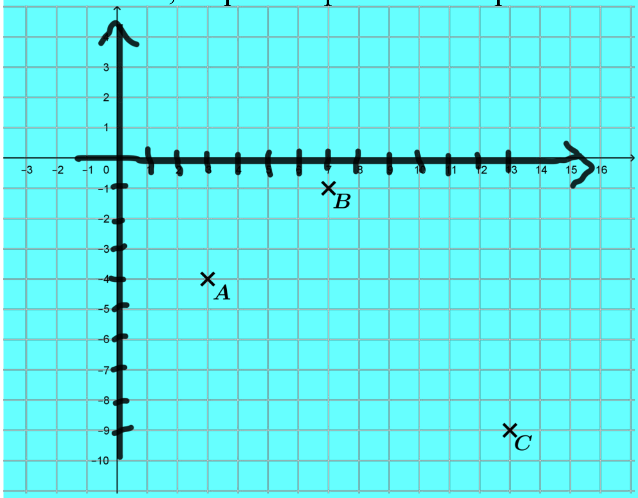
PROBLÈMES DE GÉOMÉTRIE E05

EXERCICE N°4 (Le corrigé)

Dans un repère orthonormé, on donne $A(3\ ;\ -4)$, $B(7\ ;\ -1)$ et $C(13\ ;\ -9)$.

Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ en degré arrondie à 0,1 près.

On va bien sûr utiliser la trigonométrie !
Au brouillon, on place rapidement les points. Cela nous permet de repérer l'hypoténuse…



Hé mais au fait ! On ne sait pas que le triangle ABC est rectangle !
Bah, il suffit d'utiliser la réciproque tu théorème de Pythagore…
Hé mais on a pas les longueurs des côtés !

Commençons par calculer les carrés des longueurs des côtés du triangle ABC.

$$AB^2=(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2 = (7-3)^2+(-1-(-4))^2 = 4^2+3^2= 16+9 = 25$$
$$AC^2=(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2 = (13-3)^2+(-9-(-4))^2 = 10^2+(-5)^2= 100+25 = 125$$
$$BC^2=(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2 = (13-7)^2+(-9-(-1))^2 = 6^2+(-8)^2= 36+64 = 100$$

On constate que $BC^2 = AB^2+AC^2$
Donc le triangle ABC est rectangle en B .

On a notre triangle rectangle, on va pouvoir choisir notre formule…
On cherche la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ et on connaît les trois côtés, on a donc le choix…
Néanmoins : $AB^2=25$ donc $AB=5$ et $BC^2=100$ donc $BC=10$
alors que $AC^2=125$ donc $AC=\sqrt{125}\approx 11,\ldots$
On a tout intérêt à utiliser AC et BC
Par rapport à $\widehat{ACB}$, $[BC]$ est le côté adjacent et $[AC]$ est le côté opposé.
On choisit donc la tangente (tan)

On a alors :

$$\tan\left(\widehat{ACB}\right) = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

Donc $\widehat{ACB} = \arctan\left(\frac{1}{2}\right) \approx 26{,}6$

Ainsi $\boxed{\widehat{ACB} \approx 26{,}6\,° \text{ à } 0{,}1\,° \text{ près}}$