

## ENTRAÎNEMENT 12

### EXERCICE N°1

Pour leur résidence principale, M. et Mme Pecoud hésitent entre continuer à louer leur appartement ou en devenir propriétaire pour 230 000 €.

En 2020, leur loyer annuel est de 7 500 €. Ce loyer annuel augmente chaque année de 180 €.

On modélise le prix des loyers par une suite arithmétique  $(u_n)$ . Ainsi, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n$  désigne le loyer annuel pour l'année 2020 +  $n$ .

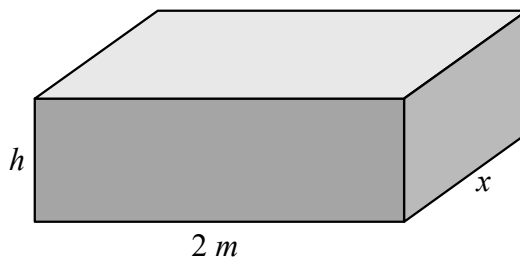
- 1) Calculer  $u_0$  et  $u_1$ .
- 2) Pour tout  $n \geq 0$ , exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
- 3) Calculer le loyer annuel de l'appartement en 2027.
- 4) Après 10 années de location, quelle somme le couple aura-t-il dépensé pour payer ses loyers ?
- 5) L'appartement est proposé à la vente au prix de 230 000 €. De plus, la situation du couple lui permet de bénéficier d'un prêt à taux zéro (c'est-à-dire qu'il n'a pas à payer d'intérêts sur la somme empruntée pour l'achat de l'appartement).  
Si le couple décide de rester locataire de cet appartement, en quelle année le montant total des loyers versés dépassera-t-il 230 000 €, prix auquel il aurait pu acheter l'appartement ?

### EXERCICE N°2

Les questions 1 et 2 sont indépendantes et peuvent donc être traitées séparément. Aucune connaissance de géométrie n'est nécessaire, les formules étant rappelées.

On veut réaliser un coffre en bois ayant la forme d'un pavé droit d'un volume de  $4,5 \text{ m}^3$ .

La largeur de ce coffre doit être  $l = 2 \text{ m}$ , sa hauteur est notée  $h$  et sa profondeur  $x$ , ces deux dimensions étant également données en mètre. Le but est de réaliser ce coffre avec le moins de bois possible. Il s'agit donc de minimiser l'aire totale des faces de ce coffre, c'est-à-dire du pavé droit.



On rappelle qu'un pavé droit de largeur  $l$ , de profondeur  $x$  et de hauteur  $h$  admet un volume donné par la formule  $V = h \times l \times x$  et que l'aire totale des faces de ce pavé droit est égale à  $2(hl + hx + lx)$ .

- 1) On cherche à exprimer l'aire totale des faces du pavé droit en fonction de  $x$ .

1.a) Montrer à l'aide de la formule du volume donnée ci-dessus que  $h = \frac{2,25}{x}$ .

1.b) Montrer que l'expression de l'aire totale des faces du pavé droit en fonction de la profondeur  $x$  peut s'écrire :  $4x + 4,5 + \frac{9}{x}$ .

- 2) On note  $f$  la fonction définie sur  $]0 ; 2,25[$  par :  $f(x) = 4x + 4,5 + \frac{9}{x}$ .

On note  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$  sur  $]0 ; 2,25[$ .

Montrer que, sur l'intervalle  $]0 ; 2,25[$ , on a  $f'(x) = \left(2 - \frac{3}{x}\right)\left(2 + \frac{3}{x}\right)$ .

- 3) Dresser le tableau de signes de  $f'(x)$  puis le tableau de variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $]0 ; 2,25[$ .

- 4) Dédire des questions précédentes la valeur de  $x$  pour laquelle l'aire totale des faces du pavé droit est minimale. Quelle est alors l'aire totale des faces du coffre ?