LES SUITES E02C

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0=2$ et de raison $r=3$.

1) Calculer u_1 , u_2 et u_3 .

- $u_1 = u_0+r = 2+3$

  $\boxed{u_1 = 5}$
- $u_2 = u_1+r = 5+3$

  $\boxed{u_2 = 8}$
- $u_3 = u_2+r = 8+3$

  $\boxed{u_3 = 11}$

2) Exprimer le terme u_n en fonction de n . En déduire les valeurs de u_{20} et u_{50} .

- Pour tout entier naturel n .

  $u_n = u_0+nr$

  $\boxed{u_n = 2+3n}$
- $u_{20} = 2+3\times 20$

  $\boxed{u_{20} = 62}$
- $u_{50} = 2+3\times 50$

  $\boxed{u_{50} = 152}$

3) Calculer la somme S des 21 premiers termes de la suite et la somme S' des 51 premiers termes.

Le 21[e] terme de la suite est $u_{20} = 62$, on en déduit que :

$$S = 21\times\frac{2+62}{2}$$

$\boxed{S = 672}$

EXERCICE N°2 (Le corrigé)

Soit la suite (v_n) définie par $v_n=7-3n$.

1) Calculer v_0 , v_1 et v_2 .

- $v_0=7-3\times 0$

  $\boxed{v_0=7}$
- $v_1=7-3\times 1$

  $\boxed{v_1=4}$
- $v_2=7-3\times 2$

  $\boxed{v_2=1}$

2) Démontrer que (v_n) est une suite arithmétique et déterminer la raison de la suite.

Montrons que l'écart entre deux termes consécutifs de la suite est toujours le même.

Soit n un entier naturel.

$v_{n+1}-v_n = 7-3(n+1)-(7-3n)$

$v_{n+1}-v_n = 7-3n-3-7+3n$

$v_{n+1}-v_n = -3$

On en déduit que $v_{n+1} = v_n-3$ et on reconnaît une suite arithmétique de raison -3 .

3) Quelle est la valeur du 51[e] terme ?

Le 51[e] terme est ici v_{50} :.

$v_{50} = 7-3\times 50$

$\boxed{v_{50} = -143}$

4) Calculer la somme des 51 premiers termes.

Nous savons que le 51^e terme est $v_{50} = -143$

En notant S la somme cherchée, on peut écrire :

$$S = 51 \times \frac{7+(-143)}{2}$$

$$\boxed{S = -3468}$$

EXERCICE N°3 (Le corrigé)

Le loyer annuel d'un appartement coûte 6500 € à l'entrée dans les lieux en 2018. Chaque année, le loyer annuel augmente de 150 € . On modélise le prix des loyers annuels par une suite arithmétique (u_n) .

On note u_0 le loyer annuel (en euros) payé en 2018. On note u_n le prix du loyer annuel (en euros) pendant l'année $2018+n$.

1) Exprimer le terme u_n en fonction de n .

Pour tout entier naturel n :

$$u_n = u_0 + nr$$

$$\boxed{u_n = 6500+150n}$$

2) En déduire la valeur du loyer en 2025.

$$2025 = 2018+7$$

Il s'agit donc de calculer u_7 :

$$u_7 = 6500+150\times 7$$

$$\boxed{u_7 = 7550}$$

3) Calculer la somme des 11 premiers loyers.

Commençons par calculer le 11^e loyer qui est u_{10} :

$$u_{10} = 6500+150\times 10$$

$$u_{10} = 8000$$

En notant S la somme cherchée, on peut écrire :

$$S = 11\times\frac{6500+8000}{2}$$

$$\boxed{S = 79500}$$

4) Le couple locataire avait envisagé d'acheter une maison pour un budget de $200\,000$ € avant de se décider à louer l'appartement. En quelle année la somme des loyers dépassera-t-elle les $200\,000$ € ?

A l'aide de la calculatrice, la somme des 24 premiers loyers vaut 197400 € et que celle des 25 premiers loyers vaut 207500 €.

C'est donc en $\boxed{2018+24 = 2042}$ que la somme des loyers dépassera les 200000 €.

EXERCICE N°4 À connaître

Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r .

Démontrer que $u_0 + u_1 + \ldots + u_7 = 4(2u_0+7r)$

On calcule ici la somme des 8 premiers termes d'une suite arithmétique de raison r .

En notant S cette somme et en sachant que le 8^e terme est u_7 , on peut écrire :

$$S = 8\times\frac{u_0+u_7}{2} = 4(u_0+u_7) = 4(u_0+u_0+7r) = 4(2u_0+7r)$$

On a bien l'égalité : $u_0 + u_1 + \ldots + u_7 = 4(2u_0+7r)$

LES SUITES E02

EXERCICE N°1

Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0=2$ et de raison $r=3$.

1) Calculer u_1 , u_2 et u_3 .

2) Exprimer le terme u_n en fonction de n . En déduire les valeurs de u_{20} et u_{50} .

3) Calculer la somme S des 21 premiers termes de la suite et la somme S' des 51 premiers termes.

EXERCICE N°2

Soit la suite (v_n) définie par $v_n=7-3n$.

1) Calculer v_0 , v_1 et v_2 .

2) Démontrer que (v_n) est une suite arithmétique et déterminer la raison de la suite.

3) Quelle est la valeur du 51^{e} terme ?

4) Calculer la somme des 51 premiers termes.

EXERCICE N°3 Vers les E3C

Le loyer annuel d'un appartement coûte 6500 € à l'entrée dans les lieux en 2018. Chaque année, le loyer annuel augmente de 150 € . On modélise le prix des loyers annuels par une suite arithmétique (u_n) .
On note u_0 le loyer annuel (en euros) payé en 2018. On note u_n le prix du loyer annuel (en euros) pendant l'année $2018+n$.

1) Exprimer le terme u_n en fonction de n .

2) En déduire la valeur du loyer en 2025.

3) Calculer la somme des 11 premiers loyers.

4) Le couple locataire avait envisagé d'acheter une maison pour un budget de $200\,000$ € avant de se décider à louer l'appartement. En quelle année la somme des loyers dépassera-t-elle les $200\,000$ € ?

EXERCICE N°4 À connaître

Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r .

Démontrer que $u_0 + u_1 + \ldots + u_7 = 4(2u_0+7r)$