

CALCUL LITTÉRAL A01

EXERCICE N°1 Maîtrise du vocabulaire

Compléter les cases vides avec un « P » si l'expression qui se situe à leur gauche est un produit ou un « S » si c'est une somme (algébrique).

$5x$	<input type="text"/>	$4(3x+2)-7$	<input type="text"/>	$(4x+2)^2+(5x-7)^3$	<input type="text"/>
$5x+7$	<input type="text"/>	$2+(3x+2)(5x-7)$	<input type="text"/>	$(5x+2)(3x+2)(x+1)$	<input type="text"/>
$5x-7$	<input type="text"/>	$(x+7)(7-5x)-(5x+2)$	<input type="text"/>		
$3x(5x-7)$	<input type="text"/>	$(3x+7)^2$	<input type="text"/>		
$(3x+2)(5x-7)$	<input type="text"/>	$(3x+7)^5$	<input type="text"/>		

CALCUL LITTÉRAL A01

EXERCICE N°2 Échauffement

Transformer les produits suivant en sommes (algébriques) : On développe

1) $3(x+2)$

2) $(2x-7) \times 5$

3) $3x(5-2x)$

4) $-4x(2x+5)$

CALCUL LITTÉRAL A01

EXERCICE N°3 *Une première démonstration*

Soient a , b , c , d et k des nombres.

On rappelle la propriété suivante : $k(a+b)=ka+kb$

À l'aide de cette propriété et en posant $k=c+d$, démontrer l'égalité suivante :

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

CALCUL LITTÉRAL A01

EXERCICE N°4 *Entraînement*

À l'aide la propriété suivante : $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ et en utilisant la règle des signes, développer les expressions suivantes :

1) $(3x+2)(4+1,5x)$

2) $(3x-2)(4+1,5x)$

3) $(-5x+2)(2x-3)$

CALCUL LITTÉRAL

I Développer et réduire une expression

Définition n°1.

Développer c'est transformer un produit en une somme algébrique.

Remarque n°1.

Réduire une expression, c'est « regrouper les termes semblables » et faire les calculs

Exemple n°1.

$$\begin{array}{ccccccc} (2x+3)(x-4) & = & 2x^2-8x+3x-12 & = & 2x^2-5x-12 \\ \text{produit} & \rightarrow & \text{somme} & \rightarrow & \text{expression réduite} \end{array}$$

CALCUL LITTÉRAL

I.1 La distributivité

Dans toute la suite de ce chapitre, a , b , c , d et k sont des nombres.

Propriété n°1. Simple distributivité

$$\boxed{k(a+b)=k a+k b} \quad \text{et} \quad \boxed{k(a-b)=k a-k b}$$

Exemple n°2.

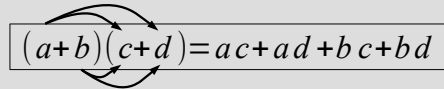
$$3x(7+2x)=21x+6x^2 \quad \text{et} \quad 3x(7-2x)=21x-6x^2$$

Remarque n°2.

$$(7+2x) \times 3x = 3x(7+2x)$$

CALCUL LITTÉRAL

Propriété n°2. Double distributivité


$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

Remarque n°3.

On n'oublie pas d'appliquer la règle des signes.

Méthode n°1.

$$(2x+3)(x-4) \quad \text{L1}$$

$$= (+2x) \times (+x) + (+2x) \times (-4) + (+3) \times (+x) + (+3) \times (-4) \quad \text{L2}$$

$$= 2 \times x - 2x \times 4 + 3 \times x - 3 \times 4 \quad \text{L3}$$

$$= 2x^2 - 8x + 3x - 12 \quad \text{L4}$$

$$= 2x^2 - 5x - 12 \quad \text{L5}$$

Remarque n°4.

Si il y a plus de termes dans les parenthèses, il suffit d'ajouter assez de flèches que ce soit dans la propriété n°1 ou dans la n°2.

CALCUL LITTÉRAL

Exercice n°1.

Développer et réduire :

$$A = -2x(7 - 3x) \quad ; \quad B = (4x - 3)(5 - 3x) \quad \text{et} \quad C = (2x + 3y)(4 - 2z)$$

CALCUL LITTÉRAL

I.2 Les identités remarquables

Propriété n°3. 1^{re} identité remarquable

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

preuve : $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Exemple n°3.

$$(8+3x)^2 = 8^2 + 2 \times 8 \times 3x + (3x)^2 = 64 + 48x + 9x^2 = 9x^2 + 48x + 64$$

Remarque n°5.

Il est de coutume d'ordonner selon les puissances décroissantes de l'inconnue.

CALCUL LITTÉRAL

Propriété n°4. 2^e identité remarquable

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

preuve : $(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Exemple n°4.

$$(8-3x)^2 = 8^2 - 2 \times 8 \times 3x + (3x)^2 = 64 - 48x + 9x^2 = 9x^2 - 48x + 64$$

CALCUL LITTÉRAL

Propriété n°5. 3^e identité remarquable

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

preuve : $(a+b)(a-b)=a^2-ab+ba-b^2=a^2-ab+ab-b^2=a^2-b^2$

Exemple n°5.

$$(8-3x)(8+3x)=8^2-(3x)^2=64-9x^2=-9x^2+64$$

CALCUL LITTÉRAL

Exercice n°2.

Développer et réduire :

$$D=(1,5x+2)^2 \quad ; \quad E=(3x-2y)^2 \quad ; \quad F=(2x-1)(2x+1)$$

CALCUL LITTÉRAL

Méthode n°2. Développer une expression « plus complexe »

Développons et réduisons l'expression G .

$$G = 4(3x+2)^2 - (x+2)(7-3x) \quad \text{L1}$$

$$G = 4(9x^2+12x+4) - (7x-3x^2+14-6x) \quad \text{L2}$$

$$G = 36x^2+48x+16 - 7x+3x^2-14+6x \quad \text{L3}$$

$$G = 39x^2+47x+2 \quad \text{L4}$$

Réviser pour l'interrogation écrite

CALCUL LITTÉRAL E01

EXERCICE N°1 On applique

Développer et réduire les expressions suivantes :

	À la maison	
1) $(2x+3)^2$	2) $(4+3x)^2$	3) $(3x+2y)^2$
4) $(1,5x-4)^2$	5) $(7-3x)^2$	6) $(3x-2y)^2$
7) $(3x-2)(3x+2)$	8) $(7-3x)(7+3x)$	9) $(5+4x)(4x-5)$

CALCUL LITTÉRAL E01

EXERCICE N°2 On complique

Développer et réduire les expressions suivantes :

1) $(3x+7)^2+(2x-3)^2$ **2)** $(3x-5)^2-(6-5x)^2$ **3)** $(4x-1)^2-(2x-3)(5+7x)$

CALCUL LITTÉRAL E01

EXERCICE N°3 ***On panique (ou pas)***

Développer et réduire les expressions suivantes :

1) $(a+b)^3$

2) $(a-b)^3$

3) $(a+b+c)^2$

CALCUL LITTÉRAL

II Factoriser une expression

Définition n°2.

Factoriser, c'est transformer une somme (algébrique) en un produit.

Méthode n°3. Avec un facteur commun

Factoriser l'expression suivante :

$$H = (2x+1)(3x-5) - (2x+1)^2 + (8x+4)(7x-1) \quad \text{L1}$$

$$H = (\underline{2x+1})(3x-5) - (\underline{2x+1})(2x+1) + 4(\underline{2x+1})(7x-1) \quad \text{L2}$$

$$H = (2x+1)[(3x-5) - (2x+1) + 4(7x-1)] \quad \text{L3}$$

$$H = (2x+1) \mid 3x-5-2x-1+28x-4 \quad \text{L4}$$

$$H = (2x+1)(29x-10) \quad \text{L5}$$

CALCUL LITTÉRAL

Exercice n°3.

Factoriser $I = (3x - 2)^2 - (2 + 6x)(3x - 2)$

CALCUL LITTÉRAL E02

EXERCICE N°1 Avec un facteur commun

Factoriser les expressions suivantes :

$$A=9x(x-3)+9x(10+2x)$$

$$B=(2x+1)(8+x)-(3x-1)(2x+1)$$

$$C=(11x-3)^2+(11x-3)$$

$$D=9x(2x+1)+6x(5+x)$$

CALCUL LITTÉRAL

Méthode n°4. Avec des identités remarquables

L'idée est de reconnaître les membres de droite des identités remarquables et d'utiliser ces identités de la droite vers la gauche.

En pratique, c'est surtout la 3^e qui est utile...

Exemple n°6. Avec la 1^{re} identité remarquable

$$9+4x^2+12x = 4x^2+12x+9 = (2x)^2+12x+3^2 = (2x+3)^2$$

Remarque n°6. essentielle

On a repéré les valeurs de a et b et on a pas oublié de vérifier que
 $2 \times a \times b = 2 \times 2x \times 3 = 12x$

CALCUL LITTÉRAL

Exercice n°4.

Factoriser l'expression : $J = 24y + 36 + 4y^2$

CALCUL LITTÉRAL

Exemple n°7. ***Avec la 2^e identité remarquable***

$$-12x+9+4x^2 = 4x^2-12x+9 = (2x)^2-12x+3^2 = (2x-3)^2$$

Remarque n°7. ***essentielle***

On a repéré les valeurs de a et b et on a pas oublié de vérifier que
 $2 \times a \times b = 2 \times 2x \times 3 = 12x$

CALCUL LITTÉRAL

Exercice n°5.

Factoriser l'expression : $J = 81 + 16z^2 - 72z$

CALCUL LITTÉRAL

Exemple n°8. *Avec la 3^e identité remarquable*

$$(4x+2)^2 - (3x-7)^2 = [(4x+2) + (3x-7)][(4x+2) - (3x-7)] = (7x-5)(x+9)$$

Remarque n°8.

On oublie pas qu'on repère les membres de droite des identités remarquables.

$$\text{Ici } a^2 = (4x+2)^2 \text{ donc } a = 4x+2 \text{ et } b^2 = (3x-7)^2 \text{ donc } b = 3x-7$$

Réviser pour l'interrogation écrite

CALCUL LITTÉRAL

Exercice n°6.

Factoriser l'expression : $L = (5x - 2)^2 - (6 + 2x)^2$

CALCUL LITTÉRAL E02

EXERCICE N°2 Avec une identité remarquable

$$A=9x^2+24x+16$$

$$B=90x+81+25x^2$$

$$C=36x^2-24x+4$$

$$D=0,36x^2+0,25-0,6x$$

$$E=49-64x^2$$

$$F=(2,1x-5)^2-(7+4x)^2$$

CALCUL LITTÉRAL E02

EXERCICE N°3 On mélange

$$A = 9x^2 - 24x + 16 - (3x - 4)(2x + 7)$$

$$B = (1 - 3x)(5x + 2) + (3x - 1)(4x - 2)$$

$$C = (6x + 2)(4x - 1) - (3x + 1)(4 + 3x)$$

$$D = (2x - 1)^2 - (2x - 1)(3x + 4) + (2x - 1)^3$$

CALCUL LITTÉRAL E03

EXERCICE N°1 Sans la calculatrice !

- 1) Développer et réduire l'expression suivante : $A = (2x - 1)(8x + 1) - (4x - 0,75)^2$
- 2) Calculer la valeur de A pour $x = 100$ puis pour $x = \left(\frac{\sqrt{\pi+3}}{25}\right)^{22}$
- 3) Calculer astucieusement : $19 \times 81 - 39,25^2$

CALCUL LITTÉRAL E03

EXERCICE N°2 Techniques de démonstration

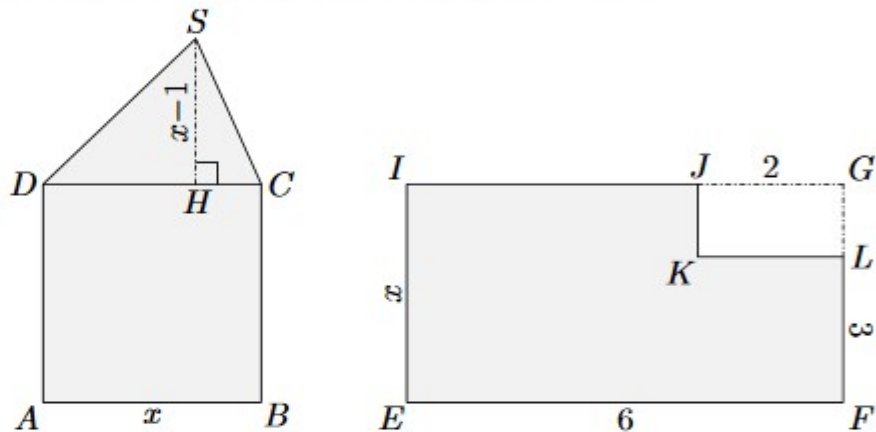
On dit qu'un nombre entier n est pair s'il existe un nombre entier p tel que $n=2p$. Par exemple le nombre 18 est pair car $18=2\times 9$ (ici $n = 18$ et $p = 9$, on peut utiliser d'autres lettres si on veut...)

- 1) Démontrer que le carré d'un nombre pair est pair.
- 2) Démontrer que la somme de deux nombres pairs est paire.
- 3) La moitié d'un nombre pair est-elle toujours paire ? Justifier.

CALCUL LITTÉRAL E03

EXERCICE N°3 Un peu de géométrie.

On donne les figures suivantes :



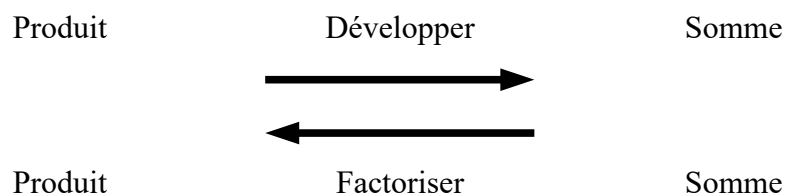
- 1) Déterminer les valeurs possibles pour x .
- 2) Exprimer l'aire de chacune des figures en fonctions de x .
- 3) Exprimer en fonction de x , la différence de ces deux aires.
- 4) Démontrer que cette différence peut aussi s'écrire $\left(\frac{3}{2}x - 6\right)(x + 1)$

III Le résumé du cours

Dans les expressions qui suivent, a , b , c , d et k sont des nombres qui peuvent aussi prendre la forme d'expression.

Par exemple, il est possible d'avoir $a = 3x + 5 \dots$

III.1 Définition



III.2 Simple distributivité

produit	$k(a+b) = ka + kb$	somme
produit	$k(a-b) = ka - kb$	somme
produit	$k(a+b-c \dots) = ka + kb - kc \dots$	somme

III.3 double distributivité

produit	$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$	somme
---------	----------------------------------	-------

III.4 Les identités remarquables

produit	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	somme
produit	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	somme
produit	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	somme