

LA FONCTION EXPONENTIELLE E02C

EXERCICE N°6 Résoudre une inéquation (niveau 2)

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes.

$$1) \quad e^x(e - e^{-x}) > e^3 - 1$$

$$2) \quad e^{2x-3} \leq e^x \times e^{-7x+2}$$

$$3) \quad e^{x+2}(-e^{-2}+1) \geq -e^x + e^5$$

On utilise ici la remarque n°2

$$1) \quad e^x(e - e^{-x}) > e^3 - 1$$

Notons S l'ensemble des solutions de cette inéquation. Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} x &\in S \\ \Leftrightarrow e^x(e - e^{-x}) &> e^3 - 1 \\ \Leftrightarrow e^{x+1}-1 &> e^3-1 \\ \Leftrightarrow e^{x+1} &> e^3 \\ \Leftrightarrow x+1 &> 3 \\ \Leftrightarrow x &> 2 \\ \Leftrightarrow x &\in]2 ; +\infty[\end{aligned}$$

Ainsi $S =]2 ; +\infty[$

$$2) \quad e^{2x-3} \leq e^x \times e^{-7x+2}$$

Notons S l'ensemble des solutions de cette inéquation. Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} x &\in S \\ \Leftrightarrow e^{2x-3} &\leq e^x \times e^{-7x+2} \\ \Leftrightarrow e^{2x-3} &\leq e^{-6x+2} \\ \Leftrightarrow 2x-3 &\leq -6x+2 \\ \Leftrightarrow 8x &\leq 5 \\ \Leftrightarrow x &\leq \frac{5}{8} \\ \Leftrightarrow x &\in \left] -\infty ; \frac{5}{8} \right] \end{aligned}$$

Ainsi $S = \left] -\infty ; \frac{5}{8} \right]$

$$3) \quad e^{x+2}(-e^{-2}+1) \geq -e^x + e^5$$

Notons S l'ensemble des solutions de cette inéquation. Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} x &\in S \\ \Leftrightarrow e^{x+2}(-e^{-2}+1) &\geq -e^x + e^5 \\ \Leftrightarrow -e^x + e^{x+2} &\geq -e^x + e^5 \\ \Leftrightarrow e^{x+2} &\geq e^5 \\ \Leftrightarrow x+2 &\geq 5 \\ \Leftrightarrow x &\geq 3 \\ \Leftrightarrow x &\in [3 ; +\infty[\end{aligned}$$

Ainsi $S = [3 ; +\infty[$