PROBLÈMES DE GÉOMÉTRIE E05

EXERCICE N°1 *(Le corrigé)*

1) Soit ABC un triangle rectangle en A, tel que $AC=5\text{ cm}$ et $\widehat{ABC}=55°$.
Calculer les distances AB et BC en centimètres, arrondies au dixième.

Dans le triangle ABC, rectangle en A.
D'une part,

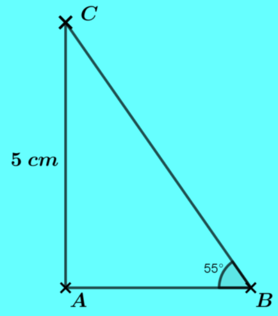
On sait que : $\tan\left(\widehat{ABC}\right)=\dfrac{AC}{AB}$

Donc $AB=\dfrac{AC}{\tan\left(\widehat{ABC}\right)}=\dfrac{5}{\tan(55°)}$ Ainsi $\boxed{AB\approx 3{,}5\text{ cm}}$

Et d'autre part,

On sait que : $\sin\left(\widehat{ABC}\right)=\dfrac{AC}{BC}$

Donc $BC=\dfrac{AC}{\sin\left(\widehat{ABC}\right)}=\dfrac{5}{\sin(55°)}$ Ainsi $\boxed{BC\approx 6{,}1\text{ cm}}$



Au brouillon, un dessin à « main levée »

On part de l'angle connu : $\widehat{ABC}$, le côté connu $[AC]$ est alors le côté opposé (à $\widehat{ABC}$)
Pour AB : $[AB]$ est le côté adjacent (à $\widehat{ABC}$). On a donc « opposé » et « adjacent » par conséquent on choisit la formule de la tangente.
Pour BC : $[BC]$ est l'hypoténuse. On a donc « opposé » et «hypoténuse» par conséquent on choisit la formule du sinus.

Bien sûr, une fois que l'on connaît un deuxième côté, on peut être tenté d'utiliser le théorème de Pythagore. C'est rarement une bonne idée...

2) En déduire une valeur approchée de l'aire du triangle ABC au mm² près.

$A_{ABC}=\dfrac{AB\times AC}{2}\approx\dfrac{3{,}5\times 5}{2}$

Ainsi $\boxed{A_{ABC}\approx 8{,}75\text{ cm}^2\text{ au mm}^2\text{ près}}$

EXERCICE N°2 *(Le corrigé)*

Soit RST un triangle rectangle en R tel que $RS = 6$ cm et $RT = 5$ cm .

Donner un encadrement au centième près de la mesure des angles $\widehat{RST}$ et $\widehat{RTS}$.

Dans le triangle RST , rectangle en R .
D'une part, on sait que :

$$\tan\left(\widehat{RST}\right) = \frac{RT}{RS} = \frac{5}{6}$$

d'où $\widehat{RST} = \arctan\left(\frac{5}{6}\right) \approx 39{,}806$

Donc $\boxed{39{,}80 \leqslant \widehat{RST} < 39{,}81}$

On devrait plutôt écrire $39{,}80 \leqslant Mes\left(\widehat{RST}\right) < 39{,}81$
car on parle de la mesure de l'angle et non de l'angle lui même.

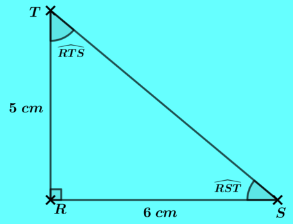
D'autre part, on sait que :

$$\tan\left(\widehat{RTS}\right) = \frac{RS}{RT} = \frac{6}{5} = 1{,}2$$

d'où $\widehat{RTS} = \arctan(1{,}2) \approx 50{,}194$

Donc $\boxed{50{,}19 \leqslant \widehat{RTS} < 50{,}20}$

Les zéros bleus, ne sont pas à écrire. Ils n'apparaissent ici que pour vous rappeler qu'on donne un encadrement au **centième** près.



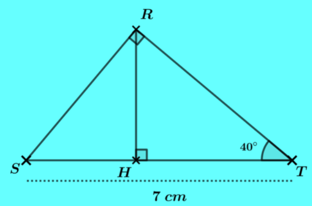
Au brouillon, un dessin à « main levée »

PROBLÈMES DE GÉOMÉTRIE E05

EXERCICE N°3 *(Le corrigé)*

Soit RST un triangle rectangle en R et H le projeté orthogonal de R sur la droite (ST). On donne $\widehat{RTS}=40°$ et $ST=7\text{ cm}$.

Calculer RT, RS et RH en centimètre arrondis au centième.



Au brouillon un dessin à « main levée ».

▪ Dans le triangle RST, rectangle en R.

Pourquoi ce triangle ? : Car il est rectangle et que l'on a **au moins deux** informations numériques sur lui.

– D'une part, on sait que :

$$\cos\left(\widehat{RTS}\right) = \frac{RT}{ST}$$

Pourquoi cos ? : On connaît l'angle $\widehat{RTS}$, on connaît $[ST]$ qui est l'hypoténuse du triangle rectangle choisi et on cherche la longueur de $[RT]$ qui est le côté adjacent à $\widehat{RTS}$. La formule qui contient « adjacent » et « hypoténuse » est celle du cosinus (cos).

d'où $RT = ST\times\cos\left(\widehat{RTS}\right) = 7\cos(40) \approx 5{,}36$

Donc $\boxed{RT \approx 5{,}36 \text{ cm à } 0{,}01 \text{ près}}$

– D'autre part, on sait que :

$$\sin\left(\widehat{RTS}\right) = \frac{RS}{ST}$$

d'où $RS = ST\times\sin\left(\widehat{RTS}\right) = 7\sin(40) \approx 4{,}50$

Donc $\boxed{RS \approx 4{,}5 \text{ cm à } 0{,}01 \text{ près}}$

Pourquoi sin ? : car $[RS]$ est le côté opposé…

On pouvait aussi calculer la mesure de $\widehat{RST}$ ($90°-40°=50°$) et utiliser $\cos\left(\widehat{RST}\right)$ ou s'amuser avec le théorème de Pythagore ou… tout ce qui pourrait permettre de trouver la réponse… Mais pourquoi faire compliqué quand on peut faire simple ?

▪ Dans le triangle RHT, rectangle en H.

Pourquoi ce triangle ? … On cherche RH … et maintenant, on a nos **deux** informations numériques : $\widehat{RTH}=\widehat{RTS}=40°$ et $RT = 7\cos(40)$ (On préfère travailler avec une valeur exacte).

On sait que :

$$\sin\left(\widehat{RTH}\right) = \frac{RH}{RT}$$

On est dans le triangle RTH donc $[RT]$ est l'hypoténuse et $[RH]$ est le côté opposé à $\widehat{RTH}$ …

d'où $RH = RT\times\sin\left(\widehat{RTH}\right) = 7\times\cos(40)\times\sin(40) \approx 3{,}45$

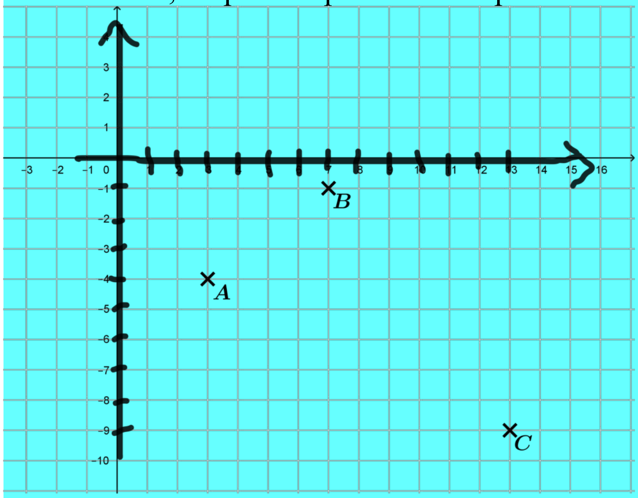
Donc $\boxed{RH \approx 3{,}45 \text{ cm à } 0{,}01 \text{ près}}$

EXERCICE N°4 *(Le corrigé)*

Dans un repère orthonormé, on donne $A(3\ ;\ -4)$, $B(7\ ;\ -1)$ et $C(13\ ;\ -9)$.

Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ en degré arrondie à 0,1 près.

On va bien sûr utiliser la trigonométrie !
Au brouillon, on place rapidement les points. Cela nous permet de repérer l'hypoténuse…



Hé mais au fait ! On ne sait pas que le triangle ABC est rectangle !
Bah, il suffit d'utiliser la réciproque tu théorème de Pythagore…
Hé mais on a pas les longueurs des côtés !

Commençons par calculer les carrés des longueurs des côtés du triangle ABC.

$AB^2=(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2 = (7-3)^2+(-1-(-4))^2 = 4^2+3^2= 16+9 = 25$

$AC^2=(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2 = (13-3)^2+(-9-(-4))^2 = 10^2+(-5)^2= 100+25 = 125$

$BC^2=(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2 = (13-7)^2+(-9-(-1))^2 = 6^2+(-8)^2= 36+64 = 100$

On constate que $BC^2 = AB^2+AC^2$
Donc le triangle ABC est rectangle en B .

On a notre triangle rectangle, on va pouvoir choisir notre formule…
On cherche la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ et on connaît les trois côtés, on a donc le choix…
Néanmoins : $AB^2=25$ donc $AB=5$ et $BC^2=100$ donc $BC=10$
alors que $AC^2=125$ donc $AC=\sqrt{125}\approx 11,\dots$
On a tout intérêt à utiliser AC et BC
Par rapport à $\widehat{ACB}$, $[BC]$ est le côté adjacent et $[AC]$ est le côté opposé.
On choisit donc la tangente (tan)

On a alors :

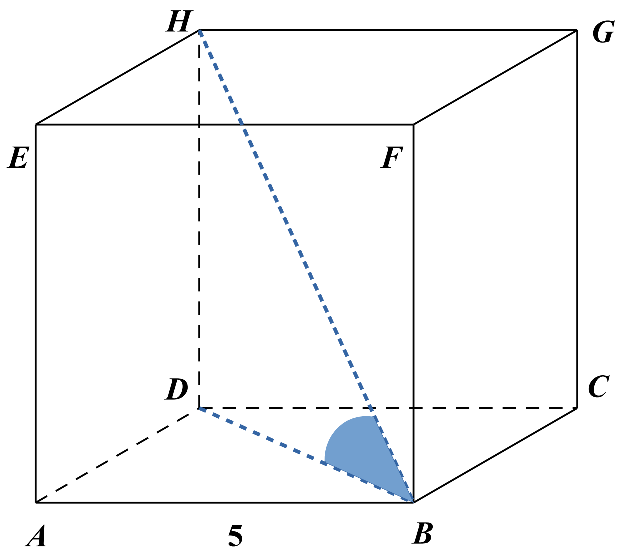
$$\tan\left(\widehat{ACB}\right) = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

Donc $\widehat{ACB} = \arctan\left(\frac{1}{2}\right) \approx 26,6$

Ainsi $\boxed{\widehat{ACB} \approx 26,6\,° \text{ à } 0,1\,° \text{ près}}$

EXERCICE N°5 *(Le corrigé)*

$ABCDEFGH$ est un cube de côté 5.



1) Calculer la longueur DB (valeur exacte).

Plaçons nous dans le plan (ABC) (qui contient le carré $ABCD$)
Dans le triangle ADB , rectangle en A .
On peut appliquer le théorème de Pythagore pour obtenir :

$$DB^2 = AD^2 + AB^2 = \underbrace{2\,AB^2}_{car\ AD=AB}$$

ainsi :

$$DB = \sqrt{2\times AB^2} = \sqrt{2}\times\sqrt{AB^2} = \sqrt{2}\times AB$$

2) En déduire la mesure en degré de l'angle $\widehat{DBH}$ arrondie à l'unité .

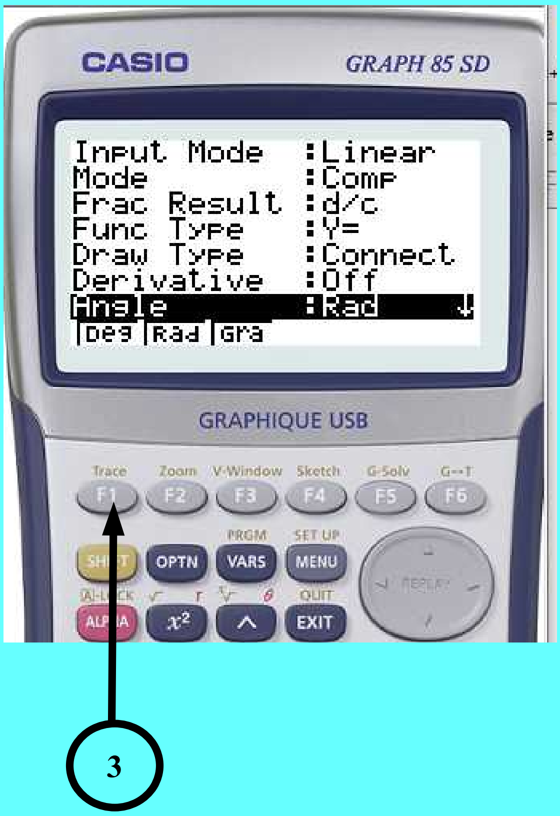
Plaçons nous, cette fois, dans le plan (DBH) qui contient le triangle DBH.
Dans le triangle DBH, rectangle en D.
On sait que :

$$\tan\left(\widehat{DBH}\right) = \frac{HD}{DB} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

On en déduit que :

$$\widehat{DBH} = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \approx 35° \text{ à } 1° \text{ près}$$

Si vous obtenez $\approx 0{,}6154\ldots$ c'est que votre calculatrice est en mode radian
Pour passer en en mode degré.



cliquer sur l'image pour accéder à la vidéo