Fonctions polynomiales du second degré E05

EXERCICE N°1 Méthode de Horner : découverte

Nous allons apprendre à factoriser rapidement l'expression développée réduite de certaines fonctions polynomiales du troisième degré.

Autrement dit on va apprendre à factoriser une expression du type Ax^3+Bx^2+Cx+D en $(x-\alpha)(ax^2+bx+c)$ où A ; B ; C ; D ; α ; a ; b et c sont tous des réels.

Le principe

Soit α ; a ; b et c des nombres réels

1) Développez et réduisez l'expression $(x-\alpha)(ax^2+bc+c)$ afin de vérifier que

$(x-\alpha)(ax^2+bc+c) = ax^3 + (b-\alpha a)x^2 + (c-\alpha b)x - \alpha c$

C'est sur cette égalité qu'est basée la méthode.

Par identification :

$a = A$;

$B = b-\alpha a$ ou plutôt $b = B+\alpha a$;

$C = c-\alpha b$ ou plutôt $c = C+\alpha b$ et

$D = -\alpha c$ ou plutôt $D+\alpha c = 0$

Par conséquent si on connaît Ax^3+Bx^2+Cx+D et α , on peut trouver ax^2+bx+c en suivant le schéma suivant :

	A	B	C	D
α		αa	αb	αc
	a	$b = B+\alpha a$	$c = C+\alpha b$	$D+\alpha c = 0$

La méthode sur un exemple

Remarque n°1. ***ça marche si on arrive à trouver α (on parle alors de racine évidente)***
Une bonne astuce est donnée dans la vidéo : décomposer D en facteurs premiers et les tester ainsi que leur oppposé.

On applique

2) On se donne la fonction polynomiale f définie pour tout réel x par :

$$f(x) = 2x^3-7x^2-17x+10$$

Calculez $f(-2)$ et déduisez-en une factorisation de $f(x)$.

3) À l'aide de ce qui précède factorisez complètement $f(x)$

EXERCICE N°2 Méthode de Horner : utilisation

On donne g la fonction définie pour tout réel x par $g(x) = x^3+x^2-10x+8$

1) Calculez $g(1)$.

2) En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation $g(x) = 0$.

EXERCICE N°3 Méthode de Horner : en python

```python
def horner(coef_poly,alpha):
    """coef_poly = [A,B,C,D] pour Ax^3+Bx^2+Cx+D"""
    coef_facteur = [coef_poly[0]]
    for place in range(1,4):
        coef_facteur.append(alpha*coef_facteur[-1]+coef_poly[place])
    return coef_facteur
```

Utilisez la fonction **horner** pour résoudre l'équation $x^3+2x^2-11x-12 = 0$ sachant que -1 est une solution.