

TRIGONOMETRIE ET FONCTIONS E04C

EXERCICE N°1 *Savoir retrouver et utiliser les valeurs remarquables*

1.a) Déterminer un réel x appartenant à l'intervalle $[-\pi ; \pi[$ associé à $\frac{91\pi}{4}$.

On doit enlever les « tours inutiles », c'est à dire qu'on cherche l'entier k tel que :

$$-\pi \leq \frac{91\pi}{4} - k \times 2\pi \leq \pi \Leftrightarrow -\frac{4\pi}{4} \leq \frac{91\pi}{4} - \frac{k \times 8\pi}{4} \leq \frac{4\pi}{4}$$

$$\Leftrightarrow -95\pi \leq -k \times 8\pi \leq -87\pi$$

$$\Leftrightarrow \frac{95}{8} \geq k \geq \frac{87}{8}$$

On en déduit que $k = 11$

$$\text{puis } \frac{91\pi}{4} - \frac{11 \times 8\pi}{4} = \frac{91\pi}{4} - 11 \times 2\pi = \frac{3\pi}{4}$$

$$\text{et on a bien } -\pi \leq \frac{3\pi}{4} \leq \pi$$

$$\frac{91\pi}{4} - 11 \times 2\pi = \frac{3\pi}{4},$$

le réel cherché est donc $\boxed{\frac{3\pi}{4}}$.

1.b) En déduire $\cos\left(\frac{91\pi}{4}\right)$ puis $\sin\left(\frac{91\pi}{4}\right)$.

$$\bullet \cos\left(\frac{91\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4} + 11 \times 2\pi\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\bullet \sin\left(\frac{91\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{4} + 11 \times 2\pi\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

2) Calculer $\cos\left(\frac{25\pi}{3}\right)$ et en déduire $\sin\left(\frac{25\pi}{3}\right)$.

On doit enlever les « tours inutiles », c'est à dire qu'on cherche l'entier k tel que :

$$-\pi \leq \frac{25\pi}{3} - k \times 2\pi \leq \pi \Leftrightarrow -\frac{3\pi}{3} \leq \frac{25\pi}{3} - \frac{k \times 6\pi}{3} \leq \frac{3\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow -3\pi \leq 25\pi - k \times 6\pi \leq 3\pi$$

$$\Leftrightarrow -28\pi \leq -k \times 6\pi \leq -22\pi$$

$$\Leftrightarrow \frac{28}{6} \geq k \geq \frac{22}{6}$$

On en déduit que $k = 4$

$$\bullet \frac{25\pi}{3} - 4 \times 2\pi = \frac{\pi}{3},$$

$$\bullet \cos\left(\frac{25\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3} + 4 \times 2\pi\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\bullet \sin\left(\frac{25\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3} + 4 \times 2\pi\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

3) Calculer $\sin\left(-\frac{45\pi}{6}\right)$ et en déduire $\cos\left(-\frac{45\pi}{6}\right)$.

$$-\pi \leq -\frac{45\pi}{6} - k \times 2\pi \leq \pi \Leftrightarrow \frac{-6\pi}{6} \leq -\frac{45\pi}{6} - \frac{k \times 12\pi}{6} \leq \frac{6\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow -6\pi \leq -45\pi - k \times 12\pi \leq 6\pi$$

$$\Leftrightarrow 39\pi \leq -k \times 12\pi \leq 51\pi$$

$$\Leftrightarrow -\frac{39}{12} \geq k \geq -\frac{51}{12}$$

On en déduit que $k = -4$

$$\blacksquare \frac{-45\pi}{6} + 4 \times 2\pi = \frac{\pi}{2},$$

$$\blacksquare \cos\left(\frac{-45\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 4 \times 2\pi\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$\blacksquare \sin\left(\frac{-45\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 4 \times 2\pi\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

On fait bien attention
aux signes