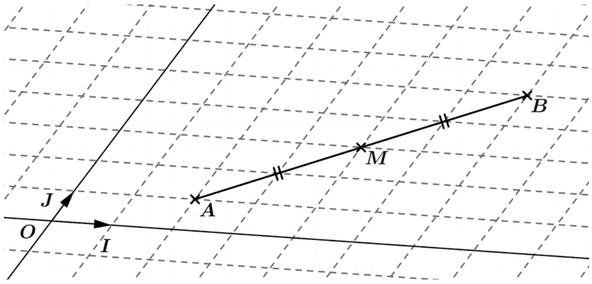
PROBLÈMES DE GÉOMÉTRIE E01

EXERCICE N°2 ***Preuve de la propriété n°2 (Le corrigé)***

On munit le plan du repère $(O\ ;\ I\ ;\ J)$.
On donne $A(x_A\ ;\ y_A)$, $M(x_M\ ;\ y_M)$ et $B(x_B\ ;\ y_B)$.
Démontrez que si M est le **milieu** du segment $[AB]$ alors :

$$\boxed{x_M = \frac{x_A + x_B}{2}} \quad \text{et} \quad \boxed{y_M = \frac{y_A + y_B}{2}}$$



On sait que :

$$\overrightarrow{AM} = \begin{pmatrix} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

Or :
M est le milieu de $[AB]$

Donc :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \quad .$$

On obtient :

$$\begin{cases} x_M - x_A = \dfrac{x_B - x_A}{2} \\ y_M - y_A = \dfrac{y_B - y_A}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \dfrac{x_B - x_A}{2} + x_A \\ y_M = \dfrac{y_B - y_A}{2} + y_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \dfrac{x_B + x_A}{2} \\ y_M = \dfrac{y_B + y_A}{2} \end{cases}$$

Ainsi $M\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}\ ;\ \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$