

CORRIGÉ DU DEVOIR SURVEILLÉ N°2

Nom :

Prénom :

Classe :

EXERCICE N°1

Je connais mon cours

(5 points)

On se place dans un repère orthonormé $(O ; I ; J)$.
Soient A, B, C et D quatre points tels que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

Soit K tel que $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{KC}$.

1) Que peut-on dire du quadrilatère $ABCD$? (aucune justification n'est demandée)

$ABCD$ est un parallélogramme

2) Que peut-on dire du point K ?

K est le milieu de $[AC]$

3) On donne à présent les coordonnées de A et B : $A(-3 ; 2)$ et $B(4 ; -1)$.

Calculer les coordonnées de \overrightarrow{AB} .

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \text{ soit } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 - (-3) \\ -1 - 2 \end{pmatrix} \text{ ou encore } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix}$$

4) Calculer $\|\overrightarrow{AB}\|$.

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{7^2 + (-3)^2} = \sqrt{49 + 9} = \sqrt{58}$$

5) Soient $\vec{u} \begin{pmatrix} 5,1 \\ 2,7 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1,7 \\ 0,9 \end{pmatrix}$. Démontrer que \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.

$$\det(\vec{u} ; \vec{v}) = 5,1 \times 0,9 - 2,7 \times 1,7 = 0$$

On en déduit que \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.

EXERCICE N°2

Je sais utiliser des égalités vectorielles

(4 points)

Soit ABC un triangle quelconque.

1) Placer les points D et E tels que

$$\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4} \overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{AE} = 4 \overrightarrow{AC}.$$

Voir la figure.

2) En utilisant l'égalité $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC}$,
exprimer le vecteur \overrightarrow{DC} en fonction des vecteurs
 \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .

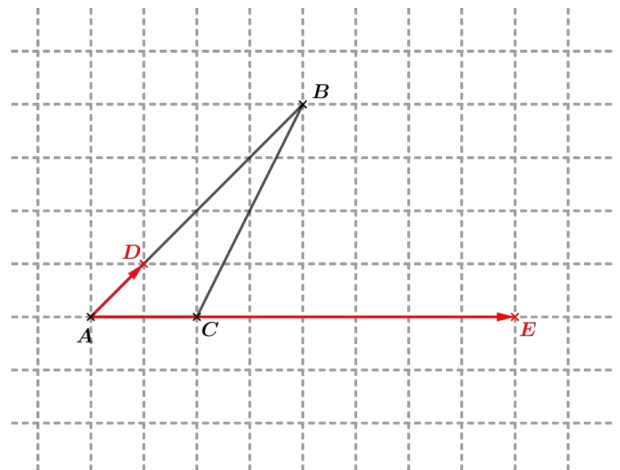
$$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = -\frac{1}{4} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

3) En utilisant l'égalité $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE}$,
exprimer le vecteur \overrightarrow{BE} en fonction des vecteurs
 \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .

$$\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE} = -\overrightarrow{AB} + 4 \overrightarrow{AC}$$

4) En déduire une relation entre les vecteurs
 \overrightarrow{BE} et \overrightarrow{DC} .

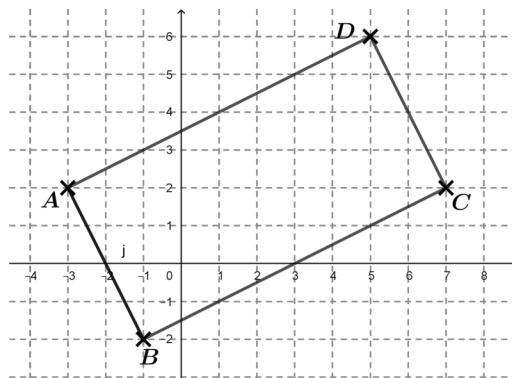
$$\overrightarrow{BE} = 4 \overrightarrow{DC} \text{ ou } \overrightarrow{DC} = \frac{1}{4} \overrightarrow{BE}$$



On donne le repère orthonormé $(O; I; J)$.

Placer les points $A(-3; 2)$; $B(-1; -2)$; $C(7; 2)$ et $D(5; 6)$.

Le graphique ne servira pas à démontrer mais à vérifier vos réponses.



- 1) Déterminer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AD} et \overrightarrow{BC} . En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.

$$\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} x_D - x_A \\ y_D - y_A \end{pmatrix} \text{ soit } \overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} 5 - (-3) \\ 6 - 2 \end{pmatrix} \text{ ou encore } \overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} \text{ soit } \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 7 - (-1) \\ 2 - (-2) \end{pmatrix} \text{ ou encore } \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix}$$

On a $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ ce qui équivaut à $ABCD$ parallélogramme

- 2) Calculer les longueurs AD , AB et BD et en déduire la nature du triangle ABD .

$$\|\overrightarrow{AD}\| = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{64 + 16}$$

$$\|\overrightarrow{AD}\| = \sqrt{80}$$

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-1 - (-3))^2 + (-2 - 2)^2} = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = \sqrt{4 + 16}$$

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{20}$$

$$\|\overrightarrow{BD}\| = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} = \sqrt{(5 - (-1))^2 + (6 - (-2))^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64}$$

$$\|\overrightarrow{BD}\| = \sqrt{100}$$

On a d'une part : $BD^2 = 100$ et d'autre part $AD^2 + AB^2 = 80 + 20 = 100$.

On constate que $BD^2 = AD^2 + AB^2$

Le théorème réciproque de Pythagore montre alors que le triangle ABC est rectangle en A

- 3) Démontrer la nature du quadrilatère $ABCD$.

On sait d'après la question 1) que $ABCD$ parallélogramme et d'après la question 2) que $\widehat{BAC} = 90^\circ$

Or un parallélogramme ayant un angle droit est un rectangle.

On en déduit que : $ABCD$ est un rectangle

- 4) Calculer les coordonnées de M milieu du segment $[BD]$

Notons $M(x_M; y_M)$.

M milieu de $[BD]$ équivaut à $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{MD}$

Or $\overrightarrow{BM} \begin{pmatrix} x_M - x_B \\ y_M - y_B \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{BM} \begin{pmatrix} x_M + 1 \\ y_M + 2 \end{pmatrix}$

et $\overrightarrow{MD} \begin{pmatrix} x_D - x_M \\ y_D - y_M \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{MD} \begin{pmatrix} 5 - x_M \\ 6 - y_M \end{pmatrix}$

On en déduit que $x_M + 1 = 5 - x_M \Leftrightarrow 2x_M = 4 \Leftrightarrow x_M = 2$

$y_M + 2 = 6 - y_M \Leftrightarrow 2y_M = 4 \Leftrightarrow y_M = 2$

Ainsi $M(2; 2)$

$RSTU$ est un parallélogramme. V est l'image de S par la translation de vecteur \overrightarrow{RT} ,
 et W est l'image de T par la translation de vecteur \overrightarrow{RU} .
 Quelle est la nature du quadrilatère $SVWU$? Justifier.

▪ D'une part,
 on sait que : $\overrightarrow{RU} = \overrightarrow{TW}$ ce qui équivaut à $RTWU$ parallélogramme .
 De plus $RTWU$ parallélogramme équivaut à $\overrightarrow{RT} = \overrightarrow{UW}$.

▪ D'autre part,
 On sait $\overrightarrow{SV} = \overrightarrow{RT}$

▪ On en déduit que $\overrightarrow{SV} = \overrightarrow{UW}$ ce qui équivaut à $SVWU$ parallélogramme

