PROBABILITÉS CONDITIONNELLES E06C

EXERCICE N°3 Pour la suite...

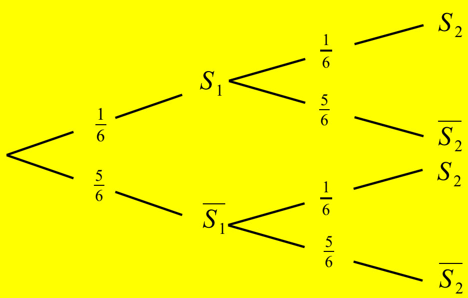
L'épreuve consiste à lancer un dé équilibré à 6 faces : on considère que c'est un succès quand on obtient un 6.

1) On réalise deux fois de manière indépendante cette épreuve et on regarde le nombre de succès obtenus. Représenter la situation par un arbre.

Notons

S_1 l'événement : « On obtient un six au premier lancer » et

S_2 l'événement : « On obtient un six au second lancer »



2) Donner la loi de probabilité associée à cette expérience aléatoire c'est-à-dire les nombres de succès possibles et leur probabilité.

Nombre de Succès	0	1	2	Total
Probabilité	$\frac{25}{36}$	$\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$	$\frac{1}{36}$	1

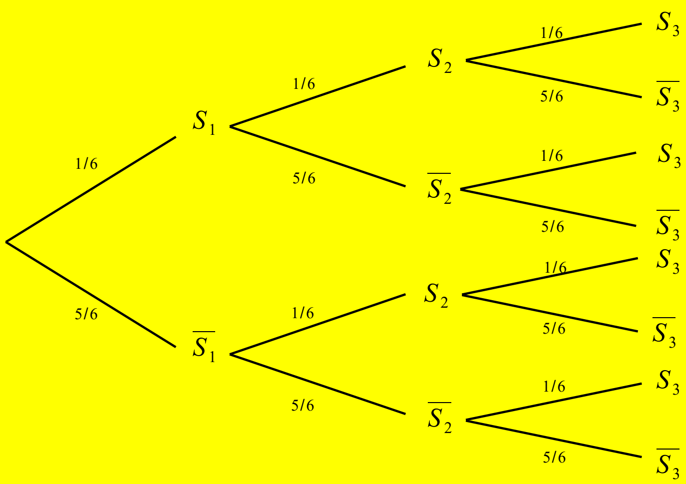
3) Reprendre la question précédente avec trois répétitions indépendantes de cette épreuve.

Notons

S_1 l'événement : « On obtient un six au premier lancer » ,

S_2 l'événement : « On obtient un six au deuxième lancer » et

S_3 l'événement : « On obtient un six au troisième lancer ».



4) On s'intéresse maintenant à dix répétitions indépendantes de cette épreuve.

4.a) Expliquer pourquoi on ne peut pas construire d'arbre pour les représenter.

Il faudrait représenter 10 étapes et il y aurait au final 1024 (2^{10}) chemins possibles.

Même en prenant une hauteur de 0,2 cm pour chaque issue finale, il faudrait une feuille de cahier de plus 5,12 m de hauteur…

4.b) Si l'on considère un chemin de cet arbre correspondant à 3 succès, combien y a-t-il de pondérations $\frac{1}{6}$ dessus ?

$\boxed{\text{Il y en aura } 3}$ (les autres vaudront $\frac{5}{6}$)

4.c) En déduire la probabilité associée à un tel chemin.

Cette probabilité vaut $\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{5}{6}\right)^7$

Quand on suit un chemin, on multiplie les pondérations des branches. Il y aura donc 3 facteurs égaux à $\frac{1}{6}$ et 7 facteurs égaux à $\frac{5}{6}$ peu importe l'ordre.

4.d) Le nombre de chemins correspondant à k succès sur n est noté $\binom{n}{k}$. En utilisant cette notation, exprimer la probabilité d'obtenir 3 succès sur les 10 lancers.

Il y a $\binom{10}{3}$ chemins correspondant à 3 succès parmi les 10 essais, chaque chemin a pour probabilité $\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{5}{6}\right)^7$ et ses chemins sont incompatibles deux à deux donc leur probabilité s'additionnent.

Au final : $\boxed{\text{la probabilité vaut } \binom{10}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{5}{6}\right)^7}$.

Pour les curieux :

$$\binom{10}{3} = \frac{10!}{3!(10-3)!} = 120$$