LA FONCTION CARRÉ E04

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $x^2 = 49$

Cette équation admet $\boxed{\text{deux solutions : } -7 \text{ et } 7}$

car $\sqrt{49} = 7$ ...

2) $x^2 = -100$

Cette équation n'admet $\boxed{\text{aucune solution}}$.

3) $(x+1)^2 = 2x+1$

On se ramène à quelque chose que l'on connaît.

Les équations suivantes sont équivalentes :

$(x+1)^2 = 2x+1$

$x^2+2x+1 = 2x+1$

$x^2 = 0$

Cette équation admet $\boxed{\text{une solution : } 0}$

4) $4x^2+81 = 0$

Les équations suivantes sont équivalentes :

$4x^2+81 = 0$

$4x^2 = -81$

Cette équation n'admet $\boxed{\text{aucune solution}}$.

5) $36x^2-16 = 0$

Les équations suivantes sont équivalentes :

$36x^2-16 = 0$

$36x^2 = 16$

$x^2 = \dfrac{16}{36}$

Cette équation admet

$\boxed{\text{deux solutions : } -\dfrac{2}{3} \text{ et } \dfrac{2}{3}}$

$\sqrt{\dfrac{16}{36}} = \dfrac{\sqrt{16}}{\sqrt{36}} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$

6) $3x^2-7 = 0$

Les équations suivantes sont équivalentes :

$3x^2-7 = 0$

$x^2 = \dfrac{7}{3}$

Cette équation admet

$\boxed{\text{deux solutions : } -\sqrt{\dfrac{7}{3}} \text{ et } \sqrt{\dfrac{2}{3}}}$

7) $(x+3)^2 = 7$

Les lignes suivantes sont équivalentes :

$(x+3)^2 = 7$

$x+3 = -\sqrt{7}$ ou $x+3 = \sqrt{7}$

$x = -3-\sqrt{7}$ ou $x = -3+\sqrt{7}$

Cette équation admet $\boxed{\text{deux solutions : } -3-\sqrt{7} \text{ et } -3+\sqrt{7}}$

8) $4(2x+5)^2 = 29$

Les lignes suivantes sont équivalentes :

$4(2x+5)^2 = 29$

$(2x+5)^2 = \dfrac{29}{4}$

$2x+5 = -\sqrt{\dfrac{29}{4}}$ ou $2x+5 = \sqrt{\dfrac{29}{4}}$

$2x = -5-\sqrt{\dfrac{29}{4}}$ ou $2x = -5+\sqrt{\dfrac{29}{4}}$

$x = \dfrac{-5-\sqrt{\dfrac{29}{4}}}{2}$ ou $x = \dfrac{-5+\sqrt{\dfrac{29}{4}}}{2}$

Cette équation admet $\boxed{\text{deux solutions : } \dfrac{-5-\sqrt{\dfrac{29}{4}}}{2} \text{ et } \dfrac{-5+\sqrt{\dfrac{29}{4}}}{2}}$

LA FONCTION CARRÉ E04

EXERCICE N°2 (Le corrigé)

1) Pourquoi utilise-t-on un symbole, en l'occurrence une lettre grecque, pour désigner le nombre « pi » ?

Le nombre « pi » ne peut pas être écrit sous forme décimale car, il possède une infinité de chiffres après la virgule, il ne peut pas non plus être écrit sous la forme d'une fraction car il n'y pas de période dans son écriture décimale 'alors que, par exemple, pour $\frac{1}{7}$ la séquence de chiffres «142857 » se répète à l'infini dans son écriture décimale) .

2) Que signifie l'écriture « $\pi \approx 3{,}14$ » ?

Cela signifie que la valeur de π est proche du nombre 3,14.

3) Pour chacun des nombres π , $\sqrt{2}$, et $\frac{1}{7}$, donner :

3.a) la troncature au dix-millième ;

Nombre	π	$\sqrt{2}$	$\frac{1}{7}$
Troncature à 10^{-4}	3,1415	1,4142	0,1428

Tronquer veut dire couper. On coupe donc à 4 chiffres après la virgule.

3.b) un encadrement d'amplitude 10^{-3} ;

$3{,}141 \leqslant \pi < 3{,}142$;

$1{,}414 \leqslant \sqrt{2} < 1{,}415$;

$0{,}142 \leqslant \frac{1}{7} < 0{,}143$.

3.c) une valeur approchée par excès au millième ;

Nombre	π	$\sqrt{2}$	$\frac{1}{7}$
Valeur approchée à 10^{-3} par excès	3,142	1,415	0,143

$$\underbrace{3{,}141}_{\text{valeur approchée par défaut}} \leqslant \pi < \underbrace{3{,}142}_{\text{valeur approchée par excès}}$$

3.d) l'arrondi au centième.

Nombre	π	$\sqrt{2}$	$\frac{1}{7}$
Valeur arrondie à 10^{-2} près	3,14	1,42	0,14

Pour arrondir au centième près, on regarde le chiffre des millièmes.

Pour $\underbrace{0,1,2,3,4}_{5\,\text{chiffres}}$ « on ne change rien ». Pour $\underbrace{5,6,7,8,9}_{5\,\text{chiffres}}$ « on ajoute 1 »

π : 3, 1 4 **1** 5 $\rightarrow 3{,}14$

$\sqrt{2}$: 1, 4 1 **4** 2 $\rightarrow 1{,}41$

$\frac{1}{7}$: 0, 1 4 **2** 8 $\rightarrow 0{,}1428$

EXERCICE N°3 (Le corrigé)

Soient x et y deux réels.
On sait que $5{,}243$ est une valeur approchée de x à 10^{-3} près et que $5{,}24$ est une valeur approchée de y à 10^{-2} près . Peut-on affirmer que $x > y$?

On sait que 5,243 est une valeur approchée de x à 10^{-3} donc il y a dix cas possibles :
5,2425… ; 5,2426… ; 5,2427 ; … 5,2428… 5,2429… ;
5,2430… ; 5,2431 … ; 5,2432… ; 5,2433… et 5,2434…
(Les « … » représentent d'éventuels chiffres.)

On sait que 5,24 est une valeur approchée de y à 10^{-2} donc il y a dix cas possibles :
5,235… ; 5,236… ; 5,237 ; … 5,238… 5,239… ;
5,240… ; 5,241 … ; 5,242… ; 5,243… et 5,244…
(Les « … » représentent d'éventuels chiffres.)

Le dernier cas de y met en défaut l'assertion $x > y$.
Donc $\boxed{\text{on ne peut pas affirmer}}$ que $x > y$.

LA FONCTION CARRÉ E04

EXERCICE N°4 *python (Le corrigé)*

On donne la fonction python ci-dessous

```
def mystere(n):
    a = 1
    for k in range (1,n+1):
        p = 10**(-k)
        while a**2 < 2:
            a = a+p
        a = a-p
    return (a,a+p)
```

1) Que retourne `>>> mystere(1)` ?

```
>>> mystere(1)
(1.4000000000000004, 1.5000000000000004)
>>>
```

Pourquoi pas 1,4 et 1,5 ?
Pour faire court, c'est comme si vous faisiez cela :

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3} = 0{,}33333333+0{,}33333333+0{,}33333333 = 0{,}9999999$$

Le premier « $=$ » est bien sûr faux et vous ne confondez pas un nombre et une de ses approximations. Par contre python le fait et en plus lui travaille en base 2 et pas en base 10 comme nous.

2) Décrire le rôle de cette fonction.

```
>>> mystere(2)
(1.4100000000000004, 1.4200000000000004)
>>> mystere(3)
(1.414, 1.4149999999999998)
>>> mystere(4)
(1.4142, 1.4143)
>>> mystere(5)
(1.41421, 1.41422)
>>> mystere(6)
(1.4142129999999997, 1.4142139999999996)
>>> mystere(7)
(1.4142135, 1.4142136)
>>>
```

Cette fonction donne un encadrement d'amplitude 10^{-n} du nombre $\sqrt{2}$.