LA DÉRIVATION E01C

EXERCICE N°3 ***Nombre dérivé par le calcul***

On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = x^2+4x$. Soit $h \in \mathbb{R}$.

1) Simplifier l'expression $\dfrac{f(2+h)-f(2)}{(2+h)-2}$.

$$\begin{aligned}\frac{f(2+h)-f(2)}{(2+h)-2} &= \frac{(2+h)^2+4(2+h)-[2^2+4\times 2]}{h}\\ &= \frac{4+4h+h^2+8+4h-4-8}{h}\\ &= \frac{h^2+8h}{h}\\ &= \frac{h(h+8)}{h}\\ &= h+8\end{aligned}$$

(Si $h = 3-2 = 1$ quelle question des exercices n°1 et n°2 retrouve-t-on ?)

On retrouve les questions 2) des exercices 1 et 2.

2) Déterminer le nombre dérivé de f en 2.

On sait que pour tout $h \in \mathbb{R}$:

$$\frac{f(2+h)-f(2)}{(2+h)-2} = h+8$$

Or :

Quand h tend vers zéro , $h+8$ tend vers 8

Donc :

$\boxed{f'(2) = 8}$

3) Simplifier l'expression $\dfrac{f(-5+h)-f(-5)}{(-5+h)-(-5)}$.

$$\begin{aligned}\frac{f(-5+h)-f(-5)}{(-5+h)-(-5)} &= \frac{(-5+h)^2+4(-5+h)-[(-5)^2+4\times(-5)]}{h}\\ &= \frac{25-10h+h^2-20+4h-25+20}{h}\\ &= \frac{h^2-6h}{h}\\ &= \frac{h(h-6)}{h}\\ &= h-6\end{aligned}$$

(Si $h = -4-(5) = 1$ quelle question des exercices n°1 et n°2 retrouve-t-on ?)

On retrouve les questions 3) des exercices 1 et 2.

4) Calculer $f'(-5)$.

On sait que pour tout $h \in \mathbb{R}$:

$$\frac{f(-5+h)-f(-5)}{(-5+h)-(-5)} = h-6$$

Or :

Quand h tend vers zéro , $h-6$ tend vers -6

Donc :

$\boxed{f'(-5) = -6}$