

VARIABLES ALÉATOIRES TP01 LE CORRIGÉ

Objectif : Utiliser Python pour simuler des données biologiques et comprendre comment l'espérance et la variance réagissent aux transformations de données.

La situation

Dans une population de fleurs sauvages, un gène influence la taille de la tige.

- 60% des fleurs ont la variété "standard" : taille de 10 cm.
- 30% ont la mutation "M1" : taille de 15 cm.
- 10% ont la mutation "M2" : taille de 20 cm.

Soit X la variable aléatoire donnant la taille d'une fleur choisie au hasard.

Le travail à faire

1) Ouvrez votre éditeur Python et complétez les fonctions ci-dessous.



```
1 tailles = [10, 15, 20]
2 probabilites = [0.6, 0.3, 0.1]
3
4 def esperance(L_valeurs, L_probabilites):
5     e = 0
6     for i in range(len(L_valeurs)):
7         # À COMPLÉTER : Formule de l'espérance
8         e = e + L_valeurs[i] * L_probabilites[i]
9     return e
10
11 def variance(L_valeurs, L_probabilites):
12     e = esperance(L_valeurs, L_probabilites)
13     v = 0
14     for i in range(len(L_valeurs)):
15         # À COMPLÉTER : Moyenne des carrés des écarts
16         v = v + L_probabilites[i] * (L_valeurs[i] - e)**2
17     return v
18
19 # Résultats pour X
20 print("X (en cm) : E(X) =", esperance(tailles, probabilites))
21 print("X (en cm) : V(X) =", variance(tailles, probabilites))
```



Cliquer le script
pour télécharger
le corrigé

2) Notez les valeurs obtenues pour $E(X)$ et $V(X)$.

$$E(X) = 12,5 \quad V(X) = 11,25$$

3) On décide d'exprimer les tailles en millimètres. Chaque valeur est multipliée par 10. On pose $Y = 10X$.

3.a) Créez une liste **tailles_mm** = [100, 150, 200].

On insère le code en dessous de la ligne 1

la ligne 2 est : **tailles_mm** = [100, 150, 200]

la ligne 3 est : **probabilites** = [0.6, 0.3, 0.1]

3.b) Utilisez vos fonctions pour calculer $E(Y)$ et $V(Y)$.

Dans les deux dernières lignes du script on remplace « tailles » par « tailles_mm »

$$E(Y) = E(10X) = 125 \quad V(Y) = V(10X) = 1125$$

3.c) Comment $E(10X)$ et $V(10X)$ sont-elles liées à $E(X)$ et $V(X)$?

$$E(10X) = 10 \times E(X) \quad \text{et} \quad V(10X) = 10^2 \times V(X)$$

4) On ajoute un engrais qui fait gagner exactement 5 cm à chaque plante, quelle que soit sa génétique. On pose $Z = X+5$

4.a) Créez une liste **tailles_boost** = [15, 20, 25].

On insère le code en dessous de la ligne 2

la ligne 3 est : **tailles_boost** = [15, 20, 25]

la ligne 4 est : **probabilites** = [0.6, 0.3, 0.1]

4.b) Utilisez vos fonctions pour calculer $E(Z)$ et $V(Z)$.

Dans les deux dernières lignes du script on remplace « tailles_mm » par « tailles_boost »

$$E(Z) = E(X+5) = 17,5 \quad V(Z) = V(X+5) = 11,25$$

4.c) Comment $E(X+5)$ et $V(X+5)$ sont-elles liées à $E(X)$ et $V(X)$?

$$E(X+5) = E(X) + 5 \quad \text{et} \quad V(X+5) = V(X)$$

5) Complétez

Linéarité de l'espérance :

$$E(aX+b) = aE(X)+b$$

Propriété de la variance :

$$V(aX+b) = a^2 V(X)$$