

# LA FONCTION EXPONENTIELLE E02C

## EXERCICE N°8      Résoudre une inéquation (niveau 4)

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes.

1)  $e^x - 3xe^x = 0$

2)  $xe^x - x = 0$

3)  $-2e^{x+1} + 5xe^{x+1} = 0$

4)  $2xe^{-x} - x^2e^{-x} = 0$

Ici, on utilise tout ce que l'on connaît

1)  $e^x - 3xe^x = 0$

Notons  $S$  l'ensemble des solutions de cette équation. Soit  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$x \in S$$

$$\Leftrightarrow e^x - 3xe^x = 0$$

$$\Leftrightarrow e^x(1 - 3x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (e^x = 0 \quad \text{ou} \quad 1 - 3x = 0)$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{1 - 3x = 0}_{\text{car } e^x \text{ ne s'annule pas}}$$

$$\Leftrightarrow -3x = -1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow x \in \left\{ \frac{1}{3} \right\}$$

Ainsi  $\boxed{S = \left\{ \frac{1}{3} \right\}}$

2)  $xe^x - x = 0$

Notons  $S$  l'ensemble des solutions de cette équation.

$$x \in S$$

$$\Leftrightarrow xe^x - x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(e^x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x = 0 \quad \text{ou} \quad e^x - 1 = 0)$$

$$\Leftrightarrow (x = 0 \quad \text{ou} \quad e^x = 1)$$

$$\Leftrightarrow (x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 0)$$

$$\Leftrightarrow x \in \{0\}$$

Ainsi  $\boxed{S = \{0\}}$

3)  $-2e^{x+1} + 5xe^{x+1} = 0$

Notons  $S$  l'ensemble des solutions de cette équation.

$$x \in S$$

$$\Leftrightarrow -2e^{x+1} + 5xe^{x+1} = 0$$

$$\Leftrightarrow e^{x+1}(-2 + 5x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (e^x = 0 \quad \text{ou} \quad -2 + 5x = 0)$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{-2 + 5x = 0}_{\text{car } e^x \text{ ne s'annule pas}}$$

$$\Leftrightarrow 5x = 2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2}{5}$$

$$\Leftrightarrow x \in \left\{ \frac{2}{5} \right\}$$

Ainsi  $\boxed{S = \left\{ \frac{2}{5} \right\}}$

$$4) \quad 2x e^{-x} - x^2 e^{-x} = 0$$

Notons  $S$  l'ensemble des solutions de cette équation.

$$x \in S$$

$$\Leftrightarrow e^{-x}(2x - x^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow e^{-x} \times x(2-x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (e^{-x} = 0 \quad \text{ou} \quad x = 0 \quad \text{ou} \quad 2-x = 0)$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\phantom{x=0 \text{ ou } 2-x=0}}_{\text{car } e^{-x} \text{ ne s'annule pas}} (x = 0 \quad \text{ou} \quad 2-x = 0)$$

$$\Leftrightarrow (x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 2)$$

$$\Leftrightarrow x \in [0 ; 2]$$

Ainsi  $\boxed{S = [0 ; 2]}$