Nom: Prénom: Classe:

EXERCICE N°1 (20 points)

Des bactéries, champignons et levures sont présents dans tous les produits pétroliers. Dans les régions chaudes telles que les Antilles, la prolifération des bactéries dans le gazole est courante. Ces micro-organismes se développent dans l'eau produite dans les réservoirs essentiellement par la condensation.

On considère un échantillon de gazole comprenant initialement 200 bactéries par millilitres (mL). Des études expérimentales montrent que le nombre de bactéries par mL augmente régulièrement de 15 % par heure.

1) Calculer le nombre de bactéries par mL contenues dans l'échantillon au bout d'une heure.

Une augmentation de 15 % correspond à un coefficient multiplicateur *CM* valant 1,15. On en déduit le calcul :

$$200 \times 1,15 = 230$$

Ainsi, au bout d'une heure, il aura 230 bacteries par mL

On s'intéresse à cette évolution sur les 10 premières heures et on note f la fonction qui modélise le nombre de bactéries par mL en fonction du temps t (en heures).

On admet que, pour tout réel t de l'intervalle [0; 10], on a :

$$f(t) = 200 \times 1,15^t$$
.

2) Déterminer les variations de la fonction f sur l'intervalle [0; 10]. Justifier la réponse.

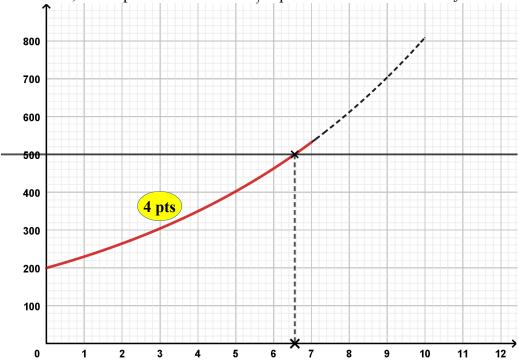
$$f(t) = k \times a^t$$
, avec $k = 200 > 0$ et $a = 1,15 > 1$.
On en déduit que f est croissante sur $[0; 10]$.

3) Calculer le nombre de bactéries par mL au bout de 6 h 30 min. On arrondira le résultat à l'unité.

Il s'agit de calculer
$$f(6,5)$$

 $f(6,5) = 200 \times 1,15^{6,5} \approx 496$.
Au bout de 6h30min, il aura environ 496 bactéries par mL

Ci-dessous, on a représenté la courbe C_f représentative de la fonction f sur l'intervalle [7; 10].



4) Compléter la partie de la courbe C_f sur l'intervalle [0; 7].

On admet qu'il n'y a aucun risque d'utilisation de ce gazole tant que le nombre de bactéries par mL reste limité à moins de 500 unités par mL.

Voir le graphique en trait continu rouge.

5) Déterminer graphiquement au bout de combien de temps il sera risqué d'utiliser ce gazole. On arrondira le résultat à la demi-heure la plus proche.

Graphiquement, environ 6 h 30 min

4 pts

4 pts