

TRIGONOMÉTRIE ET FONCTIONS E02

EXERCICE N°1 Les valeurs remarquables : $\cos(\pi/3)$, $\sin(\pi/3)$, $\cos(\pi/6)$ et $\sin(\pi/6)$

Dans le repère orthonormé $(O ; I ; J)$, on considère le cercle trigonométrique.

1) Démontrer que le triangle OMI est équilatéral.

2) Le point C est le projeté orthogonal de M sur (OI) .

2.a) Démontrer que (MC) est la médiatrice de $[OI]$.

2.b) En déduire que $OC = \frac{1}{2}$.

2.c) En remarquant que $\cos(\alpha) = OC$ et en utilisant les formules de seconde, démontrer

$$\text{que } \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}.$$

2.d) En utilisant une formule (obtenue par symétrie) du cours démontrer que

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}.$$

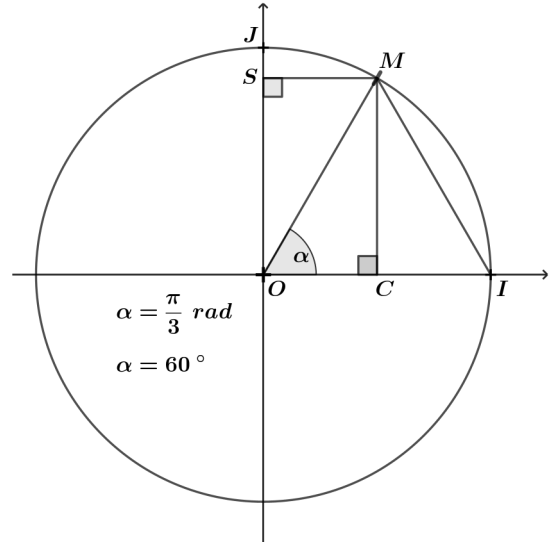
3) Le point S est le projeté orthogonal du point M sur (OJ) .

3.a) Déterminer la mesure de l'angle \widehat{OMC}

3.b) Déterminer la longueur MC

3.c) En remarquant que $\sin(\alpha) = OS = MC$ et en utilisant les formules de seconde, démontrer que $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

3.d) En utilisant une formule (obtenue par symétrie) du cours démontrer que $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.



EXERCICE N°2 Les valeurs remarquables : $\cos(\pi/4)$ et $\sin(\pi/4)$

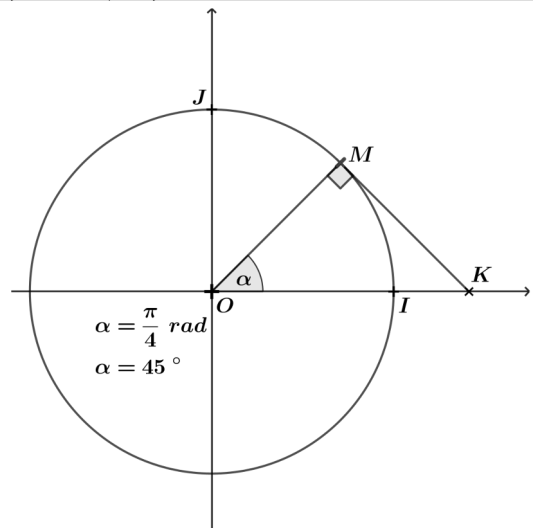
Dans le repère orthonormé $(O ; I ; J)$, on considère le cercle trigonométrique.

1) Démontrer que le triangle OMK , rectangle en M est également isocèle en M .

2) Démontrer que $OK = \sqrt{2}$.

3) En utilisant les formules de seconde, démontrer que $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et que

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



EXERCICE N°3 Bonus : $\tan(\pi/3)$, $\tan(\pi/6)$ et $\tan(\pi/4)$

On rappelle la formule de seconde (adaptée ici) :

$$\text{Si } \alpha \in \left]0 ; \frac{\pi}{2}\right[\text{ alors } \tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

Déterminer les valeurs de $\tan(\pi/3)$, $\tan(\pi/6)$ et $\tan(\pi/4)$.

TRIGONOMÉTRIE ET FONCTIONS E02

EXERCICE N°1 Les valeurs remarquables : $\cos(\pi/3)$, $\sin(\pi/3)$, $\cos(\pi/6)$ et $\sin(\pi/6)$

Dans le repère orthonormé $(O ; I ; J)$, on considère le cercle trigonométrique.

1) Démontrer que le triangle OMI est équilatéral.

2) Le point C est le projeté orthogonal de M sur (OI) .

2.a) Démontrer que (MC) est la médiatrice de $[OI]$.

2.b) En déduire que $OC = \frac{1}{2}$.

2.c) En remarquant que $\cos(\alpha) = OC$ et en utilisant les formules de seconde, démontrer

$$\text{que } \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}.$$

2.d) En utilisant une formule (obtenue par symétrie) du cours démontrer que

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}.$$

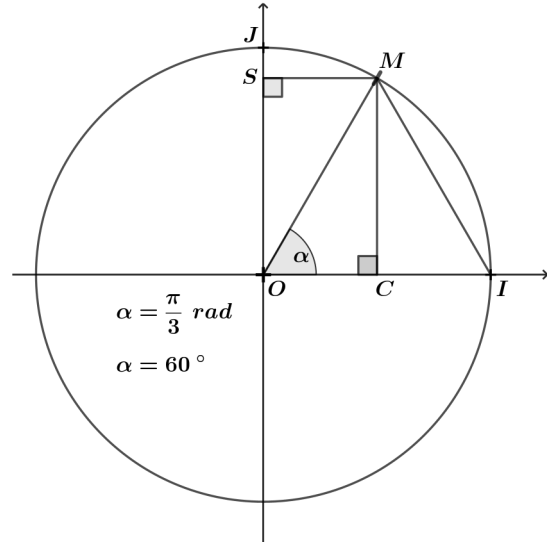
3) Le point S est le projeté orthogonal du point M sur (OJ) .

3.a) Déterminer la mesure de l'angle \widehat{OMC}

3.b) Déterminer la longueur MC

3.c) En remarquant que $\sin(\alpha) = OS = MC$ et en utilisant les formules de seconde, démontrer que $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

3.d) En utilisant une formule (obtenue par symétrie) du cours démontrer que $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.



EXERCICE N°2 Les valeurs remarquables : $\cos(\pi/4)$ et $\sin(\pi/4)$

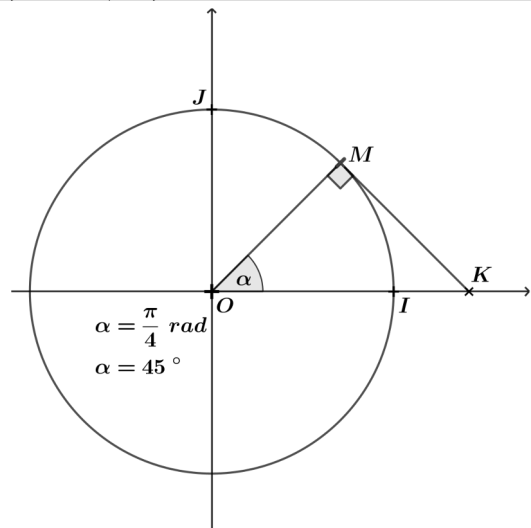
Dans le repère orthonormé $(O ; I ; J)$, on considère le cercle trigonométrique.

1) Démontrer que le triangle OMK , rectangle en M est également isocèle en M .

2) Démontrer que $OK = \sqrt{2}$.

3) En utilisant les formules de seconde, démontrer que $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et que

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



EXERCICE N°3 Bonus : $\tan(\pi/3)$, $\tan(\pi/6)$ et $\tan(\pi/4)$

On rappelle la formule de seconde (adaptée ici) :

$$\text{Si } \alpha \in \left]0 ; \frac{\pi}{2}\right[\text{ alors } \tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

Déterminer les valeurs de $\tan(\pi/3)$, $\tan(\pi/6)$ et $\tan(\pi/4)$.