

VARIABLES ALÉATOIRES E04

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

On lance un dé à 10 faces numérotées de 1 à 10. On simule 200 échantillons de 100 lancers de ce dé et on note la fréquence des lancers supérieurs ou égaux à 4. On obtient le tableau suivant :

0,57	0,58	0,59	0,6	0,61	0,62	0,63	0,64	0,65
1	1	1	2	2	1	5	7	6

0,66	0,67	0,68	0,69	0,7	0,71	0,72	0,73	0,74
10	20	12	26	14	16	13	12	16

0,75	0,75	0,76	0,77	0,78	0,79	0,8	0,81	0,82
6	14	6	4	2	2	1	0	0

1) En moyenne, quelle est la fréquence obtenue ?

Notons f_m la fréquence moyenne

$$f_m = \frac{0,57 \times 1 + \dots + 0,82 \times 0}{1 + \dots + 0} = \frac{140,11}{200} = 0,7055$$

2) Déterminer un intervalle centré sur la proportion théorique p contenant 68 % des fréquences

Commençons par déterminer p

Sur un dé à 10 faces numérotées de 1 à 10, il y a 7 faces dont le numéro est supérieur ou égal à 4.

On en déduit que $p = \frac{7}{10}$.

68 % de 200 vaut 136, on cherche donc un intervalle du type $[0,7 - s ; 0,7 + s]$ avec s un nombre, contenant au moins 136 fréquences.

$[p - s ; p + s]$ est l'intervalle centré en p d'amplitude $2s$

On va s'aider du tableau. On repère la case de la fréquence 0,7, ainsi on a notre p . Il reste à choisir le s . Pour cela, on va progresser de 0,1 en 0,1 comme dans le tableau.

Pour $s = 0,1$, on prend les fréquences 0,69 ($= 0,7 - 0,1$), 0,7 et 0,71 ($= 0,7 + 0,1$) dans $[0,69 ; 0,71]$, il y a $26 + 14 + 16 = 56$ fréquences, ce n'est pas assez.

Pour $s = 0,2$, on prend les fréquences de 0,68 ($= 0,7 - 0,2$) à 0,72 ($= 0,7 + 0,2$) dans $[0,68 ; 0,72]$, il y a $12 + 26 + 14 + 16 + 13 = 81$ fréquences, ce n'est pas assez.

On continue à augmenter la valeur de s jusqu'à dépasser 136...

Choisissons $s = 0,4$ l'intervalle $[p - s ; p + s]$ est alors $[0,66 ; 0,74]$ qui contient : $10 + 20 + 12 + 26 + 14 + 16 + 13 + 12 + 16 = 139$ fréquences.

On peut donc dire que l'intervalle $[0,66 ; 0,74]$ convient

3) Déterminer un intervalle centré sur la proportion théorique p contenant 95 % des fréquences

On va procéder de la même façon, mais cette fois on cherchera à avoir 95 % de 200 soit 190 fréquences.

On cherche cette fois un intervalle du type avec s un nombre, contenant au moins 190 fréquences.

Choisissons $s = 0,8$ l'intervalle $[p - s ; p + s]$ est alors $[0,62 ; 0,78]$ qui contient : 190 fréquences

Je vous laisse faire la somme vous même...

On peut donc dire que l'intervalle $[0,62 ; 0,78]$ convient

On lance un dé à 10 faces numérotées de 1 à 10. On simule 200 échantillons de 100 lancers de ce dé et on note la fréquence des lancers supérieurs ou égaux à 4. On obtient le tableau suivant :

0,57	0,58	0,59	0,6	0,61	0,62	0,63	0,64	0,65
1	1	1	2	2	1	5	7	6

0,66	0,67	0,68	0,69	0,7	0,71	0,72	0,73	0,74
10	20	12	26	14	16	13	12	16

0,75	0,75	0,76	0,77	0,78	0,79	0,8	0,81	0,82
6	14	6	4	2	2	1	0	0

4) Calculer l'écart-type σ de cette série.

Grâce à la calculatrice, on obtient :

$$\sigma \approx 0,4$$

La calculatrice annonce environ 0,03882

Des vidéos pour le faire à la calculatrice :

Avec Casio Graph ...

<https://www.youtube.com/watch?v=x6bV1w-3EcM>

Avec TI...

<https://www.youtube.com/watch?v=JPTDZtSrd2o&feature=youtu.be>

5) Déterminer les intervalles $[p-\sigma ; p+\sigma]$ et $[p-2\sigma ; p+2\sigma]$, et comparer avec les intervalles obtenus aux questions 1 et 2 .

$$[p-\sigma ; p+\sigma] = [0,7-0,4 ; 0,7+0,4] = [0,66 ; 0,74]$$

$$[p-2\sigma ; p+2\sigma] = [0,7-2\times 0,4 ; 0,7+2\times 0,4] = [0,62 ; 0,78]$$

On retrouve les mêmes intervalles qu'aux questions deux et trois.

On trouve le même résultat mais on va beaucoup plus vite...