

LA FONCTION INVERSE E01

EXERCICE N°5 (Le corrigé)

Résoudre les inéquations suivantes pour tout nombre réel x non nuls.

1) $\frac{2}{x} \leq 3$

2) $-\frac{3}{x} > 6$

3) $-\frac{1}{x} + 3 \geq 0$

4) $\frac{3}{x} + 1 \leq \frac{4}{x}$

L'énoncé nous précise que $x \neq 0$, il n'est donc pas nécessaire de le rappeler à chaque question. Par contre, au cas où, on garde à l'esprit qu'il faut vérifier si il n'y pas d'autres valeurs interdites.

1)

On aimerait utiliser [la propriété n°2 de ce cours](#) et multiplier chaque membre par x .

Seulement voilà, on ne connaît pas le signe du nombre qui se cache derrière x .

S'il est positif, l'inégalité ne changera pas de sens et s'il est négatif alors il y aura changement.

On doit donc traiter les cas séparément.

▪ Pour $x < 0$:

$\frac{2}{x}$ est toujours négatif et donc $\frac{2}{x} \leq 3$ est toujours vraie.

On en déduit que l'intervalle $] -\infty ; 0[$ fait partie de l'ensemble des solutions.
(souvenez-vous des intervalles : toujours le même [cours](#))

▪ Pour $x > 0$:

$$\frac{2}{x} \leq 3 \quad \Leftrightarrow \quad 2 \leq 3x \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2}{3} \leq x$$

car $x > 0$ justement car $3 > 0$

On en déduit que $\left[\frac{2}{3} ; +\infty \right[$ fait partie de l'ensemble des solutions.

Hé oui : $0 < x \leq \frac{2}{3}$

On peut donc « recoller les morceaux » pour donner l'ensemble des solutions

On en déduit que l'ensemble des solutions de cette inéquation est $] -\infty ; 0[\cup \left[\frac{2}{3} ; +\infty \right[$

L'énoncé nous précise que $x \neq 0$, il n'est donc pas nécessaire de le rappeler à chaque question. Par contre, au cas où, on garde à l'esprit qu'il faut vérifier si il n'y pas d'autres valeurs interdites.

2)

Vous l'aurez compris, on va procéder de la même façon :

▪ Pour $x < 0$:

$$-\frac{3}{x} > 6 \quad \Leftrightarrow \quad -3 > 6x \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{3}{6} > x \quad \Leftrightarrow \quad -0,5 > x$$

car $x < 0$ justement car $6 > 0$

On en déduit que $] -\infty ; -0,5[$ fait partie de l'ensemble des solutions.

▪ Pour $x > 0$:

$-\frac{3}{x}$ est toujours négatif et donc $-\frac{3}{x} > 6$ est toujours fausse.

Il n'y a donc pas de solution à ajouter à notre ensemble.

On en déduit que l'ensemble des solutions de cette équation est $] -\infty ; -0,5[$.

L'énoncé nous précise que $x \neq 0$, il n'est donc pas nécessaire de le rappeler à chaque question. Par contre, au cas où, on garde à l'esprit qu'il faut vérifier si il n'y pas d'autres valeurs interdites.

3)

▪ Pour $x < 0$:

$$-\frac{1}{x} + 3 \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{x} \geq -3 \Leftrightarrow \underbrace{-1 \leq -3x}_{\text{car } x < 0} \Leftrightarrow \underbrace{\frac{-1}{-3} \geq x}_{\text{car } -3 < 0} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \geq x$$

Mais comme de toute façon $x < 0$... On en déduit que $] -\infty ; 0[$ fait partie de l'ensemble des solutions. Attention, on ne peut rien dire de plus à ce stade.

▪ Pour $x > 0$:

$$-\frac{1}{x} + 3 \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{x} \geq -3 \Leftrightarrow \underbrace{-1 \geq -3x}_{\text{car } x > 0} \Leftrightarrow \underbrace{\frac{-1}{-3} \leq x}_{\text{car } -3 < 0} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq x$$

On en déduit que $\left[\frac{1}{3} ; +\infty \right[$ fait partie de l'ensemble des solutions.

On en déduit que l'ensemble des solutions de cette équation est $\boxed{]-\infty ; 0[\cup \left[\frac{1}{3} ; +\infty \right[}$

L'énoncé nous précise que $x \neq 0$, il n'est donc pas nécessaire de le rappeler à chaque question. Pour le faites-vous alors ! ?

Parce qu'il faut insister pendant l'apprentissage !

Par contre, au cas où, on garde à l'esprit qu'il faut vérifier si il n'y pas d'autres valeurs interdites.

4)

▪ Pour $x < 0$:

$$\frac{3}{x} + 1 \leq \frac{4}{x} \Leftrightarrow 1 \leq \frac{1}{x} \Leftrightarrow \underbrace{x \geq 1}_{\text{car } x < 0}$$

On en déduit que $\frac{3}{x} + 1 \leq \frac{4}{x}$ est toujours fausse.

Il n'y a donc pas de solution à ajouter à notre ensemble.

▪ Pour $x > 0$:

$$\frac{3}{x} + 1 \leq \frac{4}{x} \Leftrightarrow 1 \leq \frac{1}{x} \Leftrightarrow \underbrace{x \leq 1}_{\text{car } x > 0}$$

On en déduit que $]0 ; 1]$ fait partie de l'ensemble des solutions.

Et comme il n'y a rien d'autre...

On ne déduit que l'ensemble des solutions de cette équation est $\boxed{]0 ; 1]}$