PROBABILITÉS E05

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

Dans une production de 100 000 pièces d'usine, on tire au hasard une pièce et on contrôle sa qualité. À l'issue du contrôle, la pièce est soit acceptée, soit refusée. Mais il arrive que le contrôle fasse quelques erreurs de diagnostic.

On définit les évènements suivants:

V : « La pièce est valable » ;

A : « La pièce est acceptée » .

5 % des pièces sont non valables (défectueuses).

2 % des pièces valables sont refusées,

20 % des pièces non valables sont refusées.

1) Compléter le tableau suivant.

	Acceptée	Refusée	Total
Valable	93100	1900	95000
Non valable	4000	1000	5000
Total	97100	2900	100000

	Acceptée	Refusée	Total
Valable	Le reste (4)	2 % de (2) (3)	Le reste (2)
Non valable	Le reste (6)	20 % de (1) (5)	5 % de 100000 (1)
Total	(4) + (6)	(3) + (5)	100000

2) Quelle est la probabilité que cette pièce soit acceptée ?

La probabilité que la pièce soit refusée est : $\frac{2900}{100000}=\frac{29}{1000}$ soit 2,9 %.

3)

▪ Le risque de l'acheteur est la probabilité d'avoir une pièce non valable alors qu'elle a été acceptée.

▪ Le risque du vendeur est la probabilité d'avoir une pièce valable alors qu'elle a été refusée. Déterminer le risque de l'acheteur et celui du vendeur.

Le risque de l'acheteur : $\frac{4000}{97100}=\frac{40}{971}\approx 0{,}041$ soit environ 4,1 %

On sait que la pièce a été acceptée donc seule la colonne « Acceptée » est à prendre en compte (Notre univers est réduit)

Le risque du vendeur : $\frac{1900}{2900}=\frac{19}{29}\approx 0{,}655$ soit environ 65,5 %.

On sait que la pièce a été refusée donc seule la colonne « Refusée » est à prendre en compte (Notre univers est réduit).

EXERCICE N°2 (Le corrigé)

Au restaurant scolaire, les élèves ont le choix :

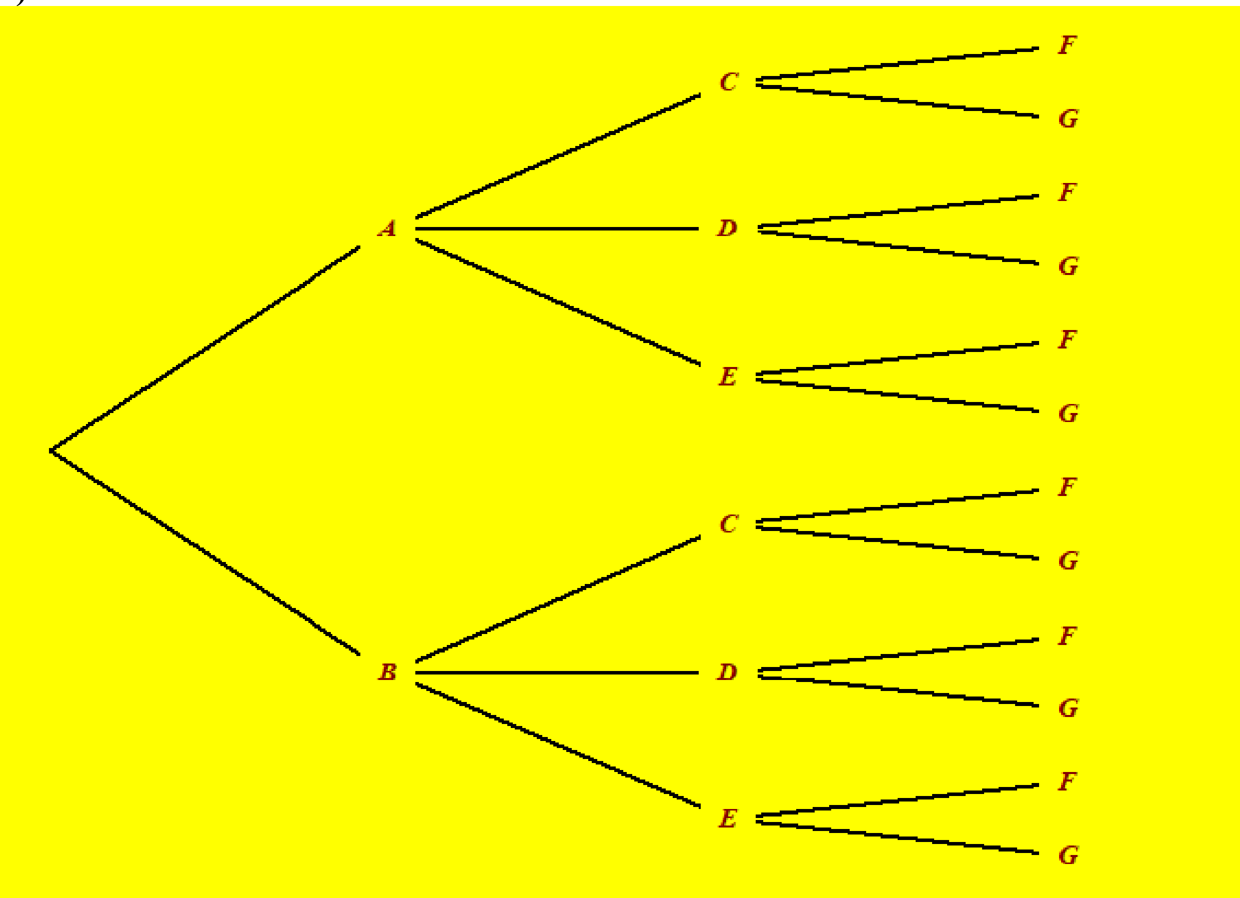
- entre 2 entrées : Artichaut ou Betterave ;
- entre 3 plats : Cheval, Daube ou Escalope ;
- entre 2 desserts : Fromage ou Gâteau.

Un menu se compose :

- d'une entrée ; ▪ d'un plat ; ▪ d'un dessert.

1) En utilisant un arbre, représenter tous les menus.
2) Combien de menus différents sont possibles ?
3) On choisit un menu au hasard. Quelle est la probabilité :
3.a) qu'il comporte une escalope ?
3.b) qu'il comporte de l'artichaut et du fromage ?
3.c) qu'il ne comporte pas de cheval ?

1)



$(A\ ;\ C\ ;\ F)$ est un menu, $(B\ ;\ D\ ;\ G)$ aussi…

2)

Il y a 12 menus différents possibles.

L'arbre nous aide beaucoup, puisqu'il y suffit de compter les issues.
On peut aussi remarquer qu'il y a **2** entrées qui sont chacune suivies de **3** plats eux-mêmes suivis de **2** desserts, ce qui donne $2\times3\times2=12$ possibilités.

3)

3.a)

Chacun des douze menus à la même probabilité d'être choisi et quatre comportent de l'escalope.
La probabilité vaut donc $\dfrac{4}{12}=\dfrac{1}{3}$

(J'entends déjà les objections quant au cheval… pas de discrimination ! On mange de tout !
Je plaisante bien sûr, c'est plus drôle en classe je vous assure...)
Plus sérieusement, ici l'énoncé dit : « On choisit au hasard » donc chaque menu est équiprobable. Le dénominateur sera donc le nombre de menus : 12
Pour le numérateur, il ne faut pas oublier « d'aller au bout des branches » et cela donne :
$(A\ ;\ E\ ;\ F)$; $(A\ ;\ E\ ;\ G)$ $(B\ ;\ E\ ;\ F)$ $(B\ ;\ E\ ;\ G)$ soit 4 cas favorables.

3.b)

Chacun des douze menus à la même probabilité d'être choisi et trois comportent de l'artichaut ET du fromage.

La probabilité vaut donc $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

3.c)

Chacun des douze menus à la même probabilité d'être choisi et quatre comportent du cheval. La probabilité qu'un menu comporte du cheval vaut donc $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

Par conséquent, la probabilité qu'un menu n'en comporte pas vaut : $1-\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

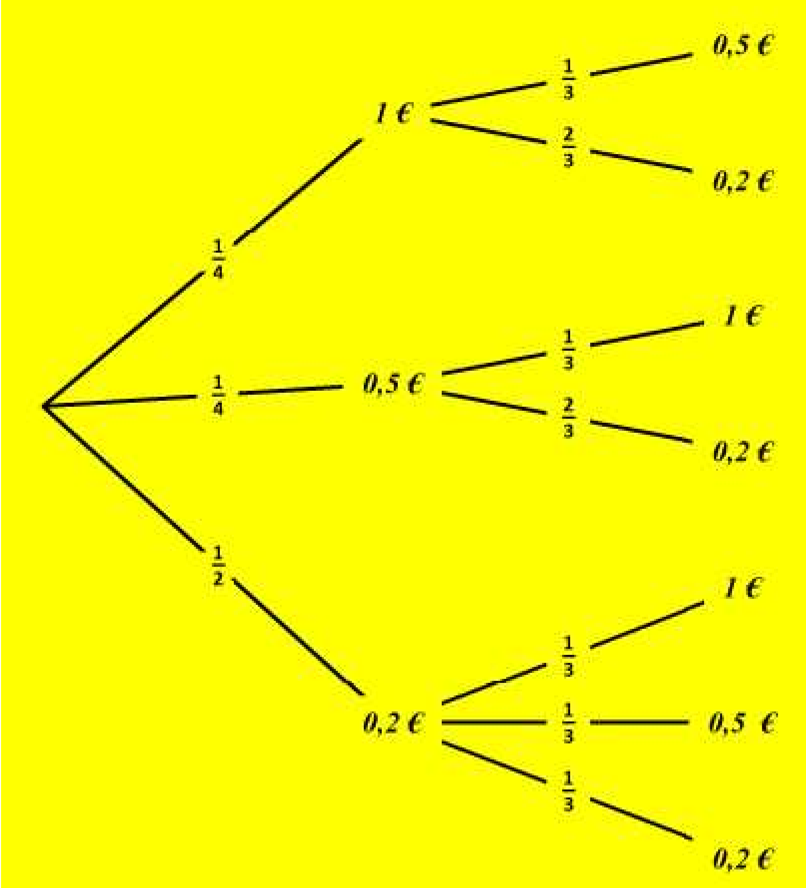
On aurait bien sûr pu compter directement sur l'arbre les menus ne comportant pas de cheval mais il est plus facile de compter ceux qui en comportent et d'utiliser la propriété n°4.

PROBABILITÉS E05

EXERCICE N°3 (Le corrigé)

Une personne a dans sa poche une pièce de 1 €, une pièce de 0,50€ et deux pièces de 0,20 €. Elle prend dans sa poche une pièce au hasard, puis une deuxième sans avoir remis la première.

1) Modéliser cette expérience par un arbre.



$p((1\ ;\ 0{,}5)) = \frac{1}{4}\times\frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

$p((1\ ;\ 0{,}5)) = \frac{1}{4}\times\frac{2}{3} = \frac{1}{6}$

$p((0{,}5\ ;\ 1)) = \frac{1}{4}\times\frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

$p((0{,}5\ ;\ 0{,}2)) = \frac{1}{4}\times\frac{2}{3} = \frac{1}{6}$

$p((0{,}2\ ;\ 1)) = \frac{1}{2}\times\frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$p((0{,}2\ ;\ 0{,}5)) = \frac{1}{2}\times\frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$p((0{,}2\ ;\ 0{,}2)) = \frac{1}{2}\times\frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

On effectue un tirage sans remise donc à chaque étape, on perd une possibilité.
Les événements élémentaires sont en « bout de branche » et leur probabilité est donnée.

2) En déduire la probabilité de chacun des évènements suivants.

A : « Les deux pièces sont identiques ».
B : « Les deux pièces sont différentes ».
C : « La somme totale est égale à 0,70€ ».
D : « La somme totale est supérieure à 1 € ».

▪ On a : $A=\{(0{,}2\ ;\ 0{,}2)\}$. Donc : $\boxed{p(A) = \frac{1}{6}}$

Se lit :
« L'ensemble A est l'ensemble (on ouvre les accolades) composé de la seule issue $(0{,}2\ ;\ 0{,}2)$ (on ferme les accolades) »
(on ne prononce bien sûr pas ce qui est dans les parenthèses)

▪ On a : $B = \overline{A}$. Ainsi $p(B) = 1-p(A) = 1-\frac{1}{6}$. Donc $\boxed{p(B) = \frac{5}{6}}$

▪ On a : $C=\{(0{,}5\ ;\ 0{,}2)\ ;\ (0{,}2\ ;\ 0{,}5)\}$. Ainsi $p(C) = \frac{1}{6}+\frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Donc : $\boxed{p(C) = \frac{1}{3}}$

▪ On a : $D=\{(1\ ;\ 0{,}5)\ ;\ (1\ ;\ 0{,}2)\ ;\ (0{,}5\ ;\ 1)\ ;\ (0{,}2\ ;\ 1)\}$.

Ainsi $p(D) = \frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6} = \frac{2}{3}$

Donc : $\boxed{p(D) = \frac{2}{3}}$

PROBABILITÉS E05

EXERCICE N°4 (Le corrigé)

Une classe de lycée compte 28 élèves, 12 d'entre eux pratiquent la natation, 7 le volley-ball et 13 ne pratiquent ni la natation ni le volley-ball.
On désigne au hasard un élève de la classe. Calculer la probabilité qu'il pratique:

Commençons par dresser un tableau à double entrée et nommer certains événements :
On pourra ensuite, dans les questions, se servir des notations que l'on aura introduites...

	Volley-ball V	Non Volley-ball $\overline{V}$	Total
Natation N	4 = 12 – 8	8 = 21 – 13	12
Non Natation $\overline{N}$	3 = 16 – 13	13	16 = 28 – 12
Total	7	21 = 28 – 7	28

Nous remarquons également que nous avons un modèle d'équiprobabilité car on choisit un élève au hasard.
Ici, nous venons de justifier les calculs que nous allons faire ensuite.

1) l'un au moins des deux sports ;

$$p(V \cup N) = p(V)+p(N)-p(V \cap N) = \frac{12}{28}+\frac{7}{28}-\frac{4}{28} = \frac{15}{28}$$

Ainsi $\boxed{p(V \cup N) = \frac{15}{28}}$

2) les deux sports.

$$p(V \cap N) = \frac{4}{28} = \frac{1}{7}$$

Ainsi $\boxed{p(V \cap N) = \frac{1}{7}}$

PROBABILITÉS E05

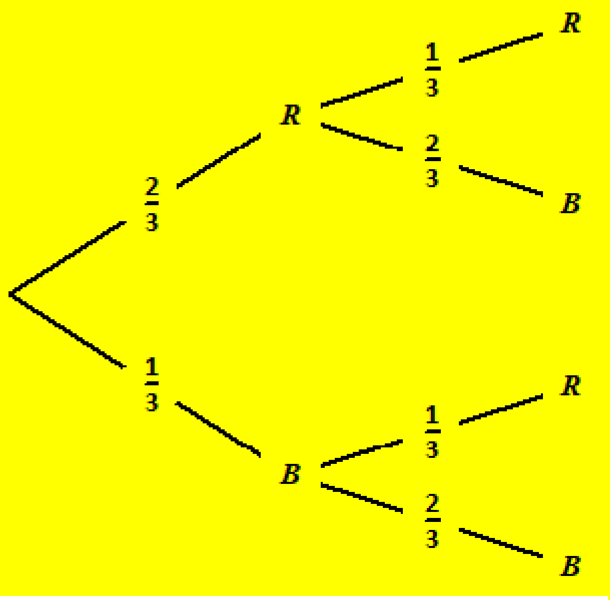
EXERCICE N°5 ***(Le corrigé)***

Un sac contient deux jetons rouges et un blanc. Un chapeau contient un jeton rouge et deux blancs, identiques à ceux du sac.
Un jeton est tiré au hasard dans chaque contenant.
Calculer la probabilité d'obtenir deux jetons de la même couleur.

Dans cette situation, le choix de l'arbre pour la représentation est le plus judicieux.
Tirer un jeton dans le sac puis dans le chapeau reviendra à Tirer un jeton dans le chapeau puis dans le sac. On peut donc choisir l'ordre que l'on veut pour dessiner l'arbre.

Représentons la situation avec un arbre :
Notons :

R : « Le jeton tiré est rouge » (peu importe le contenant)
B : « Le jeton tiré est blanc » (peu importe le contenant)



$$p\left(\left(R\ ;\ R\right)\right) = \frac{2}{3}\times\frac{1}{3} = \frac{2}{9}$$

$$p\left(\left(R\ ;\ B\right)\right) = \frac{2}{3}\times\frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

$$p\left(\left(B\ ;\ R\right)\right) = \frac{1}{3}\times\frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

$$p\left(\left(B\ ;\ B\right)\right) = \frac{1}{3}\times\frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

« Obtenir deux jetons de la même couleur » correspond à $\left\{\left(R\ ;\ R\right)\ ;\left(B\ ;\ B\right)\right\}$

$$p\left(\left\{\left(R\ ;\ R\right)\ ;\left(B\ ;\ B\right)\right\}\right) = \frac{2}{9}+\frac{2}{9} = \frac{4}{9}$$

Ainsi la probabilité d'obtenir deux jetons de la même couleur vaut $\boxed{\frac{4}{9}}$

Vous pouvez refaire cet exercice en inversant l'ordre des tirages afin de voir « ce qui change » en cours de route et de constater qu'à la fin le résultat est le même.

PROBABILITÉS E05

EXERCICE N°1

Dans une production de 100 000 pièces d'usine, on tire au hasard une pièce et on contrôle sa qualité. À l'issue du contrôle, la pièce est soit acceptée, soit refusée. Mais il arrive que le contrôle fasse quelques erreurs de diagnostic.

On définit les évènements suivants:

V : « La pièce est valable » ;

A : « La pièce est acceptée » .

5 % des pièces sont non valables (défectueuses).

2 % des pièces valables sont refusées,

20 % des pièces non valables sont refusées.

1) Compléter le tableau suivant.

	Acceptée	Refusée	Total
Valable			
Non valable			
Total			100000

2) Quelle est la probabilité que cette pièce soit acceptée?

3)

▪ Le risque de l'acheteur est la probabilité d'avoir une pièce non valable alors qu'elle a été acceptée.

▪ Le risque du vendeur est la probabilité d'avoir une pièce valable alors qu'elle a été refusée. Déterminer le risque de l'acheteur et celui du vendeur.

EXERCICE N°2

Au restaurant scolaire, les élèves ont le choix :

▪ entre 2 entrées : Artichaut ou Betterave ;
▪ entre 3 plats : Cheval, Daube ou Escalope ;
▪ entre 2 desserts : Fromage ou Gâteau.

Un menu se compose :

▪ d'une entrée ; ▪ d'un plat ; ▪ d'un dessert.

1) En utilisant un arbre, représenter tous les menus.

2) Combien de menus différents sont possibles ?

3) On choisit un menu au hasard. Quelle est la probabilité :

3.a) qu'il comporte une escalope ?

3.b) qu'il comporte de l'artichaut et du fromage ?

3.c) qu'il ne comporte pas de cheval ?

EXERCICE N°3

Une personne a dans sa poche une pièce de 1 €, une pièce de 0,50€ et deux pièces de 0,20 €. Elle prend dans sa poche une pièce au hasard, puis une deuxième sans avoir remis la première.

1) Modéliser cette expérience par un arbre.

2) En déduire la probabilité de chacun des évènements suivants.

A : « Les deux pièces sont identiques ».

B : « Les deux pièces sont différentes ».

C : « La somme totale est égale à 0,70€ ».

D : « La somme totale est supérieure à 1 € ».

EXERCICE N°4

Une classe de lycée compte 28 élèves, 12 d'entre eux pratiquent la natation, 7 le volley-ball et 13 ne pratiquent ni la natation ni le volley-ball.

On désigne au hasard un élève de la classe. Calculer la probabilité qu'il pratique:

1) l'un au moins des deux sports;

2) les deux sports.

EXERCICE N°5

Un sac contient deux jetons rouges et un blanc. Un chapeau contient un jeton rouge et deux blancs, identiques à ceux du sac.

Un jeton est tiré au hasard dans chaque contenant.

Calculer la probabilité d'obtenir deux jetons de la même couleur.