

PROPORTIONS ET ÉVOLUTIONS E05

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

Une somme de 1 500 euros est placée en banque au taux de 2,5 % à intérêts composés.

1) Calculer le capital disponible au bout de 1 an, puis au bout de 2 ans.

Une augmentation de 2,5 % correspond à un coefficient multiplicateur CM valant 1,025.

$$\bullet \quad 1500 \times CM = 1500 \times 1,025 = 1537,5$$

Ainsi le capital disponible sera de 1537,5 € au bout d'un an .

$$\bullet \quad 1500 \times CM \times CM = 1500 \times CM^2 = 1500 \times 1,025^2 = 1575,9375$$

Ainsi le capital disponible sera d' environ 1575,94 € au bout de 2 ans .

2) Quel est le capital disponible au bout de 5 ans ?

$$1500 \times CM^5 = 1500 \times 1,025^5 \approx 1697,11$$

Ainsi le capital disponible sera d' environ 1697,11 € au bout de 5 ans .

PROPORTIONS ET ÉVOLUTIONS E05

EXERCICE N°2 (Le corrigé)

Les deux questions sont indépendantes. Les coefficients multiplicatifs sont à arrondir à 10^{-4} .

Le gouvernement d'un pays envisage de baisser une taxe d'habitation et un impôt.

1) Il est envisagé de baisser la taxe d'habitation de 15 % en deux ans. On suppose que le pourcentage de baisse est le même chaque année. Justifier que ce pourcentage de baisse annuel est alors égal à environ 7,8 %.

Une baisse de 15 % correspond à un coefficient multiplicateur CM_g valant 0,85.

g pour global...

Notons CM le coefficient multiplicateur moyen et posons $t = CM - 1$ le taux correspondant.

On a : $CM_g = CM \times CM = CM^2$

On obtient $CM^2 = 0,85$

d'où $CM = \sqrt{0,85}$ ou $CM = -\sqrt{0,85}$

Comme un coefficient multiplicateur est positif, il reste : $CM = \sqrt{0,85}$

Ainsi $t = CM - 1 = \sqrt{0,85} - 1 \approx -0,078$

Soit un pourcentage de baisse annuel d'environ 7,8 %.

2) Il est envisagé de baisser l'impôt de 20 % en quatre ans.

La première année, cet impôt baisse de 6 %, la deuxième année, la baisse est de 5 % et la troisième année de 4%.

2.a) Quelle est la baisse, en pourcentage, de cet impôt au terme des trois premières années ?

Les baisses de 6 % ; 5 % et 4 % correspondent respectivement aux coefficients multiplicateurs 0,94 ; 0,95 et 0,96.

Le coefficient multiplicateur global sur ces trois années vaut donc :

$$0,94 \times 0,95 \times 0,96 \approx 0,8573$$

On en déduit le taux d'évolution correspondant :

$$0,8573 - 1 = -0,1427$$

Soit une baisse d'environ 14,27 %

2.b) Pour atteindre l'objectif d'une baisse de 20 % en quatre ans, quel pourcentage de baisse ce gouvernement doit-il décider pour la quatrième année?

Ici, attention ! Pas question d'additionner ou de soustraire des taux d'évolutions.

Souvenez-vous de la hausse de 10 % suivie de la baisse de 10 % ...

Une baisse de 20 % correspond à un CM_g valant 0,8.

En notant CM_4 le coefficient multiplicateur correspondant au taux de la 4^e année :

$$0,94 \times 0,95 \times 0,96 \times CM_4 = 0,8$$

donc $CM_4 = \frac{0,8}{0,85728} \approx 0,9332$

On en déduit le taux d'évolution correspondant :

$$0,9332 - 1 = -0,0668$$

Soit une baisse d'environ 6,68 %