

# FONCTIONS PART4 TP01

## OPTIMISATION DU VOLUME D'UNE BOÎTE

### La situation

Sophie veut fabriquer une boîte pouvant contenir le cadeau d'anniversaire de son frère. Elle prend une feuille de papier cartonnée au format 21 cm x 29,7 cm. Elle découpe dans chaque coin des carrés de côté  $x$  centimètre(s) de manière à fabriquer une boîte de forme rectangulaire.

**Comment peut-elle calculer le volume maximal possible de sa boîte?**

### EXERCICE N°1      Résolution à l'aide du tableur

Pour éviter des calculs compliqués, Sophie préfère utiliser son tableur. Elle réalise donc une feuille de calculs. Elle saisit dans les cellules B2, C2 et D2 des formules destinées à être étirées vers le bas.

1) Justifier que  $x$  est un réel de l'intervalle  $[0 ; 10,5]$ .

2) Quelles formules Sophie a-t-elle pu saisir dans les cellules B2, C2 et D2 ?

3) Quel semble être le volume maximal (en  $\text{cm}^3$ ) que Sophie puisse obtenir avec cette boîte ?

4) Pour quelle valeur de  $x$  ?

	A	B	C	D
1	x	Longueur de la boîte	Largeur de la boîte	Volume de la boîte
2	0	21	29,7	0
3	1	19	27,7	526,3
4	2	17	25,7	873,8
5	3	15	23,7	1066,5
6	4	13	21,7	1128,4
7	5	11	19,7	1083,5
8	6	9	17,7	955,8
9	7	7	15,7	769,3
10	8	5	13,7	548
11	9	3	11,7	315,9
12	10	1	9,7	97

### EXERCICE N°2      Résolution algébrique

Son amie Shaïma affirme qu'elle a trouvé mieux que Sophie en faisant des calculs.

On note  $V(x)$  le volume de la boîte obtenue. On rappelle que  $x$  appartient à l'intervalle  $[0 ; 10,5]$ .

1) Exprimer la largeur  $l$  et la longueur  $L$  du rectangle de base de la boîte en fonction de  $x$ .

2) Justifier alors que  $V(x) = 4x^3 - 101,4x^2 + 623,7x$ .

3) Calculer  $V'(x)$  où  $V'$  désigne la fonction dérivée de la fonction  $V$ .

4) Étudier le signe de  $V'(x)$  sur l'intervalle  $[0 ; 10,5]$ .

5) En déduire le tableau de variations complet de la fonction  $V$  sur l'intervalle  $[0 ; 10,5]$ .

6) Donner alors le volume maximal trouvé par Shaïma ainsi que la valeur de  $x$  correspondante.

# FONCTIONS PART4 TP01

## OPTIMISATION DU VOLUME D'UNE BOÎTE

### La situation

Sophie veut fabriquer une boîte pouvant contenir le cadeau d'anniversaire de son frère. Elle prend une feuille de papier cartonnée au format 21 cm x 29,7 cm. Elle découpe dans chaque coin des carrés de côté  $x$  centimètre(s) de manière à fabriquer une boîte de forme rectangulaire.

**Comment peut-elle calculer le volume maximal possible de sa boîte?**

### EXERCICE N°1      Résolution à l'aide du tableur

Pour éviter des calculs compliqués, Sophie préfère utiliser son tableur. Elle réalise donc une feuille de calculs. Elle saisit dans les cellules B2, C2 et D2 des formules destinées à être étirées vers le bas.

1) Justifier que  $x$  est un réel de l'intervalle  $[0 ; 10,5]$ .

2) Quelles formules Sophie a-t-elle pu saisir dans les cellules B2, C2 et D2 ?

3) Quel semble être le volume maximal (en  $\text{cm}^3$ ) que Sophie puisse obtenir avec cette boîte ?

4) Pour quelle valeur de  $x$  ?

	A	B	C	D
1	x	Longueur de la boîte	Largeur de la boîte	Volume de la boîte
2	0	21	29,7	0
3	1	19	27,7	526,3
4	2	17	25,7	873,8
5	3	15	23,7	1066,5
6	4	13	21,7	1128,4
7	5	11	19,7	1083,5
8	6	9	17,7	955,8
9	7	7	15,7	769,3
10	8	5	13,7	548
11	9	3	11,7	315,9
12	10	1	9,7	97

### EXERCICE N°2      Résolution algébrique

Son amie Shaïma affirme qu'elle a trouvé mieux que Sophie en faisant des calculs.

On note  $V(x)$  le volume de la boîte obtenue. On rappelle que  $x$  appartient à l'intervalle  $[0 ; 10,5]$ .

1) Exprimer la largeur  $l$  et la longueur  $L$  du rectangle de base de la boîte en fonction de  $x$ .

2) Justifier alors que  $V(x) = 4x^3 - 101,4x^2 + 623,7x$ .

3) Calculer  $V'(x)$  où  $V'$  désigne la fonction dérivée de la fonction  $V$ .

4) Étudier le signe de  $V'(x)$  sur l'intervalle  $[0 ; 10,5]$ .

5) En déduire le tableau de variations complet de la fonction  $V$  sur l'intervalle  $[0 ; 10,5]$ .

6) Donner alors le volume maximal trouvé par Shaïma ainsi que la valeur de  $x$  correspondante.