

FONCTIONS POLYNÔMES DU SECOND DEGRÉ E01C

EXERCICE N°2 Autour de la forme développée réduite (Le corrigé)

Parmi les fonctions suivantes, précisez, en justifiant, lesquelles sont des fonctions polynomiales du second degré.

1) $f_1: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto (x+3)^2 - 5 \end{cases}$

Soit $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} f_1(x) &= (x+3)^2 - 5 \\ &= x^2 + 6x + 9 - 5 \\ &= x^2 + 6x + 4 \end{aligned}$$

On **reconnaît** la forme développée réduite d'une fonction polynomiale du second degré.

2) $f_2: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto 2(x+7) - 5 \end{cases}$

Soit $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} f_2(x) &= 2(x+7) - 5 \\ &= 2x + 14 - 5 \\ &= 2x + 9 \end{aligned}$$

On reconnaît la forme développée réduite d'une fonction affine. Ce **n'est donc pas** une fonction polynomiale du second degré.

3) $h_1: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto (4x-3)(2x+7) \end{cases}$

Soit $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} h_1(x) &= (4x-3)(2x+7) \\ &= 8x^2 + 28x - 6x - 21 \\ &= 8x^2 + 22x - 21 \end{aligned}$$

On **reconnaît** la forme développée réduite d'une fonction polynomiale du second degré.

4) La fonction g définie pour tout réel x par $g(x) = 2(x-7)^2 + 1$.

Remarquez que la fonction n'est pas décrite de la même façon : cela ne change (presque) rien.

En revanche, évitez de parler de « la fonction $g(x)$ », en effet g est une fonction alors que $g(x)$ est un nombre : c'est l'image du nombre x par la fonction g .

Soit $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} g(x) &= 2(x-7)^2 + 1 \\ &= 2(x^2 - 14x + 49) + 1 \\ &= 2x^2 - 28x + 50 \end{aligned}$$

On **reconnaît** la forme développée réduite d'une fonction polynomiale du second degré.

(en fait c'est la forme développée réduite de l'image de x par la fonction g mais on s'autorise cet écart...)

5) La fonction h_2 définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par : $h_2(x) = (4x^2+8)(2-5x)$

Soit $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} h_2(x) &= (4x^2+8)(2-5x) \\ &= 8x^2 - 20x^3 + 16 - 40x \\ &= -20x^3 + 8x^2 - 40x + 16 \end{aligned}$$

On **ne reconnaît pas** la forme développée réduite d'une fonction polynomiale du second degré.

6) $h_3: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ (2x+1)(7-15x) + (1+6x)(5x-3) \end{cases}$

Soit $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} h_3(x) &= (2x+1)(7-15x) + (1+6x)(5x-3) \\ &= [-30x^2 - x + 7] + [30x^2 - 13x - 3] \\ &= -30x^2 - x + 7 + 30x^2 - 13x - 3 \\ &= -14x + 4 \end{aligned}$$

On **ne reconnaît pas** la forme développée réduite d'une fonction polynomiale du second degré.