FONCTIONS POLYNOMIALES DU SECOND DEGRÉ M05
MÉTHODE DE HORNER : ENTRAÎNEMENT

Le principe

A ; B ; C ; D ; a ; b ; c et α sont tous des nombres réels

Si on connaît Ax^3+Bx^2+Cx+D et α une racine, on peut trouver ax^2+bx+c en suivant le schéma suivant :

Cliquez-moi

	A	B	C	D
α		$\alpha\, a$	$\alpha\, b$	$\alpha\, c$
	a	$b\ =\ B+\alpha\, a$	$c\ =\ C+\alpha\, b$	$D+\alpha\, c\ =\ 0$

$$Ax^3+Bx^2+Cx+D\ =\ (x-\alpha)(ax^2+bx+c)$$

Remarque n°1. ***Ça marche si on arrive à trouver α (on parle alors de racine évidente)***
Une astuce est donnée dans la vidéo : décomposer D en facteurs premiers et les tester ainsi que leur opposé sans oublier 1 et -1 bien sûr.

À chaque fois la fonction est définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par son expression en fonction de x .

EXERCICE N°1 *(Une racine est donnée)* CORRIGÉ

On donne $f(x)\ =\ x^3-3x^2-40x+84$.
Après avoir calculé $f(7)$, factoriser, au maximum, $f(x)$.

EXERCICE N°2 *(Une racine est donnée)* CORRIGÉ

On donne $f(x)\ =\ x^3+3x^2-4$.
Après avoir calculé $f(1)$, factoriser, au maximum, $f(x)$.

EXERCICE N°3 *(Une racine est donnée)* CORRIGÉ

On donne $f(x)\ =\ x^3+7x^2+16x+10$.
Après avoir calculé $f(-1)$, factoriser, au maximum, $f(x)$.

EXERCICE N°4 *(Il faut trouver une racine évidente)* CORRIGÉ

On donne $f(x)\ =\ x^3-7x^2+7x+15$.
Après avoir trouvé une racine évidente, factoriser, au maximum, $f(x)$.

EXERCICE N°5 *(Il faut trouver une racine évidente)* CORRIGÉ

On donne $f(x)\ =\ x^3-5x^2-29x+105$.
Après avoir trouvé une racine évidente, factoriser, au maximum, $f(x)$. $(105=3\times5\times7)$

EXERCICE N°6 *(Il faut trouver une racine évidente)* CORRIGÉ

On donne $f(x)\ =\ 2x^3-x^2-7x+6$.
Après avoir trouvé une racine évidente, factoriser, au maximum, $f(x)$.

FONCTIONS POLYNOMIALES DU SECOND DEGRÉ M05C
MÉTHODE DE HORNER : ENTRAÎNEMENT

À chaque fois la fonction est définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par son expression en fonction de x .

EXERCICE N°1 (Une racine est donnée) (Le corrigé)

RETOUR À L'EXERCICE

On donne $f(x) = x^3 - 3x^2 - 40x + 84$.
Après avoir calculé $f(7)$, factoriser, au maximum, $f(x)$.

$f(7) = 7^3 - 3 \times 7^2 - 40 \times 7 + 84 = 0$
Ainsi 7 est une racine de f .

	1	-3	-40	84
7		$1 \times 7 = 7$	$7 \times 4 = 28$	$7 \times (-12) = -84$
	1	$-3+7=4$	$-40+28=-12$	$84+(-84)=0$

$Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = (x-7)(x^2+4x-12)$

La méthode de Horner, nous donne alors :
$f(x) = (x-7)(x^2+4x-12)$
Le discriminant $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times (-12) = 64$ du trinôme $x^2 + 4x - 12$ étant strictement positif, il y a deux racines distinctes :
$\sqrt{\Delta} = \sqrt{64} = 8$
$x_1 = \dfrac{-4-8}{2 \times 1} = -6$ et $x_2 = \dfrac{-4+8}{2 \times 1} = 2$
On en déduit que : $\boxed{f(x) = (x-7)(x-2)(x+6)}$

FONCTIONS POLYNOMIALES DU SECOND DEGRÉ M05C
MÉTHODE DE HORNER : ENTRAÎNEMENT

À chaque fois la fonction est définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par son expression en fonction de x .

EXERCICE N°2 (Une racine est donnée) (Le corrigé)

RETOUR À L'EXERCICE

On donne $f(x) = x^3+3x^2-4$.

Après avoir calculé $f(1)$, factoriser, au maximum, $f(x)$.

Attention à ne pas oublier le coefficient du terme en x.

$f(1) = 1^3+3\times1^2-4 = 0$

Ainsi 1 est une racine de f .

	1	3	0	-4
1		$1\times1=1$	$1\times4=4$	$1\times4=4$
	1	$3+1=4$	$0+4=4$	$-4+4=0$

$$Ax^3+Bx^2+Cx+D = (x-1)(x^2+4x+4)$$

Ici il serait souhaitable de s'apercevoir que $x^2+4x+4 = (x+2)^2$

La méthode de Horner, nous donne alors :

$f(x) = (x-1)(x^2+4x+4)$

On en déduit que : $\boxed{f(x) = (x-1)(x+2)^2}$

Si on a raté l'identité remarquable, la méthode fonctionne quand même mais l'impression laissée au correcteur sera différente...

Le discriminant $\Delta = 4^2-4\times1\times4 = 0$ du trinôme x^2+4x+4 étant nul, il y a une racine double :

$x_0 = \dfrac{-4}{2\times1} = -2$

On en déduit que : $\boxed{f(x) = (x-7)(x-2)(x+6)}$

FONCTIONS POLYNOMIALES DU SECOND DEGRÉ M05C
MÉTHODE DE HORNER : ENTRAÎNEMENT

À chaque fois la fonction est définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par son expression en fonction de x .

EXERCICE N°3 (Une racine est donnée) (Le corrigé)

RETOUR À L'EXERCICE

On donne $f(x) = x^3+7x^2+16x+10$.
Après avoir calculé $f(-1)$, factoriser, au maximum, $f(x)$.

$f(-1) = (-1)^3-7\times(-1)^2+16\times(-1)+10 = 0$
Ainsi -1 est une racine de f .

	1	7	16	10
-1		$-1\times1=-1$	$-1\times6=-6$	$-1\times10=-10$
	1	$-1+7=6$	$-6+16=10$	$-10+10=0$

$$Ax^3+Bx^2+Cx+D = (x+1)(x^2+6x+10)$$

La méthode de Horner, nous donne alors :
$f(x) = (x+1)(x^2+6x+10)$
Le discriminant $\Delta = 6^2-4\times1\times10 = -4$ du trinôme $x^2+6x+10$ étant strictement négatif, il n'y a aucune racine (réelle) :
On en déduit que : $\boxed{f(x) = (x+1)(x^2+6x+10)}$

FONCTIONS POLYNOMIALES DU SECOND DEGRÉ M05C
MÉTHODE DE HORNER : ENTRAÎNEMENT

À chaque fois la fonction est définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par son expression en fonction de x .

EXERCICE N°4 (Il faut trouver une racine évidente) (Le corrigé)

RETOUR À L'EXERCICE

On donne $f(x) = x^3-7x^2+7x+15$.
Après avoir trouvé une racine évidente, factoriser, au maximum, $f(x)$.

On essaie d'abord avec 1 et -1 et si cela ne fonctionne pas, on peut remarquer que $15 = 3\times5$ et essayer avec -5 ; -3 ; 3 et 5 .
$f(1) = 1^3-7\times1^2+7\times1+15 = 16 \neq 0$
$f(-1) = (-1)^3-7\times(-1)^2+7\times(-1)+15 = 0$

$f(-1) = (-1)^3-7\times(-1)^2+7\times(-1)+15 = 0$
Ainsi -1 est une racine de f .

	1	-7	7	15
-1		$-1\times1=-1$	$-1\times(-8)=8$	$-1\times15=-15$
	1	$-7+(-1) = -8$	$7+8 = 15$	$15+(-15)=0$

$$Ax^3+Bx^2+Cx+D = (x+1)(x^2-8x+15)$$

La méthode de Horner, nous donne alors :
$f(x) = (x+1)(x^2-8x+15)$
Le discriminant $\Delta = (-8)^2-4\times1\times(15) = 4$ du trinôme $x^2-8x+15$ étant strictement positif, il y a deux racines distinctes :
$\sqrt{\Delta} = \sqrt{4} = 2$
$x_1 = \dfrac{-(-8)-2}{2\times1} = -3$ et $x_2 = \dfrac{-(-8)+2}{2\times1} = 5$
On en déduit que : $\boxed{f(x) = (x+1)(x-5)(x+3)}$

Fonctions polynomiales du second degré M05C
Méthode de Horner : Entraînement

À chaque fois la fonction est définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par son expression en fonction de x .

EXERCICE N°5 ***(Il faut trouver une racine évidente) (Le corrigé)*** RETOUR À L'EXERCICE

On donne $f(x) = x^3-5x^2-29x+105$.

Après avoir trouvé une racine évidente, factoriser, au maximum, $f(x)$. $(105=3\times5\times7)$

On essaie d'abord avec 1 et -1 et si cela ne fonctionne pas, on peut remarquer que $105 = 3\times5\times7$ et essayer avec -7 ; -5 ; -3 ; 3 ; 5 et 7 .

$f(1) = 1^3-5\times1^2-29\times1+105 = 72 \neq 0$

$f(-1) = (-1)^3-5\times(-1)^2-29\times(-1)+105 = 128 \neq 0$

$f(3) = 3^3-5\times3^2-29\times3+105 = 0$

$f(3) = 3^3-5\times3^2-29\times3+105 = 0$

Ainsi 3 est une racine de f .

	1	-5	-29	105
3		$3\times1=3$	$3\times(-2)=-6$	$3\times(-35)=-105$
	1	$-5+3 = -2$	$-29+(-6)=-35$	$105+(-105)=0$

$Ax^3+Bx^2+Cx+D = (x-3)(x^2-2x-35)$

La méthode de Horner, nous donne alors :

$f(x) = (x-3)(x^2-2x-35)$

Le discriminant $\Delta = (-2)^2-4\times1\times(-35) = 144$ du trinôme $x^2-2x-35$ étant strictement positif, il y a deux racines distinctes :

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{144} = 12$

$x_1 = \dfrac{-(-2)-12}{2\times1} = -5$ et $x_2 = \dfrac{-(-2)+12}{2\times1} = 7$

On en déduit que : $\boxed{f(x) = (x-3)(x+5)(x-7)}$

Fonctions polynomiales du second degré M05C
Méthode de Horner : Entraînement

À chaque fois la fonction est définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par son expression en fonction de x .

EXERCICE N°6 (Il faut trouver une racine évidente) (Le corrigé) RETOUR À L'EXERCICE

On donne $f(x) = 2x^3 - x^2 - 7x + 6$.
Après avoir trouvé une racine évidente, factoriser, au maximum, $f(x)$.

On essaie d'abord avec 1 et -1 et si cela ne fonctionne pas, on peut remarquer que $6 = 2 \times 3$ et essayer avec -3 ; -2 ; 2 et 3 .
$f(1) = 2 \times 1^3 - 1^2 - 7 \times 1 + 6 = 0$

$f(1) = 2 \times 1^3 - 1^2 - 7 \times 1 + 6 = 0$
Ainsi 1 est une racine de f .

	2	-1	-7	6
1		$1 \times 2 = 2$	$1 \times 1 = 1$	$1 \times (-6) = -6$
	2	$15+2 = 1$	$-7+1 = -6$	$6+(-6) = 0$

$$Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = (x-1)(2x^2 + x - 6)$$

La méthode de Horner, nous donne alors :
$f(x) = (x-1)(2x^2 + x - 6)$
Le discriminant $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 25$ du trinôme $2x^2 + x - 6$ étant strictement positif, il y a deux racines distinctes :
$\sqrt{\Delta} = \sqrt{25} = 5$

$x_1 = \dfrac{-1-5}{2 \times 2} = -1{,}5$ et $x_2 = \dfrac{-1+5}{2 \times 2} = 1$

On en déduit que : $\boxed{f(x) = (x-1)(x+1{,}5)(x-1)}$