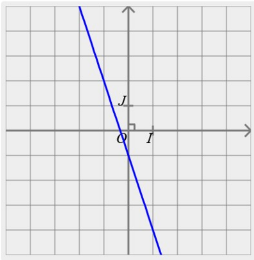
DEVOIR SURVEILLÉ N°2 LE BARÈME

Nom :	***Prénom :***	***Classe :***

EXERCICE N°1 ***Automatismes*** ***(5 points = 5 x 1 pt)***

Écrivez votre réponse sans justification dans la case située au-dessous de la question.

N°1	N°2	N°3
Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier $\frac{1}{2} \times \frac{8}{5} + \frac{7}{10} \times \frac{7}{3}$	*Donner* $f'(x)$ *quand* $f(x)$ *vaut :* $(9x+3)(10x-4)$	On considère la suite arithmétique v de terme initial $v_1 = 12$ et de raison $r = -3$ *Exprimer* v_n *en fonction de* n
$\mathbf{\frac{73}{30}}$	$\mathbf{180x-6}$	$\mathbf{v_n = 12-3(n-1)}$
N°4	**N°5**	
Résoudre dans $\mathbb{R}$ *l'inéquation suivante :* $-7x-5 \leqslant -5x-6$	 *Donner l'équation réduite de la droite bleue*	
$\mathbf{S = \left[\frac{1}{2} \,;\, +\infty\right[}$	$\mathbf{y = -3x-1}$	

EXERCICE N°2 ***(6 points)***

Soit f la fonction définie pour tout $x \in \left]-\infty \,;\, 0\right[\cup \left]0 \,;\, +\infty\right[$ par :

$$f(x) = 4x-6+\frac{1,96}{x}$$

1) Montrer que pour tout réel x non nul : $f'(x) = \frac{4(x-0,7)(x+0,7)}{x^2}$.

2 pts

Soit $x \in \left]-\infty \,;\, 0\right[\cup \left]0 \,;\, +\infty\right[$,

- D'une part :

$$f'(x) = 4-\frac{1,96}{x^2}$$

- D'autre part :

$$\frac{4(x-0,7)(x+0,7)}{x^2} = \frac{4\left[x^2-0,49\right]}{x^2} = \frac{4x^2-1,96}{x^2} = \frac{4x^2}{x^2}-\frac{1,96}{x^2} = 4-\frac{1,96}{x^2}$$

On en déduit que pour tout $x \in \left]-\infty \,;\, 0\right[\cup \left]0 \,;\, +\infty\right[$,

$$f'(x) = \frac{4(x-0,7)(x+0,7)}{x^2}$$

2) Étudier le signe de $f'(x)$ sur $]-\infty\ ;\ 0[\ \cup\ ]0\ ;\ +\infty[$.

- 4 est un nombre positif.
- $x-0,7 > 0 \Leftrightarrow x > 0,7$
- $x+0,7 > 0 \Leftrightarrow x > -0,7$
- $x^2 > 0$ sur $]-\infty\ ;\ 0[\ \cup\ ]0\ ;\ +\infty[$

2 pts

x	$-\infty$		$-0,7$		0		$0,7$		$+\infty$
4		$+$	$\vert$	$+$	$\Vert$	$+$	$\vert$	$+$	
$x-0,7$		$-$	$\vert$	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$x+0,7$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$	$\vert$	$+$	
x^2		$+$	$\vert$	$+$	$\Vert$	$+$	$\vert$	$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

3) En déduire les variations de la fonction f sur $]-\infty\ ;\ 0[\ \cup\ ]0\ ;\ +\infty[$.
(Attention à ne pas oublier les limites aux bornes, aucune justification n'est demandée.)

2 pts

x	$-\infty$		$-0,7$		0		$0,7$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$-11,6$	$\searrow$	$-\infty\ \Vert\ +\infty$	$\searrow$	$-0,4$	$\nearrow$	$+\infty$

EXERCICE N°3 ***(9 points)***

PARTIE A . ÉTUDE THÉORIQUE

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[30\ ;\ 120]$ par : $f(x) = 2x - 230 + \dfrac{7200}{x}$.

1) Déterminer la fonction dérivée f' de f .

Pour $x \in [30\ ;\ 120]$

$$f'(x) = 2 \times 1 - 0 - \frac{7200}{x^2}$$

1 pt

$$\boxed{f'(x) = 2 - \frac{7200}{x^2}}$$

2) Montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme : $f'(x) = \dfrac{2(x-60)(x+60)}{x^2}$.

Soit $x \in [30\ ;\ 120]$,

1 pt

$$\frac{2(x-60)(x+60)}{x^2} = \frac{2[x^2-3600]}{x^2} = \frac{2x^2-7200}{x^2} = \frac{2x^2}{x^2} - \frac{7200}{x^2} = 2 - \frac{7200}{x^2} = f'(x)$$

Ainsi pour tout $x \in [30\ ;\ 120]$,

$$f'(x) = \frac{2(x-60)(x+60)}{x^2}$$

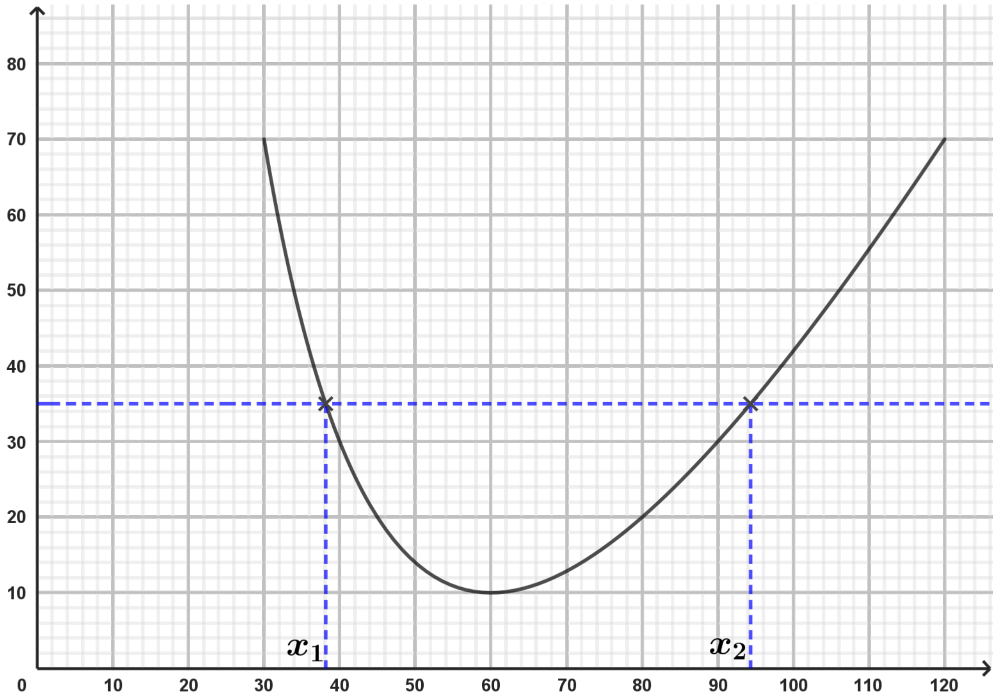
3) Étudier le signe de $f'(x)$ puis construire le tableau de variations de f sur l'intervalle $[30\ ;\ 120]$.

- 2 est un nombre positif.
- $x - 60 > 0 \Leftrightarrow x > 60$
- $x + 60 > 0 \Leftrightarrow x > -60$
- $x^2 > 0$ sur $[30\ ;\ 120]$

2 pts

x	30		60		120
2		+	|	+	
$x-60$		−	0	+	
$x+60$		+	|	+	
x^2		+	|	+	
$f'(x)$		−	0	+	
$f(x)$	70	↘	10	↗	70

La courbe C ci-dessous est la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O\ ;\ I\ ;\ J)$.



4) A l'aide du graphique, encadrer par deux entiers consécutifs les solutions de l'équation $f(x) = 35$, en laissant apparaître les traits de construction utiles.

1 pt

Graphiquement, on trouve deux solutions à cette équation :

$\boxed{37 < x_1 < 38}$ et $\boxed{95 < x_2 < 96}$

Avec une tolérance de ± 1.

PARTIE B. ÉTUDE DE COÛT

Dans un restaurant, le coût moyen unitaire exprimé en euros de fabrication de x repas, pour x compris entre 30 et 120, est donné par la relation :

$$C_M(x) = 2x - 230 + \frac{7200}{x}$$

5) En utilisant la PARTIE A, déterminer le nombre de repas qui donne un coût moyen unitaire Minimum. Quel est ce coût ?

1 pt

D'après le tableau de variations de la question 3) le minimum est atteint pour $\boxed{60 \text{ repas}}$ et vaut $\boxed{10 \text{ euros}}$.

6) Montrer que le coût total exprimé en euros de fabrication de x repas est donné par la relation : $C(x) = 2x^2 - 230x + 7200$.

1 pt

Soit $x \in [30 ; 120]$,

$$C(x) = C_m(x) \times x = \left(2x - 230 + \frac{7200}{x}\right) \times x = 2x^2 - 230x + 7200$$

Ainsi pour tout $x \in [30 ; 120]$

$C(x) = 2x^2 - 230x + 7200$

7) Le restaurateur propose le repas au prix de 35 €.

7.a) Calculer le bénéfice réalisé $B(x)$ en fonction du nombre x de repas servis.

1 pt

Soit $x \in [30 ; 120]$,

$B(x) = 35x - C(x) = 35x - (2x^2 - 230x + 7200) = -2x^2 + 265x - 7200$

Ainsi pour $x \in [30 ; 120]$,

$\boxed{B(x) = -2x^2 + 265x - 7200}$

7.b) Combien doit-il servir de repas pour réaliser un bénéfice ?

1 pt

On cherche à résoudre $B(x) > 0$

On pourrait essayer de factoriser $B(x)$ mais nous n'avons les outils en ST2S. Mais il y a la question 4) qui semble ne servir à rien…pourtant il y a un 35 ???

$B(x) > 0 \Leftrightarrow 35x - C(x) > 0 \Leftrightarrow 35x > C(x) \Leftrightarrow 35x > C_m(x) \times x$

Comme $x > 0$, cela équivaut à $35 > C_M(x)$

Et d'après la question 4) il faut et il suffit que $x_1 < x < x_2$

Ainsi il doit servir $\boxed{\text{entre 38 et 95 repas}}$.

Avec une tolérance de ± 1.