# CORRIGÉ DU DEVOIR SURVEILLÉ N°2

| **Nom :** | **Prénom :** | **Classe :** |
|---|---|---|

## EXERCICE N°1 Je connais mon cours (5 points)

On se place dans un repère orthonormé $(O\ ;\ I\ ;\ J)$ .
Soient $A$ , $B$ , $C$ et $D$ quatre points tels que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ .
Soit $K$ tel que $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{KC}$ .

**1)** Que peut-on dire du quadrilatère $ABCD$ ? (aucune justification n'est demandée)

$\boxed{ABCD \text{ est un parallélogramme}}$

**2)** Que peut-on dire du point $K$ ?

$\boxed{K \text{ est le milieu de } [AC]}$

**3)** On donne à présent les coordonnées de $A$ et $B$ : $A(-3\ ;\ 2)$ et $B(4\ ;\ -1)$ .
Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ .

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4-(-3) \\ -1-2 \end{pmatrix}$ ou encore $\boxed{\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix}}$

**4)** Calculer $\|\overrightarrow{AB}\|$ .

$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{7^2+(-3)^2} = \sqrt{49+9} = \boxed{\sqrt{58}}$

**5)** Soient $\vec{u}\begin{pmatrix} 5,1 \\ 2,7 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 1,7 \\ 0,9 \end{pmatrix}$ . Démontrer que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

$det(\vec{u}\ ;\ \vec{v}) = 5,1 \times 0,9 - 2,7 \times 1,7 = 0$
On en déduit que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

## EXERCICE N°2 Je sais utiliser des égalités vectorielles (4 points)

On munit le plan d'un repère $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$

Montrer que les points suivants sont alignés : $A(-3\ ;\ -1)$ , $B(1\ ;\ 5)$ et $C(-1\ ;\ 2)$

- Calculons les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ .

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1-(-3) \\ 5-(-1) \end{pmatrix}$ ou encore $\boxed{\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}}$

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -1-(-3) \\ 2-(-1) \end{pmatrix}$ ou encore $\boxed{\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}}$

- Calculons le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ .

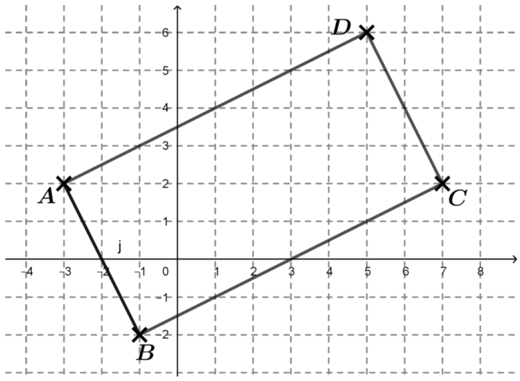
$\boxed{det(\overrightarrow{AB}\ ,\ \overrightarrow{AC}) = 4 \times 3 - 6 \times 2 = 0}$

- On en déduit que les vecteurs sont colinéaires et donc que les droites $\boxed{(AB) \text{ et } (AC) \text{ sont parallèles}}$ (au sens large).

- Enfin, ces droites ont en commun le point $A$ , $\boxed{\text{elles sont donc confondues}}$ et les points $A$, $B$ et $C$ sont alignés.

**EXERCICE N°3** *Je sais mobiliser mes connaissances* *(7 points)*

On donne le repère orthonormé $(O; I; J)$.
Placer les points $A(-3\ ;2)$ ; $B(-1\ ;-2)$ ; $C(7\ ;2)$ et $D(5\ ;6)$.
*Le graphique ne servira pas à démontrer mais à vérifier vos réponses.*




**1)** Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC}$. En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.

$\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} x_D-x_A \\ y_D-y_A \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 5-(-3) \\ 6-2 \end{pmatrix}$ ou encore $\boxed{\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix}}$

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} x_C-x_B \\ y_C-y_B \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 7-(-1) \\ 2-(-2) \end{pmatrix}$ ou encore $\boxed{\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix}}$

On a $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ ce qui équivaut à $\boxed{ABCD \text{ parallélogramme}}$

**2)** Calculer les longueurs $AD$, $AB$ et $BD$ et en déduire la nature du triangle $ABD$.

$\|\overrightarrow{AD}\| = \sqrt{8^2+4^4} = \sqrt{64+16}$

$\boxed{\|\overrightarrow{AD}\| = \sqrt{80}}$

$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2} = \sqrt{(-1-(-3))^2+(-2-2)^2} = \sqrt{2^2+(-4)^2} = \sqrt{4+16}$

$\boxed{\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{20}}$

$\|\overrightarrow{BD}\| = \sqrt{(x_D-x_B)^2+(y_D-y_B)^2} = \sqrt{(5-(-1))^2+(6-(-2))^2} = \sqrt{6^2+8^2} = \sqrt{36+64}$

$\boxed{\|\overrightarrow{BD}\| = \sqrt{100}}$

On a d'une part : $BD^2=100$ et d'autre part $AD^2+AB^2=80+20=100$.
On constate que $BD^2=AD^2+AB^2$
Le théorème réciproque de Pythagore montre alors que $\boxed{\text{le triangle } ABC \text{ est rectangle en } A}$

**3)** Démontrer la nature du quadrilatère $ABCD$.

On sait d'après la question 1) que $ABCD$ parallélogramme et d'après la question 2) que $\widehat{BAC}=90°$
Or un parallélogramme ayant un angle droit est un rectangle.
On en déduit que : $\boxed{ABCD \text{ est un rectangle}}$

**4)** Calculer les coordonnées de $M$ milieu du segment $[BD]$
Notons $M(x_M\ ;y_M)$.

$M$ milieu de $[BD]$ équivaut à $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{MD}$

Or $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} x_M-x_B \\ y_M-y_B \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} x_M+1 \\ y_M+2 \end{pmatrix}$

et $\overrightarrow{MD}\begin{pmatrix} x_D-x_M \\ y_D-y_M \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{MD}\begin{pmatrix} 5-x_M \\ 6-y_M \end{pmatrix}$

On en déduit que $\begin{array}{l} x_M+1=5-x_M \Leftrightarrow 2x_M=4 \Leftrightarrow x_M=2 \\ y_M+2=6-y_M \Leftrightarrow 2y_M=4 \Leftrightarrow y_M=2 \end{array}$

Ainsi $\boxed{M(2\ ;2)}$

## *EXERCICE N°4 Je sais mobiliser mes connaissances (4 points)*

$RSTU$ est un parallélogramme. $V$ est l'image de $S$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{RT}$, et $W$ est l'image de $T$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{RU}$.
Quelle est la nature du quadrilatère $SVWU$ ? Justifier.

▪ D'une part,
on sait que : $\overrightarrow{RU} = \overrightarrow{TW}$ ce qui équivaut à $RTWU$ parallélogramme .
De plus $RTWU$ parallélogramme équivaut à $\boxed{\overrightarrow{RT} = \overrightarrow{UW}}$ .

▪ D'autre part,
On sait $\boxed{\overrightarrow{SV} = \overrightarrow{RT}}$

▪ On en déduit que $\boxed{\overrightarrow{SV} = \overrightarrow{UW}}$ ce qui équivaut à $\boxed{SVWU \text{ parallélogramme}}$