

VARIABLES ALÉATOIRES E04C

EXERCICE N°2 Espérance, variance, écart-type : cas concret

(Calculatrice autorisée)

Une roue est partagée en 10 secteurs angulaires égaux dont 5 sont colorés en rouge, 3 en vert et 2 en jaune. On tourne la roue et elle s'arrête au hasard sur un secteur angulaire.

- Si celui-ci est vert, on gagne 5 €,
- s'il est jaune on gagne 20 € et
- s'il est rouge on perd 4 €.

1) X est la variable aléatoire donnant le gain (algébrique) de ce jeu.

1.a) Déterminer la loi de probabilité de X .

▪ On détermine Ω .

R : « rouge », V : « vert » et J : « Jaune »

$\Omega = \{R ; V ; J\}$

▪ On détermine la distribution des probabilités sur Ω .

Issue	R	V	J	Total
Probabilité	$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$	1

▪ On détermine les images de chaque issue par X (autrement dit : on détermine $X(\Omega)$)
 $X(\{R\}) = -4$, $X(\{V\}) = 5$, $X(\{J\}) = 20$

(Il y a trois images possibles : -4 ; 5 et 20)

▪ On regroupe les antécédents :

Ici c'est évident.

▪ On calcule la probabilité de chaque événement :

▫ $P(\{X = -4\}) = P(\{R\}) = \frac{1}{2}$

▫ $P(\{X = 5\}) = P(\{V\}) = \frac{3}{10}$

▫ $P(\{X = 20\}) = P(\{J\}) = \frac{1}{5}$

▪ On peut donner la loi de probabilité sous la forme d'un tableau :

x_i	-4	5	20	Total
$P(\{X = x_i\})$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	1

Le plus gros du travail
est fait au brouillon

1.b) Calculer $E(X)$, $V(X)$ et $\sigma(X)$ à l'aide des formules du cours.

▪ $E(X) = -4 \times \frac{1}{2} + 5 \times \frac{3}{10} + 20 \times \frac{1}{5} = -2 + 1,5 + 4$

Ainsi, $E(X) = 3,5$

$V(X) = (-4 - 3,5)^2 \times \frac{1}{2} + (5 - 3,5)^2 \times \frac{3}{10} + (20 - 3,5)^2 \times \frac{1}{5}$

$= 56,25 \times \frac{1}{2} + 2,25 \times \frac{3}{10} + 272,25 \times \frac{1}{5}$

Ainsi : $V(X) = 83,25$

▪ $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{83,25}$

Ainsi : $\sigma(X) = \sqrt{83,25}$

1.c) Interpréter la valeur de $E(X)$.

Pour un grand nombre de parties jouées, on peut espérer gagner en moyenne 3,5 euros à chaque fois.

2) Vérifier les résultats de la question 1. en utilisant la calculatrice.

C'est la même manipulation qu'à l'exercice précédent...