LES SUITES NUMÉRIQUES E05C

EXERCICE N°2 Comportement d'une suite définie par récurrence

Étudier les variations des suites suivantes :

1) La suite u définie par : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ \forall n \in \mathbb{N} \text{ , } u_{n+1} = u_n - \sqrt{n+1} \end{cases}$

Soit $n \in \mathbb{N}$,

$u_{n+1} - u_n = u_n - \sqrt{n+1} - u_n = -\sqrt{n+1} < 0$

On en déduit que $\boxed{\text{la suite est strictement décroissante}}$.

2) La suite v définie par : $\begin{cases} v_0 = 7 \\ \forall n \in \mathbb{N} \text{ , } v_{n+1} = \dfrac{7}{v_n} \end{cases}$

Allons y gaiement :

Soit $n \in \mathbb{N}$,

$$v_{n+1} - v_n = \frac{7}{v_n} - v_n = \frac{7 - {v_n}^2}{v_n} = \frac{\left(\sqrt{7} + v_n\right)\left(\sqrt{7} - v_n\right)}{v_n} = \ldots$$

On n'arrive pas à se débarrasser de v_n . Dans ce cas, on va regarder les premiers termes

$v_0 = 7$,

$v_1 = \dfrac{7}{7} = 1$,

$v_2 = \dfrac{7}{1} = 7$,

$v_3 = \dfrac{7}{7} = 1$

On constate sur les premiers termes que $\boxed{\text{la suite n'est pas monotone}}$.

Pourquoi on fait pas ça à chaque fois ?

Souvenez-vous : un contre exemple démontre, mais un exemple non.