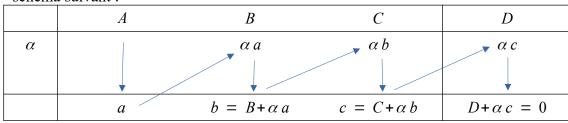
Le principe

 $A ; B ; C ; D ; a ; b ; c \text{ et } \alpha \text{ sont tous des nombres réels}$

Si on connaît Ax^3+Bx^2+Cx+D et α une racine, on peut trouver ax^2+bx+c en suivant le schéma suivant :





Cliquez-moi

$$Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = (x - \alpha)(ax^2 + bx + c)$$

Remarque n°1. Ça marche si on arrive à trouver α (on parle alors de racine évidente) Une astuce est donnée dans la vidéo : décomposer D en facteurs premiers et les tester ainsi que leur opposé sans oublier 1 et -1 bien sûr.

À chaque fois la fonction est définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par son expression en fonction de x.

EXERCICE N°1 (Une racine est donnée)

<u>CORRIGÉ</u>

On donne $f(x) = x^3 - 3x^2 - 40x + 84$.

Après avoir calculé f(7), factoriser, au maximum, f(x).

EXERCICE N°2 (Une racine est donnée)

CORRIGÉ

On donne $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$.

Après avoir calculé f(1), factoriser, au maximum, f(x).

EXERCICE N°3 (Une racine est donnée)

<u>CORRIGÉ</u>

On donne $f(x) = x^3 + 7x^2 + 16x + 10$.

Après avoir calculé f(-1) , factoriser, au maximum, f(x) .

EXERCICE N°4 (Il faut trouver une racine évidente)

CORRIGÉ

On donne $f(x) = x^3 - 7x^2 + 7x + 15$.

Après avoir trouvé une racine évidente, factoriser, au maximum, f(x).

EXERCICE N°5 (Il faut trouver une racine évidente)

CORRIGÉ

On donne $f(x) = x^3 - 5x^2 - 29x + 105$.

Après avoir trouvé une racine évidente, factoriser, au maximum, f(x). (105=3×5×7)

EXERCICE N°6 (Il faut trouver une racine évidente)

<u>CORRIGÉ</u>

On donne $f(x) = 2x^3 - x^2 - 7x + 6$.

Après avoir trouvé une racine évidente, factoriser, au maximum, $\ f(x)$.

À chaque fois la fonction est définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par son expression en fonction de x.

EXERCICE N°1 (Une racine est donnée) (Le corrigé)

RETOUR À L'EXERCICE

On donne $f(x) = x^3 - 3x^2 - 40x + 84$.

Après avoir calculé f(7), factoriser, au maximum, f(x).

$$f(7) = 7^3 - 3 \times 7^2 - 40 \times 7 + 84 = 0$$

Ainsi 7 est une racine de f.

,		raeme ac j .			
		1	-3	-40	84
	7		$1\times7=7$	$7 \times 4 = 28$	7×(- 12)=−84
		V			
		1	−3 + 7 = 4	-40+28=-12	84 + (-84) = 0

$$Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = (x-7)(x^2 + 4x - 12)$$

La méthode de Horner, nous donne alors :

$$f(x) = (x-7)(x^2+4x-12)$$

Le discriminant $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times (-12) = 64$ du trinôme $x^2 + 4x - 12$ étant strictement positif, il y a deux racines distinctes :

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{64} = 8$$

$$x_1 = \frac{-4-8}{2 \times 1} = -6$$
 et $x_2 = \frac{-4+8}{2 \times 1} = 2$

On en déduit que : f(x) = (x-7)(x-2)(x+6)

À chaque fois la fonction est définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par son expression en fonction de x.

EXERCICE N°2 (Une racine est donnée) (Le corrigé)

RETOUR À L'EXERCICE

On donne $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$.

Après avoir calculé f(1), factoriser, au maximum, f(x).

 $f(1) = 1^3 + 3 \times 1^2 - 4 = 0$

Attention à ne pas oublier le coefficient du terme en *x*.

Ainsi 1 est une racine de f

1 est une raeme de j :					
		1	3	0	-4
	1		1×1=1	1×4=4	1×4=4
		•			
		1	3+1=4	0+4=4	-4+4=0

$$Ax^3+Bx^2+Cx+D = (x-1)(x^2+4x+4)$$

Ici il serait souhaitable de s'apercevoir que $x^2+4x+4=(x+2)^2$

La méthode de Horner, nous donne alors :

$$f(x) = (x-1)(x^2+4x+4)$$

On en déduit que :
$$f(x) = (x-1)(x+2)^2$$

Si on a raté l'identité remarquable, la méthode fonctionne quand même mais l'impression laissée au correcteur sera différente...

Le discriminant $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times 4 = 0$ du trinôme $x^2 + 4x + 4$ étant nul, il y a une racine double :

$$x_0 = \frac{-4}{2 \times 1} = -2$$

On en déduit que : f(x) = (x-7)(x-2)(x+6)

À chaque fois la fonction est définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par son expression en fonction de x.

EXERCICE N°3 (Une racine est donnée) (Le corrigé)

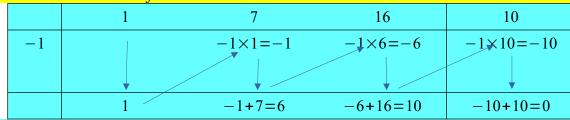
RETOUR À L'EXERCICE

On donne $f(x) = x^3 + 7x^2 + 16x + 10$.

Après avoir calculé f(-1), factoriser, au maximum, f(x).

$f(-1) = (-1)^3 - 7 \times (-1)^2 + 16 \times (-1) + 10 = 0$

Ainsi -1 est une racine de f.



$$Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = (x+1)(x^2 + 6x + 10)$$

La méthode de Horner, nous donne alors :

$$f(x) = (x+1)(x^2+6x+10)$$

Le discriminant $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times 10 = -4$ du trinôme $x^2 + 6x + 10$ étant strictement négatif, il n'y a aucune racine (réelle) :

On en déduit que :
$$f(x) = (x+1)(x^2+6x+10)$$

À chaque fois la fonction est définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par son expression en fonction de x.

EXERCICE N°4 (Il faut trouver une racine évidente) (Le corrigé)

RETOUR À L'EXERCICE

On donne $f(x) = x^3 - 7x^2 + 7x + 15$.

Après avoir trouvé une racine évidente, factoriser, au maximum, f(x).

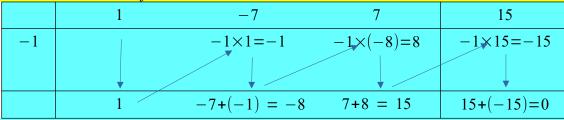
On essaie d'abord avec 1 et -1 et si cela ne fonctionne pas, on peut remarquer que $15 = 3 \times 5$ et essayer avec -5; -3; 3 et 5.

$$f(1) = 1^3 - 7 \times 1^2 + 7 \times 1 + 15 = 16 \neq 0$$

$$f(-1) = (-1)^3 - 7 \times (-1)^2 + 7 \times (-1) + 15 = 0$$

$$f(-1) = (-1)^3 - 7 \times (-1)^2 + 7 \times (-1) + 15 = 0$$

Ainsi -1 est une racine de f.



$$Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = (x+1)(x^2 - 8x + 15)$$

La méthode de Horner, nous donne alors :

$$f(x) = (x+1)(x^2-8x+15)$$

Le discriminant $\Delta = (-8)^2 - 4 \times 1 \times (15) = 4$ du trinôme $x^2 - 8x + 15$ étant strictement positif, il <u>y</u> a deux racines distinctes :

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{4} = 2$$

$$x_1 = \frac{-(-8)-2}{2 \times 1} = -3$$
 et $x_2 = \frac{-(-8)+2}{2 \times 1} = 5$

On en déduit que : f(x) = (x+1)(x-5)(x+3)

À chaque fois la fonction est définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par son expression en fonction de x.

EXERCICE N°5 (Il faut trouver une racine évidente) (Le corrigé)

RETOUR À L'EXERCICE

On donne $f(x) = x^3 - 5x^2 - 29x + 105$.

Après avoir trouvé une racine évidente, factoriser, au maximum, f(x). $(105=3\times5\times7)$

On essaie d'abord avec 1 et -1 et si cela ne fonctionne pas, on peut remarquer que $105 = 3 \times 5 \times 7$ et essayer avec -7; -5; -3; 3; 5 et 7.

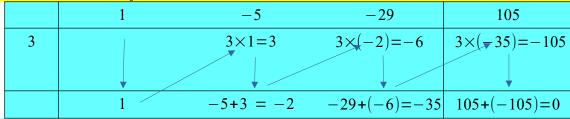
$$f(1) = 1^3 - 5 \times 1^2 - 29 \times 1 + 105 = 72 \neq 0$$

$$f(-1) = (-1)^3 - 5 \times (-1)^2 - 29 \times (-1) + 105 = 128 \neq 0$$

$$f(3) = 3^3 - 5 \times 3^2 - 29 \times 3 + 105 = 0$$

$$f(3) = 3^3 - 5 \times 3^2 - 29 \times 3 + 105 = 0$$

Ainsi 3 est une racine de f.



$$Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = (x-3)(x^2-2x-35)$$

La méthode de Horner, nous donne alors :

$$f(x) = (x-3)(x^2-2x-35)$$

Le discriminant $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-35) = 144$ du trinôme $x^2 - 2x - 35$ étant strictement positif, il y a deux racines distinctes :

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{144} = 12$$

$$x_1 = \frac{-(-2)-12}{2 \times 1} = -5$$
 et $x_2 = \frac{-(-2)+12}{2 \times 1} = 7$

On en déduit que : f(x) = (x-3)(x+5)(x-7)

À chaque fois la fonction est définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par son expression en fonction de x.

EXERCICE N°6 (Il faut trouver une racine évidente) (Le corrigé)

RETOUR À L'EXERCICE

On donne $f(x) = 2x^3 - x^2 - 7x + 6$.

Après avoir trouvé une racine évidente, factoriser, au maximum, f(x).

On essaie d'abord avec 1 et -1 et si cela ne fonctionne pas, on peut remarquer que $6 = 2 \times 3$ et essayer avec -3; -2; 2 et 3.

$$f(1) = 2 \times 1^3 - 1^2 - 7 \times 1 + 6 = 0$$

$$f(1) = 2 \times 1^3 - 1^2 - 7 \times 1 + 6 = 0$$

Ainsi 1 est une racine de f.

	2	-1	-7	6
1		$1\times 2=2$	1×1=1	1×(−6)=−6
	\			
	2	15+2 = 1	-7+1=-6	6+(-6)=0

$$Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = (x-1)(2x^2 + x - 6)$$

La méthode de Horner, nous donne alors :

$$f(x) = (x-1)(2x^2+x-6)$$

Le discriminant $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 25$ du trinôme $2x^2 + x - 6$ étant strictement positif, il y a deux racines distinctes :

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{25} = 5$$

$$x_1 = \frac{-1-5}{2 \times 2} = -1,5$$
 et $x_2 = \frac{-1+5}{2 \times 2} = 1$

On en déduit que : f(x) = (x-1)(x+1,5)(x-1)