

LA FONCTION INVERSE E05

EXERCICE N°1

Chaque jour, une usine pharmaceutique opère dans la fabrication de médicaments essentiels. La production quotidienne varie entre 10 et 30 milliers d'unités de médicaments. On notera x le nombre de milliers d'unités de médicaments. Le coût total de production, exprimé en euros, pour x milliers d'unités de médicaments est donné par la fonction C définie sur l'intervalle $[10 ; 30]$ par : $C(x) = 15x^3 - 450x^2 + 3000x + 7680$

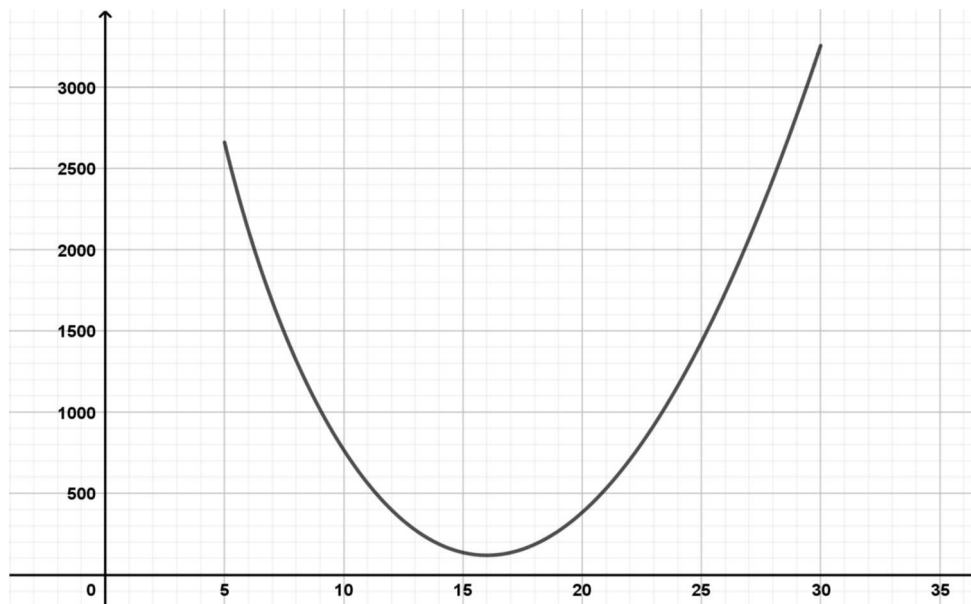
- 1) Quel est le coût de production pour 12000 unités de médicaments ?
- 2) A chaque millier d'unités de médicaments, on associe le cout moyen de production, on a donc :

$$C_M(x) = \frac{C(x)}{x} \text{ définie sur l'intervalle } [10 ; 30] .$$

Montrer que pour tout $x \in [10 ; 30]$,

$$C_M(x) = 15x^2 - 450x + 3000 + \frac{7680}{x}$$

- 3) Calculer le coût de la production d'un millier d'unités de médicaments si l'usine fabrique 12000 unités de médicaments par jour.
- 4) On a représenté la fonction C_M ci-dessous. Déterminer l'ensemble des quantités de médicaments qu'il est possible de produire avec un coût moyen inférieur à 500 € pour 1000 unités.



- 5) Montrer que $C_M'(x) = \frac{30(x-16)(x^2+x+16)}{x^2}$
- 6) Justifier que pour tout $x \in [10 ; 30]$, $x^2+x+16 > 0$
- 7) Étudier le signe de $C_M'(x)$ et en déduire le tableau de variation de C_M .
- 8) En déduire la quantité de médicaments à produire chaque jour pour que le coût moyen soit minimal et donnez ce coût moyen.