CALCUL LITTÉRAL E02C

EXERCICE N°1 Avec un facteur commun (Le corrigé)

Factoriser les expressions suivantes :

$A=9x(x-3)+9x(10+2x)$ $\quad$ $B=(2x+1)(8+x)-(3x-1)(2x+1)$

$C=(11x-3)^2+(11x-3)$ $\quad$ $D=9x(2x+1)+6x(5+x)$

$A = \underbrace{9x(x-3)+9x(10+2x)}_{ka+kb}$

▪ Cette expression est une somme de deux termes : $\underbrace{9x(x-3)}_{ka}$ et $\underbrace{9x(10+2x)}_{kb}$

▪ Chacun de ces termes peut être considéré comme un produit :

$9x(x-3)$ est le produit des deux facteurs $\underbrace{9x}_{k}$ et $\underbrace{x-3}_{a}$

$9x(10+2x)$ est le produit des deux facteurs $\underbrace{9x}_{k}$ et $\underbrace{10+2x}_{b}$

▪ Chacun de ces produits a, en commun, le facteur $9x$

$A = \underbrace{9x[(x-3)+(10+2x)]}_{k(a+b)}$ (L1)

▪ On est bien passé de $ka+kb$ à $k(a+b)$

▪ Les parenthèses entourant $x-3$ et $10+2x$ ne semblent, ici, pas nécessaires.

$A = 9x[x-3+10+2x]$

▪ En réalité, on a appliqué deux fois la règle de collège : « Si une parenthèse est précédée du signe + alors on peut supprimer les parenthèses sans rien chager ».

$A = 9x[3x+7]$ (L2)

▪ Enfin, on a réduit l'expression entre crochets.
… crochets que l'on peut transformer en parenthèses puisqu'ils ont la même signification.

$A = 9x(3x+7)$

(L1) et (L2) ne sont pas obligatoires sur une copie.

$B = (2x+1)(8+x)-(3x-1)(2x+1)$

$B = (2x+1)[(8+x)-(3x-1)]$ (L1)

▪ Cette fois, $k = 2x+1$, $a = 8+x$ et $b = 3x-1$

$B = (2x+1)[8+x-3x+1]$ (L2)

▪ Observez bien les changements de signe entre (L1) et (L2)
On a pas changé $8+x$ car les parenthèses étaient précédées d'un « + » (caché).
Par contre, on a changé les signes dans les secondes parenthèses car elles étaient précédées du signe « - ».

$B = (2x+1)(-2x+9)$

▪ Enfin, on a réduit l'expression entre crochets que l'on a transformés en parenthèses.

$C = (11x-3)^2+(11x-3)$

$C = (11x-3)(11x-3)+(11x-3)\times 1$ (L1)

▪ On a fait apparaître clairement les deux produits :

$(11x-3)^2 = (11x-3)(11x-3)$ et

$11x-3 = (11x-3)\times 1$ (ben oui, multiplier une expression par 1 ne change rien mais n'est pas toujours inutile…)

$C = (11x-3)[(11x-3)+1]$

▪ Cette fois, $k = 11x-3$, $a = 11x-3$ et $b = 1$

$C = (11x-3)(11x-2)$

▪ On a supprimé les parenthèses dans les crochets, reduit l'expression obtenue et transformé les corchets en parenthèses.

▪ (L1) n'est pas obligatoire sur une copie.

$D = 9x(2x+1)+6x(5+x)$

$D = 3x\times3(2x+1)+3x\times2(5+x)$ (L1)

- On a fait apparaître $k = 3x$ et on a obtenu $a = 3(2x+1)$ et $b = 2(5+x)$

$D = 3x[3(2x+1)+2(5+x)]$

$D = 3x[6x+3 + 10+2x]$ (L2)

- On a développé l'expression à l'intérieur des crochets

$D = 3x(8x+13)$

- Enfin, on a réduit l'expression entre crochets que l'on a transformés en parenthèses.
- (L1) et (L2) ne sont pas obligatoires sur une copie.

CALCUL LITTÉRAL E02C

EXERCICE N°2 *Avec une identité remarquable (Le corrigé)*

Factoriser les expressions suivantes :

$A=9x^2+24x+16$ $B=90x+81+25x^2$ $C=36\ x^2-24x+4$

$D=0{,}36\ x^2+0{,}25-0{,}6\ x$ $E=49-64x^2$ $F=(2{,}1x-5)^2-(7+4x)^2$

$A\ =\ 9x^2+24x+16$

▪ On ne repère pas de facteur commun, on pense donc aux identités remarquables …

▪ Trois termes, que des « + » … on se dirige vers la première : $(a+b)^2\ =\ a^2+2ab+b^2$

Visiblement $a^2\ =\ 9x^2$ donc $a\ =\ 3x$ et $b^2=\ 16$ donc $b\ =\ 4$

vérifions qu'alors $2ab\ =\ 24x$: $2\times3x\times4\ =\ 24x$ ouf :) .

$A\ =\ (3x+4)^2$

Hé mais pourquoi on ne pouvait pas prendre $a\ =\ -3x$ ou $b\ =\ -4$???

En fait, on pouvait prendre $a\ =\ -3x$ ET $b\ =\ -4$

En effet $(-3x-4)^2\ =\ ((-1)(3x+4))^2\ =\ (-1)^2(3x+4)^2\ =\ (3x+4)^2$

Par contre, on ne pouvait pas « mélanger les signes » : $a\ =\ -3x$ et $b\ =\ 4$ ou le contraire car dans ce cas, on aurait obtenu $2ab\ =\ -24x$ et pas $24x$.

▪ Bon, on va juste retenir qu'on ne s'amuse à mettre des « - » pour a et b …

$B\ =\ 90x+81+25x^2$

▪ On ne repère pas de facteur commun, on pense donc aux identités remarquables …

$B\ =\ 25x^2+90x+81$

▪ On ordonne selon les puissances décroissante de l'inconnue… « les x^2 puis les x puis les constantes »…

$B\ =\ (5x+9)^2$

▪ On a suivi le même raisonnement qu'au A .

(On a bien pensé à vérifier que $2ab\ =\ 90x$)

$C\ =\ 36x^2-24x+4$

▪ On ne repère pas de facteur commun, on pense donc aux identités remarquables …

▪ Trois termes, un « - » … on se dirige vers la deuxième: $(a-b)^2\ =\ a^2-2ab+b^2$

$C\ =\ (6x-4)^2$

▪ On a suivi le même raisonnement qu'au A .

(On a bien pensé à vérifier que $2ab\ =\ 24x$)

$D\ =\ 0{,}36x^2+0{,}25-0{,}6x$

▪ On ne repère pas de facteur commun, on pense donc aux identités remarquables …

$D\ =\ 0{,}36x^2-0{,}6x+0{,}25$

▪ On ordonne selon les puissances décroissante de l'inconnue

$D\ =\ (0{,}6x-0{,}5)^2$

▪ On a suivi le même raisonnement qu'au A .

(On a bien pensé à vérifier que $2ab\ =\ 0{,}6x$)

$E\ =\ 49-64x^2$

▪ On ne repère pas de facteur commun, on pense donc aux identités remarquables …

▪ Deux termes, un « - » … on se dirige vers la troisième: $(a-b)(a+b)\ =\ a^2-b^2$

49 est « devant le - », c'est donc a^2 donc $a\ =\ 7$

$64x^2$ est « après le - », c'est donc b^2 donc $b\ =\ 8x$

$E\ =\ (7-8x)(7+8x)$

$F = (2{,}1\,x - 5)^2 - (7 + 4\,x)^2$

- On ne repère pas de facteur commun, on pense donc aux identités remarquables …
- Deux termes, un « - » … on se dirige vers la troisième: $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

$(2{,}1\,x - 5)^2$ est « devant le - », c'est donc a^2 donc $a = 2{,}1\,x - 5$

$(7 + 4\,x)^2$ est « après le - », c'est donc b^2 donc $b = 7 + 4\,x$

$F = [(2{,}1\,x - 5) - (7 + 4\,x)]\,[(2{,}1\,x - 5) + (7 + 4\,x)]$

$F = [2{,}1\,x - 5 - 7 - 4\,x]\,[2{,}1\,x - 5 + 7 + 4\,x]$

- On a bien fait attention aux éventuels changement de signe en supprimant les parenthèses.

$F = (-1{,}9\,x - 12)(6{,}1\,x + 2)$

Vous pouvez vous arrêter à l'avant dernière ligne sur une copie.

$F = -\ (1{,}9\,x + 12)(6{,}1\,x + 2)$

CALCUL LITTÉRAL E02C

EXERCICE N°3 On mélange (Le corrigé)

Factoriser les expressions suivantes :

$A=9x^2-24x+16-(3x-4)(2x+7)$ $B=(1-3x)(5x+2)+(3x-1)(4x-2)$

$C=(6x+2)(4x-1)-(3x+1)(4+3x)$ $D=(2x-1)^2-(2x-1)(3x+4)+(2x-1)^3$

$A = \underbrace{9x^2-24x+16}_{a^2-2ab+b^2}-(3x-4)(2x+7)$

$A = (3x-4)^2-(3x-4)(2x+7)$

$A = \underbrace{(3x-4)}_{k}\underbrace{(3x-4)}_{a}-\underbrace{(3x-4)}_{k}\underbrace{(2x+7)}_{b}$

$A = \underbrace{(3x-4)}_{k}[\underbrace{(3x-4)-(2x+7)}_{a-b}]$

$A = (3x-4)(3x-4-2x-7)$

$A = (3x-4)(x-11)$

$B = (1-3x)(5x+2)+(3x-1)(4x-2)$

$1-3x$ et $3x-1$ se « ressemblent » : $1-3x = -(3x-1)$

$B = -(3x-1)(5x+2)+(3x-1)(4x-2)$

$B = (3x-1)\times(-(5x+2))+(3x-1)(4x-2)$

$B = (3x-1)[-(5x+2)+(4x-2)]$

$B = (3x-1)[-5x-2+4x-2]$

$B = (3x-1)(-x-4)$

Vous pouvez vous arrêter à l'avant dernière ligne sur une copie.

$B = -(3x-1)(x+4)$

$C = (6x+2)(4x-1)-(3x+1)(4+3x)$

$C = 2(3x+1)(4x-1)-(3x+1)(4+3x)$

$C = (3x+1)[2(4x-1)-(4+3x)]$

$C = (3x+1)[8x-2-4-3x]$

$C = (3x+1)(5x-6)$

$D = (2x-1)^2-(2x-1)(3x+4)+(2x-1)^3$

Ici, on a trois termes (qui sont des produits) : $(2x-1)^2$, $(2x-1)(3x+4)$ et $(2x-1)^3$

Il nous faut donc un facteur commun à tous les produits .

$D = (2x-1)[(2x-1)-(3x+4)+(2x-1)^2]$

Observez bien les exposants qui ont changé.

$D = (2x-1)[2x-1 \ -3x-4 \ + \ 4x^2-4x+1]$

$D = (2x-1)(4x^2-5x-4)$

On pourrait aller plus loin et factoriser $4x^2-5x-4$ mais cela n'est pas au programme (paru en 2019) de seonde.

Pour les curieux : $D = 4(2x-1)\left(x-\frac{5+\sqrt{89}}{8}\right)\left(x-\frac{5-\sqrt{89}}{8}\right)$