FONCTIONS PART3 E05

EXERCICE N°1 ***(Le corrigé)***

On considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=3x^3-4x$.

1) Calculer la dérivée f' de f .

$f'(x) = 3\times 3x^2 - 4\times 1 = \mathbf{9x^2-4}$

remarque : On a utilisé les formules du cours (fonctions part 2 propriété n°5 et exemple n°3)

2)

2.a) Factoriser $f'(x)$.

$f'(x) = \underbrace{9x^2-4}_{a^2-b^2} = \underbrace{(3x)^2-2^2}_{a^2-b^2} = \underbrace{\mathbf{(3x+2)(3x-2)}}_{(a+b)(a-b)}$

2.b) Étudier le signe de f' sur $\mathbb{R}$.

Nous allons dresser un tableau de signes :

- $3x+2 > 0 \Leftrightarrow 3x > -2 \Leftrightarrow x > -\dfrac{2}{3}$

(On mettra donc les $+$ après $-\dfrac{2}{3}$ dans la ligne : $3x+2$)

- $3x-2 > 0 \Leftrightarrow 3x > 2 \Leftrightarrow x > \dfrac{2}{3}$

(On mettra donc les $+$ après $\dfrac{2}{3}$ dans la ligne : $3x-2$)

x	$-\infty$		$-\frac{2}{3}$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
$3x+2$		$-$	|	$+$	0	$+$	
$3x-2$		$-$		$-$	|	$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

On en déduit que :

$f'(x)$ est strictement positif sur $\left]-\infty\ ;\ -\dfrac{2}{3}\right[\cup \left]\dfrac{2}{3}\ ;\ +\infty\right[$

$f'(x)$ est strictement négatif sur $\left]-\dfrac{2}{3}\ ;\ \dfrac{2}{3}\right[$

et que $f'(x)$ vaut zéro sur $\left\{-\dfrac{2}{3}\ ;\ \dfrac{2}{3}\right\}$

3) En déduire le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

Pas demandé ici mais cela permet de faire le lien

x	$-\infty$		$-\frac{2}{3}$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{16}{9}$	$\searrow$	$-\frac{16}{9}$	$\nearrow$	$+\infty$

$f\left(-\dfrac{2}{3}\right) = 3\times\left(-\dfrac{2}{3}\right)^3-4\times\left(-\dfrac{2}{3}\right)=-\dfrac{8}{9}+\dfrac{8}{3} = \dfrac{-8+24}{9} = \dfrac{16}{9}$

$f\left(\dfrac{2}{3}\right) = 3\times\left(\dfrac{2}{3}\right)^3-4\times\left(\dfrac{2}{3}\right)=\dfrac{8}{9}-\dfrac{8}{3} = \dfrac{8-24}{9} = -\dfrac{16}{9}$