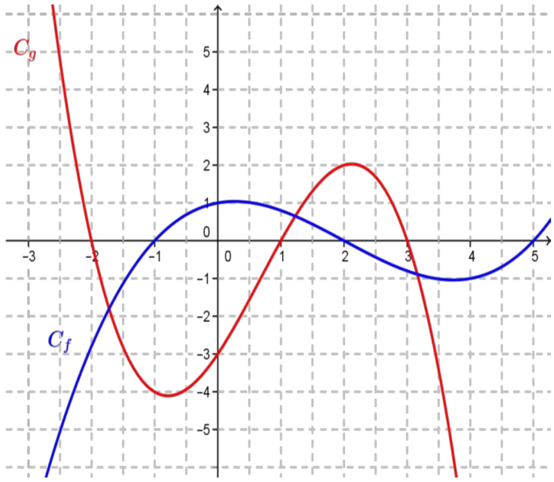
EXERCICE N°3 (Le corrigé)



Soient f et g deux fonctions polynômes de degré 3 définies sur $\mathbb{R}$ et dont on note C_f et C_g les courbes représentatives.

1) Déterminer les formes factorisées de de $f(x)$ et $g(x)$ pour $x\in\mathbb{R}$.

Pour $f(x)$:

On sait que $f(x)=a(x-(-1))(x-2)(x-5)$ avec $a\in\mathbb{R}$

De plus $f(0)=1$

et $f(0) = a(0-(-1))(0-2)(0-5) = 10a$

Donc $10a=1 \Leftrightarrow a=\dfrac{1}{10}=0,1$

Ainsi $\boxed{\boldsymbol{f(x)=\dfrac{1}{10}(x+1)(x-2)(x-5)}}$

Pour $g(x)$:

On sait que $g(x)=a(x-(-2))(x-1)(x-3)$ avec $a\in\mathbb{R}$

De plus $g(0)=-3$

et $(1) = a(0-(-2))(0-1)(0-3) = 6a$

Donc $6a=-3 \Leftrightarrow a=-0,5$

Ainsi $\boxed{\boldsymbol{g(x)=-0,5(x+2)(x-1)(x-3)}}$

2) Déterminer $f'(x)$ et $g'(x)$

Pour $f'(x)$:

Commençons par développer et réduire l'expression de $f(x)$

$$f(x) = \frac{1}{10}(x+1)(x-2)(x-5) = \frac{1}{10}(x+1)(x^2-7x+10) = \frac{1}{10}[x^3-7x^2+10x+x^2-7x+10]$$

$$= \frac{1}{10}(x^3-6x^2+3x+10) = \boldsymbol{\frac{1}{10}x^3-\frac{3}{5}x^2+\frac{3}{10}x+1}$$

Ainsi :

$$f'(x) = \frac{1}{10}\times 3x^2-\frac{3}{5}\times 2x+\frac{3}{10}\times 1+0 = \boldsymbol{\frac{3}{10}x^2-\frac{6}{5}x+\frac{3}{10}}$$

Pour $g'(x)$:

Commençons par développer et réduire l'expression de $g(x)$

$$g(x)=-0,5(x+2)(x-1)(x-3) = -0,5(x+2)(x^2-4x+3) = -0,5[x^3-4x^2+3x+2x^2-8x+6]$$

$$=-0,5(x^3-2x^2-5x+6) = \boldsymbol{-0,5x^3+x^2+2,5x+3}$$

Ainsi :

$$g'(x)=-0,5\times 3x^2+2x+2,5+0 = \boldsymbol{-1,5x^2+2x+2,5}$$