skié?
5. Sur un papier millimétré, tracer un repère tel que:
 - en abscisses: 1 cm pour 1 jour de ski;

- en ordonnées : 1 cm pour 10 euros.
- l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées sont perpendiculaires.

On placera l'origine du repère en bas à gauche de la feuille, l'axe des abscisses étant tracé sur le petit côté de la feuille.

Tracer dans ce repère les représentations graphiques des fonctions affines f et g définies par :

$$f(x) = 20x \quad ; \quad g(x) = 14x + 60$$

6. Dans cette partie, on répondra aux différentes questions en utilisant le graphique (*faire apparaître sur le graphique les traits nécessaires*).

- Léa doit venir skier douze journées pendant la saison 2004-2005. Quel est pour elle le tarif le plus intéressant ? Quel est le prix correspondant ?
- En étudiant les tarifs de la saison, Chloé constate que, pour son séjour, les tarifs A et B sont égaux. Combien de journées de ski prévoit-elle de faire ? Quel est le prix correspondant ?

Correction 3

1. Yann étant adhérent au club, il payera la journée de ski avec une réduction de 30 %, hors une réduction relie l'ancien prix x avec le nouveau prix y en fonction de du pourcentage de réduction a de la manière suivante :

$$y = x \times \left(1 - \frac{a}{100}\right)$$

$$y = 20 \times \left(1 - \frac{30}{100}\right)$$

$$y = 20 \times 0,7$$

$$y = 14$$

2.	Nombre de jours de ski pour la saison 2004-2005	5	8	11
	Coût avec le tarif A (en euros)	100	160	220
	Coût avec le tarif B (en euros)	130	172	214

3. Soit x le nombre de journées de ski pratiqué durant la saison 2004-2005 :

- $C_A = 20 \times x$.
- $C_B = 14 \times x + 60$.

4. Yann ayant adhéré au club, sa dépense s'exprimera à l'aide de C_B ainsi, notons x le nombre de journées de ski

pratiqué par Yann :

$$14 \times x + 60 = 242$$

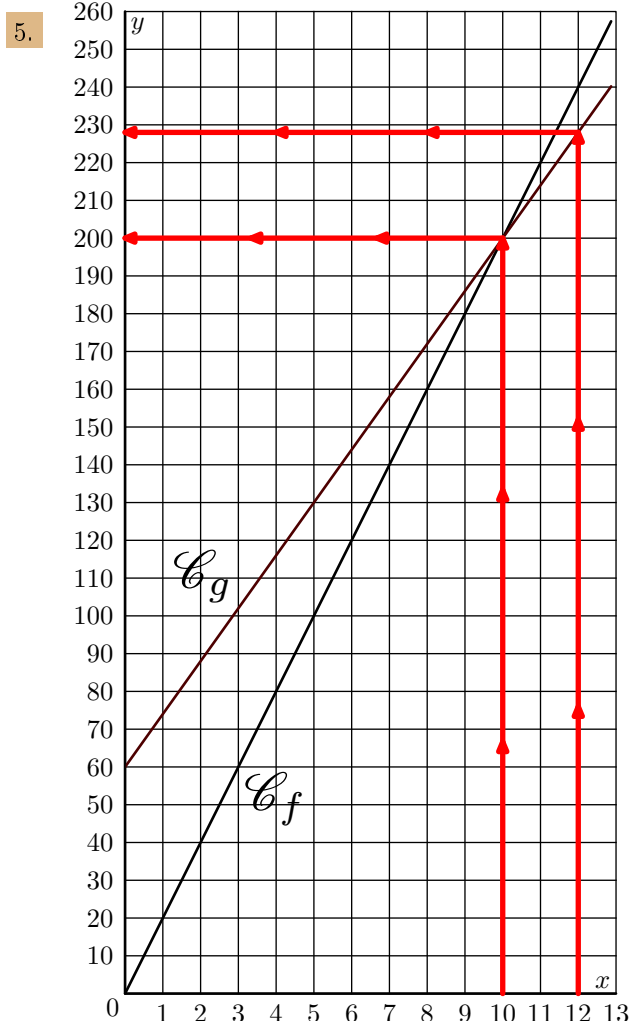
$$14 \times x = 242 - 60$$

$$14 \times x = 182$$

$$x = \frac{182}{14}$$

$$x = 13$$

Yann a donc skié 13 jours durant l'année 2004-2005.



- En skiant douze journées pendant la saison 2004-2005, le tarif le plus intéressant sera le tarif C_B avec abonnement. Elle payera à peu près 228 euros.
- On remarque que les deux courbes se croisent pour $x=10$. Donc, Chloé a prévu de faire 10 journées de ski lors de l'année scolaire 2004-2005.