FONCTIONS PART4 E01

EXERCICE N°2 ***(Le corrigé)***

On donne la fonction f définie sur $[-20\ ;\ 40]$ par : $f(x)=x^3-33x^2-144x+3740$

1) Montrer que $f(x)=(x+11)(x-10)(x-34)$.

$$\begin{aligned}(x+11)(x-10)(x-34)&=(x+11)[x^2-34x-10x+340]\\&=(x+11)(x^2-44x+340)\\&=x^3-44x^2+340x+11x^2-484x+3740\\&=x^3-33x^2-144x+3740\\&=f(x)\end{aligned}$$

2) En déduire les racines de f .

Les racines de f sont : $\boxed{-11\ ;\ 10\ \text{et}\ 34}$

3) Déterminer la dérivée f' de f .

$f(x)=x^3-33x^2-144x+3740$

$f'(x)=3x^2-33\times2x-144\times1+0$

$\boxed{f'(x)=3x^2-66x-144}$

4) Montrer que $f'(x)=3(x-24)(x+2)$.

$$\begin{aligned}3(x-24)(x+2)&=3(x^2+2x-24x-48)\\&=3(x^2-22x-48)\\&=3x^2-66x-144\\&=f'(x)\end{aligned}$$

5) Dresser le tableau de signe de f' .

$3>0$ est vraie quelque soit la valeur de x

$x-24\ >\ 0\ \Leftrightarrow\ x\ >\ 24$

$x+2\ >\ 0\ \Leftrightarrow\ x\ >\ -2$

x	-20		-2		24		40
3		+	|	+	|	+	
$x-24$		−	|	−	0	+	
$x+2$		−	0	+	|	+	
$f'(x)$		+	0	−	0	+	

6) En déduire le tableau de variations de f .

x	-20		-2		24		40
$f(x)$	-14580	↗	3888	↘	-4900	↗	9180

7) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse -5 .

Une équation de la tangente au point d'abscisse est :

$y=f'(-5)(x+5)+f(-5)$

$y=261(x+5)-3510$

$\boxed{y=261x-2205}$