VARIABLES ALÉATOIRES E04C

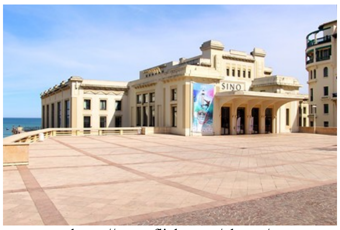
EXERCICE N°3 Au casino

Extrait du déclic 1er spé : 80 p 362

(Calculatrice autorisée)
(On arrondira les résultats au centième)

Une roulette de casino comporte 37 cases , numérotées de 0 à 36
On fait tourner la roulette et on annonce le numéro qui est sorti.

Tous les numéros ont la même probabilité de sortir.



https://www.flickr.com/photos/129231073@N06/35234919293

1) Lorsqu'un joueur mise sur l'un des numéros, on dit qu'il fait un plein. Dans ce cas là, si le numéro misé sort, il remporte 35 fois sa mise et récupère sa mise. Sinon il perd sa mise au profit du casino. Un joueur mise 10 € et fait un plein. On note X son gain algébrique , en euros.

1.a) Quel gain le joueur peut-il espérer ?

Ici, il ne faut pas oublier les pertes...

$$E(X) = 350\times\frac{1}{37} + (-10)\times\frac{36}{37}$$

$$E(X) \approx -0{,}27$$

1.b) Calculer l'écart-type $\sigma(X)$.

▪ Commençons par la variance :

$$V(X) = (350-E(X))^2\times\frac{1}{37} + (-10-E(X))^2\times\frac{36}{37}$$

$$\boxed{V(X) \approx 3408{,}04}$$

▪ On en déduit que :

$$\sigma(X) = \sqrt{3408{,}04}$$

$$\boxed{\sigma(X) \approx 58{,}38}$$

Pourquoi a-t-on écrit $E(X)$ à la place de $-0{,}27$?
Parce qu'on est maniaque et pis c'est tout !
Plus sérieusement, c'est possible mais attention à ne pas utiliser le symbole « = ».

$$V(X) \approx (350-(-0{,}27))^2\times\frac{1}{37} + (-10-(-0{,}27))^2\times\frac{36}{37}$$

2) Lorsqu'un joueur mise sur 2 numéros différents, on dit qu'il fait un cheval point dans ce cas là, si l'un des numéros choisis sort, il remporte 17 fois sa mise et récupère sa mise ; sinon, il la perd. Un joueur mise 10 € et fait un cheval. On note Y son gain algébrique, en euros .

2.a) Quel gain le joueur peut-il espérer ?

$$E(Y) = 170\times\frac{2}{37} + (-10)\times\frac{35}{37}$$

$E(Y) \approx -0{,}27$ (Encore !)

2.b) Calculer l'écart-type $\sigma(Y)$.

▪ Commençons par la variance :

$$V(Y) = (170-E(X))^2\times\frac{2}{37} + (-10-E(Y))^2\times\frac{35}{37}$$

$$\boxed{V(X) \approx 1656{,}68}$$

▪ On en déduit que :

$$\sigma(X) = \sqrt{1656{,}68}$$

$$\boxed{\sigma(X) \approx 40{,}7}$$

3) Comparer les espérances $E(X)$ et $E(Y)$, puis les écarts types $\sigma(X)$ et $\sigma(Y)$. Interpréter dans le contexte.

▪ Les espérances sont les mêmes donc sur un grand nombre de partie, les deux joueurs peuvent espérer le même gain moyen à chaque fois.

▪ $\sigma(X)$ est bien plus grand que $\sigma(Y)$ donc le premier joueur prend beaucoup plus de risques que le second.