# Fonctions affines et inéquations M03

## Exercice 1

1. On considère la fonction $f$ définie par la relation :
$f(x) = 2x^2 - 3x - 2$

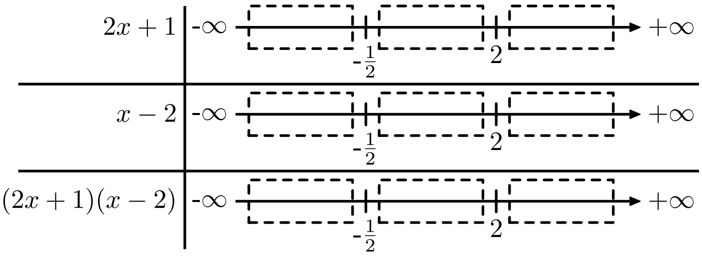
Dans cette question, nous allons étudier le signe de la fonction $f$.

a. Etablir l'égalité : $f(x) = (2x+1)(x-2)$.

b. Résoudre les deux inéquations suivantes :
$2x+1 < 0 \quad ; \quad x-2 < 0$

c. Dans le tableau ci-dessous et pour les deux facteurs $2x+1$ et $x-2$, colorier :

- en bleu les intervalles sur lesquels le facteur est positif ;
- en rouge les intervalles sur lesquels le facteur est négatif.



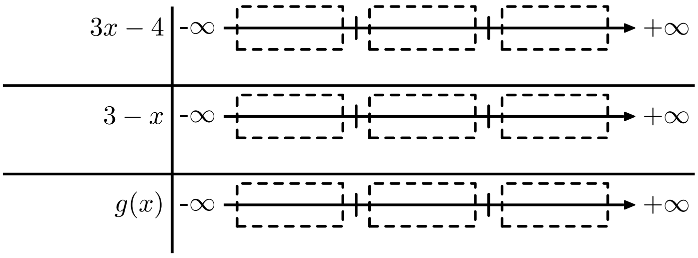

d. Compléter la troisième ligne en utilisant la règle des signes d'un produit.

e. Résoudre l'inéquation : $f(x) \leqslant 0$.

2. On considère la fonction $g$ dont l'image d'un nombre $x$ est donné par la relation :
$g(x) = -3x^2 + 13x - 12$

a. Etablir l'égalité suivante : $g(x) = (3x-4)(3-x)$

b. De même que pour la question précédente, compléter le tableau ci-dessous :




c. En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $g(x) < 0$

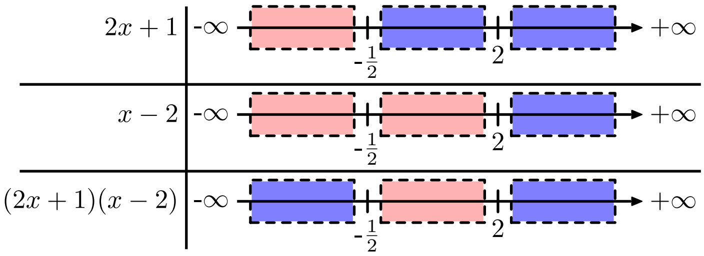
## Correction 1

1. a. On a les transformations algébriques suivantes :
$(2x+1)(x-2) = 2x^2 - 4x + x - 2$
$= 2x^2 - 3x - 2 = f(x)$

b. On a les deux résolutions d'inéquation suivantes :

| | |
|---|---|
| $2x+1 < 0$ | $x-2 < 0$ |
| $2x < -1$ | $x < 2$ |
| $x < -\dfrac{1}{2}$ | |

d. Voici le tableau compléter :

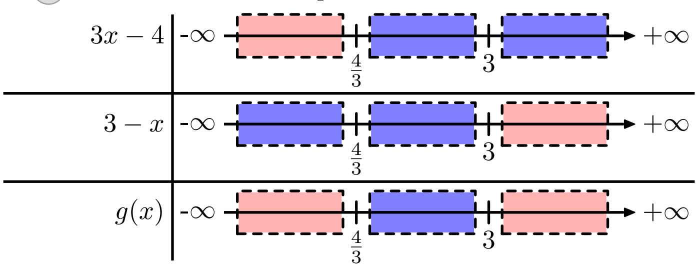



e. Compléter la troisième ligne en utilisant la règle des signes d'un produit.

f. D'après le tableau précédent, l'inéquation $f(x) \leqslant 0$ a pour ensemble de solution :
$\mathcal{S} = \left[-\dfrac{1}{2}\,;2\right]$

2. a. On a les transformations algébriques suivantes :
$(3x-4)(3-x) = 9x - 3x^2 - 12 + 4x$
$= -3x^2 + 13x - 12 = g(x)$

b. Voici le tableau compléter :




c. On en déduit que l'inéquation $g(x) < 0$ admet pour ensemble de solutions :
$\mathcal{S} = \left]-\infty\,;\dfrac{4}{3}\right[ \cup \left]3\,;+\infty\right[$

## Exercice 2

Etablir le table de signe des expressions algébriques suivantes :

a. $(x+1)(2-x)$ b. $-(2x+4)(x-2)$ c. $(x+1)^2$

## Correction 2

1. On a le tableau de signes suivant :

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x+1$ | | $-$ | 0 | $+$ | | $+$ | |
| $2-x$ | | $+$ | | $+$ | 0 | $-$ | |
| $(x+1)(2-x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | |

2. On a le tableau de signes suivant :

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-1$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | |
| $2x+4$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $x-2$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $-(2x+4)(x-2)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

3. On a le tableau de signes suivant :

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x+1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $x+1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $(x+1)^2$ | | $+$ | $0$ | $+$ | |

## Exercice 3

Compléter les tableaux de signe ci-dessous :

1.

| $x$ | $-\infty$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $1-x$ | | |
| $2x+1$ | | |
| $(1-x)(2x+1)$ | | |

2.

| $x$ | $-\infty$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $x-3$ | | |
| $-2x+4$ | | |
| $(x-3)(-2x+4)$ | | |

3.

| $x$ | $-\infty$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $x+5$ | | |
| $-2x-8$ | | |
| $\dfrac{x+5}{-2x-8}$ | | |

4.

| $x$ | $-\infty$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $x-1$ | | |
| $4-x$ | | |
| $-x-1$ | | |
| $\dfrac{(x-1)(4-x)}{-x-1}$ | | |

## Correction 3

1.

| $x$ | $-\infty$ | | $-\dfrac{1}{2}$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $1-x$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $2x+1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $(1-x)(2x+1)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

2.

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x-3$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $-2x+4$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | |
| $(x-3)(-2x+4)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

3.

| $x$ | $-\infty$ | | $-5$ | | $-4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x+5$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $-2x-8$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $\dfrac{x+5}{-2x-8}$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $\Vert$ | $-$ | |

4.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x-1$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $4-x$ | | $+$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $-x-1$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | | $-$ | |
| $\dfrac{(x-1)(4-x)}{-x-1}$ | | $-$ | $\Vert$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |