

VARIABLES ALÉATOIRES E01C

EXERCICE N°1 Méthode : Déterminer une loi de probabilité

Voici un jeu :

On jette un dé (non pipé) à six faces et on note le résultat obtenu.

- Si le résultat est « 1 », on perd 5 euros.
- Si le résultat est pair on gagne deux euros.
- Si le résultat est « 3 » ou « 5 » on gagne un euros.

On note X la variable aléatoire donnant le gain à ce jeu.

Donner la loi de probabilité de X .

- On détermine Ω .

$$\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$$

- On détermine la distribution des probabilités sur Ω .

Issue	1	2	3	4	5	6	Total
Probabilité	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

- On détermine les images de chaque issue par X (autrement dit : on détermine $X(\Omega)$)

$$X(\{1\}) = -5, \quad X(\{2\}) = 2, \quad X(\{3\}) = 1,$$

$$X(\{4\}) = 2, \quad X(\{5\}) = 1 \text{ et } X(\{6\}) = 2$$

(Il y a trois images possibles : $-5 ; 1$ et 2)

- On regroupe les antécédents :

$$\{X = -5\} = \{1\}$$

$$\{X = 1\} = \{3\} \cup \{5\}$$

$$\{X = 2\} = \{4\} \cup \{6\}$$

- On calcule les probabilités de chaque événement :

$$\square P(\{X = -5\}) = P(\{1\}) = \frac{1}{6}$$

$$\square P(\{X = 1\}) = P(\{3\} \cup \{5\}) = P(\{3\}) + P(\{5\}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\square P(\{X = 2\}) = P(\{2\} \cup \{4\} \cup \{6\}) = P(\{2\}) + P(\{4\}) + P(\{6\}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

- On peut donner la loi de probabilité sous la forme d'un tableau :

x_i	-5	1	2	Total	
$P(\{X = x_i\})$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	

Le plus gros du travail
est fait au brouillon