BARÈME DU DEVOIR SURVEILLÉ N°1

Nom :	***Prénom :***	***Classe :***

EXERCICE N°1 ***(2 points)***

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=-0,1x^2+23x-760$.
Déterminer le tableau de variations de la fonction g .

g est une fonction polynôme du second degré de forme développée ax^2+bx+c avec $a=-0,1$; $b=23$ et $c=-760$.
La représentation graphique d'une telle fonction est une parabole qui est tournée vers le bas car $a<0$.

L'abscisse du sommet est $\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-23}{2\times(-0,1)} = 115$

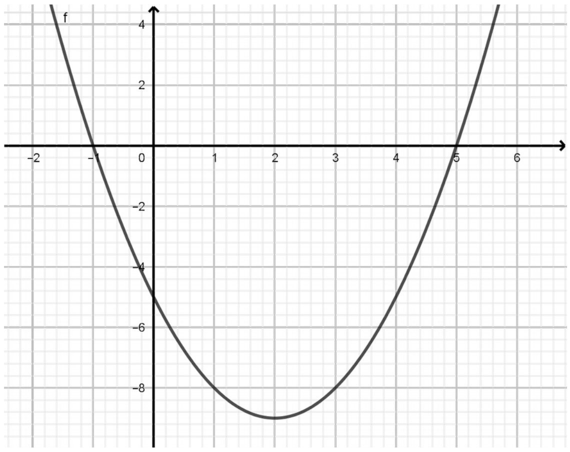
Son ordonnée est $\beta = g(\alpha) = g(115) = 562,5$.

On en déduit le tableau de variations suivant.

x	$-\infty$	115	$+\infty$
$g(x)$	↗	$562,5$	↘

EXERCICE N°2 *(8 points = 4 × 2 pts)*

On considère la parabole représentative de la fonction f définie $\mathbb{R}$ sur par : $f(x)=x^2-4x-5$ dont le graphique est donné ci-contre dans un repère orthogonal :
On donne les renseignements suivants :
A a pour coordonnées $(-1\ ;\ 0)$ et
B a pour coordonnées $(5\ ;\ 0)$.



1) Déterminer par le calcul la valeur exacte de l'ordonnée du point de la parabole d'abscisse 6.

Il s'agît de calculer $f(6)$

$f(6)=6^2-4\times6-5=7$

Ainsi, l'ordonnée cherchée vaut : $\boxed{7}$

2) En utilisant la méthode de votre choix, graphique ou algébrique, déterminer la forme factorisée de $f(x)$.

f est une fonction polynôme du second degré de forme développée ax^2+bx+c avec $a=1$; $b=-4$ et $c=-5$

Sa forme factorisée s'écrit donc $a(x-x_1)(x-x_2)$ avec x_1 et x_2 les racines de f .

Comme, x_1 et x_2 sont aussi les abscisses des points d'intersection de la parabole avec l'axe des abscisses, on peut lire sur le graphique que $x_1=-1$ et $x_2=5$.

Enfin, on peut écrire : $\boxed{f(x)=(x+1)(x-5)}$

3) Calculer les coordonnées du sommet S de la parabole.

Notons $S(\alpha\ ;\ \beta)$ le sommet.

Alors $\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{4}{2}=2$ et $\beta = f(\alpha) = 2^2-4\times2-5 = -9$

Donc $\boxed{S(2\ ;\ -9)}$

4) Résoudre l'équation $f(x) = -5$.

$f(x) = -5$

$\Leftrightarrow x^2-4x-5=-5$

$\Leftrightarrow x^2-4x=0$

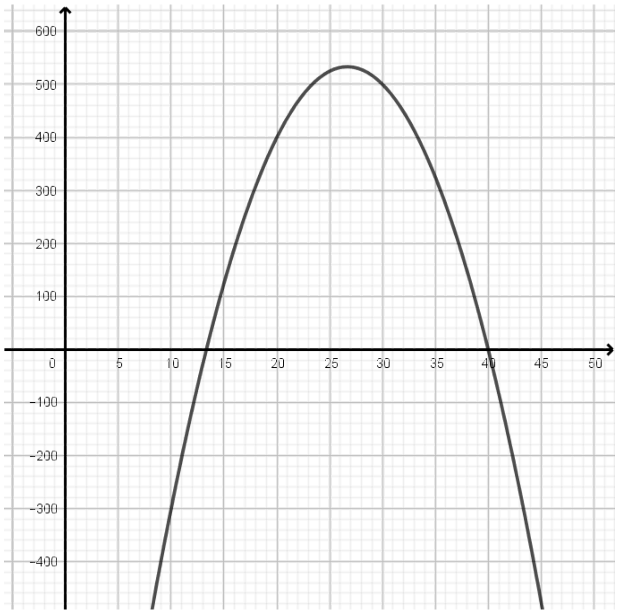
$\Leftrightarrow x(x-4)=0$

$\Leftrightarrow (x=0 \text{ ou } x=4)$

On en déduit que cette équation admet $\boxed{\text{deux solutions : } 0 \text{ et } 4}$

EXERCICE N°3 **(10 points = 5 × 2 pts)**

Une entreprise fabrique des lampes solaires. Elle ne peut pas produire plus de 5000 lampes par mois. Le résultat qu'elle peut réaliser en un mois, exprimé en centaines d'euros, est modélisé par une fonction b dont la représentation graphique est donnée ci-dessous. On rappelle que lorsque le résultat est positif, on l'appelle bénéfice. L'axe des abscisses indique le nombre de lampes produites et vendues exprimé en centaines.



En utilisant le graphique :

1) Lire $b(10)$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

$\boxed{b(10)=-300}$

On en déduit que si l'entreprise $\boxed{\text{fabrique } 1000 \text{ lampes alors elle perd } 30\ 000\ €}$

2) Déterminer avec la précision que la lecture graphique permet, le bénéfice maximal que peut réaliser l'entreprise et les quantités de lampes à fabriquer correspondantes.

Le bénéfice maximal vaut $\boxed{54\ 000\ €}$ pour une fabrication de $\boxed{2700 \text{ lampes}}$

3) La fonction b définie sur l'intervalle $[0\ ;+\infty[$ est définie par l'expression suivante : $b(x)=-3x^2+160x-1600$

3.a) Montrer que : $b(x)=(x-40)(-3x+40)$

$$(x-40)(-3x+40) = -3x^2+40x+120x-1600 = -3x^2+160x-1600 = b(x)$$

3.b) Résoudre $b(x)=0$

$$b(x)=0$$
$$\Leftrightarrow (x-40)(-3x+40) = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-40=0 \text{ ou } -3x+40=0)$$
$$\Leftrightarrow (x=40 \text{ ou } x=\frac{40}{3})$$

On en déduit que cette équation admet $\boxed{\text{deux solutions : } \frac{40}{3} \text{ et } 40}$

3.c) Donner la valeur exacte du maximum de la fonction b et en quel nombre il est atteint.

b est une fonction polynôme du second degré de forme développée ax^2+dx+c avec $a=-3$; $d=160$ et $c=-1600$

Attention ici au choix des lettres car b est déjà utilisé comme nom de la fonction.

On peut alors noter $S(\alpha\ ;\beta)$ le sommet de la parabole avec

$$\alpha = \frac{-d}{2a} = \frac{-160}{2\times(-3)}=\frac{80}{3}\ (\approx 26{,}67) \text{ et}$$

$$\beta = f(\alpha) = -3\times\left(\frac{80}{3}\right)^2+160\times\frac{80}{3}-1600=\frac{1600}{3}\ (\approx 533{,}33)$$

Ainsi le $\boxed{\text{maximum vaut : } \frac{1600}{3}}$ et il est $\boxed{\text{atteint en : } \frac{80}{3}}$