LA FONCTION INVERSE E03

EXERCICE N°1 *(Le corrigé)*

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = -10x + 62 - \dfrac{3240}{x}$.

1) Montrer que pour tout réel non nul, $f'(x) = \dfrac{-10(x-18)(x+18)}{x^2}$

D'une part ,

$$f(x) = -10x + 62 - \frac{3240}{x}$$

$$f(x) = -10 \times x + 62 - 3240 \times \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = -10 \times 1 + 0 - 3240 \times \frac{-1}{x^2}$$

$$f'(x) = -10 + \frac{3240}{x^2}$$

D'autre part,

$$\frac{-10(x-18)(x+18)}{x^2} = \frac{-10[x^2-324]}{x^2} = \frac{-10x^2+3240}{x^2} = \frac{-10x^2}{x^2} + \frac{3240}{x^2} = -10 + \frac{3240}{x^2}$$

On en déduit que $f'(x) = \dfrac{-10(x-18)(x+18)}{x^2}$

2) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}^*$.

Nous aurons du tableau de signes de la dérivée que nous allons inclure dans le tableau de variation.

- -10 est toujours négatif ; x^2 est positif sur $\mathbb{R}^*$
- $x-18 > 0 \Leftrightarrow x > 18$ et
- $x+18 > 0 \Leftrightarrow x > -18$

x	$-\infty$		-18		0		18		$+\infty$
-10		$-$	$\vert$	$-$	$\Vert$	$-$	$\vert$	$-$	
$x-18$		$-$	$\vert$	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$x+18$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$	$\vert$	$+$	
x^2		$+$		$+$	$\Vert$	$+$		$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	422	$\nearrow$	$+\infty \Vert -\infty$	$\nearrow$	-298	$\searrow$	$-\infty$

- $f(-18) = 422$ et $f(18) = -298$

Limite en $-\infty$

- $\lim\limits_{x \to -\infty} x = -\infty$

d'où

$\lim\limits_{x \to -\infty} -10x = +\infty$

- $\lim\limits_{x \to -\infty} 62 = 62$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{x} = 0$

d'où

$\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{-3240}{x} = 0$

On en déduit que :

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

Limite en 0^-

- $\lim\limits_{x \to 0^-} x = 0$

d'où

$\lim\limits_{x \to 0^-} -10x = 0$

- $\lim\limits_{x \to 0^-} 62 = 62$
- $\lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{1}{x} = -\infty$

d'où

$\lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{-3240}{x} = +\infty$

On en déduit que :

$\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = +\infty$

Limite en 0^+

- $\lim\limits_{x \to 0^+} x = 0$

d'où

$\lim\limits_{x \to 0^+} -10x = 0$

- $\lim\limits_{x \to 0^+} 62 = 62$
- $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{1}{x} = +\infty$

d'où

$\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{-3240}{x} = -\infty$

On en déduit que :

$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$

Limite en $+\infty$

- $\lim\limits_{x \to +\infty} x = +\infty$

d'où

$\lim\limits_{x \to +\infty} -10x = -\infty$

- $\lim\limits_{x \to +\infty} 62 = 62$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{x} = 0$

d'où

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-3240}{x} = 0$

On en déduit que :

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$