Les fonctions part1 M01

EXERCICE N°1
VOIR LE CORRIGÉ

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x^2-6x-20$ et C_f sa courbe représentative.

1) Montrer que pour tout réel x, $f(x)=2(x+2)(x-5)$.

2) Déterminer l'image de -2 par la fonction f.

3) Déterminer le point de la courbe C_f, ayant pour abscisse $x=-3$.

4) Déterminer les antécédents éventuels de 0 et de -20 par la fonction f.

EXERCICE N°2
VOIR LE CORRIGÉ

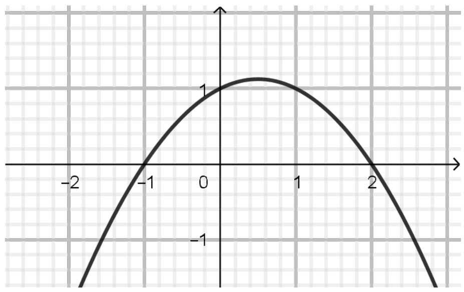
Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer le tableau de variations de la fonction sur $\mathbb{R}$.

1) $f(x)=-5x^2+30x-7$ **2)** $g(x)=6x^2-18x-1$ **3)** $h(x)=0{,}3x^2+9x-1{,}2$

EXERCICE N°3
VOIR LE CORRIGÉ

On considère la parabole C_f rapportée à un repère orthogonal.

Déterminer la forme factorisée de cette fonction



EXERCICE N°4
VOIR LE CORRIGÉ

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=x^2+x-6$ et C_g sa courbe représentative.

1) Montrer que pour tout réel x, $g(x)=(x-2)(x+3)$.

2) Dressser le tableau des signes de la fonction g.

LES FONCTIONS PART1 M01C

EXERCICE N°1 *(Le corrigé)* RETOUR À L'EXERCICE 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x^2-6x-20$ et C_f sa courbe représentative.

1) Montrer que pour tout réel x, $f(x)=2(x+2)(x-5)$.

Soit $x\in\mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} 2(x+2)(x-5) &= 2[x^2-5x+2x-10] \\ &= 2[x^2-3x-10] \\ &= 2x^2-6x-20 \end{aligned}$$

Ainsi, pour tout réel x, $f(x)=2(x+2)(x-5)$.

2) Déterminer l'image de -2 par la fonction f.

$f(-2)=2(-2+2)(-2-5)$

$\boxed{f(-2) = 0}$

On pouvait aussi écrire :

$f(-2) = 2\times(-2)^2-6\times(-2)-20$

$\boxed{f(-2) = 0}$

On a simplement choisi le calcul le plus simple...

3) Déterminer le point de la courbe C_f, ayant pour abscisse $x=-3$.

Un point du plan muni d'un repère étant défini par ses coordonnées, l'énoncé nous demande en fait de déterminer l'ordonnée du point (l'abscisse est déjà connue : c'est -3).

Calculons

$f(-3) = 2(-3+2)(-3-5)$

$f(-3) = 2(-1)(-8)$

$f(-3) = 16$

On en déduit que le point cherché est $\boxed{\text{le point de coordonnées } (-3\ ;\ 16)}$

4) Déterminer les antécédents éventuels de 0 et de -20 par la fonction f.

Il s'agit ici de trouver (si il(s) existe(nt)) le(s) nombre(s) dont l'image par f est zéro.

▪ Commençons par les antécédents éventuels de 0 par f.

Soit x un antécédent de 0 par f.

alors :

$f(x) = 0$

qui s'écrit encore :

$2(x+2)(x-5) = 0$

Or, un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.

Donc :

$2=0$	ou	$x+2=0$	ou	$x-5=0$
absurde		$x = -2$		$x = 5$

On en déduit que : $\boxed{0 \text{ possède deux antécédents par } f : -2 \text{ et } 5}$

Ici, on a choisi de travailler avec la forme factorisée car on avait directement 0 pour membre de droite.

▪ Déterminons à présent les antécédents éventuels de -20 par f.

Soit x un antécédent de -20 par f.

alors,

les équations suivantes sont équivalentes :

$f(x) = -20$

$2x^2-6x-20 = -20$

$2x^2-6x = 0$

$2x(x-3) = 0$

Or, un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.

Donc :

$2x = 0$	ou	$x-3 = 0$
$x = 0$		$x = 3$

On en déduit que : $\boxed{-20 \text{ possède deux antécédents par } f : 0 \text{ et } 3}$

EXERCICE N°2 (Le corrigé)

RETOUR À L'EXERCICE 2

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer le tableau de variations de la fonction sur $\mathbb{R}$.

1) $f(x)=-5x^2+30x-7$ **2)** $g(x)=6x^2-18x-1$ **3)** $h(x)=0{,}3x^2+9x-1{,}2$

1)

$f(x)$ est de la forme ax^2+bx+c avec $a=-5$, $b=30$ et $c=-7$

On a alors $\dfrac{-b}{2a} = -\dfrac{30}{2\times(-5)} = 3$ et $f(3) = 38$

et comme $a < 0$, on en déduit le tableau suivant :

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f(x)$		↗	38	↘	

2)

$g(x)$ est de la forme ax^2+bx+c avec $a=6$, $b=-18$ et $c=-1$

On a alors $\dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-(-18)}{2\times 6} = 1{,}5$ et $g(1{,}5) = -14{,}5$

et comme $a > 0$, on en déduit le tableau suivant :

x	$-\infty$		$1{,}5$		$+\infty$
$g(x)$		↘	$-14{,}5$	↗	

3)

$h(x)$ est de la forme ax^2+bx+c avec $a=0{,}3$, $b=9$ et $c=-1{,}2$

On a alors $\dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-9}{2\times 0{,}3} = -15$ et $h(-15) = -68{,}7$

et comme $a > 0$, on en déduit le tableau suivant :

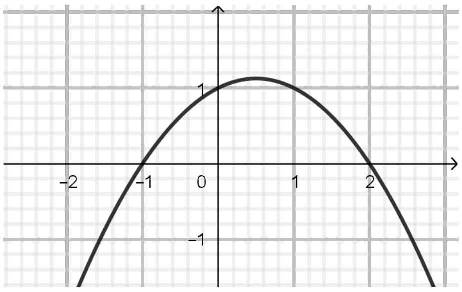
x	$-\infty$		-15		$+\infty$
$h(x)$		↘	$-68{,}7$	↗	

EXERCICE N°3 (Le corrigé)

RETOUR À L'EXERCICE 3

On considère la parabole C_f rapportée à un repère orthogonal.

Déterminer la forme factorisée de cette fonction



C_f est une parabole qui coupe l'axe des abscisses en -1 et 2.
On en déduit qu'il existe un nombre réel a tel que pour tout nombre réel réel x, $f(x) = a(x+1)(x-2)$
$f(x) = a(x-(-1))(x-2)$
De plus, C_f coupe l'axe des ordonnées en 1.
On en déduit que $f(0) = 1$
Or $f(0) = a(0+1)(0-2) = -2a$
On obtient : $-2a = 1$ d'où l'on tire $a = -\frac{1}{2}$
Pour finir : $\boxed{f(x) = -\frac{1}{2}(x+1)(x-2)}$

EXERCICE N°4 (Le corrigé)

RETOUR À L'EXERCICE 4

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=x^2+x-6$ et C_g sa courbe représentative.

1) Montrer que pour tout réel x , $g(x)=(x-2)(x+3)$.

Soit $x\in\mathbb{R}$,

$$\begin{aligned}(x-2)(x+3) &= x^2+3x-2x-6\\ &= x^2-x-6\end{aligned}$$

Ainsi, $g(x)=(x-2)(x+3)$

2) Dressser le tableau des signes de la fonction g .

- $x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$
- $x+3 > 0 \Leftrightarrow x > -3$

On en déduit le tableau suivant :

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$x-2$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$g(x)$		$+$	0	$-$	$\vert$	$+$	