SUITES NUMÉRIQUES E05

EXERCICE N°3

Cet exercice étudie la désintégration du carbone 14 (C_{14}) et son utilisation pour la datation des fossiles.

Soit v(0), v(1), v(n), le nombre d'atomes de carbone 14 respectivement à l'instant t=0; 1 siècle après; n siècles après.

On sait que le nombre d'atomes de carbone 14 diminue très lentement, d'environ 1,24 % par siècle.

Les rayons cosmiques produisent dans l'atmosphère du carbone 14, qui s'y désintègre très lentement.

Le taux de carbone 14 dans l'atmosphère de la Terre est donc constant.

Les tissus animaux et végétaux vivants contiennent la même proportion de carbone 14 que l'atmosphère.

À leur mort, l'assimilation en carbone 14 cesse. Celui-ci se désintègre dans les conditions vues ci-dessus.

1) Quelle est la nature (arithmétique ou géométrique) de la suite v? Préciser sa raison.

Une diminution de 1,24% correspond à un coefficient multiplicatif CM = 1 - 0,0124 = 0,9876.

Ainsi pour passer d'un terme au suivant on multiplie à chaque fois par 0,9876.

Donc la suite v est géométrique et de raison q = 0.9876.

2) Un squelette d'homme préhistorique contient 5 % du $\,C_{14}\,$ initial. Justifier que son âge est environ 24 000 ans.

Ici, contrairement à d'habitude, on ne connaît aucun terme de la suite. Mais ce n'est pas un problème puisque l'on va raisonner en terme de proportion et non de quantité.

24000 ans correspond à 240 siècles.

Or:

$$v(240) = 0.9876 \times v(239) = 0.9876^2 \times v(238) = 0.9876^3 \times v(237) = \dots = 0.9876^{240} \times v(0)$$

Ainsi $v(240) \approx 0.05 \times v(0) = \frac{5}{100} \times v(0)$

à la calculatrice $0.9876^{240} \approx 0.050056$ à 10^{-6} près

Autrement dit, v(240) représente 5% de v(0)

On peut donc affirmer que si le squelette contient 5 % du C_{14} initial alors il a environ 24000 ans.