FONCTIONS PART3 E04

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x^3-6x^2-2x+6$.

1) Vérifier que pour tout réel x par : $f(x)=2(x-1)(x+1)(x-3)$.

$2(x-1)(x+1)(x-3) = 2(x-1)(x^2-2x-3) = 2[x^3-2x^2-3x-x^2+2x+3]$
$= 2(x^3-3x^2-x+3) = \mathbf{2x^3-6x^2-2x+6 = f(x)}$

Remarque : On ne commence pas par écrire $f(x)$, on ne l'écrit qu' à la fin.

2) En déduire les racines de f sur $\mathbb{R}$.

D'après la question précédente les racines sont : $\boxed{-1\ ;\ 1 \text{ et } 3}$

Remarque : $f(x)=2(x-1)(x+1)(x-3)$

3) Étudier le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.

$f(x)$ est un produit de quatre facteurs, nous allons donc étudier le signe de chacun des facteurs puis dresser un tableau bilan à l'aide de la règle des signes.

- $2 > 0$ est vrai quelque soit la valeur de x .
- $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$
- $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$
- $x-3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$

Attention on range les valeurs dans l'ordre croissant.

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
2		+	|	+	|	+	|	+	
$x-1$		−	0	−	|	+	|	+	
$x+1$		−	|	+	0	+	|	+	
$x-3$		−	|	−	|	−	0	+	
$f(x)$		−	0	+	0	−	0	+	

La dernière ligne du tableau nous indique le signe de $f(x)$ en fonction de x

EXERCICE N°2 ***(Le corrigé)***

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t)=-2t^3+3t^2+5t$.

1) Montrer que $f(t)=-2t(t+1)(t-2{,}5)$.

$-2t(t+1)(t-2{,}5) = -2t(t^2-1{,}5t-2{,}5) = -2t^3+3t^2+5t = f(t)$

2) Quelles sont les racines de f ?

D'après la question précédente, les racines sont $\boxed{-1 \ ; 0 \text{ et } 2{,}5}$

$t=t-0$

Remarque : $f(t)=-2t(t+1)(t-2{,}5)$

3) Déterminer le tableau de signes de $f(t)$ sur $\mathbb{R}$.

- $-2 > 0$ est faux quelque soit la valeur de t .
- $t > 0 \Leftrightarrow t > 0$ (bah oui….)
- $t+1 > 0 \Leftrightarrow t > -1$
- $x-2{,}5 > 0 \Leftrightarrow x > 2{,}5$

Attention on range les valeurs dans l'ordre croissant.

t	$-\infty$		-1		0		$2{,}5$		$+\infty$
-2		$-$	|	$-$	|	$-$	|	$-$	
t		$-$	0	$-$	|	$+$	|	$+$	
$t+1$		$-$	|	$+$	0	$+$	|	$+$	
$t-2{,}5$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$f(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

La dernière ligne du tableau nous indique le signe de $f(t)$ en fonction de t

4) En déduire les solutions de $-2t(t+1)(t-2{,}5) > 0$ sur $\mathbb{R}$.

D'après le tableau de signes, l'ensemble des solutions est : $\boxed{\mathbf{]-1\ ;\ 0[\cup]2{,}5\ ;\ +\infty[}}$

Remarques :
« >0 » veut dire qu'on cherche les « $+$ » dans la dernière ligne du tableau.
Si on avait eu « $\geqslant 0$ » les crochets auraient été « fermés » (sauf le dernier bien sûr)

EXERCICE N°3 *(Le corrigé)*

On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

x	$f(x)$
$-1,5$	0
-1	$0,3$
$-0,5$	0
0	$-0,45$
$0,5$	$-0,6$
1	0

Déterminer la forme factorisée de f .

On voit dans le tableau que $f(x)=0$ pour $x\in\{-1,5\ ;\ -0,5\ ;\ 1\}$

Déterminer le signe de la fonction de f sur $\mathbb{R}$.

On sait que $f(x)=a(x+1,5)(x+0,5)(x-1)$ et d'après le tableau $f(-1)=0,3$.

Or $f(-1)=a(-1+1,5)(-1+0,5)(-1-1)=0,5a$

Donc $0,5a = 0,3 \Leftrightarrow a = \dfrac{0,3}{0,5} \Leftrightarrow a = \dfrac{3}{5}$

Enfin :

$$\boxed{f(x)=\frac{3}{5}(x+1,5)(x+0,5)(x-1)}$$

Dressons à présent le tableau de signes :

- $\dfrac{3}{5}=0,6 > 0$ est vrai quelque soit la valeur de x .
- $x+1,5 > 0 \Leftrightarrow x > -1,5$
- $x+0,5 > 0 \Leftrightarrow x > -0,5$
- $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

Attention on range les valeurs dans l'ordre croissant.

x	$-\infty$		$-1,5$		$-0,5$		1		$+\infty$
$0,6$		$+$	|	$+$	|	$+$	|	$+$	
$x+1,5$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$x+0,5$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$x-1$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

La dernière ligne du tableau nous indique le signe de $f(x)$ en fonction de x

EXERCICE N°4 En vrac (Le corrigé)

1) Calculer la longueur de côté d'un carré de 529 cm^2 d'aire.

$\sqrt{529}=23$

Le côté mesure 23 cm.

2) Calculer la longueur de l'arête d'un cube 343 cm^3 de volume.

$\sqrt[3]{343}=7$

Le côté mesure 7 cm.

3) Résoudre $3x^2+27=54$ et $x^3+1=12168$

$3x^2+27 = 54 \Leftrightarrow 3x^2 = 27 \Leftrightarrow x^2 = 9$

Cette équation admet deux solutions : $\boxed{-\sqrt{9}=-3 \text{ et } \sqrt{9}=3}$

$x^3+1 = 12168 \Leftrightarrow x^3=12167$

Cette équation admet une unique solution : $\boxed{\sqrt[3]{12167}=23}$

FONCTIONS PART3 E04

EXERCICE N°1

Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x^3-6x^2-2x+6$.

1) Vérifier que pour tout réel x par : $f(x)=2(x-1)(x+1)(x-3)$.

2) En déduire les racines de f sur $\mathbb{R}$.

3) Étudier le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.

EXERCICE N°2

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t)=-2t^3+3t^2+5t$.

1) Montrer que $f(t)=-2t(t+1)(t-2{,}5)$.

2) Quelles sont les racines de f ?

3) Déterminer le tableau de signes de $f(t)$ sur $\mathbb{R}$.

4) En déduire les solutions de $-2t(t+1)(t-2{,}5) > 0$ sur $\mathbb{R}$.

EXERCICE N°3

On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

1) Déterminer la forme factorisée de f .

2) Déterminer le signe de la fonction de f sur $\mathbb{R}$.

x	$f(x)$
$-1{,}5$	0
-1	$0{,}3$
$-0{,}5$	0
0	$-0{,}45$
$0{,}5$	$-0{,}6$
1	0

EXERCICE N°4 En vrac

1) Calculer la longueur de côté d'un carré de 529 cm^2 d'aire.

2) Calculer la longueur de l'arête d'un cube 343 cm^3 de volume.

3) Résoudre $3x^2+27=54$ et $x^3+1=12168$