

CALCUL LITTÉRAL E03C

EXERCICE N°2 Techniques de démonstration (Le corrigé)

On dit qu'un nombre entier n est pair s'il existe un nombre entier p tel que $n = 2p$.
Par exemple le nombre 18 est pair car $18 = 2 \times 9$ (ici $n=18$ et $p=9$, on peut utiliser d'autres lettres si on veut...)

1) Démontrer que le carré d'un nombre pair est pair.

Soit n un nombre pair.

Il existe donc un nombre entier p tel que $n = 2p$.

Ainsi,

$$n^2 = (2p)^2 = 4p^2 = 2 \times 2p^2$$

p est un nombre entier donc p^2 aussi et bien sûr $2p^2$ également.

(quand on multiplie des entiers en eux, on obtient des entiers...)

On en déduit que n^2 est pair.

Car on l'a écrit comme étant « 2 fois un nombre entier ».

2) Démontrer que la somme de deux nombres pairs est paire.

Soient n et m deux nombres pairs.

Il existe deux entiers p et q tels que $n = 2p$ et $m = 2q$

Ainsi,

Quand on additionne des entiers entre eux, on obtient un entier.

On en déduit que $n+m$ est pair.

Car on l'a écrit comme étant « 2 fois un nombre entier ».

3) La moitié d'un nombre pair est-elle toujours paire ? Justifier.

Contrairement aux questions précédentes, notre intuition (si si...) nous souffle que cela ne peut être « vrai tout le temps ».

Il nous suffit donc trouver un contre-exemple.

Par exemple, 6 est un nombre pair mais sa moitié 3 ne l'est pas.

La moitié d'un nombre pair n'est donc pas toujours paire.