

## DEVOIR SURVEILLE N°1

**EXERCICE 1 (5 points) :**

Au 1<sup>er</sup> janvier 2019, un étang contient  $3\,000\text{ m}^3$  d'eau. La population de poissons ne peut survivre que s'il y a au moins  $2\,500\text{ m}^3$  d'eau dans l'étang. Le maire de la commune sur laquelle se trouve cet étang a commandé une étude qui indique qu'en raison de la nature des sols, l'étang perd chaque année 5 % du volume d'eau qu'il avait en début d'année et est naturellement alimenté, au cours de chaque année, par  $76\text{ m}^3$  d'eau.

On modélise l'évolution du volume d'eau de cet étang par une suite  $u$  où  $u(n)$  désigne la quantité d'eau, en mètre cube, contenue dans l'étang, le 1<sup>er</sup> janvier de l'année  $2019 + n$ .

On a donc  $u(0) = 3\,000$ .

1. Montrer que  $u(1) = 2\,926$ .
2. Montrer que, pour tout entier naturel  $n$ , on a :  $u(n+1) = 0,95 u(n) + 76$ .
3. À l'aide d'un tableur, le maire de cette commune a calculé les huit premiers termes de la suite.  
Sur la capture d'écran ci-dessous, les valeurs affichées ont été arrondies à l'unité.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	n	0	1	2	3	4	5	6	7
2	$u(n)$	3 000	2926	2856	2789	2725	2665	2608	2554

- a. Quelle formule peut-on entrer dans la cellule C2 afin d'obtenir, par recopie vers la droite, les premiers termes de la suite  $u$  ?
- b. La suite  $u$  est-elle une suite arithmétique ? géométrique ? Justifier.
4. À partir de quelle année la quantité d'eau dans l'étang devient insuffisante pour la subsistance des poissons de cet étang ? Expliquer la démarche utilisée.

**EXERCICE 2 (5 points) :**

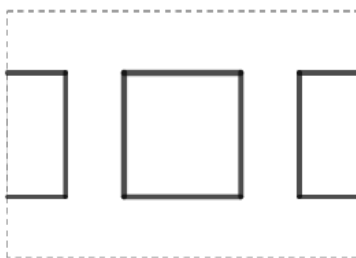
Thomas a créé une chaîne sur la plateforme Mytube début 2015. Cette année-là, elle a généré 1200€ de revenus. Depuis 2015, elle gagne des abonnés et les revenus de sa chaîne augmentent de 8% par an.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  les bénéfices en euros réalisés par la chaîne Mytube de Thomas l'année  $2015 + n$ .

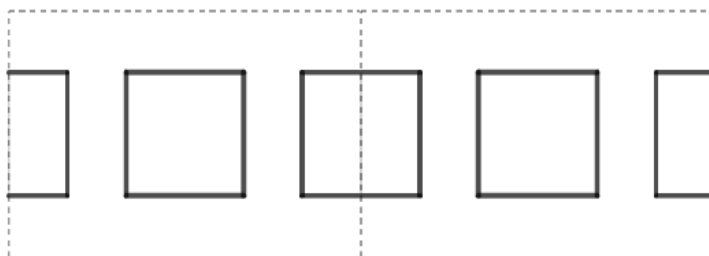
1. a. Déterminer la nature de la suite  $(u_n)$ . Indiquer sa raison et son premier terme.  
b. En déduire l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .  
c. Calculer  $u_4$ . Interpréter le résultat.
2. Calculer  $u_0 + u_1 + \dots + u_6$ . Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
3. Si les revenus de la chaîne Mytube de Thomas continuent d'augmenter de 8% par an, en quelle année dépasseront-ils les 3000€ ? Expliquer votre démarche.

### EXERCICE 3 (5 points) :

Sur la carte ci-dessous (délimitée par des pointillés) sont dessinés 3 motifs consécutifs : au centre figure un carré, à sa droite et à sa gauche une moitié de ce même carré :



En mettant bout-à-bout plusieurs cartes dans le sens de la longueur, on construit une frise :



Exemple avec deux cartes mises bout-à-bout

Pour tout nombre entier  $n$  strictement positif, on note  $u(n)$  le nombre de carrés complets qui figurent sur la frise composée de  $n$  cartes mises bout-à-bout.

Ainsi,  $u(1) = 1$  et  $u(2) = 3$ .

- 1) Calculer  $u(3)$ .
- 2) Quelle est la nature de la suite  $u$  ? Préciser sa raison.
- 3) Exprimer  $u(n + 1)$  en fonction de  $u(n)$ .
- 4) Quel est le sens de variation de la suite  $u$  ? Argumenter la réponse.
- 5) Pour calculer les différents termes de cette suite, on utilise un tableur :

	A	B
1	$n$	$u(n)$
2	1	1
3	2	3
4		
5		

Qu'affiche la 12<sup>ème</sup> ligne ? Expliquer la démarche.

- 6) On imprime les 50 premières bandes représentant chacun des termes de cette suite pour les disposer de façon pyramidale. Combien de carrés complets peut-on alors y compter ?