

LA DÉRIVATION E01C

EXERCICE N°1 Taux de variation / taux d'accroissement

On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = x^2 + 4x$

1) Calculer les images par f de 2 ; 3 ; -5 et -4 .

$$\blacksquare f(2) = 2^2 + 4 \times 2$$

$$\boxed{f(2) = 12}$$

$$\blacksquare f(3) = 3^2 + 4 \times 3$$

$$\boxed{f(3) = 21}$$

$$\blacksquare f(-4) = (-4)^2 + 4 \times (-4)$$

$$\boxed{f(-4) = 0}$$

$$\blacksquare f(-5) = (-5)^2 + 4 \times (-5)$$

$$\boxed{f(-5) = 5}$$

2) Calculer le taux d'accroissement entre les réels 2 et 3 .

Notons m_1 le taux d'accroissement cherché.

$$m_1 = \frac{f(3) - f(2)}{3 - 2} = \frac{21 - 12}{1} = 9$$

Ainsi $\boxed{m_1 = 9}$

3) Calculer le taux d'accroissement entre les réels -5 et -4 .

Notons m_2 le taux d'accroissement cherché.

$$m_2 = \frac{f(-4) - f(-5)}{(-4) - (-5)} = \frac{0 - 5}{1} = -5$$

Ainsi $\boxed{m_2 = -5}$

LA DÉRIVATION E01C

EXERCICE N°2 Coefficient directeur

On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = x^2 + 4x$

On note C_f sa courbe représentative et on donne les points suivants :

$A(2 ; 12)$; $B(3 ; 21)$; $C(-5 ; 5)$ et $D(-4 ; 0)$

1) Vérifier que ces quatre points appartiennent à la courbe C_f .

On se souvient qu'un point appartient à une courbe si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation de la courbe.

▪ Pour A :

$$f(x_A) = f(2) = 2^2 + 4 \times 2 = 12 = y_A$$

Ainsi : $A \in C_f$

▪ Pour B :

$$f(x_B) = f(3) = 3^2 + 4 \times 3 = 21 = y_B$$

Ainsi : $B \in C_f$

▪ Pour C :

$$f(x_C) = f(-5) = (-5)^2 + 4 \times (-5) = 5 = y_C$$

Ainsi : $C \in C_f$

▪ Pour D :

$$f(x_D) = f(-4) = (-4)^2 + 4 \times (-4) = 0 = y_D$$

Ainsi : $D \in C_f$

2) Calculer le coefficient directeur de la droite (AB) .

Notons m_1 le coefficient directeur cherché.

$$m_1 = \frac{f(3) - f(2)}{3 - 2} = \frac{21 - 12}{1} = 9$$

Ainsi $m_1 = 9$

3) Calculer le coefficient directeur de la droite (CD) .

Notons m_2 le coefficient directeur cherché. $m_2 = \frac{f(-4) - f(-5)}{(-4) - (-5)} = \frac{0 - 5}{1} = -5$

Ainsi $m_2 = -5$

LA DÉRIVATION E01C

EXERCICE N°3 Nombre dérivé par le calcul

On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = x^2 + 4x$. Soit $h \in \mathbb{R}$.

- 1) Simplifier l'expression $\frac{f(2+h)-f(2)}{(2+h)-2}$.

$$\begin{aligned}\frac{f(2+h)-f(2)}{(2+h)-2} &= \frac{(2+h)^2 + 4(2+h) - [2^2 + 4 \times 2]}{h} \\ &= \frac{4 + 4h + h^2 + 8 + 4h - 4 - 8}{h} \\ &= \frac{h^2 + 8h}{h} \\ &= \frac{h(h+8)}{h} \\ &= h+8\end{aligned}$$

(Si $h = 3-2 = 1$ quelle question des exercices n°1 et n°2 retrouve-t-on ?)

On retrouve les questions 2) des exercices 1 et 2.

- 2) Déterminer le nombre dérivé de f en 2.

On sait que pour tout $h \in \mathbb{R}$:

$$\frac{f(2+h)-f(2)}{(2+h)-2} = h+8$$

Or :

Quand h tend vers zéro, $h+8$ tend vers 8

Donc :

$$f'(2) = 8$$

- 3) Simplifier l'expression $\frac{f(-5+h)-f(-5)}{(-5+h)-(-5)}$.

$$\begin{aligned}\frac{f(-5+h)-f(-5)}{(-5+h)-(-5)} &= \frac{(-5+h)^2 + 4(-5+h) - [(-5)^2 + 4 \times (-5)]}{h} \\ &= \frac{25 - 10h + h^2 - 20 + 4h - 25 + 20}{h} \\ &= \frac{h^2 - 6h}{h} \\ &= \frac{h(h-6)}{h} \\ &= h-6\end{aligned}$$

(Si $h = -4-(-5) = 1$ quelle question des exercices n°1 et n°2 retrouve-t-on ?)

On retrouve les questions 3) des exercices 1 et 2.

- 4) Calculer $f'(-5)$.

On sait que pour tout $h \in \mathbb{R}$:

$$\frac{f(-5+h)-f(-5)}{(-5+h)-(-5)} = h-6$$

Or :

Quand h tend vers zéro, $h-6$ tend vers -6

Donc :

$$f'(-5) = -6$$

LA DÉRIVATION E01C

EXERCICE N°4 Nombre dérivé par lecture graphique.

On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = x^2 + 4x$

On note C_f sa courbe représentative et on donne les points suivants :

$A(2 ; 12)$ et $C(-5 ; 5)$.

Les droites T_1 et T_2 sont les tangentes à la courbe C_f respectivement en A et C .

1) Déterminer par lecture graphique le nombre dérivé de f en 2.

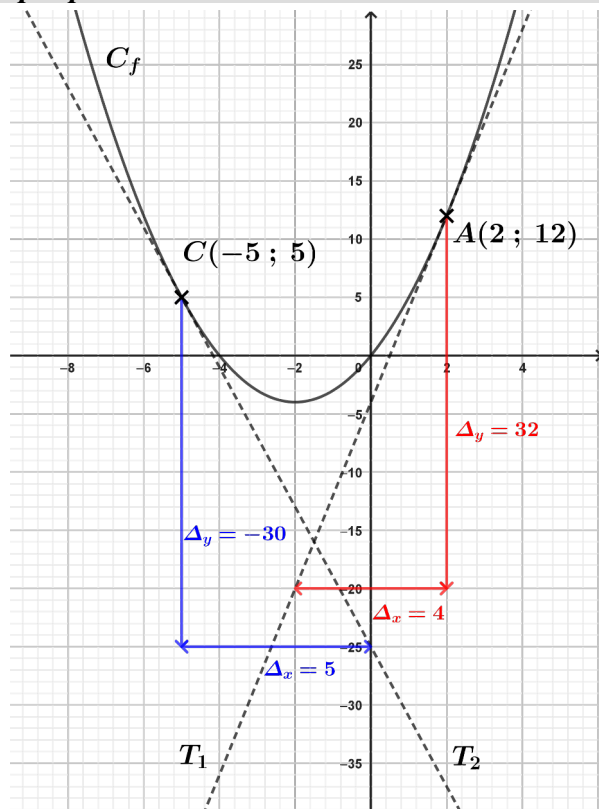
$$f'(2) = \frac{32}{4} = 8, \quad f'(2) = 8$$

2) Déterminer par lecture graphique $f'(-5)$.

$$f'(-5) = \frac{-30}{5} = -6, \quad f'(-5) = -6$$

3) Déterminer par lecture graphique, l'équation réduite de T_2 .

$$y = -6x - 25$$



LA DÉRIVATION E01C

EXERCICE N°5 Équation de la tangente

On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = x^2 + 4x$.

On note C_f sa courbe représentative et on donne les points suivants :

$A(2 ; 12)$ et $C(-5 ; 5)$.

1) Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe C_f au point A .

▪ Commençons par déterminer $f'(x_A) = f'(2)$:

On sait que pour tout $h \in \mathbb{R}$:

$$\frac{f(2+h)-f(2)}{(2+h)-2} = h+8$$

Or :

Quand h tend vers zéro, $h+8$ tend vers 8

Donc :

$$f'(2) = 8$$

▪ Une équation de la tangente à C_f en A est donnée par la formule :

$$y = f'(x_A)(x - x_A) + f(x_A)$$

c'est à dire :

$$y = f'(2)(x - 2) + f(2)$$

ou encore

$$y = 8(x - 2) + 12$$

d'où l'on déduit :

$$y = 8x - 4$$

2) Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe C_f au point C .

▪ Commençons par déterminer $f'(x_C) = f'(-5)$:

On sait que pour tout $h \in \mathbb{R}$:

$$\frac{f(-5+h)-f(-5)}{(-5+h)-(-5)} = h-6$$

Or :

Quand h tend vers zéro, $h-6$ tend vers -6

Donc :

$$f'(-5) = -6$$

▪ Une équation de la tangente à C_f en A est donnée par la formule :

$$y = f'(x_A)(x - x_A) + f(x_A)$$

c'est à dire :

$$y = f'(-5)(x - (-5)) + f(-5)$$

ou encore

$$y = -6(x + 5) + 5$$

d'où l'on déduit :

$$y = -6x - 25$$

(hé oui C_f et C c'est pas la même chose ! On reste attentif !)

LA DÉRIVATION E01

EXERCICE N°1 Taux de variation / taux d'accroissement

On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = x^2 + 4x$

- 1) Calculer les images par f de 2 ; 3 ; -5 et -4 .
- 2) Calculer le taux d'accroissement entre les réels 2 et 3 .
- 3) Calculer le taux d'accroissement entre les réels -5 et -4 .

EXERCICE N°2 Coefficient directeur

On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = x^2 + 4x$

On note C_f sa courbe représentative et on donne les points suivants :

$A(2 ; 12)$; $B(3 ; 21)$; $C(-5 ; 5)$ et $D(-4 ; 0)$

- 1) Vérifier que ces quatre points appartiennent à la courbe C_f .
- 2) Calculer le coefficient directeur de la droite (AB) .
- 3) Calculer le coefficient directeur de la droite (CD) .

EXERCICE N°3 Nombre dérivé par le calcul

On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = x^2 + 4x$

- 1) Simplifier l'expression $\frac{f(2+h)-f(2)}{(2+h)-2}$.

(Si $h = 3-2 = 1$ quelle question des exercices n°1 et n°2 retrouve-t-on ?)

- 2) Déterminer le nombre dérivé de f en 2.

- 3) Simplifier l'expression $\frac{f(-5+h)-f(-5)}{(-5+h)-(-5)}$.

(Si $h = -4-(-5) = 1$ quelle question des exercices n°1 et n°2 retrouve-t-on ?)

- 4) Calculer $f'(-5)$.

- 5) Déterminer le nombre dérivé de f en 2 .

EXERCICE N°4 Nombre dérivé par lecture graphique.

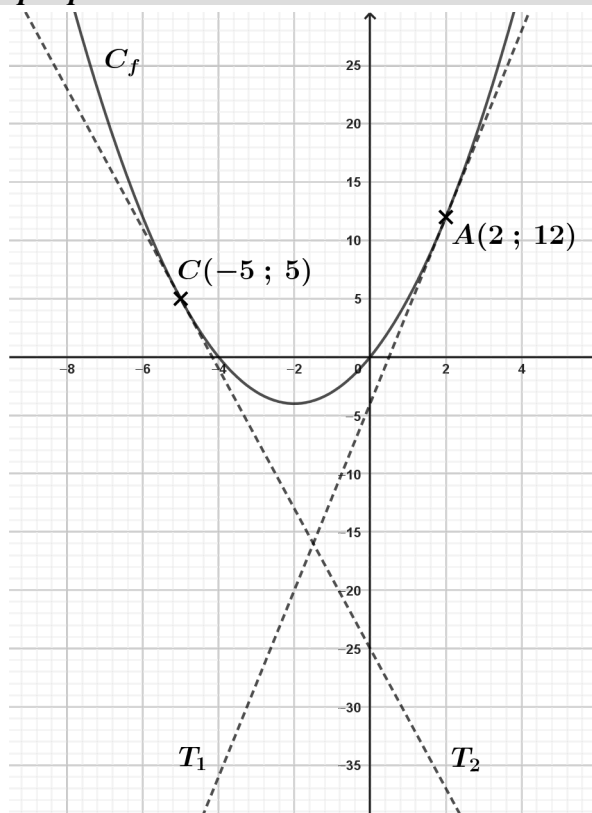
On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = x^2 + 4x$

On note C_f sa courbe représentative et on donne les points suivants :

$A(2 ; 12)$ et $C(-5 ; 5)$.

Les droites T_1 et T_2 sont les tangentes à la courbe C_f respectivement en A et C .

- 1) Déterminer par lecture graphique le nombre dérivé de f en 2.
- 2) Déterminer par lecture graphique $f'(-5)$.
- 3) Déterminer par lecture graphique, l'équation réduite de T_2 .



EXERCICE N°5 Équation de la tangente

On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = x^2 + 4x$.

On note C_f sa courbe représentative et on donne les points suivants :

$A(2 ; 12)$ et $C(-5 ; 5)$.

- 1) Déterminer une équation de la tangente à la C_f au point A .
- 2) Déterminer une équation de la tangente à la C_f au point C .

(hé oui C_f et C c'est pas la même chose ! On reste attentif !)