LA MÉTHODE CMR E01C

EXERCICE N°1 *Je découvre (Le corrigé)*

Une équipe scientifique souhaite estimer l'effectif d'une population de lions de mer de Steller Eumetopias jubatus, une espèce classée « quasi menacée » par l'organisme UICN. Pour cela, ils ont accès à des données de capture/marquage/ recapture dans une zone du nord de l'Océan Pacifique : 57 individus ont été capturés et marqués lors d'une première étude. Un an plus tard, 48 individus ont été capturés dont 19 marqués.

Hase - Own work (New Zealand Sea Lion, adult male.jpg

À partir de ces données, estimer la taille de la population étudiée.

Nous allons calculer l'indice de Lincoln-Petersen que nous noterons N.

Nous savons que $N = \dfrac{M \times c}{r}$

où

- M est le nombre d'invidus marqués lors de la première capture,
- c est le nombre d'invidus capturés lors de la seconde capture et
- r est le nombre d'individus recapturés.

Ainsi :

$$N = \frac{57 \times 48}{19} = 144$$

On peut donc estimer la population de Lions de mer comporte $\boxed{144 \text{ individus}}$.

EXERCICE N°2 *Je comprends (Le corrigé)*

On souhaite estimer la population de mouettes rieuses (Chroicocephalus ridibundus) en Camargue (Gard et Bouches-du-Rhône).
Pour cela, lors d'une première campagne, on capture au hasard sur ce territoire 1 000 mouettes rieuses qui sont baguées puis relâchées.
Lors d'une seconde campagne, quelques temps plus tard, on capture au hasard sur le même territoire 1 200 oiseaux.

Roland zh - Own work

On constate que sur cet échantillon 239 oiseaux sont bagués.
On suppose que toutes les captures sont indépendantes les unes des autres et que le milieu est clos (population identique lors des deux campagnes de captures).
Soit N la taille de la population totale de mouettes et p la proportion de mouettes parmi les oiseaux.

1) Estimer la taille N de la population totale de mouettes avec la méthode CMR.

Nous allons calculer l'indice de Lincoln-Petersen que nous noterons N.

Nous savons que $N = \dfrac{M \times c}{r}$

où

- M est le nombre d'invidus marqués lors de la première capture,
- c est le nombre d'invidus capturés lors de la seconde capture et
- r est le nombre d'individus recapturés.

Ainsi :

$$N = \frac{1000 \times 1200}{239} \approx 5021$$

On peut donc estimer la population de mouettes rieuses comporte environ $\boxed{5021 \text{ individus}}$.

2) Donner un intervalle de confiance de p au niveau de confiance de 95 % (arrondir les bornes À 10^{-3}).

Avec nos notations,

$$p = \frac{r}{c} = \frac{239}{1200} \approx 0{,}1992$$

Pour un niveau de confiance de 95 %, la marge d'erreur vaut :

$$\epsilon = 1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{c}} \approx 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}1992(1-0{,}1992)}{1200}} \approx 0{,}0226$$

En notant IC l'intervalle de confiance cherché :

$$IC = [p-\epsilon \ ; \ p+\epsilon]$$

soit

$$\boxed{IC \approx [0{,}1766 \ ; \ 0{,}2218]}$$

3) En déduire un encadrement de N au niveau de confiance de 95 %.

On sait que :

$$N = \frac{M \times c}{r} = M \times \frac{c}{r} = M \times \frac{1}{p} = \frac{M}{p}$$

C'est à dire que pour obtenir les bornes de notre encadrement, il suffit de diviser le nombre d'invidus marqués à la première capture par les bornes de notre intervalle de confiance.

Avec nos notations,

$$N = \frac{M}{p} \ , \ \frac{1000}{0{,}1766} \approx 5663 \text{ et } \frac{1000}{0{,}2218} \approx 4509$$

On en déduit que le nombre de mouettes rieuses est compris $\boxed{\text{entre } 4509 \text{ et } 5663 \text{ avec un niveau de confiance de } 95 \ \%}$

On pense à mettre le plus petit en premier et oui les « places ont été échangées » : vous avez divisé par un nombre compris strictement entre 0 et 1 et avez donc changé l'ordre...

LA MÉTHODE CMR E01C

EXERCICE N°3 *Je prépare le DS (Le corrigé)*

Dès leur arrivée en Nouvelle-Zélande autour de 1200, les êtres humains y ont introduit de nombreuses espèces. Sans prédateurs naturels, certaines pullulent. Ainsi, de nos jours, la vallée de l'Orongorongo est confrontée à une invasion de rats noirs, que les autorités essaient de limiter. Un site de la vallée est pris pour étude.

Résultats de CMR sur la période 2003-2004 dans la vallée d'Orongorongo

	Session 2003	Session 2004
Individus capturés en début de session	34	28
Individus capturés en fin de session	52	60
Individus marqués dans la recapture	26	24

1) Déterminer la taille de la population au départ de l'étude en 2003.

Nous allons calculer l'indice de Lincoln-Petersen que nous noterons N.

Nous savons que $N = \dfrac{M \times c}{r}$

où

- M est le nombre d'invidus marqués lors de la première capture,
- c est le nombre d'invidus capturés lors de la seconde capture et
- r est le nombre d'individus recapturés.

Ainsi :

$$N = \frac{34 \times 52}{26} = 68$$

On peut donc estimer la population de rats noirs en 2003 comportait environ $\boxed{68 \text{ individus}}$.

2) Déterminer la taille de la population en 2004.

Avec les mêmes notations,

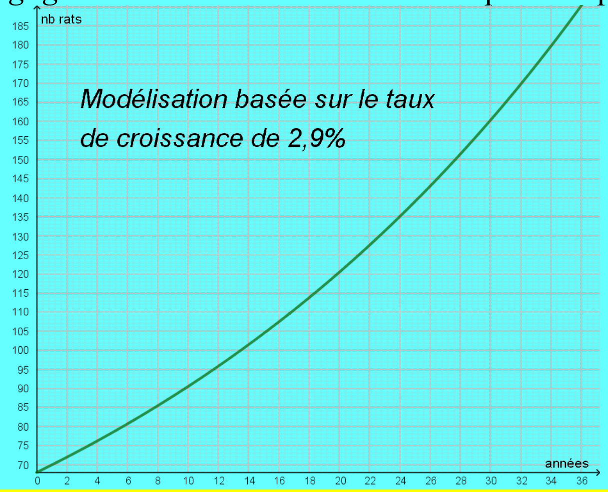
$$N = \frac{28 \times 60}{26} = 70$$

On peut donc estimer la population de rats noirs en 2004 comportait environ $\boxed{70 \text{ individus}}$.

3) Le gouvernement craint une croissance de la population. À l'aide des résultats de l'étude, donner des arguments pour confirmer ou modérer cette crainte. Que conseiller d'autre ?

- En 2003, la taille de la population était de 68 individus, et en 2004, elle est passée à 70 individus. La croissance de la population de rats noirs est donc modérée avec seulement une augmentation de 2 individus en une année ce qui représente :
  $70 - 68/68 \approx 0{,}029$ soit une hausse d'environ 2,9 %

Vous trouverez dans vos manuels où sur le net que cette évolution est considérée comme *négligeable*… à vous d'exercer votre esprit critique…



- Il faudrait poursuivre l'étude sur plusieurs année afin de comfirmer ou d'infirmer cette augmentation.

4) Une ville envisage de lancer une campagne massive de dératisation. Les scientifiques veulent estimer l'impact du poison sur la mortalité au sein de la population de rats. Sur 200 rats retrouvés morts depuis le début de l'étude, 100 présentent des signes d'empoisonnement, soit 50 %.

Déterminer si cette fréquence observée est précise à ± 3 % avec un niveau de confiance de 95 %.

Notons f la fréquence observée,

$$f = 0{,}5$$

Il s'agit de calculer la marge d'erreur pour un niveau de confiance 95 % :

$$\epsilon = 1{,}96\sqrt{0{,}5\frac{(1-0{,}5)}{200}} \approx 0{,}069 \quad \text{soit environ } 6{,}9\ \%.$$

Cette marge est supérieure à 3 % donc $\boxed{\text{cette fréquence n'est pas précise à } \pm 3\ \%}$.

5) Le gouvernement néo-zélandais considère que cette estimation n'est pas assez fiable. Calculer le nombre de rats devant être échantillonnés pour considérer que cette valeur de 50 % de rats empoisonnés soit fiable à ± 3 % avec un niveau de confiance de 95 %.

Notons n le nombre rats devant être échantillonnés.

La question se traduit par :

$$\epsilon \leqslant 0{,}03$$

qui équivaut à :

$$1{,}96\sqrt{\frac{0{,}5(1-0{,}5)}{n}} \leqslant 0{,}03$$

$$1{,}96\sqrt{\frac{0{,}5(1-0{,}5)}{n}} \leqslant 0{,}03 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{0{,}25}{n}} \leqslant \frac{0{,}03}{1{,}96} \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{car on travaille avec des nombres positifs}} \frac{0{,}25}{n} \leqslant \left(\frac{0{,}03}{1{,}96}\right)^2$$

$$\underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{par passage à l'inverse}} \frac{n}{0{,}25} \geqslant \left(\frac{1{,}96}{0{,}03}\right)^2 \Leftrightarrow n \geqslant 0{,}25\times\left(\frac{1{,}96}{0{,}03}\right)^2 \approx 1067{,}11$$

On prendra donc l'unité supérieure puisque n est un nombre entier.

Ou encore à :

$$n \geqslant 1068 \ .$$

On faudra donc capturer $\boxed{\text{au moins } 1068 \text{ rats}}$ pour avoir la fiabilité cherchée.