

LA MÉTHODE CMR E02C

EXERCICE N°1 Je prépare le DS 1 (Le corrigé)

Dès leur arrivée en Nouvelle-Zélande autour de 1200, les êtres humains y ont introduit de nombreuses espèces. Sans prédateurs naturels, certaines pullulent. Ainsi, de nos jours, la vallée de l'Orongorongo est confrontée à une invasion de rats noirs, que les autorités essaient de limiter. Un site de la vallée est pris pour étude.

Résultats de CMR sur la période 2003-2004 dans la vallée d'Orongorongo

	Session 2003	Session 2004
Individus capturés en début de session	34	28
Individus capturés en fin de session	52	60
Individus marqués dans la recapture	26	24

1) Déterminer la taille de la population au départ de l'étude en 2003.

Notons N l'indice de Lincoln-Peterson

$$N = \frac{34 \times 52}{26} \approx 68$$

On peut estimer la population de 2003 à environ 68 individus .

2) Déterminer la taille de la population en 2004.

Notons N l'indice de Lincoln-Peterson

$$N = \frac{28 \times 60}{24} \approx 70$$

On peut estimer la population de 2004 à environ 70 individus .

3) Le gouvernement craint une croissance de la population. À l'aide des résultats de l'étude, donner des arguments pour confirmer ou modérer cette crainte. Que conseiller d'autre ?

Calculons t le taux de croissance de 2003 à 2004.

$$t = \frac{70 - 68}{68} \approx 0,0294 \text{ soit une augmentation d'environ } 2,94 \text{ \%.}$$

Sur ces deux années, on peut constater une hausse de 3 % qui pourrait confirmer les craintes du gouvernement. Néanmoins, il faudrait renouveler cette étude sur plusieurs années afin de confirmer ou d'infirmer cette tendance.

4) Une ville envisage de lancer une campagne massive de dératisation. Les scientifiques veulent estimer l'impact du poison sur la mortalité au sein de la population de rats. Sur 200 rats retrouvés morts depuis le début de l'étude, 100 présentent des signes d'empoisonnement, soit 50 %.

Déterminer si cette fréquence observée est précise à ± 3 % avec un niveau de confiance de 95 %.

Calculon la marge d'erreur ϵ pour un niveau de confiance de 95 % :

$$\epsilon = 1,96 \sqrt{\frac{0,5(1-0,5)}{200}} \approx 0,069 \text{ soit environ } 6,9 \text{ \%}$$

Cette fréquence n'a donc pas la précision voulue .

5) Le gouvernement néo-zélandais considère que cette estimation n'est pas assez fiable. Calculer le nombre de rats devant être échantillonnés pour considérer que cette valeur de 50 % de rats empoisonnés soit fiable à ± 3 % avec un niveau de confiance de 95 %.

On cherche le nombre n de rats pour que la marge d'erreur ϵ soit inférieure ou égale à 3 %.

Cela se traduit par :

$$0,03 \geq \epsilon \Leftrightarrow 0,03 \geq 1,96 \sqrt{\frac{0,5(1-0,5)}{n}} \Leftrightarrow 0,03 \geq \frac{0,98}{\sqrt{n}}$$

n étant strictement positif et la fonction carré étant strictement croissance sur \mathbb{R}^+ , cela équivaut à :

$$n \geq \left(\frac{0,98}{0,03} \right)^2 \approx 1067,1$$

On en déduit qu'il faudrait échantillonner au moins 1068 individus .

LA MÉTHODE CMR E02C

EXERCICE N°2 Je prépare le DS 2 (Le corrigé)

En 2010, des biologistes ont entrepris une étude sur la population d'écureuils dans une forêt. Voici les résultats des opérations de CMR pour les années 2010 et 2011 :

Année 2010 :

Individus capturés en début de session : 45
Individus capturés en fin de session : 60
Individus marqués dans la recapture : 7

Année 2011 :

Individus capturés en début de session : 55
Individus capturés en fin de session : 70
Individus marqués dans la recapture : 8

1) Présentez rapidement la méthode CMR.

La méthode « capture-marquage-recapture » désigne une méthode statistique pour estimer la taille d'une population animale.

Une partie de la population que l'on estime représentative est capturée, marquée et relâchée à l'endroit précis de leur capture le plus rapidement possible afin de limiter le stress.

Lors d'une deuxième session, une autre partie est capturée et le nombre d'individus marqués dans l'échantillon est compté. Le nombre d'individus marqués dans le second échantillon étant proportionnel au nombre d'individus marqués dans la population totale, une estimation de la taille de la population totale peut être obtenue.

2) Estimez la taille de la population d'écureuils au départ de l'étude en 2010.

Notons N l'indice de Lincoln-Peterson

$$N = \frac{45 \times 60}{7} \approx 386$$

On peut estimer la population de 2010 à environ 386 individus .

3) Estimez la taille de la population d'écureuils en 2011.

Notons N l'indice de Lincoln-Peterson

$$N = \frac{55 \times 70}{8} \approx 481$$

On peut estimer la population de 2011 à environ 481 individus .

4) Les autorités forestières sont préoccupées par la croissance de la population d'écureuils. Utilisez les résultats de l'étude pour donner des arguments confirmant ou modérant cette préoccupation. Que recommanderiez-vous d'autre ?

Notons t le taux de croissance de la population entre 2010 et 2011.

$$t = \frac{481 - 386}{386} \approx 0,25$$

Soit une augmentation d'environ 25%.

Ce taux de croissance est effectivement préoccupant.

Les autorités forestières pourraient mettre en œuvre une campagne de régulation.

5) Les biologistes souhaitent estimer l'impact d'une maladie sur la mortalité des écureuils. Sur 200 écureuils retrouvés morts depuis le début de l'étude, 120 présentent des symptômes de la maladie, soit 60 %. Déterminez si cette fréquence observée est précise à ± 3 % avec un niveau de confiance de 95 %.

Calculons la marge d'erreur ϵ pour un intervalle de confiance de 95 % :

$$\epsilon = 1,96 \times \sqrt{\frac{0,6(1-0,6)}{200}} \approx 0,0679 \text{ soit environ } 6,79 \%$$

Cette fréquence n'est pas précise à ± 3 %