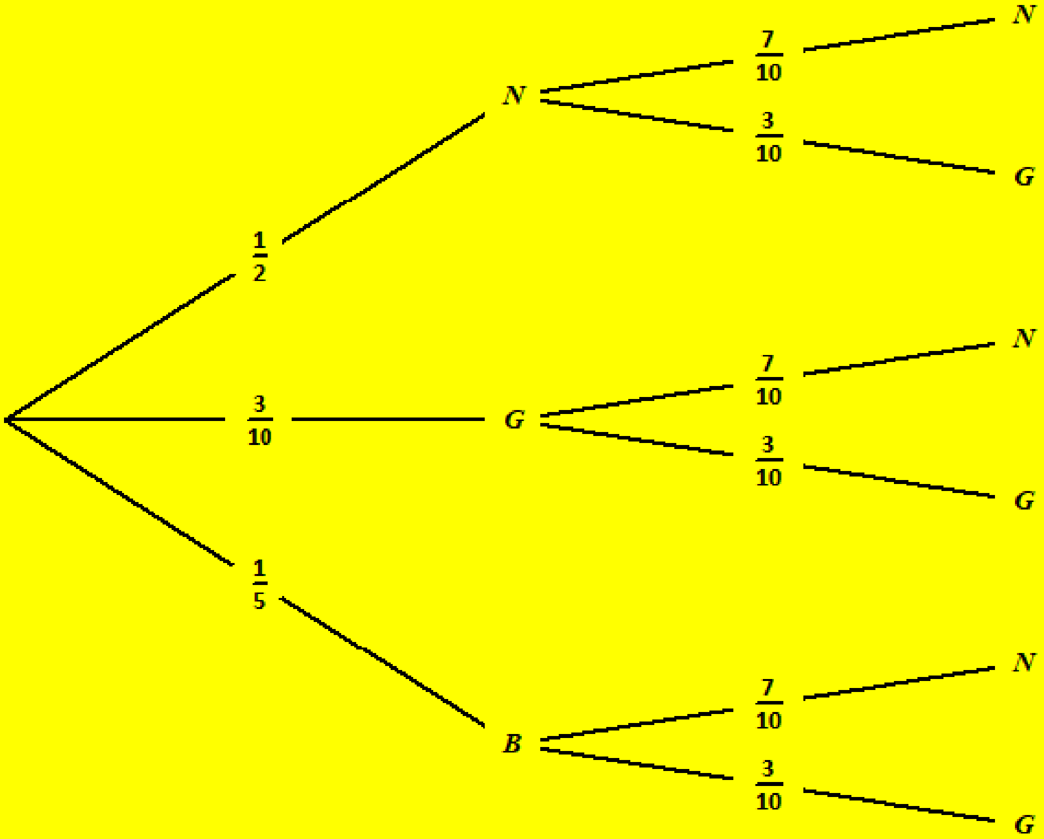
EXERCICE N°1 (Le corrigé)

Adam a rangé les chaussettes de son père dans deux tiroirs. Il a mis 5 chaussettes noires, 3 chaussettes grises et 2 chaussettes blanches dans un tiroir, et 7 chaussettes noires et 3 chaussettes grises dans l'autre. Son père choisit au hasard une chaussette dans chaque tiroir.

1) Représenter la situation par un arbre pondéré.

N : « Obtenir une chaussette noire »
G : « Obtenir une chaussette grise »
B : « Obtenir une chaussette blanche »



2) Quelle est la probabilité p_1 que le père ait une chaussette blanche et une chaussette noire?

$$p_1 = \frac{1}{5}\times\frac{7}{10} = \frac{7}{50} = 0{,}14$$

3) Quelle est la probabilité p_2 que le père ait des chaussettes assorties ?

On peut décrire cet événement de la façon suivante :
$\{(N\ ;\ N)\ ;(G\ ;\ G)\}$
Soit deux chaussettes noires : $(N\ ;\ N)$ soit deux grises $(G\ ;\ G)$, On écrit les accolades car on parle d'un ensemble : C'est l'ensemble composé des éléments $(N\ ;\ N)$ et $(G\ ;\ G)$

$$p_2 = \frac{1}{2}\times\frac{7}{10} + \frac{3}{10}\times\frac{3}{10} = \frac{7}{20}+\frac{9}{100} = \frac{35}{100}+\frac{9}{100} = \frac{44}{100} = \frac{11}{25} = 0{,}44$$

4) Quelle est la probabilité p_3 que le père ait au moins une chaussette noire ?

$$p_3 = \frac{1}{2} + \frac{3}{10}\times\frac{7}{10} + \frac{1}{5}\times\frac{7}{10} = \frac{1}{2}+\frac{21}{100}+\frac{7}{50} = \frac{50}{100}+\frac{21}{100}+\frac{14}{100} = \frac{85}{100} = \frac{17}{20} = 0{,}85$$

Pourquoi $\frac{1}{2}$ tout seul ?

On choisit le premier N et la condition est déjà remplie…

Si on est toujours pas d'accord : $\frac{1}{2}\times\frac{7}{10}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{10} = \frac{1}{2}\times\left(\frac{7}{10}+\frac{3}{10}\right) = \frac{1}{2}\times 1 = \frac{1}{2}$

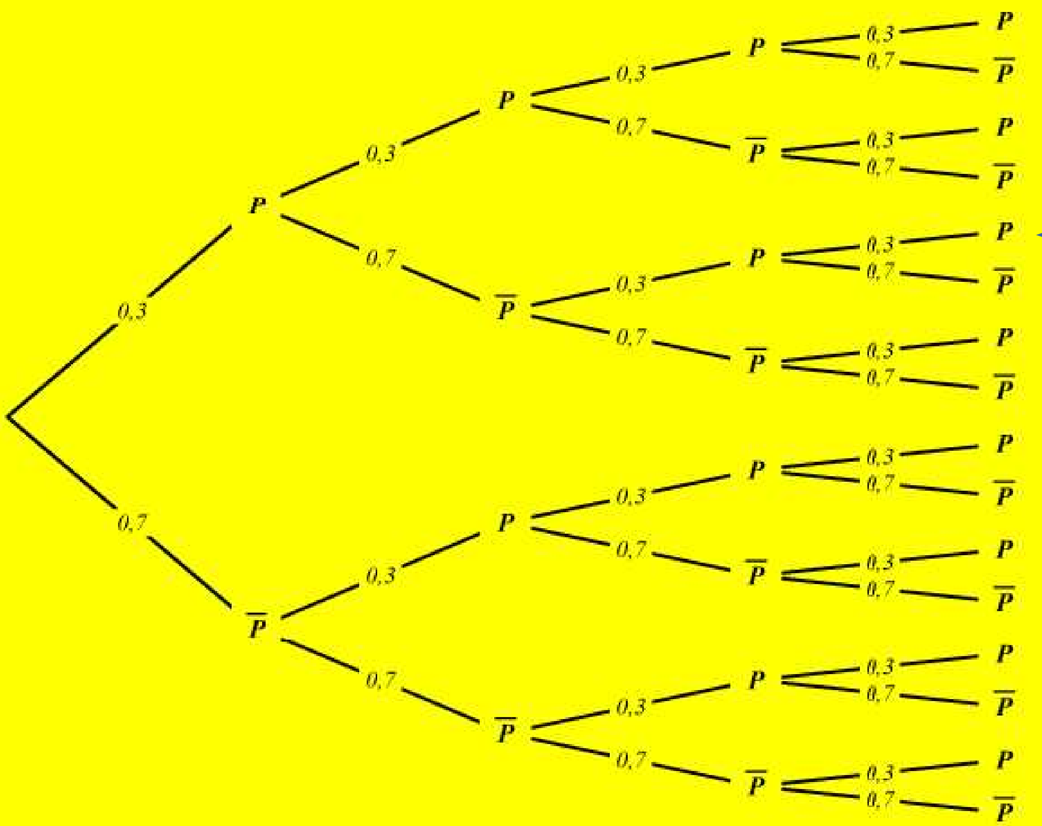
EXERCICE N°2 (Le corrigé)

Zoé ouvre au hasard son livre de recettes 4 fois pour savoir ce qu'elle va manger lors de ses 4 prochains repas. Dans ce livre, 30 % des recettes sont à base de poisson, les autres sont à base de viande.

1) Représenter cette situation par un arbre pondéré.

P : « La recette est à base de poisson »

$\overline{P}$ désignera donc les autres recettes…



On a bien compris que notre expérience aléatoire est composée de quatre épreuves indépendantes (qui sont identiques, elles auront un nom au paragraphe suivant)

2) Quelle est la probabilité que Zoé mange autant de viande que de poisson lors de ses 4 prochains repas ?

On cherche toutes les issues comportant exactement deux P .

Ici, une issue, c'est « le parcours d'une branche »

Un exemple d'issue : $(P\ ;\ \overline{P}\ ;\ P\ ;\ P)$

Notons E_1 : « Zoé mange autant de viande que de poisson lors de ses 4 prochains repas »

$$E_1=\left\{\begin{matrix}(P\ ;\ P\ ;\ \overline{P}\ ;\ \overline{P})\ ;\ (P\ ;\ \overline{P}\ ;\ P\ ;\ \overline{P})\ ;\ (P\ ;\ \overline{P}\ ;\ \overline{P}\ ;\ P)\ ;\\ (\overline{P}\ ;\ P\ ;\ P\ ;\ \overline{P})\ ;\ (\overline{P}\ ;\ P\ ;\ \overline{P}\ ;\ P)\ ;\ (\overline{P}\ ;\ P\ ;\ P\ ;\ \overline{P})\end{matrix}\right\}$$

On remarque que chaque issue composant E_1 a pour probabilité : $0{,}3\times0{,}3\times0{,}7\times0{,}7$

En effet chaque P engendre un facteur égal à 0,3 et chaque $\overline{P}$ un facteur égal à 0,7.

On en déduit que $\boxed{P(E_1)=6\times0{,}3\times0{,}3\times0{,}7\times0{,}7=0{,}2646}$

3) Quelle est la probabilité que Zoé mange uniquement de la viande lors de ses 4 prochains repas ?

$\boxed{p(\{(\overline{P}\ ;\ \overline{P}\ ;\ \overline{P}\ ;\ \overline{P})\})\ =\ 0{,}7^4\ =\ 0{,}2401}$

4) Quelle est la probabilité que Zoé mange au moins une fois du poisson lors de ses 4 prochains repas?

$\boxed{1-p(\{(\overline{P}\ ;\ \overline{P}\ ;\ \overline{P}\ ;\ \overline{P})\})\ =\ 1-0{,}7^4\ =\ 1-0{,}2401\ =\ 0{,}7599}$

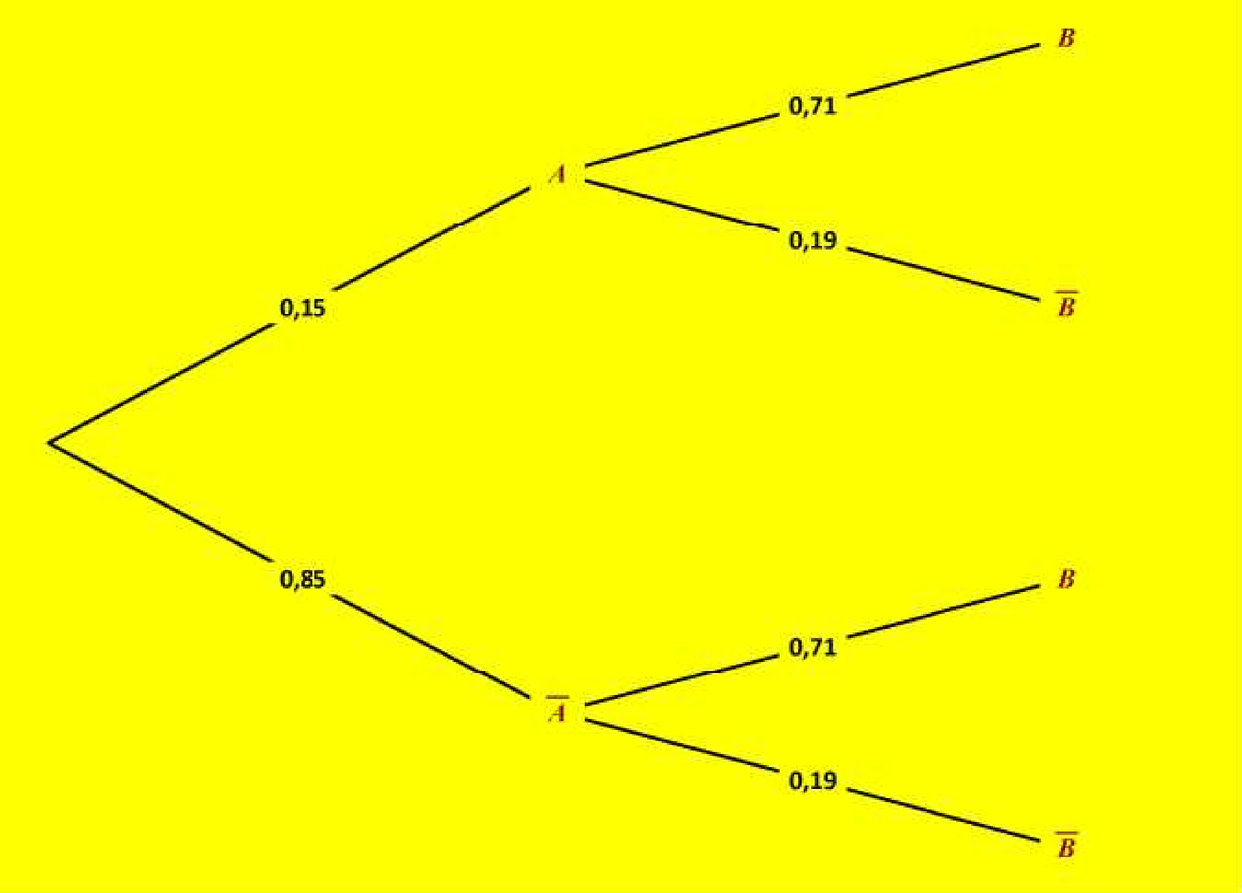
C'est la genre de question où il faut être attentif (encore plus que d'habitude…)

On se rend compte que l'événement décrit ici est le contraire de celui de la question précédente, on peut donc appliquer la propriété bien connue (propriété n°4 page 3 de ce cours).

EXERCICE N°3 (Le corrigé)

Construire un arbre pondéré représentant une expérience aléatoire composée de deux épreuves indépendantes sachant que $P(A)=0{,}15$ et $P(B)=0{,}71$.

On utilisera uniquement les lettres A et B .



Ici, il faut se souvenir que la somme des probabilités à chaque nœud doit valoir 1 .

Pourquoi ? Parce que chaque nœud représente une expérience aléatoire.

Remarque : on aurait pu commencer par B .

EXERCICE N°4 ***(Le corrigé)***

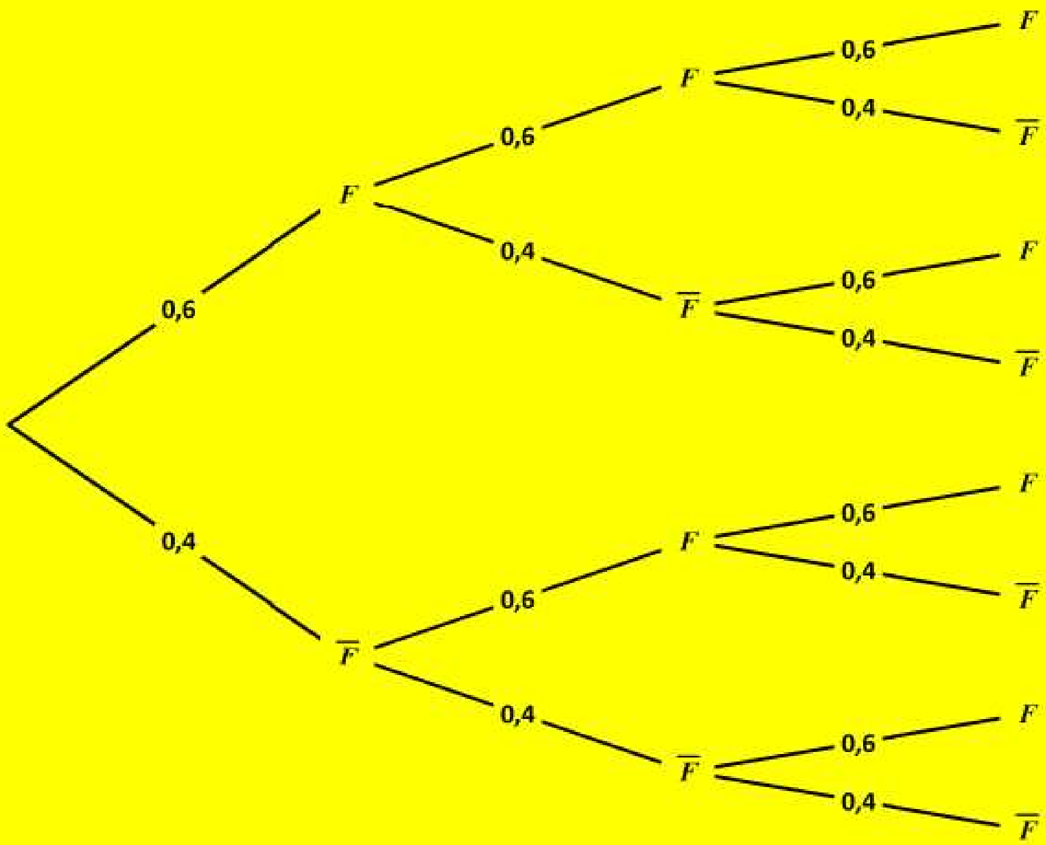
On lance 3 fois de suite une pièce de monnaie truquée. La probabilité d'obtenir Face est égale à 0,6.

1) Les épreuves sont-elles indépendantes ?

Les épreuves sont indépendantes car le résultat d'un lancer n'influence pas le suivant ni celui d'après.

2) Représenter la situation par un arbre pondéré.

Notons F : « Obtenir Face » et $\overline{F}$: « Obtenir face »

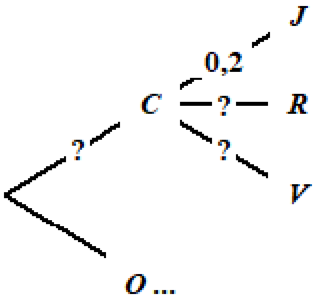


EXERCICE N°5 (Le corrigé)

Dans une usine, on fabrique des bonbons: 60 % des paquets sont composés de crocodiles et le reste des paquets est rempli d'oursons. Dans chaque paquet, 30 % des bonbons sont rouges, 20 % sont jaunes et les autres sont verts. On prélève au hasard un paquet de bonbons pour regarder la forme, puis un bonbon de ce paquet pour regarder sa couleur.

1) Expliquer pourquoi les épreuves sont indépendantes.

2) Compléter l'arbre pondéré ci-contre pour représenter la situation.



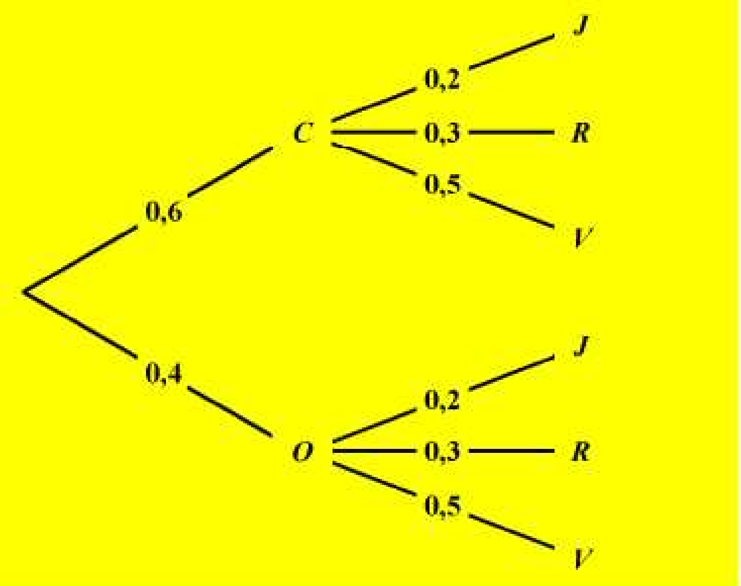
3) Quelle est la probabilité d'obtenir un crocodile vert?

4) Quelle est la probabilité d'obtenir un ourson rouge?

1)

Tous les paquets sont composés de la même façon donc le choix de ce dernier n'aura pas d'influence sur le choix des bonbons.

2)



3)

Notons p_1 la probabilité d'obtenir un crocodile vert.

$p_1 = 0{,}6 \times 0{,}5 = 0{,}3$

4)

Notons p_2 la probabilité d'obtenir un ourson rouge.

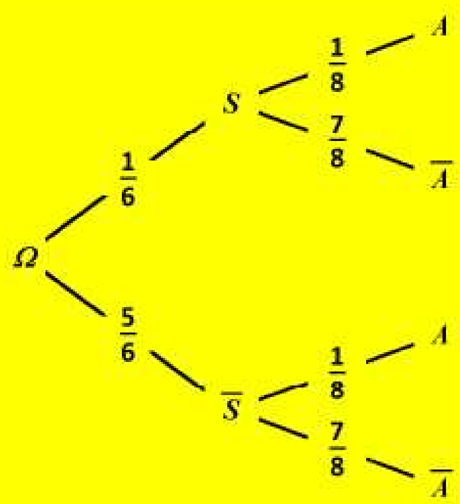
$p_1 = 0{,}4 \times 0{,}3 = 0{,}12$

EXERCICE N°6 (Le corrigé)

On lance un dé classique et on regarde si on obtient 6 ou non, puis on tire une carte dans un jeu classique de 32 cartes et on regarde si on obtient un as ou non.

On note S l'événement « On obtient 6 » et A l'événement « On tire un as ».

1) Représenter la situation par un arbre pondéré en utilisant uniquement les lettres S et A



La probabilité d'obtenir un six vaut $\dfrac{1}{6}$ car le le dé est bien équilibré et possède 6 faces…et bien sûr celle de ne pas obtenir un six vaut $1-\dfrac{1}{6}=\dfrac{5}{6}$.

Dans un jeu de 32 cartes, il y a 4 as. La probabilité d'en obtenir un vaut donc $\dfrac{4}{32}=\dfrac{1}{8}$ et bien sûr celle de ne pas en obtenir vaut $1-\dfrac{1}{8}=\dfrac{7}{8}$

2) Donner l'univers Ω de cette expérience.

$\Omega = \{(S\ ;\ A)\ ;(S\ ;\ \overline{A})\ ;(\overline{S}\ ;\ A)\ ;(\overline{S}\ ;\ \overline{A})\}$

3) Donner alors la loi de probabilité de cette expérience.

Issue	$(S\ ;\ A)$	$(S\ ;\ \overline{A})$	$(\overline{S}\ ;\ A)$	$(\overline{S}\ ;\ \overline{A})$	Total
Probabilité	$\dfrac{1}{48}$	$\dfrac{7}{48}$	$\dfrac{5}{48}$	$\dfrac{35}{48}$	1
	$=\dfrac{1}{6}\times\dfrac{1}{8}$	$=\dfrac{1}{6}\times\dfrac{7}{8}$	$=\dfrac{5}{6}\times\dfrac{1}{8}$	$=\dfrac{5}{6}\times\dfrac{7}{8}$	

EXPÉRIENCE ALÉATOIRE, MODÈLE ASSOCIÉ E01

EXERCICE N°1

Adam a rangé les chaussettes de son père dans deux tiroirs. Il a mis 5 chaussettes noires, 3 chaussettes grises et 2 chaussettes blanches dans un tiroir, et 7 chaussettes noires et 3 chaussettes grises dans l'autre. Son père choisit au hasard une chaussette dans chaque tiroir.

1) Représenter la situation par un arbre pondéré.

2) Quelle est la probabilité p_1 que le père ait une chaussette blanche et une chaussette noire?

3) Quelle est la probabilité p_2 que le père ait des chaussettes assorties ?

4) Quelle est la probabilité p_3 que le père ait au moins une chaussette noire ?

EXERCICE N°2

Zoé ouvre au hasard son livre de recettes 4 fois pour savoir ce qu'elle va manger lors de ses 4 prochains repas. Dans ce livre, 30 % des recettes sont à base de poisson, les autres sont à base de viande.

1) Représenter cette situation par un arbre pondéré.

2) Quelle est la probabilité que Zoé mange autant de viande que de poisson lors de ses 4 prochains repas?

3) Quelle est la probabilité que Zoé mange uniquement de la viande lors de ses 4 prochains repas ?

4) Quelle est la probabilité que Zoé mange au moins une fois du poisson lors de ses 4 prochains repas?

EXERCICE N°3

Construire un arbre pondéré représentant une expérience aléatoire composée de deux épreuves indépendantes sachant que $P(A)=0{,}15$ et $P(B)=0{,}71$.

On utilisera uniquement les lettres A et B .

EXERCICE N°4

On lance 3 fois de suite une pièce de monnaie truquée. La probabilité d'obtenir Face est égale à 0,6.

1) Les épreuves sont-elles indépendantes?

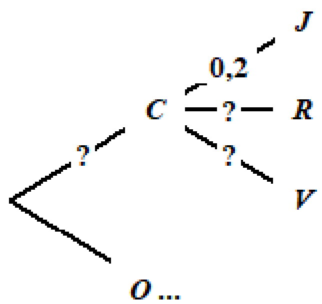
2) Représenter la situation par un arbre pondéré.

EXERCICE N°5

Dans une usine, on fabrique des bonbons: 60 % des paquets sont composés de crocodiles et le reste des paquets est rempli d'oursons. Dans chaque paquet, 30 % des bonbons sont rouges, 20 % sont jaunes et les autres sont verts. On prélève au hasard un paquet de bonbons pour regarder la forme, puis un bonbon de ce paquet pour regarder sa couleur.

1) Expliquer pourquoi les épreuves sont indépendantes.

2) Compléter l'arbre pondéré ci-contre pour représenter la situation.



3) Quelle est la probabilité d'obtenir un crocodile vert?

4) Quelle est la probabilité d'obtenir un ourson rouge?

EXERCICE N°6

On lance un dé classique et on regarde si on obtient 6 ou non, puis on tire une carte dans un jeu classique de 32 cartes et on regarde si on obtient un as ou non.

On note S l'événement « On obtient 6 » et A l'événement « On tire un as ».

1) Représenter la situation par un arbre pondéré en utilisant uniquement les lettres S et A

2) Donner l'univers Ω de cette expérience.

3) Donner alors la loi de probabilité de cette expérience.