DEVOIR SURVEILLÉ N°4 LE CORRIGÉ

Nom :	**Prénom :**	**Classe :**

EXERCICE N°1 Automatismes (5 points)

1) Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier :

$$A = \frac{4}{7} - \frac{5}{3} \times \frac{5}{3} \quad \boxed{= \frac{-139}{63}}$$

2) Développer et réduire l'expression : $B = (4-10x)(-6x-7)$

$\boxed{B = 60x^2 + 46x - 28}$

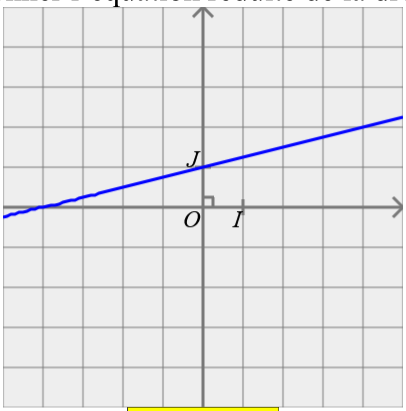
3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $-4x-6 \geqslant 6-8x$

Cette inéquation admet comme ensemble des solutions : $[3\ ;\ +\infty[$

4) On considère le suite géométrique u de premier terme $u_0 = -8$ et de raison $q = 7$. Exprimer u_n en fonction de n.

$\boxed{u_n = -8 \times 7^n}$

5) Donner l'équation réduite de la droite :



$\boxed{y = \frac{x}{4} + 1}$

EXERCICE N°2 Suites géométriques : les bases (4 points)

On considère la suite géométrique $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_0 = 10 \\ u_{n+1} = 0{,}85 \times u_n \end{cases}$

1) Déterminer l'expression de u_n en fonction de n .

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\boxed{u_n = 10 \times 0{,}85^n}$

2) Déterminer le sens de variation de cette suite.

Le premier terme est strictement positif et la raison strictement comprise entre 0 et 1 donc la suite u est strictement décroissante .

3) Représenter les 6 premiers termes de cette suite sur l'annexe (au dos de cette feuille).

Voir l'annexe

4) Déterminer le rang n à partir duquel la valeur de départ u_0 aura été divisée par 4.

Il s'agit de résoudre $u_n \leqslant \frac{u_0}{4}$ c'est à dire $10 \times 0{,}85^n \leqslant 2{,}5$.

Avec l'aide la calculatrice, $u_8 \approx 2{,}7$ et $u_9 \approx 2{,}3$.

Comme la suite est décroissante, on en déduit c'est $\boxed{\text{à partir du rang } 9}$ que la valeur de départ aura été divisée par 4.

EXERCICE N°3 Fonctions exponentielles : les bases (3 points)

On considère la fonction f définie pour tout réel x par : $f(x) = 5 \times 1{,}2^x$.

1) Calculer $f(0)$, $f(3)$ et donner une valeur approchée de $f(2{,}5)$ à 0,01 près.

$\boxed{f(0) = 5}$ $\boxed{f(3) = 8{,}64}$ $\boxed{f(2{,}5) \approx 7{,}89}$

2) Déterminer le sens de variation de f .

$f(x)$ est de la forme $k \times a^x$ avec $k = 5 > 0$ et $a = 1{,}2 > 1$.

On en déduit que $\boxed{f \text{ est strictement croissante}}$.

3) À partir de quelle valeur de x a-t-on $f(x) > 20$? On donnera une valeur approchée à 0,01 près.

Avec l'aide de la calculatrice, $f(7{,}6) \approx 19{,}97$ et $f(7{,}61) \approx 20{,}02$

Comme la fonction est strictement croissante, on en déduit que c'est $\boxed{\text{à partir d'environ } 7{,}61}$ que $f(x) > 20$.

Pour les curieux c'est à partir de $\dfrac{2\ln(2)}{\ln(2)+\ln(3)-\ln(5)}$ ou $\dfrac{2\log(2)}{2\log(2)+\log(3)-1}$

EXERCICE N°4 Science de la Vie et de la Terre (5 points)

Un scientifique observe la concentration d'un médicament dans le sang d'un patient. La concentration initiale est de 50 mg/L et elle diminue de 15 % par heure.

1) Justifier pourquoi le modèle exponentiel est adapté.

Une diminution de 15 % correspond à un coefficient multiplicateur CM valant 0,85.
Ainsi pour passer d'une heure à la suivante, il suffit de multiplier la concentration par 0,85.
On reconnaît la raison d'une suite géométrique, ce qui justifie le modèle exponentiel.

2) Déterminer l'expression de la concentration C_n (en mg/L) en fonction du temps n (en heures).

Ici, il faut penser à décrire correctement notre suite avant de passer à la « formule ».

Pour tout entier naturel n, C_n représente la concentration, en mg/L, du médicament dans le sang après n heures écoulées.
D'après la question 1), C_n est le terme de rang n d'une suite géométrique de raison 0,85 et de premier terme $C_0 = 50$.
On en déduit que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\boxed{C_n = 50\times 0{,}85^n}$

3) Calculer la concentration après 6 heures. (*On arrondira à 0,01 près*)

Il s'agit de calculer C_6.
$C_6 = 50\times 0{,}85^6$
$C_6 \approx 18{,}86$
Après 6 heures, la concentration est d' $\boxed{\text{environ } 18{,}86 \text{ mg/L}}$

4) Déterminer après combien d'heures la concentration sera inférieure à 10 mg/L.

Nous savons que notre suite géométrique est strictement décroissante car sa raison est strictement comprise entre 0 et 1 (et que son premier terme est strictement positif)
À l'aide de la calculatrice, $C_9 \approx 11{,}6$ et $C_{10} \approx 9{,}8$
On en déduit donc que c'est $\boxed{\text{à partir de 10h}}$ que la concentration sera inférieure à 10 mg/L.

EXERCICE N°5 Sciences sociales (3 points)

Une enquête de l'Institut National des Hautes Études de la Sécurité et de la Justice s'intéresse à la diffusion des informations à travers les réseaux sociaux. L'Institut cite une étude du chercheur D. Watts, qui a relevé que :

- 93 % du temps, une information est diffusée par un utilisateur, mais elle n'est jamais relayée.
- 6,8 % du temps, une information est relayée à une ou deux personnes qui vont la relayer au maximum une seule fois.
- 0,2 % du temps, l'information est cascadée de manière exponentielle.

Interpréter dans chacun des cas ce qui se passe si une personne diffuse une rumeur sur un réseau social. On pourra discuter des limites de ces modélisations.

Premier cas : 93 % du temps, une information est diffusée mais jamais relayée.

Lorsqu'une personne diffuse une rumeur, il est très probable (dans 93 % des cas) qu'elle ne soit vue que par ses abonnés ou amis directs, mais qu'aucun d'eux ne la partage. Cela signifie que la rumeur s'arrête immédiatement après sa publication. Plusieurs raisons peuvent expliquer cela :

Le manque d'intérêt du public visé.
La faible crédibilité de la source ou du contenu.
Un algorithme qui réduit la visibilité de la publication.
Une audience limitée de l'auteur du message.

Conséquence : La rumeur reste confinée à un cercle restreint et n'a aucune portée significative.

Deuxième cas : 6,8 % du temps, l'information est relayée une ou deux fois avant de s'arrêter.

Dans ce scénario, la rumeur connaît un léger relais : quelques personnes la trouvent suffisamment intéressante pour la partager, mais la diffusion s'arrête rapidement.

Cela pourrait correspondre à des situations où :

Le contenu semble crédible ou intrigant mais ne suscite pas un fort engagement.
La rumeur touche un petit réseau où les interactions sont limitées.
L'algorithme favorise légèrement la diffusion, mais sans engendrer une large viralité.

Conséquence : L'information circule dans un petit groupe avant de disparaître, empêchant toute propagation à grande échelle.

Troisième cas : 0,2 % du temps, l'information est cascadée de manière exponentielle.

C'est le cas rare mais spectaculaire où une rumeur devient virale. Lorsqu'une information entre dans cette catégorie :

Chaque relais amène plusieurs nouvelles personnes à la diffuser à leur tour.
L'effet boule de neige s'enclenche et la rumeur atteint un très grand nombre d'utilisateurs en peu de temps.
L'algorithme des réseaux sociaux peut jouer un rôle important en amplifiant la visibilité du message s'il génère beaucoup d'engagement (likes, commentaires, partages rapides).

Conséquence : La rumeur se propage massivement et peut même dépasser le cadre du réseau social pour atteindre les médias traditionnels. Elle peut ainsi impacter l'opinion publique, influencer des décisions ou provoquer des controverses.

Bien que ces statistiques offrent une vision simplifiée de la diffusion des informations, elles présentent certaines limites :

Elles **ne tiennent pas compte du contenu** : Une information pertinente ou crédible peut être davantage relayée qu'une information douteuse.
Elles **ne prennent pas en compte le type de réseau social** : Certains réseaux (Twitter/X, TikTok) favorisent plus le partage que d'autres (Facebook, Instagram).
Le **rôle des algorithmes n'est pas pris en compte** : Ils influencent la visibilité d'un message en fonction de l'engagement et des tendances.
L'impact du facteur temporel est absent : Une rumeur peut d'abord sembler insignifiante avant de connaître un rebond après un certain temps.

En conclusion, cette étude met en évidence que la grande majorité des rumeurs ne dépassent pas leur point d'origine, mais qu'une infime proportion d'entre elles peut avoir un impact massif et incontrôlable.

ANNEXE DE L'EXERCICE N°2