

SUITES NUMÉRIQUES E05

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

Un capital de 4 000 € est placé à 2 % par an à intérêts composés.

On rappelle le principe du placement à intérêts composés : à la fin de chaque année, les intérêts sont intégrés à l'ancien capital et génèrent eux-mêmes des intérêts les années suivantes.

On modélise le capital acquis tous les ans par une suite. Ainsi on pose : $V(0) = 4000$.

1) Calculer le capital acquis à la fin de la 1^{re} année puis de la 2^e année.

Il s'agit de calculer $V(1)$ et $V(2)$.

$$V(1) = V(0) + \frac{2}{100} \times V(0) = 4000 + \frac{2}{100} \times 4000, \text{ ainsi } V(1) = 4080$$

$$V(2) = V(1) + \frac{2}{100} \times V(1) = 4080 + \frac{2}{100} \times 4080, \text{ ainsi } V(2) = 4161,6$$

Le capital acquis à la fin de la 1^{re} année vaut : 4080 €

et celui acquis à la fin de la 2^{me} année vaut : 4161,5 €

2) Démontrer que le capital n'est pas en progression arithmétique.

D'une part : $V(2) - V(1) = 4161,5 - 4080 = 81,6$

et d'autre part : $V(1) - V(0) = 4080 - 4000 = 80$

Ainsi les différences entre deux termes successifs ne sont pas toutes égales, ce qui prouve que le capital n'est pas en progression arithmétique.

3) Compléter la phrase suivante: « Augmenter quantité de 2 % revient à la multiplier par ... »

Augmenter une quantité de 2 % revient à la multiplier par 1,02

4) En déduire que la suite V est géométrique préciser sa raison et le premier terme.

Pour passer d'un terme au suivant, on multiplie à chaque fois par le même nombre : 1,02.

On en déduit que V est géométrique, de raison $q = 1,02$ et de 1^{er} terme $V(0) = 4000$

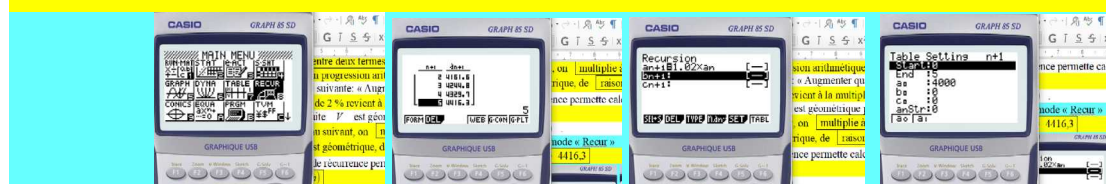
5) Écrire une formule de récurrence permette calculer $V(n+1)$ en fonction de $V(n)$.

$$V(n+1) = 1,02 \times V(n)$$

6) Calculer et interpréter $V(5)$.

On utilise la calculatrice, avec le mode « Recur »

à l'aide la calculatrice : $V(5) \approx 4416,3$



Et on interprète :

Le capital acquis à la fin de la 5^{me} année vaut environ 4416,32 €.