

TRIGONOMÉTRIE ET FONCTIONS E04C

EXERCICE N°1 Savoir retrouver et utiliser les valeurs remarquables

1.a) Déterminer un réel x appartenant à l'intervalle $[-\pi ; \pi]$ associé à $\frac{91\pi}{4}$.

On doit enlever les « tours inutiles », c'est à dire qu'on cherche l'entier k tel que :

$$\begin{aligned} -\pi &\leq \frac{91\pi}{4} - k \times 2\pi \leq \pi \Leftrightarrow -\frac{4\pi}{4} \leq \frac{91\pi}{4} - \frac{k \times 8\pi}{4} \leq \frac{4\pi}{4} \\ &\Leftrightarrow -95\pi \leq -k \times 8\pi \leq -87\pi \\ &\Leftrightarrow \frac{95}{8} \geq k \geq \frac{87}{8} \end{aligned}$$

On en déduit que $k = 11$

$$\text{puis } \frac{91\pi}{4} - \frac{11 \times 8\pi}{4} = \frac{91\pi}{4} - 11 \times 2\pi = \frac{3\pi}{4}$$

et on a bien $-\pi \leq \frac{3\pi}{4} \leq \pi$

$$\frac{91\pi}{4} - 11 \times 2\pi = \frac{3\pi}{4},$$

le réel cherché est donc $\boxed{\frac{3\pi}{4}}$.

1.b) En déduire $\cos\left(\frac{91\pi}{4}\right)$ puis $\sin\left(\frac{91\pi}{4}\right)$.

$$\bullet \cos\left(\frac{91\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4} + 11 \times 2\pi\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\bullet \sin\left(\frac{91\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{4} + 11 \times 2\pi\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

2) Calculer $\cos\left(\frac{25\pi}{3}\right)$ et en déduire $\sin\left(\frac{25\pi}{3}\right)$.

On doit enlever les « tours inutiles », c'est à dire qu'on cherche l'entier k tel que :

$$-\pi \leq \frac{25\pi}{3} - k \times 2\pi \leq \pi \Leftrightarrow -\frac{3\pi}{3} \leq \frac{25\pi}{3} - \frac{k \times 6\pi}{3} \leq \frac{3\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow -3\pi \leq 25\pi - k \times 6\pi \leq 3\pi$$

$$\Leftrightarrow -28\pi \leq -k \times 6\pi \leq -22\pi$$

$$\Leftrightarrow \frac{28}{6} \geq k \geq \frac{22}{6}$$

On en déduit que $k = 4$

$$\bullet \frac{25\pi}{3} - 4 \times 2\pi = \frac{\pi}{3},$$

$$\bullet \cos\left(\frac{25\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3} + 4 \times 2\pi\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\bullet \sin\left(\frac{25\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3} + 4 \times 2\pi\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

3) Calculer $\sin\left(-\frac{45\pi}{6}\right)$ et en déduire $\cos\left(-\frac{45\pi}{6}\right)$.

$$\begin{aligned}-\pi &\leq -\frac{45\pi}{6} - k \times 2\pi \leq \pi \Leftrightarrow -\frac{6\pi}{6} \leq -\frac{45\pi}{6} - \frac{k \times 12\pi}{6} \leq \frac{6\pi}{6} \\&\Leftrightarrow -6\pi \leq -45\pi - k \times 12\pi \leq 6\pi \\&\Leftrightarrow 39\pi \leq -k \times 12\pi \leq 51\pi \\&\Leftrightarrow -\frac{39}{12} \geq k \geq -\frac{51}{12}\end{aligned}$$

On en déduit que $k = -4$

- $\frac{-45\pi}{6} + 4 \times 2\pi = \frac{\pi}{2}$,
- $\cos\left(\frac{-45\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 4 \times 2\pi\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$
- $\sin\left(\frac{-45\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 4 \times 2\pi\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

On fait bien attention aux signes