

LA DÉRIVATION E01C

EXERCICE N°3 Nombre dérivé par le calcul

On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = x^2 + 4x$. Soit $h \in \mathbb{R}^*$.

- 1) Simplifier l'expression $\frac{f(2+h)-f(2)}{(2+h)-2}$.

$$\begin{aligned}\frac{f(2+h)-f(2)}{(2+h)-2} &= \frac{(2+h)^2 + 4(2+h) - [2^2 + 4 \times 2]}{h} \\ &= \frac{4 + 4h + h^2 + 8 + 4h - 4 - 8}{h} \\ &= \frac{h^2 + 8h}{h} \\ &= \frac{h(h+8)}{h} \\ &= h+8\end{aligned}$$

(Si $h = 3-2 = 1$ quelle question des exercices n°1 et n°2 retrouve-t-on ?)

On retrouve les questions 2) des exercices 1 et 2.

- 2) Déterminer le nombre dérivé de f en 2.

On sait que pour tout $h \in \mathbb{R}$:

$$\frac{f(2+h)-f(2)}{(2+h)-2} = h+8$$

Or :

Quand h tend vers zéro, $h+8$ tend vers 8

Donc :

$$f'(2) = 8$$

- 3) Simplifier l'expression $\frac{f(-5+h)-f(-5)}{(-5+h)-(-5)}$.

$$\begin{aligned}\frac{f(-5+h)-f(-5)}{(-5+h)-(-5)} &= \frac{(-5+h)^2 + 4(-5+h) - [(-5)^2 + 4 \times (-5)]}{h} \\ &= \frac{25 - 10h + h^2 - 20 + 4h - 25 + 20}{h} \\ &= \frac{h^2 - 6h}{h} \\ &= \frac{h(h-6)}{h} \\ &= h-6\end{aligned}$$

(Si $h = -4-(-5) = 1$ quelle question des exercices n°1 et n°2 retrouve-t-on ?)

On retrouve les questions 3) des exercices 1 et 2.

- 4) Calculer $f'(-5)$.

On sait que pour tout $h \in \mathbb{R}$:

$$\frac{f(-5+h)-f(-5)}{(-5+h)-(-5)} = h-6$$

Or :

Quand h tend vers zéro, $h-6$ tend vers -6

Donc :

$$f'(-5) = -6$$