EXERCICE N°3

Dresser le tableau de variations de chacune des fonctions polynômes suivantes, après avoir étudier le signe de la dérivée.

1) $f(x)=x^3-3x+1$ définie sur $\mathbb{R}$.

$f(x)=x^3-3x+1$

$f'(x)=3x^2-3$

Factorisons $f'(x)$

$f'(x) = 3x^2-3 = 3(x^2-1) = 3(x+1)(x-1)$

- $3 > 0$ est vrai pour toute valeur de x
- $x+1 \Leftrightarrow x > -1$
- $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
3		+	$\vert$	+	$\vert$	+	
$x+1$		−	$\vert$	+	0	+	
$x-1$		−		−	$\vert$	+	
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Remarque :
On fait bien attention : l'avant-dernière ligne, c'est pour le signe f' et la dernière, c'est pour les variations de f . On ne se mélange pas les pinceaux dans les « $'$ »

2) $g(x)=2x^3+4x$ définie sur $\mathbb{R}$.

$g(x)=2x^3+4x$

$g'(x) =2\times 3x^2+4\times 1 = 6x^2+4$

Ici, on réfléchit un peu : x^2 est toujours supérieur ou égal à zéro, cela reste vrai quand on le multiplie par 6 et quand on ajoute 4, cela devient même strictement positif.

De manière évidente, $g'(x) > 0$

On en déduit que g est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

3) $h(x)=x^3+6x^2$ définie sur $\mathbb{R}$.

$h(x)=x^3+6x^2$

$h'(x) = 3x^2+6\times 2x = 3x^2+12x$

Factorisons $h'(x)$

$h'(x) = 3x^2+12x = 3x(x+4)$

- $3x > 0 \Leftrightarrow x > 0$
- $x+4 > 0 \Leftrightarrow x > -4$

x	$-\infty$		-4		0		$+\infty$
$3x$		−	$\vert$	−	0	+	
$x+4$		−	0	+	$\vert$	+	
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$