

TRIGONOMÉTRIE ET FONCTIONS E04C

EXERCICE N°2 *Les bonnes réponses : pas plus, pas moins*

1) Résoudre sur $[-\pi ; \pi[$ l'inéquation $\sqrt{2} \cos(x) > 1$.

Notons S l'ensemble des solutions, pour $x \in [-\pi ; \pi[$,

$$x \in S \Leftrightarrow \sqrt{2} \cos(x) > 1$$

$$\Leftrightarrow \cos(x) > \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow x \in \left] -\frac{\pi}{4} ; \frac{\pi}{4} \right[$$

Ainsi, $S = \boxed{\left] -\frac{\pi}{4} ; \frac{\pi}{4} \right[}$

2) Résoudre sur \mathbb{R} l'inéquation $\sqrt{2} \cos(x) > 1$.

Notons S l'ensemble des solutions, pour $x \in \mathbb{R}$,

$$x \in S \Leftrightarrow \sqrt{2} \cos(x) > 1$$

$$\Leftrightarrow \cos(x) > \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z}, x \in \left] -\frac{\pi}{4} + 2k\pi ; \frac{\pi}{4} + 2k\pi \right[$$

Ainsi, $S = \boxed{\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left] -\frac{\pi}{4} + 2k\pi ; \frac{\pi}{4} + 2k\pi \right[}$

3) Résoudre sur $[0 ; 2\pi[$ l'inéquation $\sqrt{2} \sin(x) \leq \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Notons S l'ensemble des solutions, pour $x \in [0 ; 2\pi[$,

$$x \in S \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin(x) \leq \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin(x) \leq \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x \in \left[0 ; \frac{\pi}{3} \right] \cup \left[\frac{5\pi}{3} ; 2\pi \right]$$

Ainsi, $S = \boxed{\left[0 ; \frac{\pi}{3} \right] \cup \left[\frac{5\pi}{3} ; 2\pi \right]}$

4) Résoudre sur \mathbb{R} l'inéquation $\sqrt{2} \sin(x) \leq \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Notons S l'ensemble des solutions, pour $x \in \mathbb{R}$,

$$x \in S \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin(x) \leq \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin(x) \leq \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z}, x \in \left[0 + 2k\pi ; \frac{\pi}{3} + 2k\pi \right] \cup \left[\frac{5\pi}{3} + 2k\pi ; 2\pi + 2k\pi \right]$$

Ainsi, $S = \boxed{\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left[0 + 2k\pi ; \frac{\pi}{3} + 2k\pi \right] \cup \left[\frac{5\pi}{3} + 2k\pi ; 2\pi + 2k\pi \right]}$