Fonctions affines et inéquations M03

EXERCICE N°1

VOIR LE CORRIGÉ

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $4x-3>9$ **2)** $-x-7\geqslant -4$ **3)** $\frac{4x}{5}\leqslant 13$

EXERCICE N°2

VOIR LE CORRIGÉ

Dans chaque cas, le nombre a est-il une solution de l'inéquation proposée ?

1) $x+7>3x-5$ $a=-2$

2) $2x-\frac{2}{3}\leqslant\frac{1}{3}x+4$ $a=3$

3) $5x+4<10x-7$ $a=7$

EXERCICE N°3

VOIR LE CORRIGÉ

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes et,si possible, représenter l'ensemble des solutions sur une droite graduée.

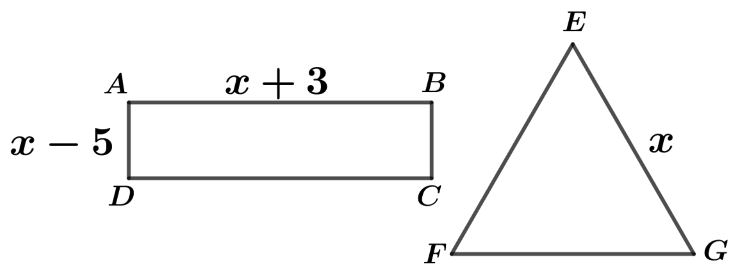
1) $7x-5\geqslant 3x+11$ **2)** $5+x<6-x$

3) $9+x>7+x$ **4)** $10-3x\leqslant 5+7x$

5) $19+x>21+x$

EXERCICE N°4

VOIR LE CORRIGÉ



ABCD est un rectangle et *EFG* est un triangle équilatéral. x désigne un nombre strictement supérieur à 5.

1) Exprimer le périmètre de *ABCD* et le périmètre de *EFG* en fonction x .
2) Déterminer les valeurs de x pour lesquelles le périmètre du rectangle est strictement supérieur aux deux tiers de celui du triangle.

EXERCICE N°5

VOIR LE CORRIGÉ

Un cinéma propose plusieurs tarifs.
Formule A : 9€ par film.
Formule B : 55€ puis 4 € par film.
On désigne par x le nombre de films.
À partir de combien de films la formule B est-elle plus avantageuse que la formule A ?

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

RETOUR À L'EXERCICE 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $4x-3>9$

$$\begin{aligned} & 4x-3 > 9 \\ \Leftrightarrow\ & 4x-3+3 > 9+3 \quad (*) \\ \Leftrightarrow\ & 4x > 12 \\ \Leftrightarrow\ & \frac{4x}{4} > \frac{12}{4} \quad (*) \\ \Leftrightarrow\ & x > 3 \end{aligned}$$

En notant S l'ensemble des solutions,

$\boxed{S=]3\ ;\ +\infty[}$

2) $-x-7\geqslant-4$

$$\begin{aligned} & -x-7 \geqslant -4 \\ \Leftrightarrow\ & -x-7+7 \geqslant -4+7 \ (*) \\ \Leftrightarrow\ & -x \geqslant 3 \\ \Leftrightarrow\ & \frac{-x}{-1} \leqslant \frac{3}{-1} \quad (*) \\ \Leftrightarrow\ & x \leqslant -3 \end{aligned}$$

En notant S l'ensemble des solutions,

$\boxed{S=]-\infty\ ;\ -3]}$

3) $\frac{4x}{5}\leqslant 13$

$$\begin{aligned} & \frac{4x}{5} \leqslant 13 \\ \Leftrightarrow\ & \frac{\frac{4x}{5}}{\frac{4}{5}} \leqslant \frac{13}{\frac{4}{5}} \quad (*) \\ \Leftrightarrow\ & x \leqslant 13\times\frac{5}{4}=\frac{65}{4} \end{aligned}$$

En notant S l'ensemble des solutions,

$\boxed{S=\left]-\infty\ ;\ \frac{65}{4}\right]}$

Les lignes (*) ne sont pas obligatoires à écrire mais elles sont très importantes car c'est là qu'on vérifie si on change le sens de l'inégalité ou pas.

EXERCICE N°2 ***(Le corrigé)*** *RETOUR À L'EXERCICE 2*

Dans chaque cas, le nombre a est-il une solution de l'inéquation proposée ?

1) $x+7>3x-5$ $\quad a=-2$

Pour $x = a = -2$:
D'une part : $-2+7=-5$ et d'autre part : $3\times(-2)-5 = -11$
Or : $-5 > -11$
Donc $\boxed{-2 \text{ est une solution de cette inéquation}}$

2) $2x-\frac{2}{3}\leqslant\frac{1}{3}x+4$ $\quad a=3$

Pour $x = a = 3$:
D'une part : $2\times3-\frac{2}{3}=\frac{16}{3}$ et d'autre part : $\frac{1}{3}\times3+4 = 5$
Or : $\frac{16}{3}$ n'est pas inférieur ou égal à 5.
Donc $\boxed{3 \text{ n'est pas une solution de cette inéquation}}$

3) $5x+4<10x-7$ $\quad a=7$

Pour $x = a = 7$:
D'une part : $5\times7+4=39$ et d'autre part : $10\times7-7 = 73$
Or : $39 < 73$
Donc $\boxed{7 \text{ est une solution de cette inéquation}}$

FONCTIONS AFFINES ET INÉQUATIONS M03C

EXERCICE N°3 *(Le corrigé)* RETOUR À L'EXERCICE 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes et,si possible, représenter l'ensemble des solutions sur une droite graduée.

1) $7x-5 \geqslant 3x+11$

$7x-5 \geqslant 3x+11$

$\Leftrightarrow 7x-5-(3x+11) \geqslant 3x+11-(3x+11)$ (*)

$\Leftrightarrow 7x-5-3x-11 \geqslant 0$

$\Leftrightarrow 4x-16 \geqslant 0$ (**)

$\Leftrightarrow 4x \geqslant 16$

$\Leftrightarrow x \geqslant 4$

2) $5+x<6-x$

$5+x < 6-x$

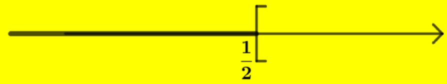
$\Leftrightarrow 5+x-(6-x) < 5-x-(6-x)$ (*)

$\Leftrightarrow 5+x-6+x < 0$

$\Leftrightarrow 2x-1 < 0$ (**)

$\Leftrightarrow 2x < 1$

$\Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$



3) $9+x>7+x$

$9+x > 7+x$

$\Leftrightarrow 9+x-(7+x) > 9+x-(7+x)$ (*)

$\Leftrightarrow 9+x-7-x > 0$

$\Leftrightarrow 2 > 0$

Cette dernière inégalité est toujours vraie.

4) $10-3x \leqslant 5+7x$

$10-3x < 5+7x$

$\Leftrightarrow 10-3x-(5+7x) < 5+7x-(5+7x)$ (*)

$\Leftrightarrow 10-3x-5-7x < 0$

$\Leftrightarrow -10x+5 < 0$ (**)

$\Leftrightarrow -10x < -5$

$\Leftrightarrow x > \frac{-5}{-10}=0{,}5$

5) $19+x>21+x$

$19+x > 21+x$

$\Leftrightarrow 19+x-(21+x) > 19+x-(21+x)$ (*)

$\Leftrightarrow 19+x-21-x > 0$

$\Leftrightarrow -2 > 0$

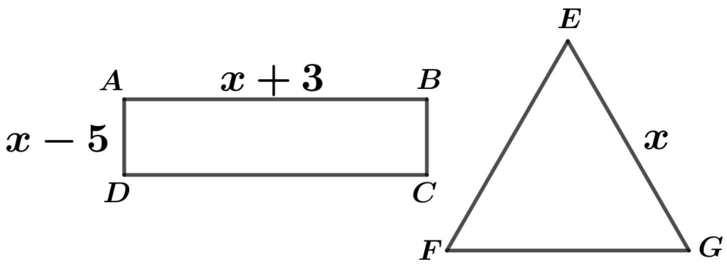
Cette dernière inégalité est toujours fausse.
L'ensemble des solutions est vide.

Et il est difficile de représenter le vide...

(*) On procède comme pour les équations et le sens de l'inégalité ne change pas car on soustrait un même nombre (ici c'est l'expression en bleue) à chaque membre.

(**) À partir de là, on procède comme dans l'exercice n°1. Regardez bien les éventuels changement de sens d'inégalités (en bleu).

EXERCICE N°4 ***(Le corrigé)*** RETOUR À L'EXERCICE 4



ABCD est un rectangle et *EFG* est un triangle équilatéral. x désigne un nombre strictement supérieur à 5.

1) Exprimer le périmètre de *ABCD* et le périmètre de *EFG* en fonction x.

Notons P_{ABCD} et P_{EFG} les périmètres respectifs de *ABCD* et *EFG*.

$P_{ABCD} = 2(x+3+x-5)$

$P_{ABCD} = 2(2x-2)$

$\boxed{P_{ABCD} = 4x-4}$

$\boxed{P_{EFG} = 3x}$

2) Déterminer les valeurs de x pour lesquelles le périmètre du rectangle est strictement supérieur aux deux tiers de celui du triangle.

Il s'agit de résoudre :

$P_{ABCD} > \frac{2}{3} P_{EFG}$

Les inéquations suivantes sont équivalentes.

$4x-4 > \frac{2}{3}\times 3x$

$4x-4 > 2x$

$4x-4-2x > 2x-2x$

$2x-4 > 0$

$2x-4+4 > 0+4$

$2x > 4$

$\frac{2x}{2} > \frac{4}{2}$

$x > 2$

L'ensemble des solutions de cette inéquation est : $\boxed{]2\ ;+\infty[}$

EXERCICE N°5 ***(Le corrigé)*** RETOUR À L'EXERCICE N°5

Un cinéma propose plusieurs tarifs.
Formule A : 9€ par film.
Formule B : 55€ puis 4 € par film.
On désigne par x le nombre de films.
À partir de combien de films la formule B est-elle plus avantageuse que la formule A ?

Il s'agit de résoudre
$4x+55 < 9x$
On a exprimé chaque formule en fonction de x et bien sûr la formule la plus avantageuse est la moins chère…
Les inéquations suivantes sont équivalentes.
$4x+55-9x < 9x-9x$
$-5x+55 < 0$
$-5x+55-55 < 0-55$
$-5x < -55$
$\frac{-5x}{-5} > \frac{-55}{-5}$ On n'oublie pas de faire attention au sens de l'inégalité.
$x > 11$
On en déduit que la formule B est plus avantageuse que la A $\boxed{\text{à partir de 12 films}}$.
On n'oublie pas que l'on travaille sur des nombres entiers naturels.
Pour une fois on a résolu une inéquation sur $\mathbb{N}$ et non sur $\mathbb{R}$.