

LA FONCTION EXPONENTIELLE E02C

EXERCICE N°8 Résoudre une inéquation (niveau 4)

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes.

1) $e^x - 3xe^x = 0$

2) $xe^x - x = 0$

3) $-2e^{x+1} + 5xe^{x+1} = 0$

4) $2xe^{-x} - x^2e^{-x} = 0$

Ici, on utilise tout ce que l'on connaît

1) $e^x - 3xe^x = 0$

Notons S l'ensemble des solutions de cette équation. Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$x \in S$$

$$\Leftrightarrow e^x - 3xe^x = 0$$

$$\Leftrightarrow e^x(1 - 3x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (e^x = 0 \quad \text{ou} \quad 1 - 3x = 0)$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{car exp ne s'annule pas}} \quad 1 - 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow -3x = -1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow x \in \left\{ \frac{1}{3} \right\}$$

Ainsi $S = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$

2) $xe^x - x = 0$

Notons S l'ensemble des solutions de cette équation.

$$x \in S$$

$$\Leftrightarrow xe^x - x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(e^x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x = 0 \quad \text{ou} \quad e^x - 1 = 0)$$

$$\Leftrightarrow (x = 0 \quad \text{ou} \quad e^x = 1)$$

$$\Leftrightarrow (x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 0)$$

$$\Leftrightarrow x \in [0]$$

Ainsi $S = [0]$

3) $-2e^{x+1} + 5xe^{x+1} = 0$

Notons S l'ensemble des solutions de cette équation.

$$x \in S$$

$$\Leftrightarrow -2e^{x+1} + 5xe^{x+1} = 0$$

$$\Leftrightarrow e^{x+1}(-2 + 5x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (e^x = 0 \quad \text{ou} \quad -2 + 5x = 0)$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{car exp ne s'annule pas}} \quad -2 + 5x = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x = 2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2}{5}$$

$$\Leftrightarrow x \in \left\{ \frac{2}{5} \right\}$$

Ainsi $S = \left\{ \frac{2}{5} \right\}$

$$4) \quad 2xe^{-x} - x^2e^{-x} = 0$$

Notons S l'ensemble des solutions de cette équation.

$$x \in S$$

$$\Leftrightarrow e^{-x}(2x - x^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow e^{-x} \times x(2 - x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (e^{-x} = 0 \quad \text{ou} \quad x = 0 \quad \text{ou} \quad 2 - x = 0)$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{car exp ne s'annule pas}} (x = 0 \quad \text{ou} \quad 2 - x = 0)$$

$$\Leftrightarrow (x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 2)$$

$$\Leftrightarrow x \in [0 ; 2]$$

Ainsi $S = [0 ; 2]$