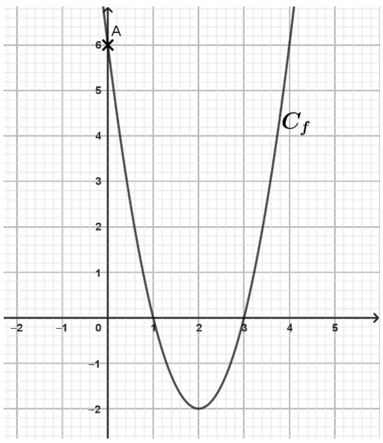
FONCTIONS POLYNOMIALES DU SECOND DEGRÉ E03C

EXERCICE N°3 Le lien entre les racines et la parabole

Dans chaque question, les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ et leur représentation graphique est une parabole.

Dans chaque cas déterminez les racines quand elles existent, donnez l'ensemble des solutions de l'équation proposée et déterminez la forme factorisée du trinôme quand c'est possible.

1)



C_f a pour équation réduite $y=f(x)$.
Résoudre dans $\mathbb{R}$, $f(x) = 0$

La parabole coupe l'axe des abscisses en 1 et 3 , donc $\boxed{\text{les racines sont } 1 \text{ et } 3}$

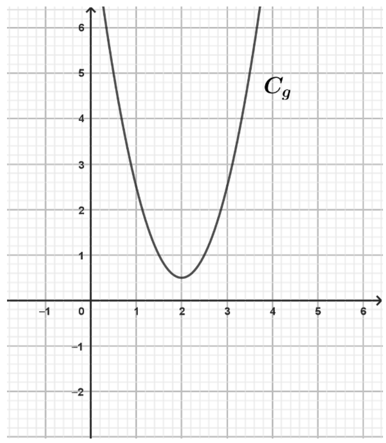
On en déduit que l'ensemble des solutions de l'équation est : $\boxed{\{1 ; 3\}}$.

On peut donc écrire, pour tout $x \in \mathbb{R}$ que $f(x) = a(x-1)(x-3)$ avec $a \in \mathbb{R}$.

De plus $A(0 ; 6) \in C_f$, nous donne $6 = a(0-1)(0-3) \Leftrightarrow a = 2$

Ainsi $\boxed{f(x) = 2(x-1)(x-3)}$

2)



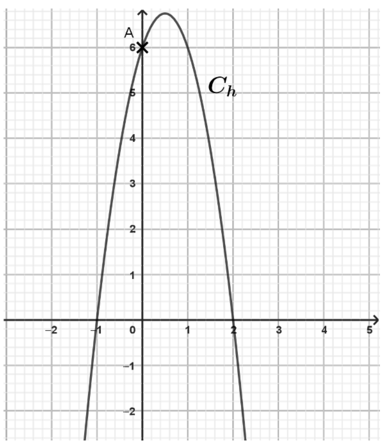
C_g a pour équation réduite $y=g(x)$.
Résoudre dans $\mathbb{R}$, $g(x) = 0$

La parabole ne coupe pas l'axe des abscisses, donc il n'y a $\boxed{\text{pas de racine}}$ et $\boxed{\text{l'ensemble des solutions est vide}}$.

Pour finir, $\boxed{\text{on ne peut pas factoriser } g(x)}$ dans $\mathbb{R}$

Hé mais pourquoi on ajoute « dans $\mathbb{R}$ » ? … patience…

3)



C_h a pour équation réduite $y=h(x)$.
Résoudre dans $\mathbb{R}$, $h(x) = 0$

La parabole coupe l'axe des abscisses en -1 et 2 , donc $\boxed{\text{les racines sont } -1 \text{ et } 2}$

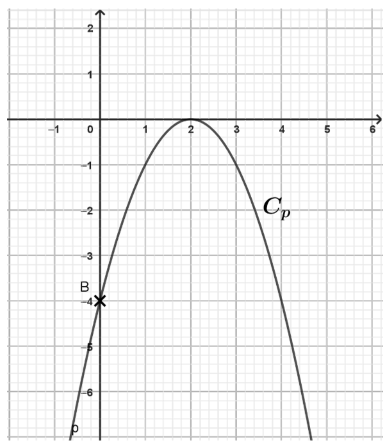
On en déduit que l'ensemble des solutions de l'équation est : $\boxed{\{-1 ; 2\}}$.

On peut donc écrire, pour tout $x \in \mathbb{R}$ que $h(x) = a(x+1)(x-2)$ avec $a \in \mathbb{R}$.

De plus $A(0 ; 6) \in C_f$, nous donne $6 = a(0+1)(0-2) \Leftrightarrow a = -3$

Ainsi $\boxed{h(x) = -3(x+1)(x-2)}$

4)



C_p a pour équation réduite $y=p(x)$.
Résoudre dans $\mathbb{R}$, $p(x) = 0$

La parabole coupe l'axe des abscisses en 2 , donc $\boxed{\text{il y a une racine double : } 2}$

On en déduit que l'ensemble des solutions de l'équation est : $\boxed{\{2\}}$

On peut donc écrire, pour tout $x \in \mathbb{R}$ que $p(x) = a(x-2)^2$ avec $a \in \mathbb{R}$.

De plus $B(0 ; -4) \in C_f$, nous donne $-4 = a(0-2)^2 \Leftrightarrow a = -2$

Ainsi $\boxed{p(x) = -2(x-2)^2}$