# PROBABILITÉS CONDITIONNELLES (LA SUITE) E04

**EXERCICE N°1** *(Le corrigé)*

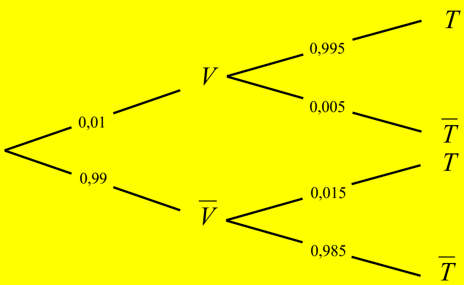
Dans une région, 1 % de la population est contaminée par un virus. On propose un test de dépistage dont les caractéristiques sont les suivantes :
• 99,5 % des personnes porteuses du virus ont un test positif ;
• 98,5 % des personnes non porteuses du virus ont un test négatif.

Insistons un peu : les probabilités qui précèdent sont bien des probabilités conditionnelles :
Sachant que la personne est porteuse du virus, il y a 99,5 % que le test soit positif.
Sachant que la personne n'est pas porteuse du virus, il y a 98,5 % que le test soit négatif.
Quand on va construire l'arbre, ces probabiltés vont donc apparaître en second.

On choisit une personne de cette population au hasard et on fait lui fait passer le test. On note
$V$ l'événement « la personne choisie est porteuse du virus » et
$T$ l'événement « la personne choisie a un test positif».

*Tous les résultats suivants seront arrondis à* $10^{-4}$ *près.*

**1)** À l'aide des données de l'énoncé, modéliser la situation par un arbre de probabilités.




**2)** Démontrer que la probabilité que le test soit positif est 0,0248.

D'après l'arbre :

$$P(T) = 0{,}01 \times 0{,}995 + 0{,}99 \times 0{,}015 = 0{,}0248$$

**3)** Que peut-on dire de l'affirmation suivante : « on estime qu'une personne ayant un test positif a environ 40 % de chance d'être porteuse du virus » ? Interpréter ce résultat.

Il sagît de calculer $P_T(V)$

Pour insister encore : dans l'énoncé, on nous a donné $P_V(T)$ et $P_{\overline{V}}(\overline{T})$

$$P_T(V) = \frac{P(T \cap V)}{P(T)} = \frac{0{,}01 \times 0{,}995}{0{,}0248} \approx 0{,}4012 \quad \text{soit environ} \quad 40{,}12\,\%$$

L'affirmation est donc $\boxed{\text{vraie}}$ .

Cela signifie qu'avec un test positif, il n'y a que 40 % de chance d'avoir réellement le virus.

**4)** Déterminer la probabilité qu'une personne ne soit pas porteuse du virus sachant que son test est négatif. Interpréter ce résultat.

Il sagît de calculer $P_{\overline{T}}(\overline{V})$

$$P_{\overline{T}}(\overline{V}) = \frac{P(\overline{T} \cap \overline{V})}{P(\overline{T})} = \frac{0{,}99 \times 0{,}985}{\underbrace{0{,}01 \times 0{,}005 + 0{,}99 \times 0{,}985}_{\text{pensez à la question 2}}} \approx 0{,}9999$$

$$\boxed{P_{\overline{T}}(\overline{V}) \approx 0{,}9999}$$

Une personne ayant un test négatif est quasi-certaine (à 99,99 %) de ne pas avoir le virus.