PROPORTIONS ET ÉVOLUTIONS M05

EXERCICE N°1

Une somme de 2 500 euros est placée en banque au taux de 1,25 % à intérêts composés.

- 1) Calculer le capital disponible au bout de 1 an, puis au bout de 2 ans.
- 2) Quel est le capital disponible au bout de 10 ans?

EXERCICE N°2

Les deux questions sont indépendantes. Les coefficients multiplicatifs sont à arrondir à 10^{-4} .

Le gouvernement d'un pays envisage de baisser une taxe d'habitation et un impôt.

- 1) Il est envisagé de d'augmenter le prix de l'électricité de 25 % en deux ans. On suppose que le pourcentage de hausse est le même chaque année. Justifier que ce pourcentage de hausse annuel est alors égal à environ 11,8 %.
- 2) Il est envisagé de d'augmenter le prix du gaz de 35 % en quatre ans.

La première année, ce prix monte de 10 %, la deuxième année, la hausse est de 9 % et la troisième année de 8 %.

- 2.a) Quelle est la hausse, en pourcentage, de ce prix au terme des trois premières années ?
- **2.b)** Pour atteindre l'objectif d'une hausse de 35 % en quatre ans, quel pourcentage de hausse ce gouvernement doit-il décider pour la quatrième année?

Définition n°1. Intérêts composés

Les intérêts composés correspondent aux intérêts d'un placement calculés en intégrant dans le calcul les intérêts accumulés au cours des années précédentes.

Exemple n°1.

Pour faire simple, prenons 10.000 euros placés à un rendement de 10% annuellement. À la fin de la première année vous aurez engrangé 1.000 euros d'intérêts, et votre capital sera porté à 11.000 euros.

À la fin de la seconde année, ce ne seront pas 1.000 euros supplémentaires qui viendront grossir votre solde, mais 1.100 euros.

PROPORTIONS ET ÉVOLUTIONS M05C

EXERCICE N°1

Une somme de 2 500 euros est placée en banque au taux de 1,25 % à intérêts composés.

1) Calculer le capital disponible au bout de 1 an, puis au bout de 2 ans.

Une augmentation de 1,25 % correspond à un coefficient multiplicateur CM valant 1,0125.

 $-2500 \times CM = 2500 \times 1,0125 = 2531,25$

Ainsi le capital disponible sera de 2531,25 € au bout d'un an

- $2500 \times CM \times CM = 2500 \times CM^2 = 2500 \times 1,0125^2 \approx 2562,8906$ Ainsi le capital disponible sera d'environ $2562,89 \in \text{au bout de 2 ans}$.
- 2) Quel est le capital disponible au bout de 10 ans ?

$$2500 \times CM^{10} = 2500 \times 1,0125^{10} \approx 2830,6770$$

Ainsi le capital disponible sera d' environ 2830,68 \in \text{au bout de 10 ans}.

EXERCICE N°2

Les deux questions sont indépendantes. Les coefficients multiplicatifs sont à arrondir à 10^{-4} .

Le gouvernement d'un pays envisage de baisser une taxe d'habitation et un impôt.

1) Il est envisagé de d'augmenter le prix de l'électricité de 25 % en deux ans. On suppose que le pourcentage de hausse est le même chaque année. Justifier que ce pourcentage de hausse annuel est alors égal à environ 11,8 %.

Une hausse de 25 % correspond à un coefficient multiplicateur CM_g valant 1,25. g pour global...

Notons CM le coefficient multiplicateur moyen et posons t = CM - 1 le taux correspondant.

On a: $CM_g = CM \times CM = CM^2$

On obtient $CM^2 = 1,25$

d'où $CM = \sqrt{1,25}$ ou $CM = -\sqrt{1,25}$

Comme un coefficient multiplicateur est positif, il reste : $CM = \sqrt{1,25}$

Ainsi $t = CM - 1 = \sqrt{1,25} - 1 \approx 0,118$

La calculatrice affiche 0,11803.... l'arrondi à 10^{-4} donne donc 0,1180 que l'on écrit 0,118. Soit un pourcentage de hausse annuel d'environ 11,8 %.

2) Il est envisagé de d'augmenter le prix du gaz de 35 % en quatre ans.

La première année, ce prix monte de 10 %, la deuxième année, la hausse est de 9 % et la troisième année de 8 %.

2.a) Quelle est la hausse, en pourcentage, de ce prix au terme des trois premières années ?

Les hausses de 10%; 9 % et 8 % correspondent respectivement aux coefficients multiplicateurs 1,1; 1,09 et 1,08.

Le coefficient multiplicateur global sur ces trois années vaut donc :

 $1,1\times1,09\times1,08 \approx 1,2949$

On en déduit le taux d'évolution correspondant :

1,2949-1 = 0,2949

Soit | une hausse d'environ 29,49 %

2.b) Pour atteindre l'objectif d'une hausse de 35 % en quatre ans, quel pourcentage de hausse ce gouvernement doit-il décider pour la quatrième année?

Ici, attention! Pas question d'additionner ou de soustraire des taux d'évolutions. Souvenez-vous de la hausse de 10 % suivie de la baisse de 10 % ...

Une hausse de 35% correspond à un CM_g valant 1,35.

En notant CM_4 le coefficient multiplicateur correspondant au taux de la 4^e année :

 $1,1\times1,09\times1,08\times CM_4 = 1,35$

donc $CM_4 = \frac{1,35}{1,1\times1,09\times1,08} \approx 1,0425$

On en déduit le taux d'évolution correspondant :

1,0425-1 = 0,0425

Soit une hausse d'environ 4,25 %