

# ARITHMÉTIQUE

## I Les ensembles de nombres entiers

**Définition n°1.** Les entiers naturels et les entiers relatifs

- L'ensemble des nombres entiers naturels  $\{0; 1; 2; 3; 4; \dots\}$  se note  $\mathbb{N}$
- L'ensemble des entiers relatifs  $\{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$  se note  $\mathbb{Z}$

**Remarque n°1.**

Tout entier naturel est un entier relatif, l'ensemble  $\mathbb{N}$  est donc inclus dans l'ensemble  $\mathbb{Z}$ . On note  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ .

# ARITHMÉTIQUE

## II Quelques définitions

Soient  $a, b$  des éléments de  $\mathbb{Z}$ .

On note  $a \in \mathbb{Z}$  et  $b \in \mathbb{Z}$  ou  $(a, b) \in \mathbb{Z}^2$

### Définition n°2. diviseurs, multiples

Si il existe un entier relatif  $k$  tel que :  $a = k b$

Alors on peut dire que :

- $b$  divise  $a$ , et on peut noter  $b \mid a$
- $b$  est un diviseur de  $a$
- $a$  est divisible par  $b$
- $a$  est un multiple de  $b$

### Remarque n°2.

La réciproque est vraie.

# ARITHMÉTIQUE

## **Exemple n°1.**

Pour  $a=42$   $b=7$  , on pose  $k=\frac{42}{7}=6$  et donc  $42=6 \times 7$  .

Ainsi 7 divise 42,

7 est un diviseur de 42,

42 est divisible par 7

et 42 est un multiple de 7.

## **Remarque n°3.**

- Tous les nombres divisent zéro mais zéro ne divise aucun nombre.
- 1 divise tous les nombres.

# ***ARITHMÉTIQUE E01***

## **EXERCICE N°1**

Répondre aux questions suivantes en justifiant.

- |                                 |                                 |
|---------------------------------|---------------------------------|
| 1) 4 est-il un diviseur de 28 ? | 2) 32 est-il un multiple de 6 ? |
| 3) 4 divise-t-il 18 ?           | 4) 35 est-il divisible par 5 ?  |

# ***ARITHMÉTIQUE E01***

## **EXERCICE N°2**      *Technique à retenir*

Écrire la liste de tous les diviseurs positifs de :

**1)** 32

**2)** 67

**3)** 81

**4)** 144

# ***ARITHMÉTIQUE E01***

## **EXERCICE N°3**

- 1) Trouver tous les nombres divisibles par 7 compris entre 220 et 260.
- 2) Parmi ces nombres, quels sont ceux qui sont divisibles par 4 ?

# ***ARITHMÉTIQUE E01***

## **EXERCICE N°4**

Trouver tous les nombres de trois chiffres divisibles à la fois par 3 et par 5 et dont le chiffre des centaines est 7.

# ***ARITHMÉTIQUE E01***

## **EXERCICE N°5**

On s'intéresse aux nombres de trois chiffres de la forme  $\overline{65u}$  où  $u$  représente le chiffre des unités. Quelles sont les valeurs possibles de  $u$  pour obtenir :

1) un multiple de 2 ?

2) un nombre divisible par 9 ?



# ARITHMÉTIQUE E01

## EXERCICE N°6

- 1) 35 et 6 300 sont-ils divisibles par 7 ? Justifier.
- 2) En utilisant la question 1) , démontrer que 6 335 est divisible par 7.
- 3) Démontrer dans le cas général que si  $x$  et  $y$  sont deux nombres entiers divisibles par 7 alors leur somme  $x + y$  est divisible par 7.
- 4) En écrivant le nombre 6 349 147 comme une somme de quatre multiples de 7, démontrer que 6 349 147 est un multiple de 7.
- 5) Écrire un nombre entier de 15 chiffres qui soit divisible par 7.

# ARITHMÉTIQUE

## **Définition n°3.    Nombre pair, nombre impair**

- On dit que **a est un nombre pair** si et seulement si  
il existe un entier relatif  $k$  tel que :  $a = 2k$  .
- On dit que **a est un nombre impair** si et seulement si  
il existe un entier relatif  $k$  tel que :  $a = 2k + 1$  .

## **Exemple n°2.**

- 28 est un nombre pair, en effet  $28 = 2 \times 14$
- 31 est un nombre impair, en effet  $31 = 2 \times 15 + 1$

# ***ARITHMÉTIQUE E01***

## **EXERCICE N°7**

On travaille dans  $\mathbb{N}$  .

- 1) Démontrer que la somme de deux nombres pairs est paire.
- 2) Démontrer que la somme de deux nombres impairs est paire.
- 3) Démontrer que la somme de trois nombres consécutifs est multiple de trois.
- 4) Démontrer que le carré d'un nombre pair est pair.
- 5) Démontrer que le carré d'un nombre impair est impair.

# ARITHMÉTIQUE

## **Définition n°4.    Nombre premier**

Un nombre premier est un nombre entier naturel qui admet exactement **deux** diviseurs positifs : 1 et lui-même

## **Exemple n°3.**

- 31 admet pour seuls diviseurs positifs 1 et 31 donc 31 est un nombre premier.
- 6 admet pour diviseurs positifs 1 ; 2 ; 3 et 6, il n'est donc pas premier.
- 1 n'admet qu'un seul diviseur positif : lui-même. Il n'est donc pas un nombre premier.

## **Remarque n°4.**

Si  $b$  est un diviseur de  $a$  alors  $-b$  (l'opposé de  $b$ ) est aussi un diviseur de  $a$ .  
La plupart du temps, nous travaillerons dans  $\mathbb{N}$ , nous ne noterons donc que les diviseurs positifs.

# ARITHMÉTIQUE E01

## EXERCICE N°8 Crible d'Ératosthène

Ératosthène de Cyrène, ou simplement Ératosthène, est un astronome, géographe, philosophe et mathématicien grec du III<sup>e</sup> siècle av. J.-C. [Wikipédia](#)

On désigne sous le nom de crible d'Ératosthène, une méthode de recherche des nombres premiers plus petits qu'un entier naturel  $n$  donné.

Pour ceci, on écrit la liste de tous les nombres jusqu'à  $n$ .

On élimine 1.

On entoure 2 et on élimine tous les multiples de 2.

Puis on fait de même avec 3.

On choisit alors le plus petit nombre non entouré et non éliminé ici 5, et on élimine tous ses multiples. Puis on recommence avec le suivant etc.

En utilisant ce crible, dresser la liste de tous les nombres premiers inférieurs à 100.

# *ARITHMÉTIQUE E01*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

## *ARITHMÉTIQUE E01*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

## *ARITHMÉTIQUE E01*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100



## *ARITHMÉTIQUE E01*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

## *ARITHMÉTIQUE E01*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

## *ARITHMÉTIQUE E01*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

## *ARITHMÉTIQUE E01*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

## *ARITHMÉTIQUE E01*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100