FONCTIONS AFFINES ET INÉQUATIONS E04

EXERCICE N°1 *(Le corrigé)*

Déterminer le sens de variations des fonctions affines définies par les expressions suivantes.

1) $f(x)=2x+3$

f est une fonction affine de coefficient directeur (2) strictement positif.
Elle est donc $\boxed{\text{strictement croissante}}$.

2) $f(x)=-4x+5$

f est une fonction affine de coefficient directeur (-4) strictement négatif.
Elle est donc $\boxed{\text{strictement décroissante}}$.

3) $f(x)=x+7$

f est une fonction affine de coefficient directeur (1) strictement positif.
Elle est donc $\boxed{\text{strictement croissante}}$.
On se rappelle que $x=1x$

4) $f(x)=8-x$

f est une fonction affine de coefficient directeur (-1) strictement négatif.
Elle est donc $\boxed{\text{strictement décroissante}}$.
On se rappelle que $-x=-1x$

5) $f(x)=\sqrt{3}(x-2)$

f est une fonction affine de coefficient directeur ($\sqrt{3}$) strictement positif.
Elle est donc $\boxed{\text{strictement croissante}}$.
$\sqrt{3}(x-2)=\sqrt{3}\times x-2\sqrt{3}$

6) $f(x)=\dfrac{3-2x}{7}$

f est une fonction affine de coefficient directeur $\left(\dfrac{-2}{7}\right)$ strictement négatif.
Elle est donc $\boxed{\text{strictement décroissante}}$.
$\dfrac{3-2x}{7}=\dfrac{3}{3}-\dfrac{2}{7}x$

FONCTIONS AFFINES ET INÉQUATIONS E04

EXERCICE N°2 (Le corrigé)

Pour chacune des fonctions affines suivantes, déterminer le coefficient directeur de leur représentation graphique et en déduire le sens de variation de la fonction.

1) $f(x)=-2x+1$

f est une fonction affine de coefficient directeur ($\boxed{-2}$) strictement négatif.
Elle est donc $\boxed{\text{strictement décroissante}}$.

2) $g(x)=3-x$

f est une fonction affine de coefficient directeur ($\boxed{-1}$) strictement négatif.
Elle est donc $\boxed{\text{strictement décroissante}}$.

3) $h(x)=2+\frac{x}{3}$

f est une fonction affine de coefficient directeur ($\boxed{\left(\frac{1}{3}\right)}$) strictement positif.
Elle est donc $\boxed{\text{strictement croissante}}$.

$2+\frac{3}{x}=2+\frac{1}{3}x$

4) $l(x)=\frac{x\sqrt{2}-1}{3}$

f est une fonction affine de coefficient directeur ($\boxed{\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)}$) strictement positif.
Elle est donc $\boxed{\text{strictement croissante}}$.

$\frac{x\sqrt{2}-1}{3}=\frac{\sqrt{2}}{3}x-\frac{1}{3}$

FONCTIONS AFFINES ET INÉQUATIONS E04

EXERCICE N°3 (Le corrigé)

1) La fonction affine f vérifie $f(2)=5$ et $f(6)=3$.
f est-elle croissante ou décroissante? Justifier

Notons m_1 le coefficient directeur de f .

On sait que $m_1 = \dfrac{f(2)-f(6)}{2-6} = \dfrac{5-3}{2-6} = \dfrac{2}{-4} = -0{,}5$

Ainsi, f est une fonction affine de coefficient directeur ($\boxed{-0{,}5}$) strictement négatif.
Elle est donc $\boxed{\text{strictement décroissante}}$.

Remarque n°1 :

Hé mais moi , j'ai commencé par $m = \dfrac{f(6)-f(2)}{6-2}$.

Pas de panique : $\dfrac{f(6)-f(2)}{6-2} = \dfrac{-[-f(6)+f(2)]}{-[-6+2]} = \dfrac{-[f(2)-f(6)]}{-[2-6]} = \dfrac{f(2)-f(6)}{2-6}$

(d'après la règle des signes appliquée aux quotients).
Remarque n°2 :
On pouvait bien sûr procéder autrement.
Les points $(2\ ;\ 5)$ et $(6\ ;\ 3)$ appartiennent à la droite qui représente f .
Or : $2<6$ et $5>3$ ce qui montre que la droite se « dirige vers le bas ».
(Nous reviendrons la dessus, un peu tard dans l'année).

2) La fonction affine g vérifie $g(-1)=3$ et $g(2)=6$.
g est-elle croissante ou décroissante? Justifier.

Notons m_2 le coefficient directeur de g .

On sait que $m_2 = \dfrac{g(-1)-g(2)}{-1-2} = \dfrac{3-6}{-1-2} = \dfrac{-3}{-3} = 1$

Ainsi, f est une fonction affine de coefficient directeur ($\boxed{1}$) strictement positif.
Elle est donc $\boxed{\text{strictement croissante}}$.

EXERCICE N°4 (Le corrigé)

Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse.

1) On considère une fonction affine f croissante et telle que l'ordonnée à l'origine de sa représentation graphique soit 3 .
On peut alors avoir $f(2)=1$.

$\boxed{\text{FAUX}}$

Nous allons faire une *démonstration par l'absurde*.
Supposons que $f(2)=1$.
On suppose vraie l'assertion $f(2)=1$ et on va l'utiliser pour aboutir à une contradiction.
On sait que $f(0) = 3$
Et oui : On nous dit que l'ordonnée à l'origine vaut 3.
En notant m le coefficient directeur de f ,

$$m = \frac{f(0)-f(2)}{0-2} = \frac{3-1}{0-2} = -1$$

On obtient un coefficient directeur négatif alors que la fonction est croissant.
L'énoncé nous dit que f est croissante : c'est une donnée (c'est forcément vrai)
En supposant que $f(2)=1$ (ce n'est pas une donnée mais une hypothèse) on finit par démontrer que f est décroissante. Il y a clairement une contradiction entre la donnée de l'énoncé et notre hypothèse : les deux ne peuvent pas être vraies en même temps.
Comme la donnée est forcément vraie, c'est l'hypothèse qui est fausse et on obtient le résultat.
Ceci est absurde, ce qui prouve que notre hypothèse de départ était fausse.
La *démonstration par l'absurde* est une méthode de démonstration très utile et que vous utiliserez régulièrement si vous continuez dans les maths.

2) On considère une fonction affine g décroissante et telle que l'ordonnée à l'origine de sa représentation graphique soit 1 .
On peut alors avoir $g(2)=0$.

$\boxed{\text{C'est possible}}$

Supposons que $g(2)=0$.
On sait que $g(0) = 1$
En notant m le coefficient directeur de g ,

$$m = \frac{g(0)-g(2)}{0-2} = \frac{1-0}{0-2} = -0{,}5$$

On obtient un coefficient directeur négatif ce qui est cohérent avec l'énoncé.
On a noté « c'est possible » à la place de « vrai ».
« $g(2)=0$ » est en effet possible : cela ne contredit pas l'énoncé, mais nous n'avons pas assez de données pour le démontrer (tout ce qu'on peut affirmer c'est que $g(2) \leqslant 1$)

3) On considère une fonction affine h croissante et telle que $h(5)=12$.
On peut alors avoir $h(7)=15$.

$\boxed{\text{C'est possible}}$

Supposons que $h(5)=12$ et $h(7)=15$.
On sait que
En notant m le coefficient directeur de h ,

$$m = \frac{h(5)-h(7)}{5-7} = \frac{12-15}{5-7} = 1{,}5$$

On obtient un coefficient directeur positif ce qui est cohérent avec l'énoncé.