FONCTIONS PART3 E05

EXERCICE N°2 (Le corrigé)

On considère la fonction f définie sur $[-2\ ;\ 2]$ par $f(x)=x^3-0{,}75x^2-4{,}5x+3$.

1) Montrer que $f'(x)=3(x+1)(x-1{,}5)$.

On sait que :

$f(x)=x^3-0{,}75x^2-4{,}5x+3$

d'où

$f'(x)=3x^2-0{,}75\times 2x-4{,}5\times 1+0 = \mathbf{3x^2-1{,}5x-4{,}5}$

Et :

$3(x+1)(x-1{,}5) = 3(x^2-0{,}5x-1{,}5) = 3x^2-1{,}5x-4{,}5 = f'(x)$

Remarque :
Toujours la même technique :
1) On dérive la forme développée réduite.
2) On développe la forme factorisée donnée dans l'exercice et on constate que c'est bien la même chose. (Et on n'écrit $f'(x)$ qu'à la fin.

2) Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de f sur $[-2\ ;\ 2]$.

Pour étudier le signe, on choisit (presque) toujours la forme forme factorisée.

Nous allons dresser un tableau de signe

- $3 > 0$ est vrai pour toute valeur de x
- $x+1 \Leftrightarrow x > -1$
- $x-1{,}5 > 0 \Leftrightarrow x > 1{,}5$

x	-2		-1		$1{,}5$		2
3		$+$	|	$+$	|	$+$	
$x+1$		$-$	|	$+$	0	$+$	
$x-1{,}5$		$-$		$-$	|	$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

On en déduit que :

$f'(x)$ est strictement positif sur $]-2\ ;\ -1[\ \cup\ ]1{,}5\ ;\ 2[$

$f'(x)$ est strictement négatif sur $]-1\ ;\ 1{,}5[$

et que $f'(x)$ vaut zéro sur $\{-1\ ;\ 1{,}5\}$

3) Donner les extremums de f , ainsi que les valeurs pour lesquelles ils sont atteints.

(= pas de justifications)
Pour identifier les extremums, on cherche les valeurs de x où la dérivée change de signe.
On regarde donc les zéros dans la dernière ligne du tableau de signes et on garde ceux entourés par des signes différents ($+0-$ ou $-0+$ mais pas $+0+$ ni $-0-$).
On pense aussi à regarder les valeurs de $f(-2)$ et $f(2)$.

$f(-2)=1$; $f(-1)=5{,}75$; $f(1{,}5)=-2{,}0625$ et $f(2)=-1$

f possède un **minimum qui vaut -2,0625 et qui est atteint en 1,5**
f possède un **maximum qui vaut 5,75 et qui est atteint en -1**