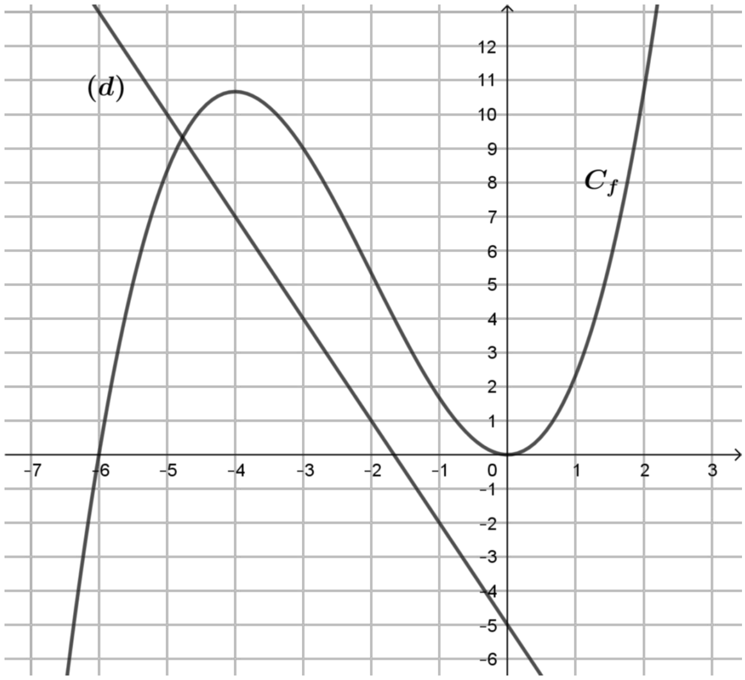
FONCTIONS PART2 E04

EXERCICE N°1 ***(Le corrigé)***

Soit la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{1}{3}x^3+2x^2$.

1) La courbe C_f admet-elle des tangentes parallèles à la droite (d) d'équation $y=-3x-5$?

2) Si oui, déterminer les coordonnées des points en lesquels C_f admet ces tangentes.



1)

Pour qu'une droite soit parallèle à la droite (d) , il faut qu'elle ait le même coefficient directeur : -3

Et comme le coefficient directeur de la tangente en un point est le nombre dérivé en ce point, la question se traduit alors : « résoudre $f'(x) = -3$

Nous allons sur $\mathbb{R}$ l'équation $f'(x) = -3$

▪ Pour tout réel x ,

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3+2x^2$$

$$f'(x) = x^2+4x$$

▪ $f'(x) = -3 \Leftrightarrow x^2+4x = -3 \Leftrightarrow x^2+4x+3 = 0$

Pour une fois, ceux et celles qui connaissent le discriminant d'un trinôme (Le « delta ») : faites vous plaisir ! On ne pourrait rien vous reprocher le jour d'une épreuve si vous maîtrisez la technique.

Pour les autres, on va utiliser une méthode classique : « la solution évidente ».

En fait , on teste les nombres entiers autour de zéro et comme l'exercice est bien fait on trouve une solution « évidente »...

On remarque que : $(-1)^2+4\times(-1)+3 = 0$ et donc que -1 est une solution évidente.

De plus, on sait que $x^2-4x+3 = a(x-x_1)(x-x_2)$ avec $a=1$ (relisez le cours si vous avez un doute) et $x_1 = -1$ (la solution évidente que l'on vient de trouver)

Ainsi $x^2+4x+3 = (x+1)(x-x_2)$

Comme $(x+1)(x-x_2) = x^2-x\times x_2+x-x_2 = x^2+(-x_2+1)x-x_2$

par identification, on obtient que $x_2 = -3$

Donc $x^2+4x+3 = (x+1)(x+3)$

Enfin $f'(x) = -3 \Leftrightarrow x^2+4x+3 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x+3) = 0$

On en déduit que cette équation admet deux solutions : -3 et -1

La réponse est donc $\boxed{\text{oui}}$ (il y en a deux).

2)

D'après la question 1) nous connaissons l'abscisse de ces points, il nous reste à calculer les ordonnées :

$$f(-3) = 9 \quad \text{et} \quad f(-1) = \frac{5}{3}$$

Ainsi, les points cherchés ont pour coordonnées $\boxed{(-3\ ;\ 9) \text{ et } \left(-1\ ;\ \frac{5}{3}\right)}$