LA FONCTION CARRÉ E02

EXERCICE N°1 ***(Le corrigé)***

Comparer les nombres suivants sans les calculer.

1) $(-0{,}7)^2$ et $(-0{,}082)^2$

$\boxed{(-0{,}7)^2 > (-0{,}082)^2}$

2) $(\pi - 1)^2$ et 16

On remarque que $16 = 4^2$

$0 < \pi - 1 < 4$

Donc $\boxed{(\pi-1)^2 < 4^2 = 16}$

3) $(2 - \pi)^2$ et $(\pi + 1)^2$

On remarque que $(2-\pi)^2 = (\pi-2)^2$

$0 < \pi-2 < \pi+1$

Donc $(\pi-2)^2 < (\pi+1)^2$

Ainsi $\boxed{(2-\pi)^2 < (\pi+1)^2}$

4) $(-1{,}25)^2$ et $2{,}25^2$

On remarque que $(-1{,}25)^2 = 1{,}25^2$

$0 < 1{,}25 < 2{,}25$

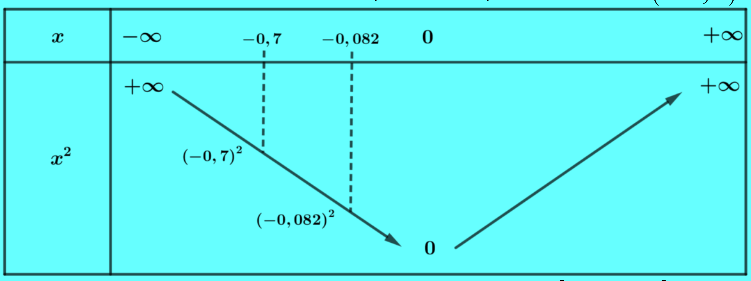
Donc $1{,}25^2 < 2{,}25^2$

Ainsi $\boxed{(-1{,}25)^2 < (2{,}25)^2}$

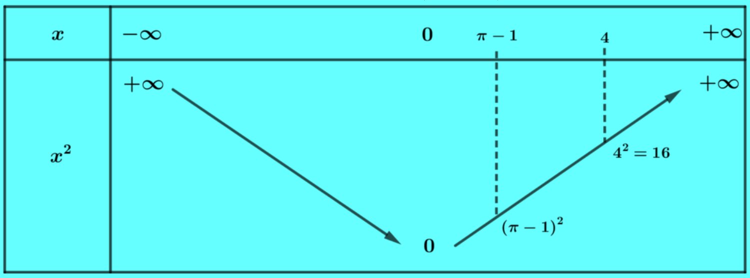
On utilise à chaque fois la propriété n°2 (car on nous parle de « carrés ») et la définition n°3 (pour obtenir une comparaison sur les images)

Les explications si besoin :

1) $-0{,}7$ et $-0{,}082$ appartiennent tous les deux à l'intervalle $]-\infty\ ;\ 0]$ où la fonction Carré est strictement décroissante. Comme $-0{,}7 < -0{,}082$ on a $(-0{,}7)^2 > (-0{,}082)^2$

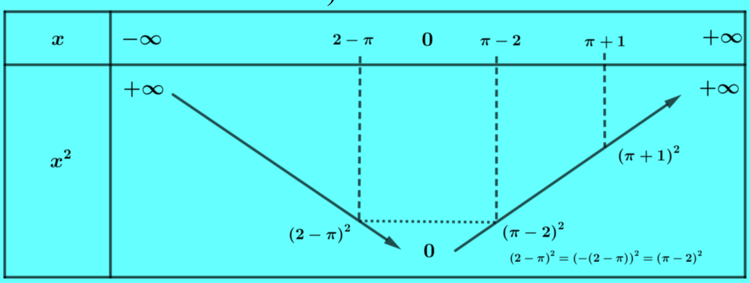


2) $\pi - 1$ et 4 appartiennent tous les deux à l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ où la fonction Carré est strictement croissante. Comme $\pi-1 < 4$ on a $(\pi-1)^2 > 4^2$



3) Cette fois-ci, il faut faire attention car les antécédents des nombres à comparer ne sont pas tous les deux dans un intervalle où la fonction est soit croissante soit décroissante.

On commence donc par se débrouiller pour avoir deux nombres dans un même intervalle (Ici on y arrive grâce à la parité de la fonction Carré).



4) C'est exactement le même principe que pour 3).

LA FONCTION CARRÉ E02

EXERCICE N°2 *(Le corrigé)*

Sans utiliser de calculatrice, comparer :

1) $\sqrt{0,02}$ et $\sqrt{0,005}$

$\sqrt{0,02}$ et $\sqrt{0,005}$ appartiennent tous les deux à l'intervalle $[0\ ;+\infty[$ sur lequel la fonction Carré est strictement croissante.
De plus
$(\sqrt{0,02})^2=0,02$ et $(\sqrt{0,005})^2=0,005$
Comme $0,02 > 0,005$ on en déduit que :
$\boxed{\sqrt{0,02} > \sqrt{0,005}}$

2) $5\sqrt{7}$ et $4\sqrt{11}$

$5\sqrt{7}$ et $4\sqrt{11}$ appartiennent tous les deux à l'intervalle $[0\ ;+\infty[$ sur lequel la fonction Carré est strictement croissante.
De plus
$(5\sqrt{7})^2=175$ et $(4\sqrt{11})^2=176$
Comme $175 < 176$ on en déduit que :
$\boxed{5\sqrt{7} < 4\sqrt{11}}$

3) $17\sqrt{2}$ et 24

$17\sqrt{2}$ et 24 appartiennent tous les deux à l'intervalle $[0\ ;+\infty[$ sur lequel la fonction Carré est strictement croissante.
De plus
$(17\sqrt{2})^2=578$ et $24^2=576$
Comme $578 > 576$ on en déduit que :
$\boxed{17\sqrt{2} > 24}$

4) $-\sqrt{21}$ et $-\sqrt{14}$

$-\sqrt{21}$ et $-\sqrt{14}$ appartiennent tous les deux à l'intervalle $]-\infty\ ;0]$ sur lequel la fonction Carré est strictement décroissante.
De plus
$(-\sqrt{21})^2=21$ et $(-\sqrt{14})^2=14$
Comme $21 > 14$ on en déduit que :
$\boxed{-\sqrt{21} < -\sqrt{14}}$

1) En effet, la fonction Carré est strictement croissante sur $[0\ ;+\infty[$ donc :
Si $a < b$ alors $a^2 < b^2$
Si on avait eu $\sqrt{0,02} < \sqrt{0,005}$ alors on aurait eu $0,02 < 0,005$ ce qui n'est pas…
On a donc bien $\sqrt{0,02} \geqslant \sqrt{0,005}$ et comme $\sqrt{0,02} \neq \sqrt{0,005}$ on peut même écrire :
$\boxed{\sqrt{0,02} > \sqrt{0,005}}$.
2) Le raisonnement est le même.
3) Le raisonnement est le même.
4) Cette fois attention, on est sur l'intervalle où la fonction Carré est décroissante. Les conclusions vont donc être contraires au questions précédentes.