

DEVOIR SURVEILLÉ N°4 LE CORRIGÉ

Nom :

Prénom :

Classe :

EXERCICE N°1

Je maîtrise mon cours

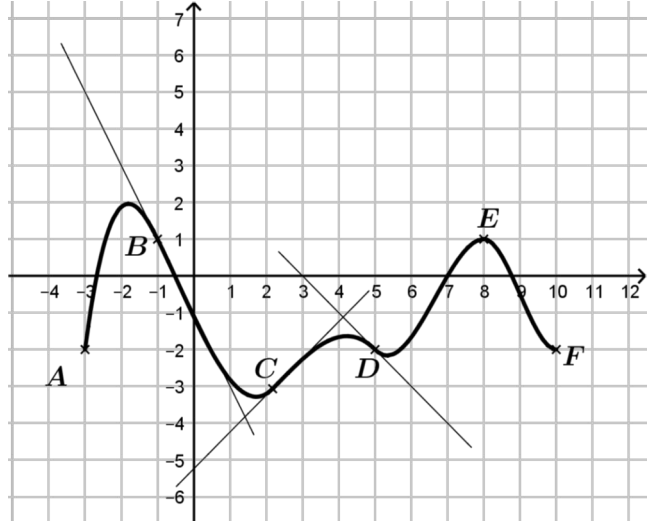
(6 points)

On donne une fonction f définie sur $[-3 ; 10]$ et dérivable sur $]-3 ; 10[$.

1) Compléter le tableau ci-dessous avec la précision permise par le graphique :

x	-1	2	5
$f(x)$	1	-3	-2
$f'(x)$	-2	1	-1

2) Déterminer l'équation réduite de la tangente T_B à la courbe au point B d'abscisse -1 et de T_C au point C d'abscisse 2.



▪ Pour T_B :

Une équation de T_B est :

$$y = f'(-1)(x - (-1)) + f(-1)$$

$$\Leftrightarrow y = -2(x+1) + 1$$

$$\Leftrightarrow y = -2x - 1$$

Ainsi l'équation réduite : T_B est : $y = -2x - 1$

▪ Pour T_C :

Une équation de T_C est :

$$y = f'(2)(x - 2) + f(2)$$

$$\Leftrightarrow y = 1(x - 2) + (-3)$$

$$\Leftrightarrow y = x - 5$$

Ainsi l'équation réduite : T_C est : $y = x - 5$

3) Donner la valeur de $f'(8)$.

$$f'(8) = 0$$

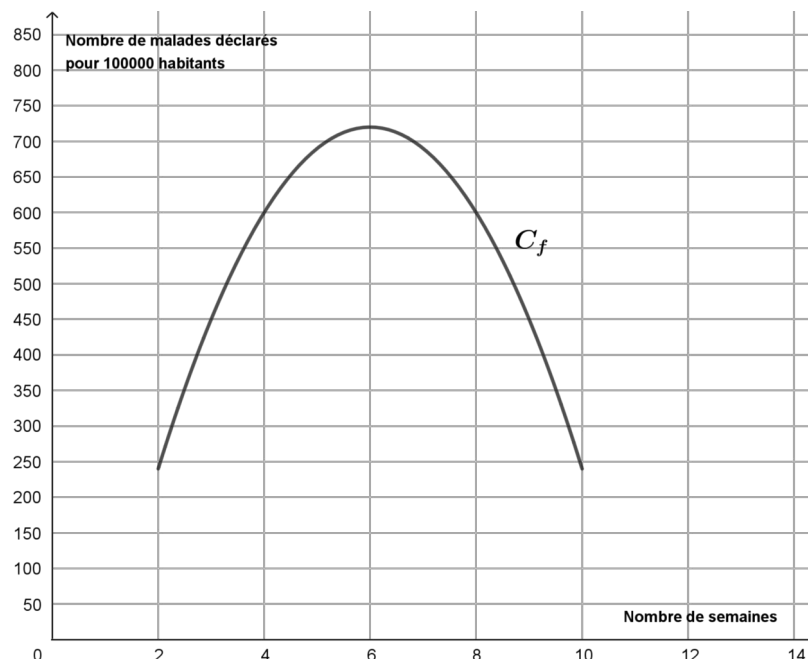
Lors d'une épidémie de grippe, on s'intéresse au nombre de malades déclarés pour 100 000 habitants au bout d'un certain nombre x de semaines

On admet que la fonction f définie sur $[2 ; 10]$

$$f(x) = -30x^2 + 360x - 360$$

modélise ce nombre de malades.

On note C_f sa courbe représentative donnée ci-contre :



1) Selon ce modèle, au bout de combien de semaine le pic de l'épidémie a-t-il été atteint ?

D'après le graphique, c'est au bout de **6 semaines**.

2) Déterminer le nombre de semaines pendant lesquelles le nombre de malades a été supérieur à 600.

Graphiquement, le nombre de malades a été supérieur à 600 pendant **4 semaines** (entre la 4^e et la 8^e).

3) Calculer $f'(x)$, puis calculer le nombre dérivé de f en 3.

$$f(x) = -30x^2 + 360x - 360$$

$$\bullet \quad f'(x) = -60x + 360$$

$$f'(3) = -60 \times 3 + 360 \quad \text{d'où} \quad f'(3) = 180$$

4) On considère que le nombre dérivé $f'(x)$ représente la vitesse de propagation de l'épidémie au bout de x semaines. La grippe se propage-t-elle plus vite au bout de 3 semaines ou de 4 semaines?

Il s'agit de comparer $f'(3)$ et $f'(4)$

$$\text{Or } f'(4) = -60 \times 4 + 360 = 120$$

$$\text{Donc } f'(3) > f'(4)$$

Ce qui signifie que la grippe se propage plus vite **au bout de 3 semaines**.

EXERCICE N°3

(6 points)

Le guépard est l'animal terrestre le plus rapide, capable d'atteindre des vitesses de plus de 100 km/h en quelques secondes. Sa vitesse maximale dépend de la distance qu'il parcourt avant de rattraper sa proie. Le modèle mathématique suivant donne la distance parcourue (en mètres) par un guépard en fonction du temps (en secondes) depuis le début de sa course :

$$d(t) = 0,2t^3 - 0,7t^2 + 2,3t.$$

On rappelle que la vitesse instantanée à un instant t se modélise par le nombre dérivé $d'(t)$.

1) Calculer la distance parcourue par le guépard pendant les 5 premières secondes de sa course.

$$d(5) = 0,2 \times 5^3 - 0,7 \times 5^2 + 2,3 \times 5 = 19$$

Le guépard a parcouru **19 mètres**.

2) Déterminer $d'(t)$.

$$d'(t) = 0,6t^2 - 1,4t + 2,3.$$

3) Le guépard a mis 8 secondes pour attraper sa proie, quelle était sa vitesse instantanée à ce moment ?

$$d'(8) = 0,6 \times 8^2 - 1,4 \times 8 + 2,3 = 29,5$$

Sa vitesse instantanée était alors de **29,5 m/s** (soit 106,2 km/h).