PROBABILITÉS CONDITIONNELLES (LA SUITE) E04

EXERCICE N°3 (Le corrigé)

On lance simultanément un dé jaune et un dé bleu, tous les deux à six faces.
Le dé jaune possède des faces numérotées $1\ ;\ 1\ ;\ 2\ ;\ 2\ ;\ 5\ ;\ 6$. Le dé bleu possède des faces numérotées de 1 à 6.

On note :
D l'événement « la face obtenue par le dé jaune est le nombre 2 »,
E l'événement « la face obtenue par le dé jaune est un nombre pair » et
pour tout entier k ,
$\{S=k\}$ l'événement « la somme des faces obtenues par les deux dés est égale à k », et
$\{S\geqslant k\}$ l'événement « la somme des faces obtenues par les deux dés est supérieure ou égale à k ».

jaune / bleu	1	1	2	2	5	6
1	$(1\ ;\ 1)$	$(1\ ;\ 1)$	$(1\ ;\ 2)$	$(1\ ;\ 2)$	$(1\ ;\ 5)$	$(1\ ;\ 6)$
2	$(2\ ;\ 1)$	$(2\ ;\ 1)$	$(2\ ;\ 2)$	$(2\ ;\ 2)$	$(2\ ;\ 5)$	$(2\ ;\ 6)$
3	$(3\ ;\ 1)$	$(3\ ;\ 1)$	$(3\ ;\ 2)$	$(2\ ;\ 2)$	$(3\ ;\ 5)$	$(3\ ;\ 6)$
4	$(4\ ;\ 1)$	$(4\ ;\ 1)$	$(4\ ;\ 2)$	$(4\ ;\ 2)$	$(4\ ;\ 5)$	$(4\ ;\ 6)$
5	$(5\ ;\ 1)$	$(5\ ;\ 1)$	$(5\ ;\ 2)$	$(5\ ;\ 2)$	$(5\ ;\ 5)$	$(5\ ;\ 6)$
6	$(6\ ;\ 1)$	$(6\ ;\ 1)$	$(6\ ;\ 2)$	$(6\ ;\ 2)$	$(6\ ;\ 5)$	$(6\ ;\ 6)$

Il ya 36 issues.

1) Les événements D et $\{S=7\}$ sont-ils indépendants ?

- $D=\{(1\ ;\ 2)\ ;\ (1\ ;\ 2)\ ;\ (2\ ;\ 2)\ ;\ (2\ ;\ 2)\ ;\ \dots\ ;\ (6\ ;\ 2)\ ;\ (6\ ;\ 2)\}$

Ainsi $P(D)=\dfrac{12}{36}=\dfrac{1}{3}$

- $\{S=7\}=\{(6\ ;\ 1)\ ;\ (6\ ;\ 1)\ ;\ (5\ ;\ 2)\ ;\ (5\ ;\ 2)\ ;\ (2\ ;\ 5)\ ;\ (1\ ;\ 6)\}$

Ainsi $P(\{S=7\})=\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

- $D\cap\{S=7\}=\{(5\ ;\ 2)\ ;\ (5\ ;\ 2)\}$

Ainsi $P(D\cap\{S=7\})=\dfrac{2}{36}=\dfrac{1}{18}$

- On a $P(D)\times P(\{S=7\})=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{18}$

Donc $P(D)\times P(\{S=7\})=P(D\cap\{S=7\})$ et
$\boxed{\text{les événements } D \text{ et } \{S=7\} \text{ sont indépendants}}$

2) Les événements E et $\{D\geqslant 8\}$ sont-ils indépendants?

- $E=\{(1\ ;\ 2)\ ;\ (1\ ;\ 2)\ ;\ (2\ ;\ 2)\ ;\ (2\ ;\ 2)\ ;\ \dots\ ;\ (6\ ;\ 2)\ ;\ (6\ ;\ 2)\ ;\ (1\ ;\ 6)\ ;\ \dots\ (6\ ;\ 6)\}$

Ainsi $P(E)=\dfrac{18}{36}=\dfrac{1}{2}$

- $\{S\geqslant 8\}=\{(6\ ;\ 2)\ ;\ (6\ ;\ 2)\ ;\ (3\ ;\ 5)\ ;\ (4\ ;\ 5)\ ;\ (5\ ;\ 5)\ ;\ (6\ ;\ 5)\ ;\ (2\ ;\ 6)\ ;\ (3\ ;\ 6)\ ;$
$(4\ ;\ 6)\ ;\ (5\ ;\ 6)\ ;\ (6\ ;\ 6)\}$

Ainsi $P(\{S\geqslant 8\})=\dfrac{11}{36}$

- $E\cap\{S\geqslant 8\}=\{(6\ ;\ 2)\ ;\ (6\ ;\ 2)\ ;(2\ ;\ 6)\ ;\ (3\ ;\ 6)\ ;\ (4\ ;\ 6)\ ;\ (5\ ;\ 6)\ ;\ (6\ ;\ 6)\}$

Ainsi $P(E\cap\{S\geqslant 8\})=\dfrac{7}{36}$

- On a $P(E)\times P(\{S\geqslant 8\})=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{11}{36}=\dfrac{11}{72}$

Donc $P(E)\times P(\{S\geqslant 8\})\neq P(E\cap\{S\geqslant 8\})$ et
$\boxed{\text{les événements } E \text{ et } \{S\geqslant 8\} \text{ ne sont pas indépendants}}$