

# LA FONCTION CARRÉ E05

## EXERCICE N°1 (Le corrigé)

Résoudre les inéquations suivantes et donner l'ensemble des solutions sous la forme d'un intervalle ou d'une réunion d'intervalle.

1)  $x^2 \leq 9$

2)  $x^2 > 4$

3)  $x^2 \geq 16$

4)  $x^2 < -2$

1)

$$x^2 \leq 9$$

Cette inéquation admet comme ensemble des solutions  $[-3 ; 3]$ .

Ici, on utilise la propriété n°5 et comme  $9 > 0$  on obtient  $[-\sqrt{9} ; \sqrt{9}]$  pour ensemble des solutions. Bien sûr, on simplifie l'écriture car  $\sqrt{9} = 3$ .

Les crochets sont tournés les solutions car on a une inégalité large ( $\leq$  et pas  $<$ )

2)

$$x^2 > 4$$

Cette inéquation admet comme ensemble des solutions  $] -\infty ; -2[ \cup ] 2 ; +\infty[$ .

Ici, on utilise la propriété n°6 et comme  $4 > 0$  on obtient  $] -\infty ; -\sqrt{4}[ \cup ] \sqrt{4} ; +\infty[$  pour ensemble des solutions. Bien sûr, on simplifie l'écriture car  $\sqrt{4} = 2$ .

Les crochets ne sont pas tournés les solutions car on a une inégalité stricte ( $>$  et pas  $\geq$ )

Attention  $-\infty$  et  $+\infty$  n'étant pas des nombres, ils n'appartiennent pas aux solutions, c'est pour cela que les crochets ne sont jamais tournés vers eux.

3)

$$x^2 \geq 16$$

Cette inéquation admet comme ensemble des solutions  $]-\infty ; -4] \cup [4 ; +\infty[$ .

Ici, on utilise la propriété n°6 et comme  $16 > 0$  on obtient  $]-\infty ; -\sqrt{16}[ \cup ] \sqrt{16} ; +\infty[$  pour ensemble des solutions. Bien sûr, on simplifie l'écriture car  $\sqrt{16} = 4$ .

Les crochets sont tournés les solutions car on a une inégalité large ( $\geq$  et pas  $>$ )

Attention  $-\infty$  et  $+\infty$  n'étant pas des nombres, ils n'appartiennent pas aux solutions, c'est pour cela que les crochets ne sont jamais tournés vers eux. (Je sais, je sais, on insiste...)

4)

$$x^2 < -2$$

Cette inéquation n'admet aucune solution.

Ici, on utilise la propriété n°5 et comme  $-2 < 0$ , il n'y a pas de solution.

# LA FONCTION CARRÉ E05

## EXERCICE N°2 (Le corrigé)

Résoudre les inéquations suivantes et donner l'ensemble des solutions sous la forme d'un intervalle ou d'une réunion d'intervalles.

1)  $2x^2 - 3 \leq 6$

2)  $x^2 + 4 < 2$

3)  $-7x^2 + 5 \leq 2x^2 - 11$

4)  $-5x^2 + 10 > x^2 - 8$

Ici, on va se ramener à une forme que l'on connaît afin de pouvoir procéder comme dans l'exercice précédent.

1)

$$2x^2 - 3 \leq 6 \Leftrightarrow 2x^2 \leq 9 \Leftrightarrow x^2 \leq 4,5$$

Pour la 2<sup>e</sup> inéquation, on a ajouté 3 à chaque membre et donc le sens de l'inégalité n'a pas changé.

Pour la 3<sup>e</sup> inéquation, on a divisé par 2 chaque et comme  $2 > 0$ , le sens n'a pas changé.

On en déduit que l'inéquation admet pour ensemble de solutions :  $\boxed{[-\sqrt{4,5} ; \sqrt{4,5}]}$

2)

$$x^2 + 4 < 2 \Leftrightarrow x^2 < -2$$

Pour la 2<sup>e</sup> inéquation, on a retranché 4 à chaque membre et donc le sens de l'inégalité n'a pas changé.

On en déduit que l'inéquation n'admet aucune solution.

3)

$$-7x^2 + 5 \leq 2x^2 - 11 \Leftrightarrow -7x^2 + 5 - (2x^2 - 11) \leq 0 \text{ On retranche un même nombre...}$$

$$\Leftrightarrow -7x^2 + 5 - 2x^2 + 11 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -9x^2 + 16 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -9x^2 \leq -16 \quad \text{On retranche 16 donc pas de changement de sens}$$

$$\Leftrightarrow x^2 \geq \frac{-16}{-9} \quad \text{On divise par } -9 \text{ donc on change le sens}$$

$$\Leftrightarrow x^2 \geq \frac{16}{9} \quad \text{On simplifie}$$

Sur une copie, on peut se contenter de la 4<sup>e</sup> et de la dernière ligne... Mais il est prudent de faire les autres au brouillon, ne serait-ce que pour éviter une inattention...

On en déduit que l'inéquation admet comme ensemble des solutions :

$$\boxed{\left] -\infty ; -\frac{4}{3} \right[ \cup \left] \frac{4}{3} ; +\infty \right[}$$

$$\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} = \frac{4}{3} \quad (\text{nous en parlerons plus en détail bientôt...})$$

4)

$$-5x^2 + 10 > x^2 - 8 \Leftrightarrow -5x^2 + 10 - (x^2 - 8) > 0 \text{ On retranche un même nombre...}$$

$$\Leftrightarrow -5x^2 + 10 - x^2 + 8 > 0$$

$$\Leftrightarrow -6x^2 + 18 > 0$$

$$\Leftrightarrow -6x^2 > -18 \quad \text{On retranche un même nombre...}$$

$$\Leftrightarrow x^2 < \frac{-18}{-6} \quad \text{On divise par un même nombre négatif...}$$

$$\Leftrightarrow x^2 < \frac{18}{6} = 3 \quad \text{On simplifie}$$

On en déduit que l'inéquation admet pour ensemble de solutions :  $\boxed{]-\sqrt{3} ; \sqrt{3}[}$ .

Sur une copie, on peut se contenter de la 4<sup>e</sup> et de la dernière ligne...mais il est prudent de faire les autres au brouillon, ne serait-ce que pour éviter une inattention...