LES FONCTIONS EXPONENTIELLES E01

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

Soit la fonction g définie pour tout réel x par $g(x) = 0{,}5^x$.

Calculer l'image de $\frac{2}{3}$ par g .

$g\left(\frac{2}{3}\right) = 0{,}5^{\frac{2}{3}} \approx 0{,}63$

On peut aussi simplifier un peu l'expression

$g\left(\frac{2}{3}\right) = 0{,}5^{\frac{2}{3}} = \left(0{,}5^2\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{0{,}25}$

EXERCICE N°2 (Le corrigé)

Soit la fonction h définie pour tout réel x par $h(x) = (\sqrt{3})^x$

Calculer $h(1,5)$ et $h(\pi)$.

- $h(1,5) = (\sqrt{3})^{1,5} \approx 2,28$

- $h(\pi) = (\sqrt{3})^{\pi} \approx 5,62$

EXERCICE N°3 Le lien avec les suites géométriques (Le corrigé)

Rémi place 500 € au taux annuel de $4{,}5\%$ pendant n années avec $0 < n < 18$.
Soit u_n le capital à l'année n .

1) Montrer que (u_n) est une suite géométrique.

Une augmentation de 4,5 % correspond à un coefficient multiplicateur CM valant 1,045.
Ainsi pour passer d'un terme au suivant, on $\boxed{\text{multiplie à chaque fois par } 1{,}045}$.
La suite u est donc géométrique de raison $q=1{,}045$ et de premier terme $u_0=500$

On commence bien à zéro : Rémi place 500 € (aucune année n'est passée : 0)

2) Quel est le capital de Rémi au bout de 3 ans ? De 17 ans ?

Il s'agît de calculer u_3 puis u_{17} .
On sait exprimer u_n en fonction de n :

$$u_n = u_0 \times q^n = 500 \times 1{,}045^n$$

Ainsi :

$$u_3 = 500 \times 1{,}045^3 \quad \text{d'où} \quad \boxed{u_3 \approx 570{,}58}$$

et

$$u_{17} = 500 \times 1{,}045^{17} \quad \text{d'où} \quad \boxed{u_{17} \approx 1056{,}69}$$

Le capital de Rémi au bout de 3 ans est d' $\boxed{\text{environ } 570{,}58 \text{ €}}$,

au bout de 17 ans, il est d' $\boxed{\text{environ } 1056{,}69 \text{ €}}$

3) Soit f la fonction définie pour tout réel x par : $f(x) = 500 \times 1{,}045^x$

3.a) Calculer $f(1{,}5)$ et $f\left(\frac{7}{3}\right)$

- $f(1{,}5) = 500 \times 1{,}045^{1{,}5}$ d'où $\boxed{f(1{,}5) \approx 534{,}13}$

- $f\left(\frac{7}{3}\right) = 500 \times 1{,}045^{\frac{7}{3}}$ d'où $\boxed{f\left(\frac{7}{3}\right) \approx 554{,}08}$

3.b) Interpréter concrètement les résultats précédents.

- $\boxed{\text{Au bout d'un an et demi}}$, le capital de Rémi est d' $\boxed{\text{environ } 534{,}13 \text{ €}}$

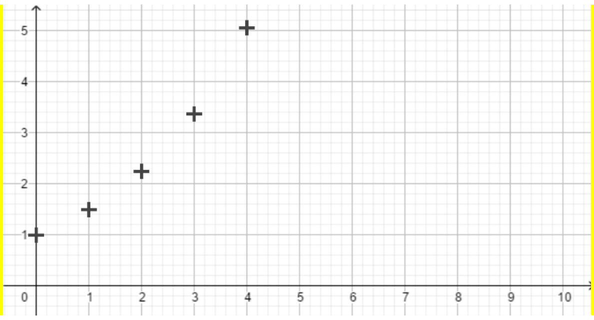
1,5 année...

- $\boxed{\text{Au bout de deux ans et quatre mois}}$, le capital de Rémi est d' $\boxed{\text{environ } 554{,}08 \text{ €}}$

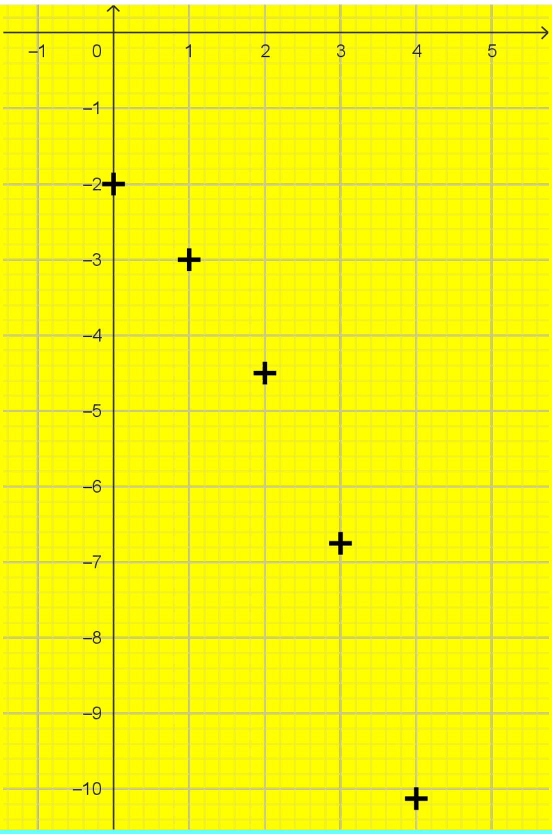
Dans un an, il y a 12 mois.
$\frac{7}{3} \times 12 = 28$ et 28 mois représentent ...

EXERCICE N°4 *(Le corrigé)*

1) Représenter par un nuage de points les 5 premiers termes de la suite géométrique u de raison $r_1=\frac{3}{2}$ et de premier terme $u_0=1$.



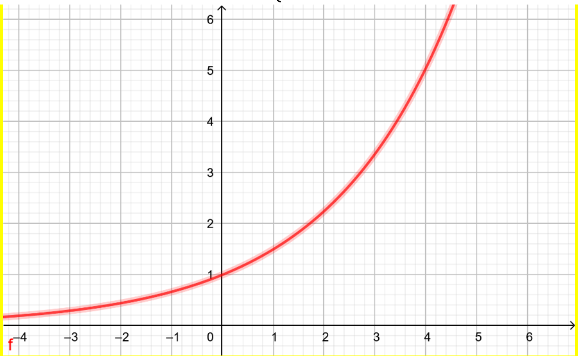
2) Représenter par un nuage de points les 5 premiers termes de la suite géométrique v de raison $r_2=1,5$ et de premier terme $v_0=-2$.



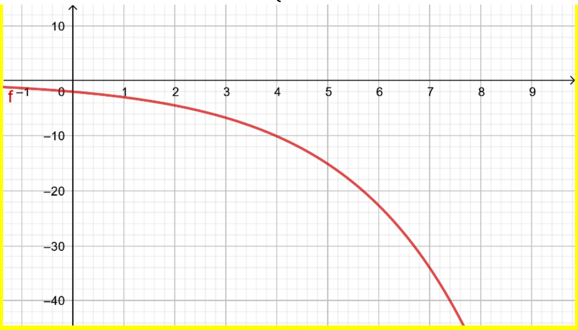
Après avoir dresser une table à la calculatrice, on pense à adapter les graduations de chaque axe.

EXERCICE N°5 (Le corrigé)

1) Tracer la représentation graphique de $f:\begin{cases}]-2\ ;\ 5[\to \mathbb{R} \\ x \to 1{,}5^x \end{cases}$ sur $]-2\ ;\ 5[$.



2) Tracer la représentation graphique de $f:\begin{cases}]-2\ ;\ 5[\to \mathbb{R} \\ x \to -2\times 1{,}5^x \end{cases}$ sur $]-2\ ;\ 5[$.



On fait à présent bien la différence entre le nuage de point de l'exercice n°4 qui représente une suite et la courbe ci-dessus qui représente une fonction.

EXERCICE N°6

Soit a un réel strictement positif et f la fonction définie pour tout réel x par :

$f(x) = -3 \times a^x$

Expliquer pourquoi 2 n'a pas d'antécédent par la fonction f.

Comme $a > 0$, on a $a^x > 0$ pour tout réel x.
On en déduit qu'alors $-3 \times a^x < 0$.
Ainsi, pour tout réel x, on a $f(x) < 0$
Donc 2 ne peut pas avoir d'antécédent par f.