DEVOIR SURVEILLÉ N°2 LE CORRIGÉ

Nom :	Prénom :	Classe :

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Le sujet est à rendre avec la copie

PREMIÈRE PARTIE

EXERCICE N°1 Automatismes (6 points)

Pour ce premier exercice, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse. (Cela veut dire qu'il faut également recopier la bonne réponse sur sa copie)

1) Jean consacre 25 % de sa journée de dimanche à faire ses devoirs. 80 % du temps consacré aux devoirs est consacré à faire un exposé. Le pourcentage du temps consacré à l'exposé par rapport à la journée de dimanche est égal à :

1.a) $80\% - 25\%$ **1.b)** $\frac{1}{4} \times 80\%$

1.c) $0{,}08 \times 25\%$ **1.d)** Cela dépend de la durée de la journée de dimanche

---

2) Un prix diminue de 50 %. Pour retrouver le prix initial, il faut une augmentation de :

2.a) 50% **2.b)** 100% **2.c)** 150% **2.d)** 200%

---

3) Le prix d'une tablette a baissé : il est passé de 250 euros à 200 euros. Cela signifie que ce prix a été multiplié par :

3.a) $1{,}25$ **3.b)** $0{,}75$ **3.c)** $0{,}8$ **3.d)** $-0{,}8$

---

4) On additionne un nombre réel x , avec son triple et son carré. Le résultat est égal à :

4.a) $(x+3)^2$ **4.b)** $x+(3x)^2$

4.c) $1+3x^2$ **4.d)** $4x+x^2$

---

5) Une durée de 75 minutes correspond à :

5.a) $1{,}15$ heure **5.b)** $1{,}25$ heure

5.c) $0{,}75$ heure **5.d)** $1{,}4$ heure

---

6) La solution de l'équation $3x = 0$ est :

6.a) $x = -3$ **6.b)** $x = \frac{1}{3}$

6.c) $x = -\frac{1}{3}$ **6.d)** $x = 0$

---

1) b : $\frac{1}{4} \times 80\%$	**2) b :** 100%	**3) c :** $0{,}8$
4) d : $4x+x^2$	**5) b :** $1{,}25$ heure	**6) d :** $x = 0$

DEUXIÈME PARTIE

EXERCICE N°2 ***(avec la notation fonctionnelle)*** ***(5 points)***

Un médecin vient d'ouvrir son cabinet. Dès l'ouverture, il a déjà 200 patients. Il constate que chaque semaine, il gagne 11 nouveaux patients. Le médecin se demande pendant combien de temps il pourra accueillir de nouveaux patients sachant qu'il veut avoir au maximum 1300 patients. Cet exercice a pour but de l'aider à trouver une réponse.

On modélise le nombre de patients du médecin par la suite $(p(n))$ où $p(n)$ est le nombre de patients à la semaine n. L'ouverture du cabinet est considérée comme la semaine zéro.

1) Donner $p(0)$ puis exprimer $p(n+1)$ en fonction de $p(n)$.

$\boxed{p(0) = 200}$ et $\boxed{p(n+1) = p(n)+11}$

2) Calculer les cinq premiers termes de la suite puis les représenter sur le graphique ci-dessous.

$\boxed{p(0) = 200}$, $\boxed{p(1) = 211}$, $\boxed{p(2) = 222}$, $\boxed{p(3) = 233}$, $\boxed{p(4) = 244}$

voir le graphique pour la représentation.

3) Combien de patients, le médecin aura-t-il la troisième semaine ?

On sait que $p(3) = 233$, le médecin aura alors $\boxed{\text{233 patients}}$.

4) Donner, en justifiant, la nature de la suite et préciser ses éléments caractéristiques.

D'après la question 1) pour tout entier naturel n, $p(n+1) = p(n)+11$

On reconnaît une $\boxed{\text{suite arithmétique}}$ de $\boxed{\text{raison } r=11}$ et de $\boxed{\text{premier terme } p(0) = 200}$

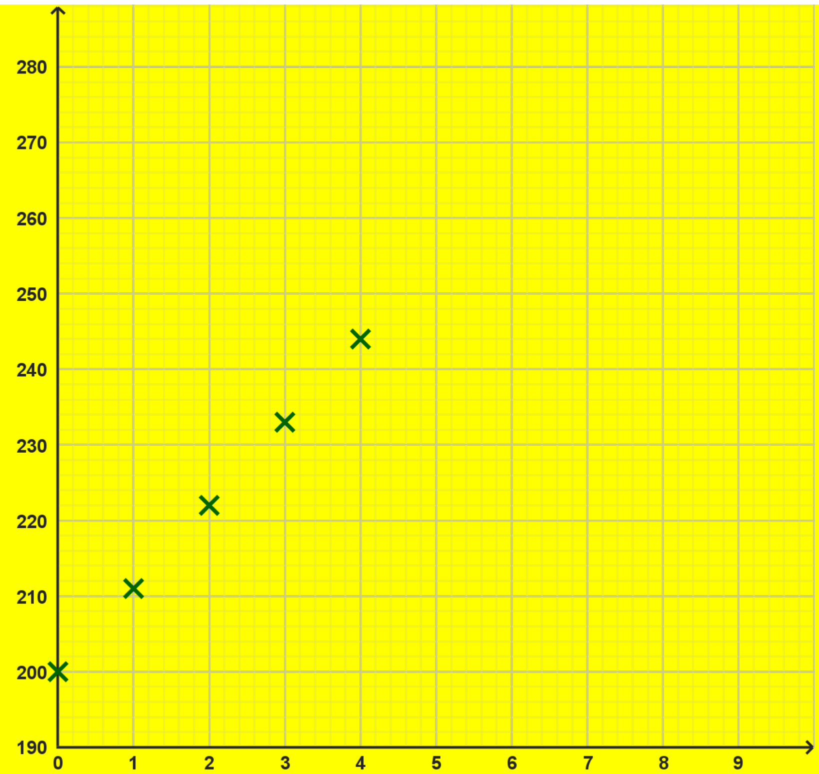
5) À l'aide de la calculatrice, déterminer $p(99)$ et $p(100)$. Conclure quant à la question du médecin.

On remarque que pour calculer $p(99)$ il suffit d'ajouter 99 fois 11 à $p(0)$: $p(99) = 200+11\times99$

Donc $\boxed{p(99) = 1289}$

et $\boxed{p(100) = 1300}$

On en déduit que le $\boxed{\text{médecin pourra accepter de nouveaux patients jusque la 100}^{\text{e}}\text{ semaine}}$.



EXERCICE N°3 (avec la notation classique) (9 points)

Une biologiste désire étudier l'évolution de la population de singes sur une île.
En 2025, elle estime qu'il y a 1 000 singes sur l'île.

Partie A. Premier modèle.

Chaque année, la population de singes baisse de 10%.

1) Montrer qu'en 2026, il y aura 900 singes sur l'île.

Méthode n°1

$$1000-\frac{10}{100}\times 1000 = 1000-100 = 900$$

Ainsi, en 2026, il aura bien 900 singes.

Méthode n°2

Diminuer une quantité de 10 % revient à la multiplier par 0,9.

$1000\times 0{,}9 = 900$

Ainsi, en 2026, il aura bien 900 singes.

2) Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre de singes sur l'île pour l'année $2025+n$. On a donc $u_0 = 1000$.

2.a) Indiquer ce que représente u_2 et calculer sa valeur.

u_2 représente le nombre de singes sur l'île pour l'année 2027 (2025 + 2)

2.b) Déterminer la nature de la suite (u_n) et préciser sa raison.

Diminuer une quantité de 10 % revient à la multiplier par 0,9. Ainsi pour passer d'une année à la suivante, on multiplie par 0,9.

On reconnaît une suite géométrique de raison $q = 0{,}9$ et de 1^{er} terme $u_0 = 1000$.

2.c) Donner les variations de cette suite.

(u_n) est une suite géométrique de raison comprise strictement entre 0 et 1 $(q = 0{,}9$ et $0<0{,}9<1)$ et de premier terme strictement positif $(u_0 = 1000>0)$.

On en déduit que (u_n) est strictement croissante.

3) Selon ce modèle, la population de singes est-elle menacée d'extinction ? Justifier.

La suite (u_n) est strictement décroissante donc chaque année le nombre de signes est strictement plus petit que le nombre de l'année précédente. Il finira donc par être nul.

(Il évident qu'on ne va pas découper un singe en morceaux, donc quand on tombera sur le premier terme de la suite qui sera strictement plus petit que 1, on considérera qu'il est nul.

Partie B. Second modèle

On admet que l'évolution du nombre de singes est modélisée par la suite (v_n) ainsi définie :

$$\begin{cases} v_{n+1} = 0{,}9\,v_n+150 \quad , \quad n \in \mathbb{N} \\ v_0 = 1000 \end{cases}.$$

où v_n désigne le nombre de singes sur l'île pour l'année $2025+n$.

	A	B
1	n	vn
2	0	1000
3	1	1050
4	2	1095
5	3	1136
6	4	1172
7	5	1205
8	6	1234
9	7	1261
10	8	1285
11	9	1306
12	10	1326
13	11	1343
14	12	1359
15	13	1373
16	14	1386
17	15	1397
18	16	1407
19	17	1417
20	18	1425
21	19	1432
22	20	1439
23	21	1445
24	22	1451
25	23	1456
26	24	1460
27	25	1464
28	26	1468

4) Avec ce modèle, quelle sera la population de singes en 2026 ? Détailler le calcul.

Il s'agit de calculer v_1.

$$\begin{aligned} v_1 &= 0{,}9\,v_0+150 \\ &= 0{,}9\times 1000+150 \\ &= 900+150 \\ &= 1050 \end{aligned}$$

Ainsi, en 2026, il aura 1050 singes.

5) La feuille de calcul ci-contre donne les valeurs arrondies à l'unité des premiers termes de la suite (v_n) .

5.a) Quelle formule, destinée à être étirée vers le bas, faut-il saisir dans la cellule B3 pour obtenir les termes de la suite (v_n) ?

$\boxed{=0{,}9*B2+150}$

Dans la cellule $B2$, on trouve la valeur de v_0 et dans la cellule $B3$ on doit trouver celle de v_1 . On applique donc la formule de récurrence $v_{n+1} = \mathbf{0{,}9\,v_n+150}$.

5.b) Indiquer en quelle année, la population de singes dépassera pour la première fois 1400 individus.

D'après le tableur, on a $u_{15} \approx 1397 < 1400$ et $u_{16} \approx 1407 > 1400$.

Le premier terme de la suite à dépasser 1400 est donc u_{16} qui correspond à l'année $2025+16 = \boxed{2041}$.