LES SUITES NUMÉRIQUES M01

EXERCICE N°1 Vocabulaire

VOIR LE CORRIGÉ

On donne ici les premiers termes d'une suite $(v_n)_{n\geqslant 0}$:

$5{,}1$, π , $\sqrt{2}$, 15 , -4 , -22 , …

1) Donner la valeur du premier terme de v .

2) Donner la valeur du terme de rang 4.

3) Donner la valeur du cinquième terme de v puis donner son rang.

EXERCICE N°2 Attention on ne commence pas toujours à zéro

VOIR LE CORRIGÉ

1) On donne ici les premiers termes d'une suite $(w_n)_{n\geqslant 1}$:

$5{,}1$, π , $\sqrt{2}$, 15 , -4 , -22 , …

1.a) Donner la valeur du premier terme de w .

1.b) Donner la valeur du terme de rang 4.

1.c) Donner la valeur du cinquième terme de w puis donner son rang.

2) On donne ici les premiers termes d'une suite $(t_n)_{n\geqslant 4}$:

$5{,}1$, π , $\sqrt{2}$, 15 , -4 , -22 , …

2.a) Donner la valeur du premier terme de t .

2.b) Donner la valeur du terme de rang 4.

2.c) Donner la valeur du cinquième terme de t puis donner son rang.

EXERCICE N°3 Notation fonctionnelle vs Notation classique

VOIR LE CORRIGÉ

On donne ici les premiers termes d'une suite $(v_n)_{n\geqslant 0}$:

$5{,}1$, π , $\sqrt{2}$, 15 , -4 , -22 , …

1) Donner $v(1)$ et $v(4)$.

2) Donner v_1 et v_4 .

3) Déterminer $v(2)+1$ et $v(2+1)$.

4) Déterminer v_2+1 et v_{2+1} .

EXERCICE N°4 Suite explicite : premier contact

VOIR LE CORRIGÉ

On donne la suite u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \dfrac{2n+5}{3n+1}$

1) Identifier la fonction f du cours.

2) Déterminer u_0 , u_1 , u_2 et u_{1000} .

3) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, calculer la différence $u_{n+1} - u_n$.

EXERCICE N°5 Suite explicite : deuxième contact

VOIR LE CORRIGÉ

On donne la suite v définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = 4n^2+5n-2$

1) Identifier la fonction f du cours.

2) Déterminer v_0 , v_1 , v_2 et v_{1000} .

3) Pour tout , calculer la différence $v_{n+1} - v_n$.

EXERCICE N°6 Suite explicite : troisième contact

VOIR LE CORRIGÉ

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $u_n = \sqrt{2n^2-10}$.

1) Identifier la fonction f du cours.

2) À partir de quel rang la suite u est-elle définie ?

3) Déterminer, en fonction de n , u_{n-1} et u_{n+1} .

EXERCICE N°7 Suite explicite : un peu d'intuition…

VOIR LE CORRIGÉ

On donne à chaque fois les premiers termes d'une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$. Conjecturer une expression de u_n en fonction de n .

1) -3 , 1 , 5 , 9 , …

2) 37 , 36 , 33 , 28 , 21 , …

EXERCICE N°8 Suite explicite : du concret !

VOIR LE CORRIGÉ

(Exercice extrait du sesamath 1er spé : 39 p 64)

Une entreprise d'impression de photos propose un abonnement annuel à ses clients qui coûte 45€. Avec cet abonnement, le client paye 5 centimes par photo qu'il veut imprimer.

On note u_n le prix que paye le client pour l'abonnement et l'impression de n photos.

1) Donner une expression de u_n en fonction de n .

2) Combien le client paye-t-il pour imprimer 15 photos ?

3) S'il a payé 98€, combien de photos a-t-il imprimées ?

LES SUITES NUMÉRIQUES E01C

EXERCICE N°1 Vocabulaire (Le corrigé) *RETOUR À L'EXERCICE*

On donne ici les premiers termes d'une suite $(v_n)_{n\geqslant 0}$:

On débute à 0

$5{,}1$, π , $\sqrt{2}$, 15 , -4 , -22 , …

4) Donner la valeur du premier terme de v .

Le premier terme de v est $\boxed{v_0 = 5{,}1}$

5) Donner la valeur du terme de rang 4.

$\boxed{v_4 = -4}$

6) Donner la valeur du cinquième terme de v puis donner son rang.

Le cinquième terme est $\boxed{v_4 = -4}$ et $\boxed{\text{son rang est } 4}$.

v_0 étant le 1^{er} terme, v_1 est le 2^e … et v_4 est le 5^e .

EXERCICE N°2 ***Attention on ne commence pas toujours à zéro (Le corrigé)*** RETOUR À L'EXERCICE

1) On donne ici les premiers termes d'une suite $(w_n)_{n\geqslant 1}$:

On débute à 1

$5{,}1\ ,\ \pi\ ,\ \sqrt{2},\ 15\ ,\ -4\ ,\ -22\ ,\ \ldots$

1.a) Donner la valeur du premier terme de w .

Le premier terme de w est $\boxed{w_1 = 5{,}1}$.

1.b) Donner la valeur du terme de rang 4.

$\boxed{w_4 = 15}$

Notez la différence avec l'exercice précédent.

1.c) Donner la valeur du cinquième terme de w puis donner son rang.

Le cinquième terme est $\boxed{w_5 = -4}$ et $\boxed{\text{son rang est } 5}$.

2) On donne ici les premiers termes d'une suite $(t_n)_{n\geqslant 4}$:

On débute à 4

$5{,}1\ ,\ \pi\ ,\ \sqrt{2},\ 15\ ,\ -4\ ,\ -22\ ,\ \ldots$

2.a) Donner la valeur du premier terme de t .

Le premier terme de t est $\boxed{t_4 = 5{,}1}$.

2.b) Donner la valeur du terme de rang 4.

$\boxed{t_4 = 5{,}1}$

2.c) Donner la valeur du cinquième terme de t puis donner son rang.

Le cinquième terme est $\boxed{w_8 = -4}$ et $\boxed{\text{son rang est } 8}$.

EXERCICE N°3 Notation fonctionnelle vs Notation classique (Le corrigé) RETOUR À L'EXERCICE

On donne ici les premiers termes d'une suite $(v_n)_{n\geqslant 0}$:

On débute à 0

$5{,}1 \ , \ \pi \ , \ \sqrt{2}, \ 15 \ , -4 \ , -22 \ , \ldots$

1) Donner $v(1)$ et $v(4)$.

$\boxed{v(1) = \pi}$ et $\boxed{v(4) = -4}$

2) Donner v_1 et v_4 .

$\boxed{v_1 = \pi}$ et $\boxed{v_4 = -4}$

3) Déterminer $v(2)+1$ et $v(2+1)$.

- $v(2)+1 = \sqrt{2}+1$ ainsi $\boxed{v(2)+1 = \sqrt{2}+1}$
- $v(2+1) = v(3)$ ainsi $\boxed{v(2+1) = 15}$

4) Déterminer v_2+1 et v_{2+1} .

- $v_2+1 = \sqrt{2}+1$ ainsi $\boxed{v_2+1 = \sqrt{2}+1}$
- $v_{2+1} = v_3$ ainsi $\boxed{v_{2+1} = 15}$

On fera donc particulièrement attention à bien écrire quand on rédigera…

EXERCICE N°4 ***Suite explicite : premier contact (Le corrigé)*** RETOUR À L'EXERCICE

On donne la suite u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \dfrac{2n+5}{3n+1}$

1) Identifier la fonction f du cours.

$\boxed{f : x \mapsto \dfrac{2x+5}{3x+1}}$

On remarquera que f n'est pas définie si $x = -\dfrac{1}{3}$ mais ce n'est pas un problème ici car n ne prendra jamais cette valeur...La suite est donc bien définie pour tout $n \in \mathbb{N}$

2) Déterminer u_0 , u_1 , u_2 et u_{1000} .

- $u_0 = \dfrac{2\times 0+5}{3\times 0+1}$ ainsi $\boxed{u_0 = 5}$
- $u_1 = \dfrac{2\times 1+5}{3\times 1+1}$ ainsi $\boxed{u_1 = \dfrac{7}{4}}$
- $u_2 = \dfrac{2\times 2+5}{3\times 2+1}$ ainsi $\boxed{u_2 = \dfrac{9}{7}}$
- $u_{1000} = \dfrac{2\times 1000+5}{3\times 1000+1}$ ainsi $\boxed{u_{1000} = \dfrac{2005}{3001}}$

3) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, calculer la différence $u_{n+1} - u_n$.

Soit $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= \frac{2\times(n+1)+5}{3\times(n+1)+1} - \frac{2\times n+5}{3\times n+1} \\ &= \frac{2n+7}{3n+4} - \frac{2n+5}{3n+1} \\ &= \frac{(2n+7)(3n+1)-(2n+5)(3n+4)}{(3n+4)(3n+1)} \\ &= \frac{-13}{9n^2+13n+4} \end{aligned}$$

Ainsi $\forall\ n \in \mathbb{N}$, $\boxed{u_{n+1} - u_n = \dfrac{-13}{9n^2+13n+4}}$

LES SUITES NUMÉRIQUES E01C

EXERCICE N°5 ***Suite explicite : deuxième contact (Le corrigé)*** RETOUR À L'EXERCICE

On donne la suite v définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = 4n^2+5n-2$

1) Identifier la fonction f du cours.

$\boxed{f : x \mapsto 4x^2+5x-2}$

2) Déterminer v_0 , v_1 , v_2 et v_{1000} .

- $v_0 = 4\times0^2+5\times0-1$ ainsi $\boxed{v_0 = -1}$
- $v_1 = 4\times1^2+5\times1-1$ ainsi $\boxed{v_1 = 8}$
- $v_2 = 4\times2^2+5\times2-1$ ainsi $\boxed{v_2 = 25}$
- $v_{1000} = 4\times1000^2+5\times1000-1$ ainsi $\boxed{v_{1000} = 4\,004\,999}$

3) Pour tout , calculer la différence $v_{n+1} - v_n$.

Soit $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{aligned} v_{n+1} - v_n &= 4(n+1)^2+5(n+1)-1-[4n^2+5n-1] \\ &= 4n^2+8n+4+5n+5-1-4n^2-5n+1 \\ &= 8n-1 \end{aligned}$$

Ainsi $\forall\ n \in \mathbb{N}$, $\boxed{v_{n+1}-v_n = 8n-1}$

EXERCICE N°6 ***Suite explicite : troisième contact (Le corrigé)*** RETOUR À L'EXERCICE

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose . $u_n = \sqrt{2n^2-10}$

1) Identifier la fonction f du cours.

$\boxed{f : x \mapsto \sqrt{2x^2-10}}$

2) À partir de quel rang la suite u est-elle définie ?

$\sqrt{2x-10}$ existe si et seulement si $2x^2-10 \geqslant 0 = \Leftrightarrow x^2 \geqslant 5 \Leftrightarrow (x \leqslant -\sqrt{5}$ ou $x \geqslant \sqrt{5})$

On en déduit que u est définie $\boxed{\text{à partir du rang } 3}$.

n est un entier naturel : il ne sera jamais inférieur à $-\sqrt{5}$. Il faut et il suffit donc que $n \geqslant \sqrt{5} \approx 2{,}2$.

3) Déterminer, fonction de n , u_{n-1} et u_{n+1} .

Ici il faut faire en sorte que le terme existe...Pour u_{n+1} pas de souci, si u_n existe alors u_{n+1} aussi (si la suite est correctement définie). Par contre, si u_n existe ,ce n'est pas forcément le cas pour u_{n-1} : Ici, par exemple, u_3 existe mais pas u_2

- Pour $n \in \mathbb{N}$, $n \geqslant 4$

$u_{n-1} = \sqrt{2(n-1)^2-5} = \sqrt{2n^2-4n-2-5}$ d'où $\boxed{u_{n-1} = \sqrt{2n^2-4n-7}}$

- Pour $n \in \mathbb{N}$, $n \geqslant 3$

$u_{n+1} = \sqrt{2(n+1)^2-5} = \sqrt{2n^2+4n+2-5}$ d'où $\boxed{u_{n+1} = \sqrt{2n^2+4n-3}}$

On notera bien la différence

LES SUITES NUMÉRIQUES E01C

EXERCICE N°7 Suite explicite : un peu d'intuition… (Le corrigé) RETOUR À L'EXERCICE

On donne à chaque fois les premiers termes d'une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$. Conjecturer une expression de u_n en fonction de n .

1) -3 , 1 , 5 , 9 , …

Ici, pas de méthode miracle, on cherche…
l'écart entre deux termes semble être toujours 4 … on essaie donc $4n$ qui donne 0 , 4 , 8…
problème : $u_0 = -3$ et pas 0. Essayons $4n-3$ … ha ça marche !

Il semble que $\boxed{u_n = 4n-3}$

2) 37 , 36 , 33 , 28 , 21 , …

On connaît la suite des carrés : 0 , 1 , 4 , 9 , 16 …. or $37-0 = 37$, $37-1 = 36$, $37-4 = 33$ diantre ! ... $37-9$ et $37-16$ marchent aussi !

Il semble que $\boxed{u_n = 37-n^2}$

EXERCICE N°8 Suite explicite : du concret ! (Le corrigé)

RETOUR À L'EXERCICE

(Exercice extrait du sesamath 1er spé : 100 p 69)

Une entreprise d'impression de photos propose un abonnement annuel à ses clients qui coûte 45€. Avec cet abonnement, le client paye 5 centimes par photo qu'il veut imprimer.

On note u_n le prix que paye le client pour l'abonnement et l'impression de n photos.

1) Donner une expression de u_n en fonction de n.

Pour $n \in \mathbb{N}$

$\boxed{u_n = 45+0{,}05n}$

2) Combien le client paye-t-il pour imprimer 15 photos ?

Il s'agit de calculer u_{15}.

$u_{15} = 45+0{,}05\times15 = 45{,}75$

Ainsi, le client paye $\boxed{45{,}75\ €}$

3) S'il a payé 98€, combien de photos a-t-il imprimées ?

Il s'agit de résoudre $u_n = 98$ pour $n \in \mathbb{N}$.

$u_n = 98 \Leftrightarrow 45+0{,}05n = 98 \Leftrightarrow 0{,}05n = 53 \Leftrightarrow n = 1060$

On en déduit que $\boxed{\text{le client a imprimé } 1060 \text{ photos}}$.