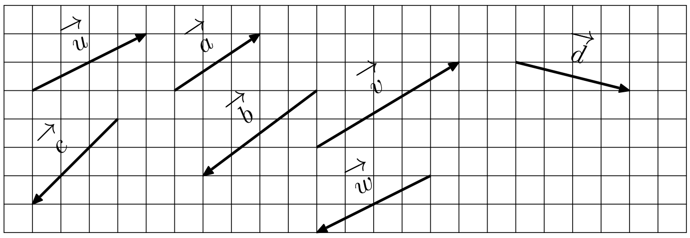
Seconde Préparation au DS02

Exercice 1

Définition :
Soit $\vec{u}$ un vecteur. On appelle vecteur opposé du vecteur $\vec{u}$, le vecteur noté $-\vec{u}$ définit par :
- la même direction que le vecteur $\vec{u}$
- le sens opposé au vecteur $\vec{u}$
- la même longueur que $\vec{u}$

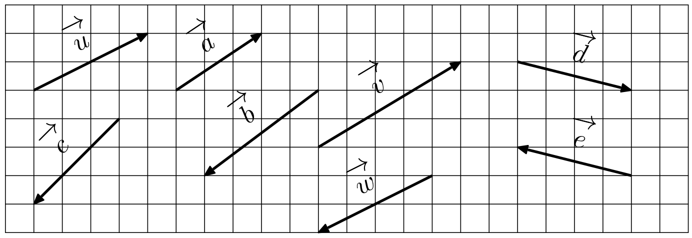
Dans le plan, on considère les 7 vecteurs ci-dessous :



1. Nommer le ou les vecteurs opposés au vecteur $\vec{u}$.
2. Tracer un vecteur $\vec{e}$ opposé au vecteur $\vec{d}$.

Correction 1

1. Parmi les vecteurs proposés, seul le vecteur $\vec{w}$ est un vecteur opposé au vecteur $\vec{u}$
2. Ci-dessous est dessiné le vecteur $\vec{e}$ opposé au vecteur $\vec{d}$:



Exercice 2

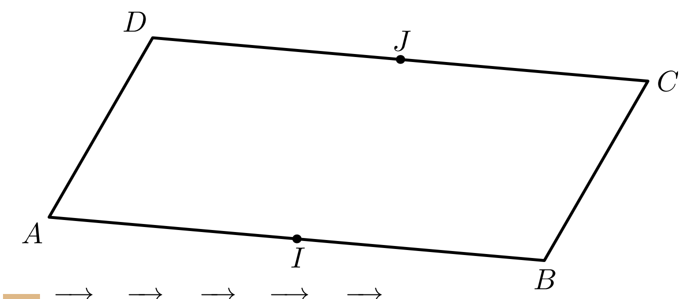
Soit $ABCD$ un parallélogramme. On note :
- I le milieu du segment $[AB]$;
- J le milieu du segment $[DC]$.

Déterminer dans chaque cas un représentant du vecteur résultant :

a. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{JA}$ b. $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AD}$ c. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{IJ}-\overrightarrow{DJ}$

Correction 2

Voici la représentation de la figure utilisée :



a. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{JA}=\overrightarrow{JA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{JC}$

b. $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{AJ}$

c. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{IJ}-\overrightarrow{DJ}=\left(\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IB}\right)+\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{JD}$

$=\overrightarrow{IB}+\left(\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{JD}\right)$

D'après la relation de Chasles, on a :

$=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{IC}$

Exercice 3

Soient A et B deux points du plan, on note I le milieu du segment $[AB]$

1. Compléter les pointillés pour vérifier la relation vectorielle suivante : $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{A......}$
2. Recopier et compléter avec les mots "*double*" et "*moitié*" les phrases suivantes :

   a. $\overrightarrow{AI}$ est ... de $\overrightarrow{AB}$ b. $\overrightarrow{AB}$ est ... de $\overrightarrow{AI}$
3. En rapport avec la question précédente, compléter les pointillés avec le nombre adéquat :

   a. $\overrightarrow{AI}=......\overrightarrow{AB}$ b. $\overrightarrow{AB}=......\overrightarrow{AI}$

Correction 3

1. On a l'égalité :
   $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IB}$
   D'après la relation de Chasles, on a :
   $=\overrightarrow{AB}$
2. a. $\overrightarrow{AI}$ est la moitié de $\overrightarrow{AB}$.

   b. $\overrightarrow{AB}$ est le double de $\overrightarrow{AI}$.
3. a. $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{AB}$ b. $\overrightarrow{AB}=2\cdot\overrightarrow{AI}$

Exercice 4

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs. Simplifier chacune des sommes vectorielles suivantes :

a. $3\vec{u}-2\vec{v}+2\vec{u}-\vec{v}$ b. $2\cdot(\vec{u}+\vec{v})-\vec{u}$

d. $-(\vec{u}+\vec{v})+2\cdot(\vec{u}-\vec{v})$ e. $\frac{2}{3}\cdot\left(2\cdot\vec{u}-\frac{3}{2}\cdot\vec{v}\right)-\frac{1}{6}\vec{u}$

Correction 4

a. $3\vec{u}-2\vec{v}+2\vec{u}-\vec{v}=(3\vec{u}+2\vec{u})+(-2\vec{v}-\vec{v})$
$=(3+2)\cdot\vec{u}+(-2-1)\cdot\vec{v}=5\cdot\vec{u}-3\cdot\vec{v}$

b. $2\cdot(\vec{u}+\vec{v})-\vec{u}=2\cdot\vec{u}+2\cdot\vec{v}-\vec{u}$
$=(2\cdot\vec{u}-\vec{u})+2\cdot\vec{v}=(2-1)\cdot\vec{u}+2\cdot\vec{v}=\vec{u}+2\cdot\vec{v}$

c. $-(\vec{u}+\vec{v})+2\cdot(\vec{u}-\vec{v})=-\vec{u}-\vec{v}+2\cdot\vec{u}-2\cdot\vec{v}$
$=(-\vec{u}+2\cdot\vec{u})+(-\vec{v}-2\cdot\vec{v})$
$=(-1+2)\cdot\vec{u}+(-1-2)\cdot\vec{v}=\vec{u}-3\cdot\vec{v}$

d. $\frac{2}{3}\cdot\left(2\cdot\vec{u}-\frac{3}{2}\cdot\vec{v}\right)-\frac{1}{6}\cdot\vec{u}=\frac{2}{3}\times2\cdot\vec{u}-\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}\cdot\vec{v}-\frac{1}{6}\cdot\vec{u}$
$=\frac{4}{3}\cdot\vec{u}-\vec{v}-\frac{1}{6}\cdot\vec{u}=\left(\frac{4}{3}\cdot\vec{u}-\frac{1}{6}\cdot\vec{u}\right)-\vec{v}$
$=\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{6}\right)\cdot\vec{u}-\vec{v}=\left(\frac{8}{6}-\frac{1}{6}\right)\cdot\vec{u}-\vec{v}=\frac{7}{6}\cdot\vec{u}-\vec{v}$

Exercice 5

Dans le plan, on considère A, B, C trois points du plans non-alignés.

Pour chaque question, déterminer la valeur du réel k vérifiant l'égalité :

a. $2\cdot\overrightarrow{AB}+2\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC}=k\cdot\overrightarrow{AC}$

b. $\overrightarrow{AB}+2\cdot\overrightarrow{AC}+4\overrightarrow{BC}=k\cdot\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}\right)$

c. $3\cdot\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}=k\cdot\overrightarrow{AB}$

d. $3\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC}+2\cdot\overrightarrow{BA}=k\cdot\overrightarrow{AB}$

Correction 5

Une video est accessible

a. $2\cdot\overrightarrow{AB}+2\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC}=2\cdot\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right)+\overrightarrow{AC}$
$=2\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}=3\cdot\overrightarrow{AC}$

b. $\overrightarrow{AB}+2\cdot\overrightarrow{AC}+4\cdot\overrightarrow{BC}=\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}\right)+2\cdot\overrightarrow{AC}+4\cdot\overrightarrow{BC}$
$=\left(\overrightarrow{AC}+2\cdot\overrightarrow{AC}\right)+\left(\overrightarrow{CB}\right)+4\cdot\overrightarrow{BC}$
$=3\cdot\overrightarrow{AC}+\left(-\overrightarrow{BC}\right)+4\cdot\overrightarrow{BC}=3\cdot\overrightarrow{AC}+3\cdot\overrightarrow{BC}$
$=3\cdot\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}\right)$

c. $3\cdot\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}=3\cdot\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}+\left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}\right)$
$=3\cdot\overrightarrow{AB}+\left(-\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CB}\right)-\overrightarrow{AB}$
$=\left(3\cdot\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AB}\right)+\vec{0}=2\cdot\overrightarrow{AB}$

d. $3\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC}+2\cdot\overrightarrow{BA}=3\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AC}-2\cdot\overrightarrow{AB}$
$=\left(3\overrightarrow{AB}-2\cdot\overrightarrow{AB}\right)+\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}\right)=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}$
$=2\cdot\overrightarrow{AB}$

Exercice 6

Soit A, B, C et D quatre points du plan. Dans chaque cas, démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$, vérifiant la relation imposée, sont colinéaires :

a. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ b. $5\cdot\overrightarrow{AD}=2\cdot\overrightarrow{AC}+3\cdot\overrightarrow{BD}$

c. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BD}+2\cdot\overrightarrow{CB}=\vec{0}$ d. $3\cdot\overrightarrow{AD}+4\cdot\overrightarrow{BC}=7\cdot\overrightarrow{AC}$

Correction 6

a. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$
$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}$
$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DA}$
$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AC}$

D'après la relation de Chasles :

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$
$\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{CD}$

Les deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont opposés : à fortiori, ils sont colinéaires.

b.
$5\cdot\overrightarrow{AD}=2\cdot\overrightarrow{AC}+3\cdot\overrightarrow{BD}$
$5\cdot\overrightarrow{AD}=2\cdot\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}\right)+3\cdot\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}\right)$
$5\cdot\overrightarrow{AD}=2\cdot\overrightarrow{AD}+2\cdot\overrightarrow{DC}+3\cdot\overrightarrow{BA}+3\cdot\overrightarrow{AD}$
$5\cdot\overrightarrow{AD}=5\cdot\overrightarrow{AD}+2\cdot\overrightarrow{DC}+3\cdot\overrightarrow{BA}$
$\vec{0}=2\cdot\overrightarrow{DC}+3\cdot\overrightarrow{BA}$
$-3\cdot\overrightarrow{BA}=2\cdot\overrightarrow{DC}$
$3\cdot\overrightarrow{AB}=-2\cdot\overrightarrow{CD}$
$\overrightarrow{AB}=-\frac{2}{3}\cdot\overrightarrow{CD}$

Les deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

c.
$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BD}+2\cdot\overrightarrow{CB}=\vec{0}$
$\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}\right)+\overrightarrow{BD}+2\cdot\left(\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DB}\right)=\vec{0}$
$\overrightarrow{AB}+2\cdot\overrightarrow{BD}+2\cdot\overrightarrow{CD}+2\cdot\overrightarrow{DB}=\vec{0}$
$\overrightarrow{AB}+2\cdot\overrightarrow{CD}+\left(2\cdot\overrightarrow{BD}+2\cdot\overrightarrow{DB}\right)=\vec{0}$
$\overrightarrow{AB}+2\cdot\overrightarrow{CD}=\vec{0}$
$\overrightarrow{AB}=-2\cdot\overrightarrow{CD}$

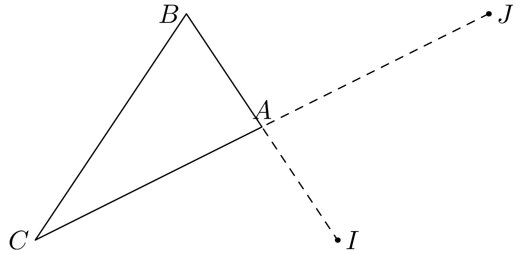
Les deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

d.
$$\begin{aligned}
3\cdot\overrightarrow{AD}+4\cdot\overrightarrow{BC} &= 7\cdot\overrightarrow{AC}\\
3\cdot\overrightarrow{AD}+4\cdot\overrightarrow{BC} &= 7\cdot\overrightarrow{AC}\\
3\cdot\big(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}\big)+4\cdot\overrightarrow{BC} &= 7\cdot\big(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\big)\\
3\cdot\overrightarrow{AB}+3\cdot\overrightarrow{BC}+3\cdot\overrightarrow{CD}+4\cdot\overrightarrow{BC} &= 7\cdot\overrightarrow{AB}+7\cdot\overrightarrow{BC}\\
3\cdot\overrightarrow{AB}+3\cdot\overrightarrow{CD}+7\cdot\overrightarrow{BC} &= 7\cdot\overrightarrow{AB}+7\cdot\overrightarrow{BC}\\
3\cdot\overrightarrow{AB}+3\cdot\overrightarrow{CD} &= 7\cdot\overrightarrow{AB}\\
3\cdot\overrightarrow{AB}-7\cdot\overrightarrow{AB} &= -3\cdot\overrightarrow{CD}\\
\overrightarrow{AB} &= \frac{3}{4}\cdot\overrightarrow{CD}
\end{aligned}$$

Les deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

Exercice 7

Dans le plan, on considère le triangle quelconque ABC. On note respectivement I et J les symétriques respectifs de B et de C par rapport à A:



Exprimer en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ les vecteurs suivants:

a. $\overrightarrow{IA}$ b. $\overrightarrow{AJ}$ c. $\overrightarrow{BC}$

d. $\overrightarrow{CB}$ e. $\overrightarrow{IJ}$ f. $\overrightarrow{IC}$

Correction 7

Une video est accessible

a. $\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{AB}$

b. $\overrightarrow{AJ}=-\overrightarrow{AC}$

c. On a les transformations successives suivantes:
$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

d. On a les transformations successives suivantes:
$\overrightarrow{CB}=-\overrightarrow{BC}=-\big(-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\big)=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$

e. On a les égalités suivantes:
$\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$

f. Grâce à la relation de Chasles, on a la décomposition vectorielle suivante:
$\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AC}$

En exprimant ces vecteurs à l'aide de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$:
$=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

Exercice 8

Dans le plan muni d'un repère $\big(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j}\big)$, on considère les trois points A, B, C définis par:
$A(2\,;-3)$; $B(-4\,;2)$; $C(0\,;-1)$

1. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{u}$ défini par:
$\overrightarrow{u}=2\times\overrightarrow{AB}+2\times\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC}$

2. Quelle expression simplifiée admet le vecteur $\overrightarrow{u}$?

Correction 8

Une video est accessible

1. On a les coordonnées des vecteurs:

- $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)=(-4-2\,;2-(-3))$
$=(-6\,;2+3)=(-6\,;5)$
- $\overrightarrow{BC}(x_C-x_B\,;y_C-y_B)$
$=(0-(-4)\,;\,-1-2)=(4\,;\,-3)$
- $\overrightarrow{AC}(x_C-x_A\,;y_C-y_A)=(0-2\,;\,-1-(-3))$
$=(-2\,;\,-1+3)=(-2\,;2)$

On en déduit les coordonnées des deux vecteurs:

- $2\times\overrightarrow{AB}(2\times(-6)\,;2\times5)=(-12\,;10)$
- $2\times\overrightarrow{BC}(2\times4\,;2\times(-3))=(8\,;\,-6)$

Ainsi, le vecteur $\overrightarrow{u}$ a pour coordonnées:
$\overrightarrow{u}(-12+8+(-2)\,;10+(-6)+2)=(-6\,;6)$

2. On remarque que le vecteur $\overrightarrow{u}$ satisfait à la simplification:
$\overrightarrow{u}=3\times\overrightarrow{AC}$

Exercice 9*

1. a. Placer trois points A, B et C non-alignés dans le plan.

   b. Tracer un représentant de la somme:
   $\overrightarrow{u}=-\overrightarrow{AB}-2\cdot\overrightarrow{BC}+2\cdot\overrightarrow{AC}$

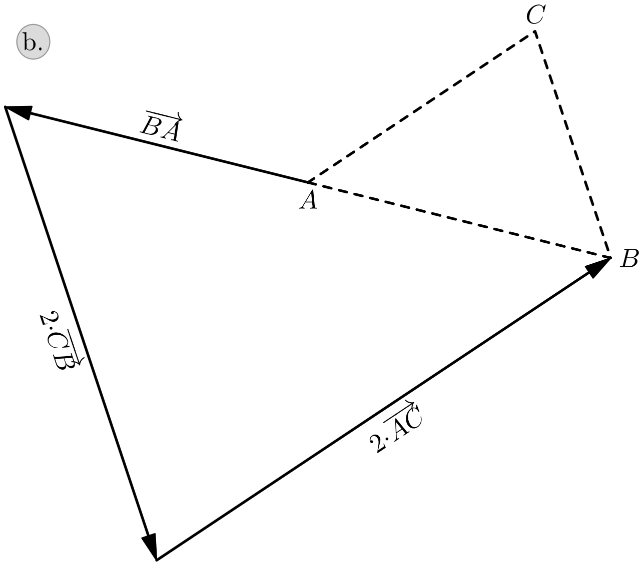
   c. Quelle conjecture peut-on émettre?

2. Etablir que: $\overrightarrow{u}=\overrightarrow{AB}$

Indication: On utilisera la relation de Chasles:
$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}$

Correction 9

1. b.



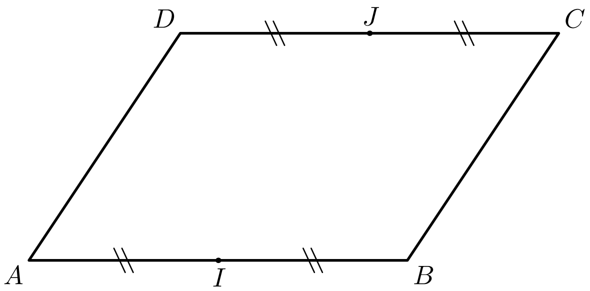
c. On peut émettre la conjecture suivante :
$\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AB}$

2. On a les transformations vectorielles suivantes :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{u} &= -\overrightarrow{AB} - 2\cdot\overrightarrow{BC} + 2\cdot\overrightarrow{AC}\\ &= -\overrightarrow{AB} - 2\cdot\big(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\big) + 2\cdot\overrightarrow{AC}\\ &= -\overrightarrow{AB} - 2\cdot\overrightarrow{BA} - 2\cdot\overrightarrow{AC} + 2\cdot\overrightarrow{AC}\\ &= -\overrightarrow{AB} - 2\cdot\overrightarrow{BA} + \big(-2\cdot\overrightarrow{AC} + 2\cdot\overrightarrow{AC}\big)\\ &= -\overrightarrow{AB} + 2\cdot\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{0} = \overrightarrow{AB}\end{aligned}$$

Exercice 10

On considère le parallélogramme $ABCD$ représenté ci-dessous où les points I et J sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[CD]$.



A l'aide des points de la figure, exprimer un représentant de la somme : $2\cdot\overrightarrow{AJ} + 2\cdot\overrightarrow{CB}$

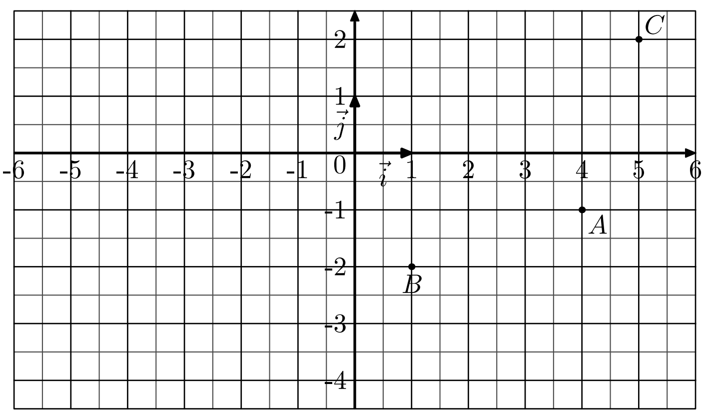
Correction 10

Une video est accessible

$2\cdot\overrightarrow{AJ} + 2\cdot\overrightarrow{CB}$
$= \overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CB} = \big(\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{CB}\big) + \big(\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{CB}\big)$
$= \big(\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{JI}\big) + \big(\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{JI}\big) = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB}$
$= \overrightarrow{AB}$

Exercice 11

On considère muni du repère $\big(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j}\big)$ orthonormé et des trois poins A, B, C représentés ci-dessous :



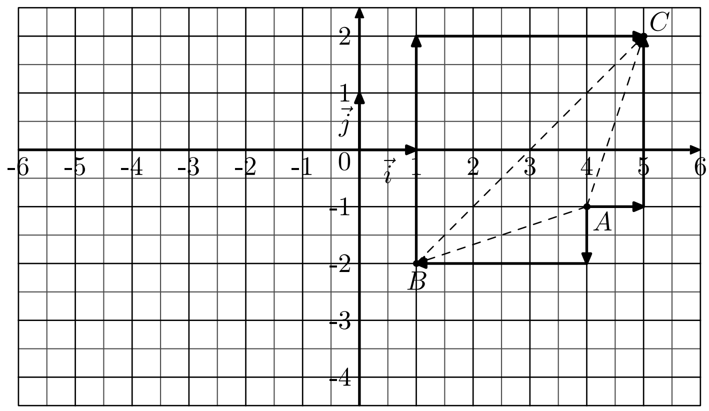
1. a. Donner, sans justification, les coordonnées des vecteurs : $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{AC}$

b. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{u}$ défini par :
$\overrightarrow{u} = 3\cdot\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}$

2. Déterminer l'unique nombre réel k $(k\in\mathbb{R})$ vérifiant : $\overrightarrow{u} = k\times\overrightarrow{AB}$

Correction 11

1. a. Bien que demandés sans justification, les réponses suivantes s'appuyeront sur les décompositions ci-dessous :

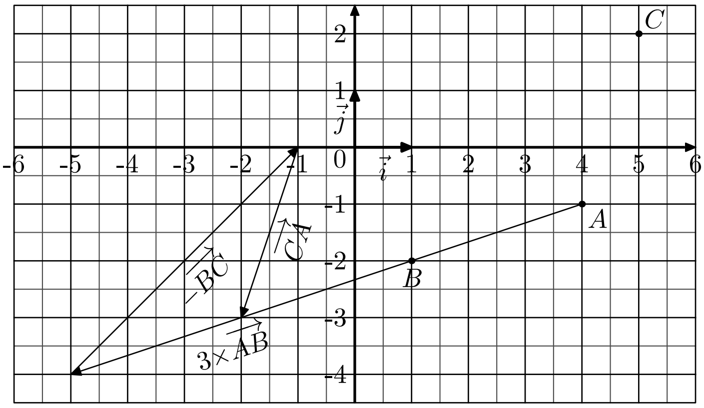


- $\overrightarrow{AB} = -3\,\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} \implies \overrightarrow{AB}(-3\,;-1)$
- $\overrightarrow{BC} = 4\,\overrightarrow{i} + 4\,\overrightarrow{j} \implies \overrightarrow{BC}(4\,;4)$
- $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{i} + 3\,\overrightarrow{j} \implies \overrightarrow{AC}(1\,;3)$

b. A l'aide de la question précédente, on obtient les coordonnées suivantes :
$3\overrightarrow{AB}(-9\,;-3)$; $-\overrightarrow{CB}(4\,;4)$; $\overrightarrow{CA}(-1\,;-3)$

On en déduit les coordonnées du vecteurs $\overrightarrow{u}$:
$\overrightarrow{u} = 3\times\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}$
$= (-9+4-1\,;-3+4-3) = (-6\,;-4)$

On obtient la relation :
$\big(2\cdot\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}\big)(-8\,;-4) = 2\times\overrightarrow{AB}$



Exercice 12

On considère le plan muni d'un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\right)$ quelconque et les trois points suivants déterminés par leurs coordonnées : $A(2\,;1)$; $B(3\,;2)$

1. Déterminer les coordonnées du vecteur $3{\cdot}\overrightarrow{AB}$.
2. Déterminer les coordonnées du point D tel que :

$$\overrightarrow{AD} = 3{\cdot}\overrightarrow{AB}.$$

Correction 12

Une video est accessible

1. Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées :

$$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;y_B - y_A) = (3-2\,;2-1) = (1\,;1)$$

Ainsi, le vecteur $3{\cdot}\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées : $3{\cdot}\overrightarrow{AB}(3\,;3)$.

2. Le vecteur $\overrightarrow{AD}$ a pour coordonnées :
$\overrightarrow{AD}(x_D - x_A\,;y_D - y_A) = (x_D - 2\,;y_D - 1)$

Afin de réaliser l'égalité $\overrightarrow{AD}=3{\cdot}\overrightarrow{AB}$, on réalise l'égalité des coordonnées de ces deux vecteurs :

$x_D - 2 = 3$	$y_D - 1 = 3$
$x_D = 3+2$	$y_D = 3+1$
$x_D = 5$	$y_D = 4$

Ainsi, le point D a pour coordonnées $D(5\,;4)$.

Exercice 13

Soit A, B, C et D quatre points du plan vérifiant la relation :

$$\overrightarrow{AC} - 3\cdot\overrightarrow{BD} + 2\cdot\overrightarrow{BC} = \vec{0}$$

Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

Correction 13

Les points A, B, C et D vérifient la relation :

$$\overrightarrow{AC} - 3\cdot\overrightarrow{BD} + 2\cdot\overrightarrow{BC} = \vec{0}$$

D'après la relation de Chasles, on a :

$$\overrightarrow{AC} - 3\cdot\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}\right) + 2\cdot\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\right) = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{AC} - 3\cdot\overrightarrow{BA} - 3\cdot\overrightarrow{AC} - 3\cdot\overrightarrow{CD} + 2\cdot\overrightarrow{BA} + 2\cdot\overrightarrow{AC} = \vec{0}$$

$$-\overrightarrow{BA} - 3\cdot\overrightarrow{CD} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{AB} = 3\cdot\overrightarrow{CD}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

Exercice 14

Soit A, B, C trois points du plan vérifiant la relation :

$$-\frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{AB} + \frac{5}{2}\cdot\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$$

1. Montrer que ces trois points vérifient : $\overrightarrow{AB} = \dfrac{3}{2}{\cdot}\overrightarrow{AC}$
2. Que peut-on dire des points A, B, C ?

Correction 14

1. Les points A, B et C vérifient la relation :

$$-\frac{1}{2}{\cdot}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{2}{\cdot}\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} = 0$$

$$-\frac{1}{2}{\cdot}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{2}{\cdot}(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}) + \overrightarrow{AB} + (\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}) = 0$$

$$-\frac{1}{2}{\cdot}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{2}{\cdot}\overrightarrow{BA} + \frac{5}{2}{\cdot}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = 0$$

$$\left(-\frac{1}{2}{\cdot}\overrightarrow{AB} - \frac{5}{2}{\cdot}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}\right) + \left(\frac{5}{2}{\cdot}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AC}\right) = 0$$

$$-\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}{\cdot}\overrightarrow{AC} = 0$$

On en déduit l'égalité : $\overrightarrow{AB} = \dfrac{3}{2}{\cdot}\overrightarrow{AC}$

2. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ étant deux vecteurs colinéaires, on en déduit que les droites (AB) et (AC) sont parallèles.
Ces deux droites étant parallèles et possédant un point commun, on en déduit que les droites (AB) et (AC) sont confondues : A, B et C sont alignés.

Exercice 15

On munit le plan d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé.

On considère les points:

$$A\left(\frac{1}{4}\,;\frac{1}{3}\right) \quad ; \quad B\left(1\,;\frac{5}{6}\right) \quad ; \quad C\left(-\frac{1}{2}\,;\frac{7}{6}\right)$$

Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas deux vecteurs colinéaires.

Correction 15

Une video est accessible

On a les coordonnées de vecteurs suivants:

- $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;y_B - y_A) = \left(1 - \frac{1}{4}\,;\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right)$
  $= \left(\frac{4}{4} - \frac{1}{4}\,;\frac{5}{6} - \frac{2}{6}\right) = \left(\frac{3}{4}\,;\frac{3}{6}\right) = \left(\frac{3}{4}\,;\frac{1}{2}\right)$
- $\overrightarrow{AC}(x_C - x_A\,;y_C - y_A) = \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\,;\frac{7}{6} - \frac{1}{3}\right)$
  $= \left(-\frac{2}{4} - \frac{1}{4}\,;\frac{7}{6} - \frac{2}{6}\right) = \left(-\frac{3}{4}\,;\frac{5}{6}\right)$

Déterminons le déterminant de vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$:

$\det\left(\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{AC}\right) = \frac{3}{4}\times\frac{5}{6} - \left(-\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{2} = \frac{1}{4}\times\frac{5}{2} + \frac{3}{8}$

$= \frac{5}{8} + \frac{3}{8} = \frac{8}{8} = 1 \neq 0$

On en déduit que les deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires.

