

SUITES NUMÉRIQUES E05

EXERCICE N°1

Un capital de 4 000 € est placé à 2 % par an à intérêts composés.

On rappelle le principe du placement à intérêts composés : à la fin de chaque année, les intérêts sont intégrés à l'ancien capital et génèrent eux-mêmes des intérêts les années suivantes.

On modélise le capital acquis tous les ans par une suite. Ainsi on pose : $V(0)=4\,000$.

- 1) Calculer le capital acquis à la fin de la 1^{re} année puis de la 2^{re} année.
- 2) Démontrer que le capital n'est pas en progression arithmétique.
- 3) Compléter la phrase suivante: « Augmenter quantité de 2 % revient à la multiplier par ... »
- 4) En déduire que la suite V est géométrique préciser sa raison et le premier terme.
- 5) Écrire une formule de récurrence permette calculer $V(n+1)$ en fonction de $V(n)$.
- 6) Calculer et interpréter $V(5)$.

EXERCICE N°2

La population d'une ville augmente régulièrement de 10 % par an.

En 2019, elle était de 8 000 habitants.

On désigne par $u(n)$ le nombre théorique d'habitants estimé pour l'année $(2019+n)$. On a donc $u(0)=8000$.

- 1) Calculer les termes $u(1), u(2)$ et $u(3)$.
- 2) Donner la nature et la raison de la suite u .
- 3) Écrire la relation de récurrence reliant les termes $u(n+1)$ et $u(n)$.
- 4) Calculer le nombre d'habitants prévus pour 2026.
- 5) Déterminer en quelle année la population aura doublé.
- 6) Soit $v(n)$ l'augmentation du nombre d'habitants constatée l'année $(2019+n)$, par rapport à l'année précédente. On a donc: $v(n)=u(n+1)-u(n)$.
 - 6.a) Calculer $v(1), v(2)$ et $v(3)$.
 - 6.b) La suite v est-elle arithmétique ? Géométrique? Le démontrer.
 - 6.c) Calculer la somme: $v(1)+v(2)+v(3)+v(4)+v(5)+v(6)+v(7)$.

EXERCICE N°3

Cet exercice étudie la désintégration du carbone 14 (C_{14}) et son utilisation pour la datation des fossiles.

Soit $v(0), v(1), v(n)$, le nombre d'atomes de carbone 14 respectivement à l'instant $t=0$; 1 siècle après ; n siècles après.

On sait que le nombre d'atomes de carbone 14 diminue très lentement, d'environ 1,24 % par siècle.

Les rayons cosmiques produisent dans l'atmosphère du carbone 14, qui s'y désintègre très lentement.

Le taux de carbone 14 dans l'atmosphère de la Terre est donc constant.

Les tissus animaux et végétaux vivants contiennent la même proportion de carbone 14 que l'atmosphère.

À leur mort, l'assimilation en carbone 14 cesse. Celui-ci se désintègre dans les conditions vues ci-dessus.

- 1) Quelle est la nature (arithmétique ou géométrique) de la suite v ? Préciser sa raison.
- 2) Un squelette d'homme préhistorique contient 5 % du C_{14} initial. Justifier que son âge est environ 24 000 ans.

SUITES NUMÉRIQUES E05

EXERCICE N°1

Un capital de 4 000 € est placé à 2 % par an à intérêts composés.

On rappelle le principe du placement à intérêts composés : à la fin de chaque année, les intérêts sont intégrés à l'ancien capital et génèrent eux-mêmes des intérêts les années suivantes.

On modélise le capital acquis tous les ans par une suite. Ainsi on pose : $V(0)=4\,000$.

- 1) Calculer le capital acquis à la fin de la 1^{re} année puis de la 2^{re} année.
- 2) Démontrer que le capital n'est pas en progression arithmétique.
- 3) Compléter la phrase suivante: « Augmenter quantité de 2 % revient à la multiplier par ... »
- 4) En déduire que la suite V est géométrique préciser sa raison et le premier terme.
- 5) Écrire une formule de récurrence permette calculer $V(n+1)$ en fonction de $V(n)$.
- 6) Calculer et interpréter $V(5)$.

EXERCICE N°2

La population d'une ville augmente régulièrement de 10 % par an.

En 2019, elle était de 8 000 habitants.

On désigne par $u(n)$ le nombre théorique d'habitants estimé pour l'année $(2019+n)$. On a donc $u(0)=8000$.

- 1) Calculer les termes $u(1)$, $u(2)$ et $u(3)$.
- 2) Donner la nature et la raison de la suite u .
- 3) Écrire la relation de récurrence reliant les termes $u(n+1)$ et $u(n)$.
- 4) Calculer le nombre d'habitants prévus pour 2026.
- 5) Déterminer en quelle année la population aura doublé.
- 6) Soit $v(n)$ l'augmentation du nombre d'habitants constatée l'année $(2019+n)$, par rapport à l'année précédente. On a donc: $v(n)=u(n+1)-u(n)$.
- 6.a) Calculer $v(1)$, $v(2)$ et $v(3)$.
- 6.b) La suite v est-elle arithmétique ? Géométrique? Le démontrer.
- 6.c) Calculer la somme: $v(1)+v(2)+v(3)+v(4)+v(5)+v(6)+v(7)$.

EXERCICE N°3

Cet exercice étudie la désintégration du carbone 14 (C_{14}) et son utilisation pour la datation des fossiles.

Soit $v(0)$, $v(1)$, $v(n)$, le nombre d'atomes de carbone 14 respectivement à l'instant $t=0$; 1 siècle après ; n siècles après.

On sait que le nombre d'atomes de carbone 14 diminue très lentement, d'environ 1,24 % par siècle.

Les rayons cosmiques produisent dans l'atmosphère du carbone 14, qui s'y désintègre très lentement.

Le taux de carbone 14 dans l'atmosphère de la Terre est donc constant.

Les tissus animaux et végétaux vivants contiennent la même proportion de carbone 14 que l'atmosphère.

À leur mort, l'assimilation en carbone 14 cesse. Celui-ci se désintègre dans les conditions vues ci-dessus.

- 1) Quelle est la nature (arithmétique ou géométrique) de la suite v ? Préciser sa raison.
- 2) Un squelette d'homme préhistorique contient 5 % du C_{14} initial. Justifier que son âge est environ 24 000 ans.