LES VECTEURS E05

EXERCICE N°2 (Le corrigé)

1) On se place dans un repère orthonormé et on considère les trois points $A(-2\ ;\ -3)$, $B(4\ ;\ -2)$, $C(8\ ;\ 0)$

1.a) Calculer le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

▪ Calculons les coordonnées des deux vecteurs :

$\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}4-(-2)\\-2-(-3)\end{pmatrix}$ ou encore $\boxed{\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}6\\1\end{pmatrix}}$

$\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}x_C-x_A\\y_C-y_A\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}8-(-2)\\0-(-3)\end{pmatrix}$ ou encore $\boxed{\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}10\\3\end{pmatrix}}$

▪ Calculons à présent le déterminant :

$det\left(\overrightarrow{AB}\ ,\ \overrightarrow{BC}\right)\ =\ 6\times3-10\times1\ =\ 8$

Ainsi $\boxed{det\left(\overrightarrow{AB}\ ,\ \overrightarrow{BC}\right)\ =\ 18}$

1.b) Que peut-on en déduire pour ces deux vecteurs ?

Ces deux vecteurs ne sont pas colinéaires.

1.c) Écrire, si possible une égalité avec ces deux vecteurs.

Ce n'est pas possible car ils ne sont pas colinéaires.

On parle ici d'une égalité du type $\overrightarrow{AB}=k\ \overrightarrow{BC}$.
Il est toujours possible d'écrire par exemple que $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}$ mais cela n'a que très peu d'intérêt...

2) Reprendre la question 1) avec $A(-2\ ;\ -3)$, $B(4\ ;\ -2)$, $C(16\ ;\ 0)$

▪ Calculons les coordonnées des deux vecteurs :

$\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}4-(-2)\\-2-(-3)\end{pmatrix}$ ou encore $\boxed{\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}6\\1\end{pmatrix}}$

$\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}x_C-x_A\\y_C-y_A\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}16-(-2)\\0-(-3)\end{pmatrix}$ ou encore $\boxed{\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}18\\3\end{pmatrix}}$

▪ Calculons à présent le déterminant :

$det\left(\overrightarrow{AB}\ ,\ \overrightarrow{AC}\right)\ =\ 6\times3-18\times1\ =\ 0$

Ainsi $\boxed{det\left(\overrightarrow{AB}\ ,\ \overrightarrow{AC}\right)\ =\ 0}$

On en déduit que ces deux vecteurs sont colinéaires.

On peut écrire que : $\overrightarrow{AC}=3\ \overrightarrow{AB}$ ou que $\overrightarrow{AB}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$