FONCTIONS AFFINES ET INÉQUATIONS M06

EXERCICE N°1

VOIR LE CORRIGÉ

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

1) $8x-7 \geqslant 8-(7-9x)$

2) $\dfrac{4-2x}{3} + \dfrac{7x}{5} < 7$

EXERCICE N°2

VOIR LE CORRIGÉ

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

1) $x^2-1 > (x-1)^2$

2) $7-6x \leqslant 4(x-3)-10x$

3) $4(1-3x) \geqslant -12x+2$

EXERCICE N°3

VOIR LE CORRIGÉ

Un triangle a un côté de longueur comprise entre 20 et 21 cm ; la hauteur relative à ce côté est comprise entre 10 et 11 cm.
Donner un encadrement de son aire.

EXERCICE N°1 *(Le corrigé)* RETOUR À L'EXERCICE 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

1) $8x-7 \geqslant 8-(7-9x)$

$8x-7 \geqslant 8-(7-9x)$

$\Leftrightarrow 8x-7 \geqslant 8-7+9x$

$\Leftrightarrow 8x-7 \geqslant 1+9x$

$\Leftrightarrow 8x-7-(1+9x) \geqslant 0$

$\Leftrightarrow 8x-7-1-9x \geqslant 0$

$\Leftrightarrow -x-8 \geqslant 0$

$\Leftrightarrow -x \geqslant 8$

$\Leftrightarrow x \leqslant -8$

En notant S , l'ensemble des solutions :

$\boxed{S =]-\infty \; ; -8]}$

2) $\dfrac{4-2x}{3} + \dfrac{7x}{5} < 7$

$\dfrac{4-2x}{3} + \dfrac{7x}{5} < 7$

$\Leftrightarrow \dfrac{(4-2x)\times 5}{3\times 5} + \dfrac{7x\times 3}{5\times 3} < \dfrac{7\times 3\times 5}{1\times 3\times 5}$

$\Leftrightarrow \dfrac{20-10x}{15} + \dfrac{21x}{15} < \dfrac{105}{15}$

$\Leftrightarrow \dfrac{20-10x+21x}{15} < \dfrac{105}{15}$

$\Leftrightarrow \dfrac{20+11x}{15} < \dfrac{105}{15}$ (1)

$\Leftrightarrow 20+11x < 105$ (2)

$\Leftrightarrow 11x < 85$

$\Leftrightarrow x < \dfrac{85}{11}$

En notant S , l'ensemble des solutions :

$\boxed{S = \left]-\infty \; ; \dfrac{85}{11}\right[}$

Souvenez-vous, le passage de (1) à (2) se fait en multipliant chaque membre par 15 : On doit donc faire attention à l'éventuel changement de sens de l'inégalité.

▪ Les symboles de comparaison bleus indiquent que l'on s'est posé la question : « Est-ce que je change le sens de l'inégalité ou pas ? »

▪ Comme d'habitude plusieurs autres « chemins » sont possibles pour arriver au même but et les lignes vertes ne sont pas nécessaires sur une copie.

EXERCICE N°2 (Le corrigé) RETOUR À L'EXERCICE 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

1) $x^2-1 > (x-1)^2$

$x^2-1 > (x-1)^2$
$\Leftrightarrow x^2-1 > x^2-2x+1$
$\Leftrightarrow x^2-1-(x^2-2x+1) < 0$
$\Leftrightarrow x^2-1-x^2+2x-1 > 0$
$\Leftrightarrow 2x-2 > 0$
$\Leftrightarrow 2x > 2$
$\Leftrightarrow x > 1$

On n'oublie pas que pour la dernière ligne, on a divisé par -2 chaque membre...

En notant S, l'ensemble des solutions :
$\boxed{S =]1 ; +\infty[}$

2) $7-6x \leqslant 4(x-3)-10x$

$7-6x \leqslant 4(x-3)-10x$
$\Leftrightarrow 7-6x \leqslant 4x-12-10x$
$\Leftrightarrow 7-6x \leqslant -6x-12$
$\Leftrightarrow 7-6x-(-6x-12) \leqslant 0$
$\Leftrightarrow 7-6x+6x+12 \leqslant 0$
$\Leftrightarrow 19 \leqslant 0$

Cette dernière inégalité étant fausse (et ce quelle que soit la valeur de x puisqu'elle n'en dépend pas), on en déduit que $\boxed{\text{l'inéquation n'admet aucune solution}}$.

On peut aussi écrire :
En notant S l'ensemble des solutions : $S = \emptyset$
($\emptyset$ se lit : « ensemble vide »)

3) $4(1-3x) \geqslant -12x+2$

$4(1-3x) \geqslant -12x+2$
$\Leftrightarrow 4-12x \geqslant -12x+2$
$\Leftrightarrow 4-12x-(-12x+2) \geqslant 0$
$\Leftrightarrow 4-12x+12x-2 \geqslant 0$
$\Leftrightarrow 2 \geqslant 0$

Cette dernière inégalité étant vraie (et ce quelle que soit la valeur de x puisqu'elle n'en dépend pas), on en déduit que tous les nombres sont solutions.
Autrement dit : En notant S l'ensemble des solutions : $S = \mathbb{R}$

EXERCICE N°3 *(Le corrigé)* RETOUR À L'EXERCICE 3

Un triangle a un côté de longueur comprise entre 20 et 21 cm ; la hauteur relative à ce côté est comprise entre 10 et 11 cm.
Donner un encadrement de son aire.

Notons c la longueur du côté en question et h la longueur de la hauteur relative à ce côté.

▪ On sait que $20 \leqslant c$ et $10 \leqslant h$

Or :

$20\times10 \leqslant c\times10$ (On ne change pas le sens d'une inégalité en multipliant chaque membre par un même nombre strictement positif : ici 10)

et $c\times10 \leqslant c\times h$ (On ne change pas le sens d'une inégalité en multipliant chaque membre par un même nombre strictement positif : ici c)

$20\times10 \leqslant c\times10$ et $c\times10 \leqslant c\times h$ nous donnent $20\times10 \leqslant \underbrace{c\times10}_{\text{pas utile}} \leqslant c\times h$

On en déduit que $200 \leqslant ch$.

Donc $100 \leqslant \dfrac{ch}{2}$ (On ne change pas le sens d'une inégalité en divisant chaque membre par un même nombre strictement positif : ici 2)

▪ On sait que $c \leqslant 21$ et $h \leqslant 11$

Or :

$c\times h \leqslant 21\times h$ (On ne change pas le sens d'une inégalité en multipliant chaque membre par un même nombre strictement positif : ici h)

et $21\times h \leqslant 21\times11$ (On ne change pas le sens d'une inégalité en multipliant chaque membre par un même nombre strictement positif : ici 21)

$c\times h \leqslant 21\times h$ et $21\times h \leqslant 21\times11$ nous donnent $c\times h \leqslant \underbrace{21\times h}_{\text{pas utile}} \leqslant 21\times11$

On en déduit que $ch \leqslant 231$.

Donc $\dfrac{ch}{2} \leqslant 115{,}5$ (On ne change pas le sens d'une inégalité en divisant chaque membre par un même nombre strictement positif : ici 2)

▪ Des deux points précédents, on déduit que :

$$\boxed{100 \leqslant \dfrac{ch}{2} \leqslant 115{,}5}$$

C'est à dire que $\boxed{\text{l'aire du triangle est comprise entre } 100 \text{ cm}^2 \text{ et } 115{,}5 \text{ cm}^2 \text{ inclus}}$.

Remarque : Nous n'avons pas, dans notre cours, de propriété, permettant de multiplier des inégalités. Il faut donc avancer prudemment...