

# PROBABILITÉS CONDITIONNELLES E02C

## EXERCICE N°1 Avec la définition

(Calculatrice non nécessaire mais autorisée)

Dans un univers  $\Omega$ , on considère deux événements  $A$  et  $B$ .

1) On donne  $P(A) = 0,2$ ,  $P(B) = 0,4$  et  $P(A \cap B) = 0,1$ .

Déterminer  $P_A(B)$  et  $P_B(A)$ .

$$\bullet P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,1}{0,2} = 0,5 ; \quad \boxed{P_A(B) = 0,5}$$

$$\bullet P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,1}{0,4} = 0,25 ; \quad \boxed{P_B(A) = 0,25}$$

2) On donne  $P_A(B) = 0,6$ ,  $P(B) = 0,25$  et  $P(A \cap B) = 0,15$ .

Déterminer  $P(A)$  et  $P_B(A)$ .

On a :

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$0,6 = \frac{0,15}{P(A)}$$

D'où :

$$P(A) = \frac{0,15}{0,6} = 0,25$$

$$\text{Ainsi : } \boxed{P(A) = 0,25}$$

$$\bullet P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,15}{0,25} = 0,6 ;$$

$$\boxed{P_B(A) = 0,6}$$

3) On donne  $P_B(A) = 0,6$ ,  $P(B) = 0,15$  et  $P(A) = 0,45$ .

Déterminer  $P(A \cap B)$  et  $P_A(B)$ .

On a :

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$0,6 = \frac{P(A \cap B)}{0,15}$$

D'où :

$$P(A \cap B) = 0,15 \times 0,6 = 0,09$$

$$\text{Ainsi : } \boxed{P(A \cap B) = 0,09}$$

$$\bullet P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,09}{0,45} = 0,2 ;$$

$$\boxed{P_A(B) = 0,2}$$

# PROBABILITÉS CONDITIONNELLES E02C

## EXERCICE N°2 Avec la propriété en cas d'équiprobabilité

(Calculatrice non nécessaire mais autorisée)

Dans un univers  $\Omega$ , on considère deux événements  $A$  et  $B$ .

1) On donne  $\text{Card}(\Omega) = 50$ ,  $\text{Card}(A) = 30$ ,  $\text{Card}(B) = 15$  et  $\text{Card}(A \cap B) = 12$ .  
Déterminer  $P_A(B)$  et  $P_B(A)$ .

$$\blacksquare P_A(B) = \frac{\text{Card}(A \cap B)}{\text{Card}(A)} = \frac{12}{30} = 0,4 ; \quad \boxed{P_A(B) = 0,4}$$

$$\blacksquare P_B(A) = \frac{\text{Card}(A \cap B)}{\text{Card}(B)} = \frac{12}{15} = 0,8 ; \quad \boxed{P_B(A) = 0,8}$$

2) On donne  $\text{Card}(\Omega) = 80$ ,  $P_A(B) = 0,525$ ,  $\text{Card}(B) = 40$  et  $\text{Card}(A \cap B) = 21$ .

Déterminer  $\text{Card}(A)$ ,  $P(A)$  et enfin  $P_B(A)$ .

▪ On a :

$$P_A(B) = \frac{\text{Card}(A \cap B)}{\text{Card}(A)}$$

$$0,525 = \frac{21}{\text{Card}(A)}$$

D'où :

$$\text{Card}(A) = \frac{21}{0,525} = 30$$

$$\text{Ainsi : } \boxed{\text{Card}(A) = 30}$$

$$\blacksquare P(A) = \frac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)} = \frac{30}{80} = 0,375$$

$$\text{Ainsi : } \boxed{P(A) = 0,375}$$

$$\blacksquare P_B(A) = \frac{\text{Card}(A \cap B)}{\text{Card}(B)} = \frac{21}{40} = 0,525$$

$$\text{Ainsi } \boxed{P_B(A) = 0,525}$$

3) On donne  $P_B(A) = 0,2$ ,  $\text{Card}(B) = 105$  et  $\text{Card}(A) = 70$ .

Déterminer  $\text{Card}(A \cap B)$  et  $P_A(B)$ .

▪ On a :

$$P_B(A) = \frac{\text{Card}(A \cap B)}{\text{Card}(B)}$$

$$0,2 = \frac{\text{Card}(A \cap B)}{105}$$

D'où :

$$\text{Card}(A \cap B) = 0,2 \times 105 = 21$$

$$\text{Ainsi : } \boxed{\text{Card}(A \cap B) = 21}$$

$$\blacksquare P_A(B) = \frac{\text{Card}(A \cap B)}{\text{Card}(A)} = \frac{21}{70} = 0,3$$

$$\text{Ainsi } \boxed{P_A(B) = 0,3}$$

# PROBABILITÉS CONDITIONNELLES E02C

## EXERCICE N°3 Avec un tableau en cas d'équiprobabilité

(Calculatrice non nécessaire mais autorisée)

Inspiré du sésamath 1<sup>er</sup> Spé

Dans une boulangerie, on dispose d'une réduction si l'on choisit la formule « dessert mystère » pour laquelle le dessert accompagnant le menu est tiré au hasard.

Gérard choisit cette formule alors que les desserts encore disponibles sont répartis comme suit.

	Chocolat	Vanille	Total
Tartelette	8	11	19
Éclair	13	7	20
Total	21	18	39

On considère les événements  $E$  : « Son dessert est un éclair » et  $V$  : « Son dessert est à la vanille ».

1) Calculer  $P_E(V)$ ,  $P_V(E)$ ,  $P_{\bar{E}}(V)$ .

$$\bullet P_E(V) = \frac{\text{Card}(E \cap V)}{\text{Card}(E)} = \frac{7}{20}, \text{ ainsi } P_E(V) = \frac{7}{20}$$

$$\bullet P_V(E) = \frac{\text{Card}(E \cap V)}{\text{Card}(V)} = \frac{7}{18}, \text{ ainsi } P_V(E) = \frac{7}{18}$$

$$P_{\bar{E}}(V) = \frac{\text{Card}(\bar{E} \cap V)}{\text{Card}(\bar{E})} = \frac{11}{19}, \text{ ainsi } P_{\bar{E}}(V) = \frac{11}{19}$$

2) Gérard voit que son dessert est un éclair. Écrire la probabilité qu'il soit au chocolat comme une probabilité conditionnelle puis la calculer.

Gérard sait que son dessert est un éclair, on a donc une probabilité sachant  $E$ .

On cherche donc à connaître la probabilité que le dessert soit au chocolat sachant  $E$ .

Le chocolat n'est pas de la vanille :  $\bar{V}$  d'où « probabilité de  $\bar{V}$  sachant  $E$  ».

Il s'agit de calculer  $P_E(\bar{V})$

$$P_E(\bar{V}) = \frac{\text{Card}(E \cap \bar{V})}{\text{Card}(E)} = \frac{13}{20}, \text{ ainsi } P_E(\bar{V}) = \frac{13}{20}$$