LES VECTEURS E03

EXERCICE N°5 (Le corrigé)

Dans un repère orthonormé, on donne les points $R(-1\ ;\ 3)$, $S(5\ ;\ -4)$ et $T(8\ ;\ -2)$.

L'idée est d'utiliser la propriété n°1 du cours afin de déterminer les coordonnées de U et V .

1) Calculer les coordonnées du point U tel que $RSTU$ soit un parallélogramme.

Notons $U(x_U\ ;\ y_U)$

On donne un nom aux coordonnées de U afin de pouvoir en parler plus facilement ensuite.

On sait que :

$RSTU$ est un parallélogramme $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{UT}$

Vous pouvez remplacer « $\Leftrightarrow$ » par « équivaut à »

Or :

$\overrightarrow{RS}\begin{pmatrix} x_S - x_R \\ y_S - y_R \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{RS}\begin{pmatrix} 5-(-1) \\ -4-3 \end{pmatrix}$ ou encore $\overrightarrow{RS}\begin{pmatrix} 6 \\ -7 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{UT}\begin{pmatrix} x_T - x_U \\ y_T - y_U \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{UT}\begin{pmatrix} 8-x_U \\ -2-y_U \end{pmatrix}$

On en déduit que :

$$\begin{cases} 6 = 8 - x_U \\ -7 = -2 - y_U \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = -x_U \\ -5 = -y_U \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = x_U \\ 5 = y_U \end{cases}$$

Ainsi $\boxed{U(2\ ;\ 5)}$

$\begin{cases} 6 = 8 - x_U \\ -7 = -2 - y_U \end{cases}$ hé oui car deux vecteurs égaux ont la même abscisse et la même ordonnée.

L'accolade signifie que « les deux égalités sont vraies en même temps ».

2) Calculer les coordonnées du point V tel que $RVST$ soit un parallélogramme.

C'est la même chose…

Notons $V(x_V\ ;\ y_V)$

On sait que :

$RVST$ st un parallélogramme $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{RV} = \overrightarrow{ST}$

Or :

$\overrightarrow{RV}\begin{pmatrix} x_V - x_R \\ y_V - y_R \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{RV}\begin{pmatrix} x_V-(-1) \\ y_V-3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{ST}\begin{pmatrix} x_T - x_S \\ y_T - y_S \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{ST}\begin{pmatrix} 5-8 \\ -4-(-2) \end{pmatrix}$ ou encore $\overrightarrow{ST}\begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$

On en déduit que :

$$\begin{cases} x_V + 1 = -3 \\ y_V - 3 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_V = -4 \\ y_V = 1 \end{cases}$$

Ainsi $\boxed{V(-4\ ;\ 1)}$