SUITES NUMÉRIQUES E04

EXERCICE N°1 ***(Le corrigé)***

Soit z la suite définie par $z(n)=(n+3)^2$ pour $n\geqslant 0$.

1) Calculer les trois premiers termes de la suite z .

$z(0)=(0+3)^2$, ainsi $z(0)=9$

$z(1)=(1+3)^2$, ainsi $z(1)=16$

$z(2)=(2+3)^2$, ainsi $z(2)=25$

2) Représenter graphiquement les trois premiers termes de la suite z .

3) D'après la représentation graphique, la suite z semble-t-elle géométrique ? Justifier.

Les points du nuage semblent suivre une courbe exponentielle. La suite $\boxed{z \text{ semble géométrique}}$.

4) Démontrer que z n'est pas géométrique.

Ici on voit que pour les suites géométriques, il faudra se méfier du graphique...

D'une part $\dfrac{z(2)}{z(1)}=\dfrac{25}{16}=1{,}5625$ et d'autre part : $\dfrac{z(1)}{z(0)}=\dfrac{16}{9}\approx 1{,}7778$

Les quotients successifs ne sont pas tous égaux donc la suite $\boxed{z \text{ n'est pas géométrique}}$

SUITES NUMÉRIQUES E04

EXERCICE N°2 *(Le corrigé)*

Soit t la suite définie par $t(n)=3^n$ pour $n\geqslant 0$.

1) Calculer les trois premiers termes de la suite t .

$t(0)=3^0$, ainsi $t(0)=1$

$t(1)=3^1$, ainsi $t(1)=3$

$t(2)=3^2$, ainsi $t(2)=9$

2) Représenter graphiquement les trois premiers termes de la suite t .

3) D'après la représentation graphique, la suite t semble-t-elle géométrique ? Justifier.

Les points du nuage semblent suivre une courbe exponentielle. La suite $\boxed{t \text{ semble géométrique}}$.

4) Démontrer que t est géométrique. Préciser sa raison

On ne peut pas se contenter d'exemples…

Il est évident qu'aucun terme de la suite n'est nul.

En effet : $3^0=1$ et pour $n>1$ 3^n est un produit de facteurs tous égaux à 3…

Cette remarque nous autorise à considérer les quotients qui vont suivre.

Soit n un entier naturel.

$$\frac{t(n+1)}{t(n)}=\frac{3^{n+1}}{3^n}=3$$

Les quotients successifs sont tous égaux à 3 donc la suite $\boxed{t \text{ est géométrique}}$ de $\boxed{\text{raison } q=3}$

5) Préciser le sens de variation de t .

La suite t est géométrique de premier terme $t(0)=1 > 0$ et de raison $q=3 > 1$

On en déduit que $\boxed{t \text{ est strictement croissante}}$.

SUITES NUMÉRIQUES E04

EXERCICE N°3 (Le corrigé)

Sur un tableur, on a créé une feuille de calculs permettant de déterminer les 20 premiers termes d'une suite géométrique v.
La colonne A contiendra les indices de la suite.
La cellule B1 contiendra le premier terme $v(1)$ et la cellule D1 la raison q.
On veut automatiser le calcul des termes de cette suite.

1) Quelle formule peut-on écrire en A2 et étirer vers le bas pour compléter la colonne A?

Se faire un petit dessin représentant une partie de la feuille de classeur peut aider…

Comme A1 contient la valeur 1, il suffit d'écrire en A2 : $\boxed{=\text{A1+1}}$

Pourquoi il y a 1 dans A1 ?
Car l'énoncé nous dit que le premier terme est $v(1)$, il faut donc commencer les indices à 1.

2) Quelle formule peut-on écrire en B2 et étirer vers le bas pour compléter la colonne B?

On peut écrire en B2 : $\boxed{=\text{B1*D\$1}}$

On doit multiplier par la raison q dont la valeur se trouve en D1. Par contre le « 1 ne doit pas bouger quand on va tirer la poignée de recopie vers le bas » on va donc ajouter le symbole « $ » devant le « 1 ».

SUITES NUMÉRIQUES E04

EXERCICE N°4 *(Le corrigé)*

Soit u une suite géométrique de terme initial $u(1)=0{,}01$ et de raison $q=2$.

1) Donner le sens de variation de u .

La suite u est géométrique de premier terme $u(0)=0{,}01 > 0$ et de raison $q=2 > 1$

On en déduit que $\boxed{u \text{ est strictement croissante}}$.

2) Calculer $u(7)$.

$u(1)=0{,}01$

$u(2) = \boldsymbol{u(1)\times q}$

$u(3) = u(2)\times q = u(1)\times q\times q = \boldsymbol{u(1)\times q^2}$

$u(4) = u(3)\times q = u(1)\times q^2\times q = \boldsymbol{u(1)\times q^3}$

$u(5) = u(4)\times q = u(1)\times q^3\times q = \boldsymbol{u(1)\times q^4}$

…

$u(7) = u(1)\times q^6 = 0{,}01\times 2^6$

$\boxed{u(7) = 0{,}64}$

3) Donner l'indice du premier terme supérieur à 10.

Ici nous n'avons de « méthode experte » à notre disposition.
L'idée est simplement d'utiliser la calculatrice…
On trouve assez vite la solution :

On a $u(9)=0{,}01\times 2^9=5{,}12$ et $u(10)=0{,}01\times 2^{10}=10{,}24$.

Ainsi le premier terme supérieur à 10 a pour $\boxed{\text{indice : } 10}$

Il est important de faire apparaître $u(9)$ pour montrer que lui est inférieur à 10. Cela montre qu'on a bien trouver le premier terme répondant à la question.

EXERCICE N°5 Python (n'est pas toujours notre ami…)

1) Écrire une fonction en Python prenant comme paramètre une liste u , qui retourne True si la liste u contient les premiers termes d'une suite géométrique et False dans le cas contraire.

```python
def est_geometrique(L):
    q = L[1]/L[0]
    for i in range(1,len(L)-1):
        if L[i+1]/L[i]!=q:
            return False
    return True
```

2) Voici les premier termes de la suite v .

$\{10000 \;;\; 1000 \;;\; 100 \;;\; 10 \;;\; 1 \;;\; 0{,}1 \;;\; 0{,}01 \;;\; 0{,}001\}$

Vérifier que ce sont bien les premiers termes d'une suite de géométrique dont on précisera la raison.

On doit simplement tester tous les quotients de deux termes successifs.

$$\frac{1000}{10000} = \frac{100}{1000} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = \frac{0{,}1}{1} = \frac{0{,}01}{0{,}1} = \frac{0{,}001}{0{,}01} = \mathbf{0{,}1}$$

Tous les quotients successifs sont égaux à 0,1.

On en déduit que ce sont bien les premiers termes d'une suite géométrique de $\boxed{\text{raison } q = 0{,}1}$

On comprend pourquoi on préfère qu'une fonction fasse tous les calculs à notre place.

3) Que donne cette suite avec la fonction Python ?

```
>>> est_geometrique([10000,1000,100,10,1,0.1,0.01,0.001])
False
>>> |
```

Visiblement la fonction ne fonctionne pas toujours…

Mais que se passe t-il ?

On va se servir de la commande « print » pour déboguer...

ici

```python
def est_geometrique(L):
    q = L[1]/L[0]
    print("la raison vaudrait : ",q)
    for i in range(1,len(L)-1):
        print("L[",i+1,"] / L[",i,"] = ",L[i+1]," / ",L[i]," = ",L[i+1]/L[i])
        if L[i+1]/L[i]!=q:
            return False
    return True
```

On obtient alors :

```
>>> est_geometrique([10000,1000,100,10,1,0.1,0.01,0.001])
la raison vaudrait :  0.1
L[ 2 ] / L[ 1 ] =  100  /  1000  =  0.1
L[ 3 ] / L[ 2 ] =  10  /  100  =  0.1
L[ 4 ] / L[ 3 ] =  1  /  10  =  0.1
L[ 5 ] / L[ 4 ] =  0.1  /  1  =  0.1
L[ 6 ] / L[ 5 ] =  0.01  /  0.1  =  0.09999999999999999
False
```

Pour faire court, c'est comme si vous faisiez cela :

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3} = 0{,}33333333+0{,}33333333+0{,}33333333 = 0{,}9999999$$

Le premier « = » est bien sûr faux et vous ne confondez pas un nombre et une de ses approximations. Par contre python le fait et en plus lui travaille en base 2 et pas en base 10 comme nous. Cela fait que pour « lui »

EXERCICE N°6 Python (mais la plupart du temps si !)

Un article coûte 17 €. Son prix augmente chaque année de $2{,}5\ \%$. On note $P(n)$ le prix de cet article en euros après n années.

1) Démontrer que P est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

Une augmentation de 2,5 % correspond à un Coefficient Multiplicateur CM valant 1,025.
Ainsi pour passer d'un terme au suivant $\boxed{\text{on multiplie à chaque fois par } 1{,}025}$.
P est donc une suite géométrique de $\boxed{\text{raison } q=1{,}025}$ et de $\boxed{1^{\text{er}} \text{ terme } P(0)=17}$

2) Écrire un programme en langage Python permettant de connaître P(10), le prix de cet article au bout de dix ans.

```python
p = 17
for annee in range(10):
    p = p*1.025
```

Une fois ce programme exécuté, la variable p contiendra la valeur voulue.

3) Écrire un programme en Python permettant de savoir dans combien d'années ce prix aura doublé.

```python
p = 17
annee = 0
while p<34:
    annee = annee+1
    p = p*1.025
```

Suites numériques E04

EXERCICE N°1

Soit z la suite définie par $z(n)=(n+3)^2$

1) Calculer les trois premiers termes de la suite z .
2) Représenter graphiquement les trois premiers termes de la suite z .
3) D'après la représentation graphique, la suite z semble-t-elle géométrique ? Justifier.
4) Démontrer que z n'est pas géométrique.

EXERCICE N°2

Soit t la suite définie par $t(n)=3^n$

1) Calculer les trois premiers termes de la suite . t
2) Représenter graphiquement les trois premiers termes de la suite . t
3) D'après la représentation graphique, la suite t semble-t-elle géométrique ? Justifier.
4) Démontrer que t est géométrique. Préciser sa raison
5) Préciser le sens de variation de t .

EXERCICE N°3

Sur un tableur, on a créé une feuille de calculs permettant de déterminer les 20 premiers termes d'une suite géométrique v .
La colonne A contiendra les indices de la suite.
La cellule B1 contiendra le premier terme $v(1)$ et la cellule D1 la raison q .
On veut automatiser le calcul des termes de cette suite.

1) Quelle formule peut-on écrire en A2 et étirer vers le bas pour compléter la colonne A?
2) Quelle formule peut-on écrire en B2 et étirer vers le bas pour compléter la colonne B?

EXERCICE N°4

Soit u une suite géométrique de terme initial $u(1)=0{,}01$ et de raison $q=2$.

1) Donner le sens de variation de u .
2) Calculer $u(7)$.
3) Donner l'indice du premier terme supérieur à 10.

EXERCICE N°5 Python (n'est pas toujours notre ami…)

1) Écrire une fonction en Python prenant comme paramètre une liste u , qui retourne True si la liste u contient les premiers termes d'une suite géométrique et False dans le cas contraire.
2) Voici les premier termes de la suite v .
$\{10000\ ;\ 1000\ ;\ 100\ ;\ 10\ ;\ 1\ ;\ 0{,}1\ ;\ 0{,}01\ ;\ 0{,}001\}$
Vérifier que ce sont bien les premiers termes d'une suite de géométrique dont on précisera la raison.
3) Que donne cette suite avec la fonction Python ?

EXERCICE N°6 Python (mais la plupart du temps si !)

Un article coûte 17 €. Son prix augmente chaque année de $2{,}5\ \%$. On note $P(n)$ le prix de cet article en euros après n années.

1) Démontrer que P est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
2) Écrire un programme en langage Python permettant de connaître P(1 0), le prix de cet article au bout de dix ans.
3) Écrire un programme en Python permettant de savoir dans combien d'années ce prix aura doublé.