

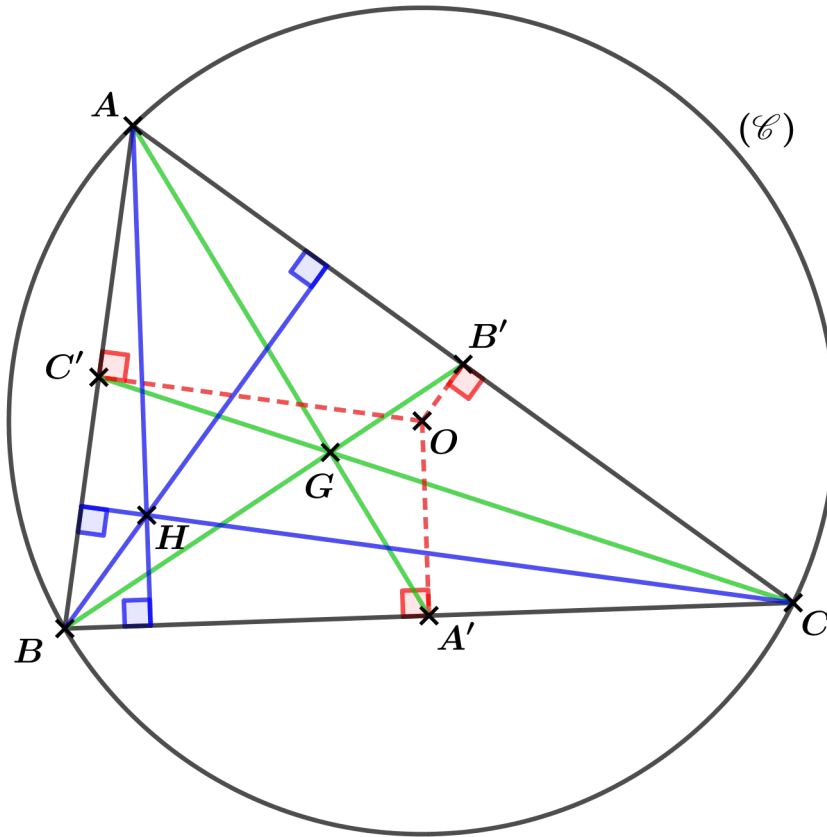
LES VECTEURS OBJECTIF S

EXERCICE N°1 Droite d'Euler d'un triangle

ABC est un triangle. On note :

- A', B' et C' les milieux respectifs des côtés ; $[BC], [AC]$ et $[AB]$
- son cercle circonscrit de centre O
- G son centre de gravité;
- H son orthocentre.

Figure cliquable



Rappels :

- Le centre de gravité G est le point de concours des médianes
- L'orthocentre H est le point de concours des hauteurs.
- Le centre O du cercle circonscrit est le point de concours des médiatrices.
- La droite passant par les points G, H et O s'appelle la droite d'Euler.

1) X est le point vérifiant $\vec{OX} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$

1.a) Démontrer que $\vec{AX} = 2\vec{OA'}$

1.b) Justifier que le point X appartient à la hauteur issue de A .

1.c) Démontrer également que $\vec{BX} = 2\vec{OB'}$ et $\vec{CX} = 2\vec{OC'}$

1.d) Justifier que les points X et H sont confondus.

2) On sait que G vérifie la relation $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$

2.a) Démontrer que $\vec{OH} = 3\vec{OG}$.

2.b) Que peut-on dire des points O, G et H ?

3) On note H_1 le symétrique de H par rapport à A' .

3.a) Justifier que $\vec{HH_1} = 2\vec{A'H}$.

3.b) Sachant que $\vec{AH} = 2\vec{OA'}$, démontrer que $\vec{AH_1} = 2\vec{OH_1}$.

3.c) En déduire la position de O sur $[AH_1]$.

3.d) Qu'en déduit-on pour le point H_1 ?

3.e) De la même manière, que peut-on dire des points H_2 et H_3 , symétriques respectifs de H par rapport à B' et C' ?

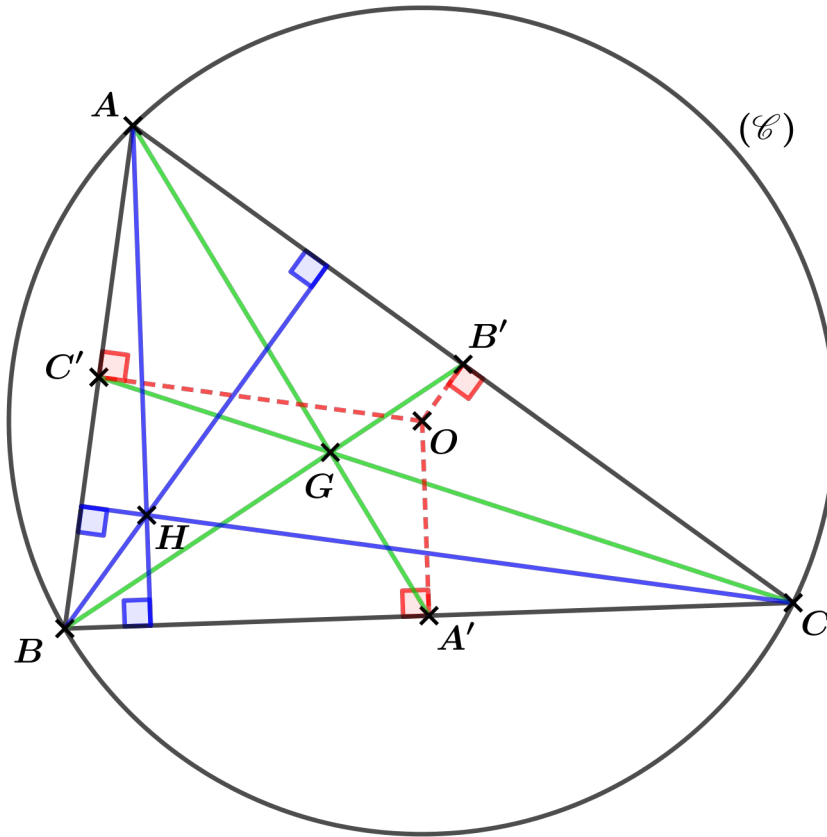
LES VECTEURS OBJECTIF S

EXERCICE N°1 Droite d'Euler d'un triangle

ABC est un triangle. On note :

- A' , B' et C' les milieux respectifs des côtés $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$;
- son cercle circonscrit de centre O
- G son centre de gravité;
- H son orthocentre.

Figure cliquable



Rappels :

- Le centre de gravité G est le point de concours des médianes
- L'orthocentre H est le point de concours des hauteurs.
- Le centre O du cercle circonscrit est le point de concours des médiatrices.
- La droite passant par les points G , H et O s'appelle la droite d'Euler.

1) X est le point vérifiant $\vec{OX} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$

1.a) Démontrer que $\vec{AX} = 2\vec{OA'}$

1.b) Justifier que le point X appartient à la hauteur issue de A .

1.c) Démontrer également que $\vec{BX} = 2\vec{OB'}$ et $\vec{CX} = 2\vec{OC'}$

1.d) Justifier que les points X et H sont confondus.

2) On sait que G vérifie la relation $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$

2.a) Démontrer que $\vec{OH} = 3\vec{OG}$.

2.b) Que peut-on dire des points O , G et H ?

3) On note H_1 le symétrique de H par rapport à A' .

3.a) Justifier que $\vec{HH_1} = 2\vec{A'H}$.

3.b) Sachant que $\vec{AH} = 2\vec{OA'}$, démontrer que $\vec{AH_1} = 2\vec{OH_1}$.

3.c) En déduire la position de O sur $[AH_1]$.

3.d) Qu'en déduit-on pour le point H_1 ?

3.e) De la même manière, que peut-on dire des points H_2 et H_3 , symétriques respectifs de H par rapport à B' et C' ?