DEVOIR SURVEILLÉ N°3

Nom :	***Prénom :***	***Classe :***

L'usage de la calculatrice est interdit.

Le sujet est à rendre avec la copie

Note	Observations
/**20**	

J'ai le droit à un tiers-temps ☐
(*cocher si c'est le cas*)

PREMIÈRE PARTIE

EXERCICE N°1 Automatismes (6 points)

Pour ce premier exercice, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

1) L'inverse du triple de 13 est :

1.a)	$\frac{1}{39}$	**1.b)**	$\frac{3}{13}$	**1.c)**	$\frac{13}{3}$	**1.d)**	39

---

2) On considère la relation $H = a+\frac{b}{cd}$.

Lorsque $a = \frac{1}{8}$, $b = 3$, $c = 7$ et $d = -\frac{1}{7}$, la valeur de H est :

2.a)	$\frac{23}{8}$	**2.b)**	$\frac{25}{8}$	**2.c)**	$-\frac{23}{8}$	**2.d)**	$-\frac{25}{8}$

---

3) Une réduction de 90 % suivie d'une hausse de 60 % équivaut à :

3.a)	une diminution de 24%	**3.b)**	une diminution de 30%
3.c)	une diminution de 84%	**3.d)**	une augmentation de 16%

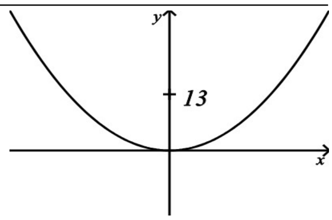
---

4) La suite u est géométrique , de raison 2 et de premier terme $u_1 = 5$. Alors, pour tout entier naturel n , on a :

4.a)	$u_n = 5+2(n-1)$	**4.b)**	$u_n = 5\times2^{n-1}$
4.c)	$u_n = 5+2^{n-1}$	**4.d)**	$u_n = 2\times5^{n-1}$

---

5) On a représenté ci-contre la parabole d'équation $y=x^2$.
On note (I) l'inéquation, sur $\mathbb{R}$, $x^2 \leqslant 13$.
L'inéquation (I) est équivalente à :



5.a)	$x \leqslant -\sqrt{13}$ ou $x \geqslant \sqrt{13}$	**5.b)**	$-\sqrt{13} \leqslant x \leqslant \sqrt{13}$
5.c)	$x \leqslant \sqrt{13}$	**5.d)**	$x = -\sqrt{13}$ ou $x = \sqrt{13}$

---

6) Soit la fonction f telle que : $f(3) = 1$ et $f'(3) = 5$.
Une équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 3 est :

6.a)	$y=x+2$	**6.b)**	$y = x-8$
6.c)	$y=5x-16$	**6.d)**	$y=5x-14$

DEUXIÈME PARTIE

EXERCICE N°2 Savoir-faire (7 points)

Calculer la fonction dérivée des fonctions suivantes en précisant les valeurs pour lesquelles le calcul est valable et en factorisant lorsque cela est demandé.

1) $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 5x^2 - 12x + 7$ (il faut factoriser la dérivé)

2) $f(x) = \frac{7x-3}{2x+5}$

3) $f(x) = 4x\sqrt{2x-5}$

4) $f(x) = (5x-3)^3(2x+1)$ (il faut factoriser la dérivé)

EXERCICE N°3 Optimisation (7 points)

Une entreprise fabrique et vend x tonnes d'un certain produit par jour, x étant compris entre 10 et 100. Elle doit assumer des charges représentant un coût total quotidien dont le montant en centaines d'euros est donné par $C(x) = 0,2x^2 + 8x + 500$.

Partie A

Le coût moyen unitaire C_m de fabrication d'une tonne de produit est exprimé en centaines d'euros et est égal, pour tout réel x de l'intervalle $I = [10 ; 100]$ à : $C_m(x) = \frac{C(x)}{x}$.

1) Justifier que la fonction C_m est dérivable sur I, et que pour tout réel x de I, $C_m'(x) = \frac{0,2x^2 - 500}{x^2}$.

2) En déduire la quantité de produit fabriqué quotidiennement pour laquelle le coût moyen unitaire est minimal.

Aide au calcul
$\frac{0,2 \times 50^2 + 8 \times 50 + 500}{50} = 28$

Partie B

3) Le prix de vente **d'une tonne** de produit dépend de la quantité x produite et s'exprime, en centaines d'euros, par la relation : $p(x) = 62 - \frac{x}{4}$.

3.a) Déterminer la recette totale obtenue avec une production et une vente de 40 tonnes de produit.

3.b) Déterminer en fonction de la quantité x produite et vendue le montant de la recette totale $R(x)$.

4) Le bénéfice B, en centaines d'euros, réalisé par l'entreprise pour la vente de x tonnes de produit est égal, pour tout réel x de I, à : $B(x) = R(x) - C(x)$.

4.a) Montrer qu'alors B est la fonction définie sur I par $B(x) = -0,45x^2 + 54x - 500$.

4.b) Combien de tonnes l'entreprise doit produire et vendre afin d'obtenir un bénéfice maximum ? Donner le montant de ce bénéfice.

BROUILLON