FONCTIONS PART3 E07

EXERCICE N°2 (Le corrigé) E3C T1CMATH00099

L'objectif de l'exercice est de trouver le maximum de la fonction r définie sur l'intervalle $[200\ ;\ 400]$ par $r(x)=-0{,}01x^3+4x^2$.

1) On admet que la fonction r est dérivable sur $[200\ ;\ 400]$ et on note sa dérivée r' . Calculer $r'(x)$ et montrer que $r'(x)=x(-0{,}03x+8)$

Dans un premier temps :

$r(x)=-0{,}01x^3+4x^2$

$r'(x)=-0{,}01\times3x^2+4\times2x$

$\boxed{r'(x)=-0{,}03x^2+8x}$

Dans un second temps :

$$\begin{aligned} x(-0{,}03x+8) &= -0{,}03x^2+8x \\ &= r'(x) \end{aligned}$$

Ainsi on a bien $r'(x)=x(-0{,}03x+8)$

2) Donner le tableau de signe de la fonction dérivée r' sur l'intervalle [200 ; 400].

$x>0$ quand $x>0$ (bah oui...)

$-0{,}03x+8>0 \Leftrightarrow -0{,}03x>-8 \Leftrightarrow x<\dfrac{-8}{-0{,}03}=\dfrac{800}{3}$ (On préfère avoir une fraction)

x	200		$\frac{800}{3}$		400
x		+	|	+	
$-0{,}03x+8$		+	0	−	
$r'(x)$		+	0	−	

3) En déduire le tableau de variation de la fonction r sur l'intervalle [200 ; 400].

x	200		$\frac{800}{3}$		400
$r(x)$	80000	↗	≈94815	↘	0

4) Quel est le maximum de cette fonction sur l'intervalle [200 ; 400] ? En quelle valeur est-il atteint ?

Le **maximum** vaut **environ 94815** et

est **atteint en** $\mathbf{\dfrac{800}{3}}\approx266{,}67$

5) Pour vérifier la solution de l'équation sur $r'(x)$ l'intervalle [200 ; 400], on utilise l'algorithme de balayage ci-dessous, écrit en langage Python :

```
def balayage(pas):
    x=200
    while x*(-0.03*x+8) > 0:
        x = x+pas
    return (x-pas,x)
```

Que renvoie l'instruction : `balayage(1)` ?

Elle renvoie le couple (266 ; 267) qui indique que la solution est comprise entre 266 et 267.

```
>>> balayage(1)
(266, 267)
```