

# ARITHMÉTIQUE

## I Les ensembles de nombres entiers

**Définition n°1.** *Les entiers naturels et les entiers relatifs*

- L'ensemble des nombres entiers naturels  $\{0; 1; 2; 3; 4; \dots\}$  se note  $\mathbb{N}$
- L'ensemble des entiers relatifs  $\{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$  se note  $\mathbb{Z}$

**Remarque n°1.**

Tout entier naturel est un entier relatif, l'ensemble  $\mathbb{N}$  est donc inclus dans l'ensemble  $\mathbb{Z}$ . On note  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ .

## II Quelques définitions

Soient  $a, b$  des éléments de  $\mathbb{Z}$ .

On note  $a \in \mathbb{Z}$  et  $b \in \mathbb{Z}$  ou  $(a, b) \in \mathbb{Z}^2$

**Définition n°2.** *diviseurs, multiples*

Si il existe un entier relatif  $k$  tel que :  $a = kb$

Alors on peut dire que :

- **$b$  divise  $a$ , on peut noter  $b \mid a$**
- **$b$  est un diviseur de  $a$**
- **$a$  est divisible par  $b$**
- **$a$  est un multiple de  $b$**

**Remarque n°2.**

La réciproque est vraie.

**Exemple n°1.**

Pour  $a = 42$   $b = 7$ , on pose  $k = \frac{42}{7} = 6$  et donc  $42 = 6 \times 7$ .

Ainsi 7 divise 42, 7 est un diviseur de 42, 42 est divisible par 7 et 42 est un multiple de 7.

**Remarque n°3.**

- Tous les nombres divisent zéro mais zéro ne divise aucun nombre.
- 1 divise tous les nombres.

**Définition n°3.** *Nombre pair, nombre impair*

▪ On dit que  **$a$  est un nombre pair** si et seulement si il existe un entier relatif  $k$  tel que :  **$a = 2k$** .

▪ On dit que  **$a$  est un nombre impair** si et seulement si il existe un entier relatif  $k$  tel que :  **$a = 2k + 1$** .

**Exemple n°2.**

- 28 est un nombre pair, en effet  $28 = 2 \times 14$
- 31 est un nombre impair, en effet  $31 = 2 \times 15 + 1$

**Définition n°4.** *Nombre premier*

Un nombre premier est un nombre entier naturel qui admet exactement deux diviseurs positifs : 1 et lui-même

**Exemple n°3.**

- 31 admet pour seuls diviseurs positifs 1 et 31 donc 31 est un nombre premier.
- 6 admet pour diviseurs positifs 1 ; 2 ; 3 et 6, il n'est donc pas premier.
- 1 n'admet qu'un seul diviseur positif : lui-même. Il n'est donc pas un nombre premier.

**Remarque n°4.**

Si  $b$  est un diviseur de  $a$  alors  $-b$  (l'opposé de  $b$ ) est aussi un diviseur de  $a$ .

La plupart du temps, nous travaillerons dans  $\mathbb{N}$ , nous ne noterons donc que les diviseurs positifs.