DEVOIR SURVEILLÉ N°4 LE BARÈME

Nom :	***Prénom :***	***Classe :***

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Le sujet est à rendre avec la copie

Note	Observations
/ 20	

J'ai le droit à un tiers-temps ☐
(*cocher si c'est le cas*)

PREMIÈRE PARTIE

EXERCICE N°1 — Automatismes — (6 points)

Pour ce premier exercice, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

1) L'inverse du triple de 13 est :

1.a) $\frac{1}{39}$ **1.b)** $\frac{3}{13}$ **1.c)** $\frac{13}{3}$ **1.d)** 39

---

2) On considère la relation $H = a + \frac{b}{cd}$.

Lorsque $a = \frac{1}{8}$, $b = 3$, $c = 7$ et $d = -\frac{1}{7}$, la valeur de H est :

2.a) $\frac{23}{8}$ **2.b)** $\frac{25}{8}$ **2.c)** $-\frac{23}{8}$ **2.d)** $-\frac{25}{8}$

---

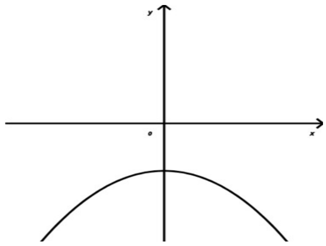
3) Une réduction de 90 % suivie d'une hausse de 60 % équivaut à :

3.a) une diminution de 24 % **3.b)** une diminution de 30 %

3.c) une diminution de 84 % **3.d)** une augmentation de 16 %

---

4) On a représenté ci-contre une parabole. une seule des quatre fonctions ci-dessous est susceptible d'être représentée par la parabole . Laquelle ?

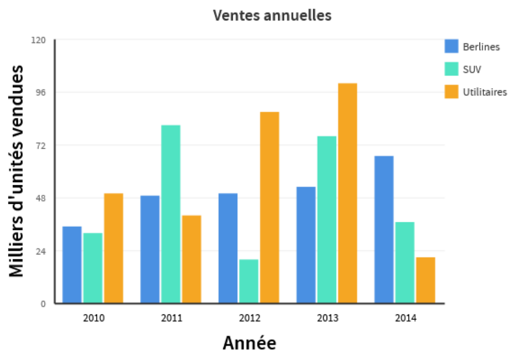


4.a) $x \mapsto -x^2 - 11$ **4.b)** $x \mapsto -x^2 + 11$

4.c) $x \mapsto x^2 + 11$ **4.d)** $x \mapsto -x^2 - 11x$

---

5) Pendant quelle année a eu lieu la pire vente ?

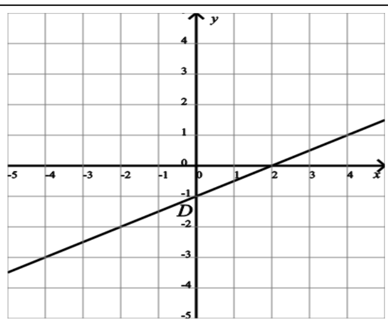


5.a) On ne sait pas. **5.b)** En 2014

5.c) En 2013 **5.d)** En 2012

---

6) On a représenté ci-contre une droite D dans un repère orthonormé. Une équation de D est :



6.a) $-x - 2y - 2x = 0$ **6.b)** $y = 2x - 1$

6.c) $y = \frac{1}{2}x - 1$ **6.d)** $-\frac{x}{2} - y - 1 = 0$

---

1 pt 1.a) $\frac{1}{39}$	**1 pt** 2.c) $-\frac{23}{8}$	**1 pt** 3.c) une diminution de 84 %
1 pt 4.a) $x \mapsto -x^2 - 11$	**1 pt** 5.d) En 2012	**1 pt** 6.c) $y = \frac{1}{2}x - 1$

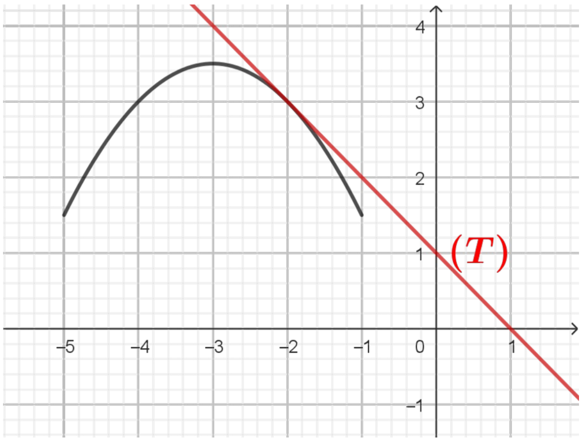
DEUXIÈME PARTIE

EXERCICE N°2 ***Je connais mes méthodes : équation de la tangente*** ***(4 points)***

On considère la fonction f définie sur $[-5\,;\,-1]$ par la relation :

$$f(x) = -0{,}5x^2-3x-1$$

On donne ci-contre la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère :



1) Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.

f est une combinaison linéaire de fonctions de référence toutes dérivables sur $[-5\,;\,-1]$, elle l'est donc aussi et pour tout $x \in [-5\,;\,-1]$:

1 pt $\boxed{f'(x) = -x-3}$

2) On note (T) la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse -2.

2.a) Déterminer le coefficient directeur de la tangente à C_f.

Il s'agit de calculer $f'(-2)$:

1 pt $f'(-2) = -(-2)-3$

$\boxed{f'(-2) = -1}$

2.b) Déterminer l'équation réduite de la tangente (T).

(T) admet une équation de la forme : $y = f'(-2)(x-(-2))+f(-2)$.

Or :

$f'(-2) = -1$ et $f(-2) = -0{,}5\times(-2)^2-3\times(-2)-1 = -2+6-1 = 3$

On obtient ainsi,

$y = -1\times(x+2)+3$

qui se réduit en :

1 pt $\boxed{y = -x+1}$

Si les calculs sont faux mais que la première formule est bien écrite, alors on donne la moitié des points.

idem pour $y = f'(a)(x-a)+f(a)$

2.c) Tracer la tangente (T) dans le repère ci-contre.

1 pt Voir le graphique.

EXERCICE N°3 ***Je connais mes méthodes : tableau des variations*** ***(3 points)***

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-3\ ;\ 3]$ par :

$$f(x) = 2x^2-3x+3$$

1) Donner l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.

f est une combinaison linéaire de fonctions de référence toutes dérivables sur $[-3\ ;\ 3]$, elle l'est donc aussi et pour tout $x \in [-3\ ;\ 3]$:

1 pt $\boxed{f'(x) = 4x-3}$.

2) Étudier le signe de la fonction f' sur l'intervalle $[-3\ ;\ 3]$.

Soit $x \in [-3\ ;\ 3]$,

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 4x-3 > 0 \Leftrightarrow 4x > 3 \Leftrightarrow x > \frac{3}{4}$

1 pt

x	-3		$\frac{3}{4}$		3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

Vous pouviez aussi écrire une simple phrase :

On en déduit que f' est strictement négative sur $\left[-3\ ;\ \frac{3}{4}\right[$, nulle en $\frac{3}{4}$ et strictement positive en $\left]\frac{3}{4}\ ;\ 3\right]$

3) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[-3\ ;\ 3]$.

1 pt

x	-3		$\frac{3}{4}$		3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	30	$\searrow$	1,875	$\nearrow$	12

$f(-3) = 2\times(-3)^2-3\times(-3)+3 = 30$, $f(3) = 2\times3^2-3\times3+3 = 12$ et

$f\left(\frac{3}{4}\right) = 2\times\left(\frac{3}{4}\right)^2-3\times\frac{3}{4}+3 = 1{,}875$

EXERCICE N°4 ***Je sais utiliser mes connaissances*** ***(7 points)***

En 2023, le gérant d'une brasserie de bord de plage propose le midi, un menu à 9,80€.
À ce tarif, il sert en moyenne 420 couverts par semaine. Cette formule rencontre un tel succès qu'il décide d'augmenter son prix les étés suivants.
Il observe une légère diminution du nombre de couverts, mais sa formule demeure rentable.

1) Le nombre hebdomadaire moyen de couverts en fonction du prix x du menu est : $N(x) = -19x+604$. Le prix x du menu est exprimé en euro.

1.a) Calculer le nombre hebdomadaire moyen de couverts lorsque le prix du menu est de 11 € .

1 pt

Il s'agit de calculer $N(11)$:
$N(11) = -19\times 11x+604 = 395$
Lorsque le prix du menu est de 11€, $\boxed{\text{le nombre hebdomadaire moyen de couverts est de } 395}$.

1.b) Calculer le chiffre d'affaires hebdomadaire réalisé par la brasserie lorsque le menu est au prix de 11 € (*Rappel* : Chiffre d'affaire $=$ Prix unitaire $\times$ quantité vendues).

0,5 pt

$11\times 395 = 4345$
Pour un menu à 11€, $\boxed{\text{le chiffre d'affaire est de } 4345 \text{ €}}$.

1.c) On note $C(x)$ le chiffre d'affaires hebdomadaire en euro pour un prix du menu de x euros. Montrer que : $C(x) = -19x^2+604x$.

1,5 pt

Soit x un prix en euros,

$$\begin{aligned} C(x) &= x\times N(x) \\ &= x\times(-19x+604) \\ &= -19x^2+604x \end{aligned}$$

On a bien $C(x) = -19x^2+604x$.

2) On considère la fonction C définie sur l'intervalle $[0 ; 25]$ par :

$$C(x) = -19x^2+604x$$

2.a) Déterminer l'expression de la fonction dérivée C' de C .

f est une combinaison linéaire de fonctions de référence toutes dérivables sur $[-3 ; 3]$, elle l'est donc aussi et pour tout $x \in [0 ; 25]$:

1 pt

$\boxed{C'(x) = -38x+604}$

2.b) Donner le signe de $C'(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 25]$.

Soit $x \in [0 ; 25]$,

$$C'(x) > 0 \Leftrightarrow -38x+604 > 0 \Leftrightarrow -38x > -604 \Leftrightarrow x < \frac{604}{38} = \frac{302}{19} \approx 15{,}89$$

Si vous avez choisi de travailler avec $15{,}89$ alors vous ne perdez pas de point et dans la suite du corrigé vous remplacez $\frac{302}{19}$ *ou* $\frac{604}{38}$ *par* $15{,}89$

1 pt

x	0		$\frac{302}{19}$		25
$C'(x)$		$+$	0	$-$	

Vous pouviez aussi écrire une simple phrase :

On en déduit que C' est strictement positive sur $\left[0 ; \frac{302}{19}\right[$, nulle en $\frac{302}{19}$ et strictement négative en $\left]\frac{302}{19} ; 25\right]$

2.c) Dresser le tableau de variations de la fonction C sur l'intervalle $[0\ ;\ 25]$.

Si vous avez écrit 4800,21 à la place de $\frac{91204}{19}$ et/ou 15,89 à la place de $\frac{302}{19}$ alors vous ne perdez pas de points.

1 pt

x	0		$\frac{302}{19}$		25
$C'(x)$		$+$	0	$-$	
$C(x)$	0	$\nearrow$	$\frac{91204}{19}$	$\searrow$	3225

$C(0) = -19\times0^2+604\times0 = 0$, $C(25) = -19\times25^2+604\times25 = 3225$ et

$C\left(\frac{302}{19}\right) = 2\times\left(\frac{302}{19}\right)^2-3\times\frac{302}{19}+3 = \frac{91204}{19} \approx 4800{,}21$

(Vous obtenez la même approximation si vous avez travaillé avec 15,89)

3)

3.a) Pour quel prix du menu le chiffre d'affaires hebdomadaire de la brasserie est-il maximal ? (*On arrondira le résultat au centième*).

0,5 pt

D'après le tableau de variation,
le chiffre d'affaire sera maximal $\boxed{\text{pour un menu à environ } 15{,}89\ €}$

3.b) À ce prix, quel est le chiffre d'affaires hebdomadaire de la brasserie ? (*On arrondira le résultat à l'unité*).

0,5 pt

D'après le tableau de variation,
le chiffre d'affaire vaudra alors $\boxed{\text{environ } 4800{,}21\ €}$

Si vous avez interverti les réponses aux questions 3.a) et 3.b) alors vous ne marquez aucun point.