ЗАДАЧІ З ГЕОМЕТРІЇ

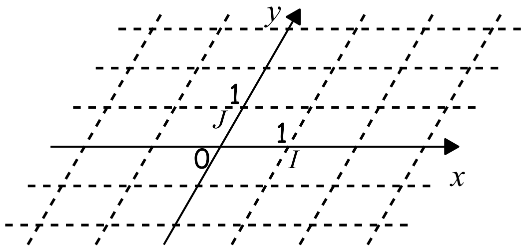
I Маркери плану

Définition n°1.

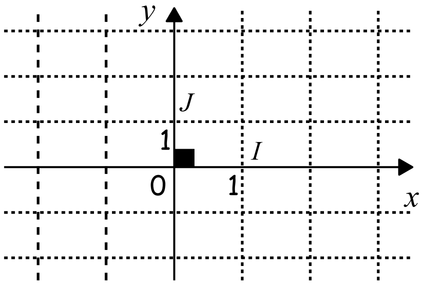
▪ Ми говоримо, що площина оснащена маркером, коли в цій площині зафіксовано дві градуйовані осі, що перетинаються в їх початку.
▪ Ми говоримо, що система координат ортогональна, якщо дві осі перпендикулярні.
▪ Система координат називається ортонормальною, якщо вона ортогональна І якщо одиниці довжини однакові на обох осях.

Remarque n°1.

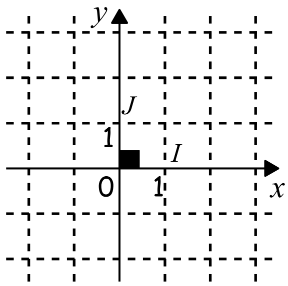
В інших випадках ми говоримо про декартове посилання (або будь-яке інше).



$(O\ ;\ I\ ;J\ )$ є будь-яким маркером



$(O\ ;\ I\ ;J\ )$ є ортогональною системою координат



$(O\ ;\ I\ ;J\ )$ є ортонормальним каркасом ($OI = OJ$)

Remarque n°2.

У кадрі (O; I; J) за визначенням ми маємо:
$O(0;0)$; $I(1;0)$ і $J(0;1)$
Si le repère se nomme, par exemple, (C ; A ; E) alors :
$C(0;0)$; $A(1;0)$ і $E(0;1)$

Propriété n°1. ***Вирівнювання***

бути $A(x_A\ ;\ y_A)$, $M(x_M\ ;\ y_M)$ et $B(x_B\ ;\ y_B)$ три точки площини, на яку поставлено відлік $(O\ ;\ I\ ;\ J)$.
Les points A, M et B sont alignés si et seulement $det(\overrightarrow{AM}\ ;\ \overrightarrow{AB})=0$

Remarque n°3.

Toute combinaison de ces points fonctionne...

Propriété n°2. ***Координати середини відрізка***

бути $A(x_A\ ;\ y_A)$ et $B(x_B\ ;\ y_B)$ дві точки на площині, на яку поставлено посилання $(O\ ;\ I\ ;\ J)$.
чи $M(x_M\ ;\ y_M)$ є серединою відрізка [AB], тоді

$$\boxed{x_M=\frac{x_A+x_B}{2}} \quad \text{і} \quad \boxed{y_M=\frac{y_A+y_B}{2}}$$

Propriété n°3. ***Довжина відрізка в ортонормальній системі відліку.***

бути $A(x_A\ ;\ y_A)$ et $B(x_B\ ;\ y_B)$ **дві точки на площині з позначкою ORTHONORM** $(O\ ;\ I\ ;\ J)$.

$$\boxed{AB=\sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2}} \quad \text{Де} \quad \boxed{AB^2=(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2}$$

Propriété n°4. ***Площа паралелограма***

Якщо ABCD — паралелограм, то його площа дорівнює відстані до нуля $det(\overrightarrow{AB}\ ;\ \overrightarrow{AD})$

II Відстань від точки до прямої

Ми розміщуємо себе в плані $(\mathcal{P})$

Définition n°2. ***Ортогональна проекція***

Нехай A — точка, а (d) — пряма.
Ортогональна проекція A на (d) є підніжжям перпендикуляра до (d), що проходить через A.

Exemple n°1.

Точка H є ортогональною проекцією точки A на пряму (d).

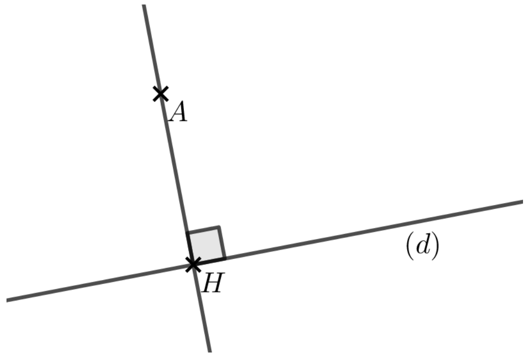


Figure 1

Propriété n°5.

Якщо точка H є ортогональною проекцією A на пряму (d), то для будь-якої точки M d, відмінної від H, маємо: $AH < AM$

preuve :

За визначенням точки H трикутник AHM є прямокутним у H. Тоді теорема Піфагора дає нам:

$$AM^2 = AH^2 + HM^2 > AH^2 \quad (\text{car} \quad HM^2 > 0).$$

Définition n°3. ***Відстань від точки до прямої***

Якщо точка H є ортогональною проекцією A на пряму (d), то відстань від точки A до прямої (d) називається довжиною .

Définition n°4. ***Дотична до кола***

Це є A un point d'un cercle $(\mathcal{C})$ з центром O і радіусом r.

Дотична до $(\mathcal{C})$ у точці A — пряма, що проходить через A і перпендикулярна до (OA).

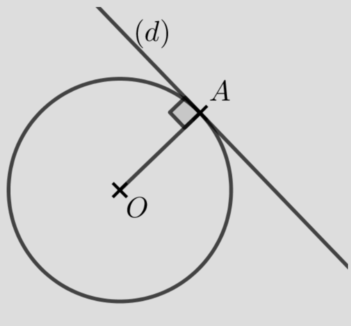


Figure 2

Propriété n°6.

Коло має одну спільну точку з дотичною в одній із своїх точок.

preuve :

Нехай (d) — дотична до кола $(\mathcal{C})$ у точках A і M точка (d).

Відповідно до властивості № 1, $OM > OA$ Так $M \notin (\mathcal{C})$.

III Тригонометрія в прямокутному трикутнику

У цьому абзаці нам задано прямокутний трикутник ABC у точці B .

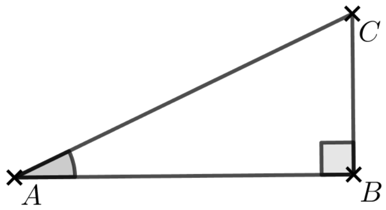


Figure 3

Définition n°5.

- $[AC]$ — гіпотенузою.
- $[AB]$ — сторона, прилегла до кута $\widehat{BAC}$.
- $[BC]$ — сторона, протилежна куту $\widehat{BAC}$.

Définition n°6. ***cosinus, sinus, tangente***

У трикутнику ABC, прямокутнику в B.

- $\cos(\widehat{BAC})=\dfrac{AB}{AC}$ (« косинус дорівнює прилеглій стороні гіпотенузи »)
- $\sin(\widehat{BAC})=\dfrac{BC}{AC}$ (« синус дорівнює протилежній стороні гіпотенузи »)
- $\tan(\widehat{BAC})=\dfrac{BC}{AB}$ («дотична рівна сторона, прикріплена до суміжної сторони »)

Remarque n°4.

Для кута $\widehat{BCA}$, просто поміняйте місцями літери A і C у всіх вищезазначених.

Remarque n°5.

Не забуваємо вказувати кожен, в якому саме прямокутному трикутнику ми працюємо.

Propriété n°7.

Si x est la mesure d'un angle aigu alors : $\boxed{\mathbf{\tan(x)=\dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}}}$

preuve :

Soit x la mesure d'un angle aigu, alors il existe un triangle ABC , rectangle en B tel que la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ égale x.
(La *figure 3* illustre cette situation)
Nous avons les égalités suivantes :

$$\frac{\sin(x)}{\cos(x)}=\frac{\frac{BC}{AC}}{\frac{AB}{AC}}=\frac{BC}{AC}\times\frac{AC}{AB}=\frac{BC}{AB}=\tan(x)$$

Propriété n°8.

Якщо x є мірою гострого кута, то: $\boxed{\mathbf{(\cos(x))^2+(\sin(x))^2=1}}$

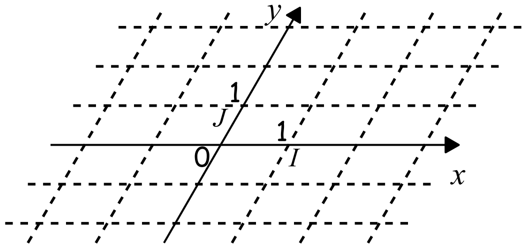
preuve :

Нехай x є мірою гострого кута, тоді існує трикутник ABC , прямокутник у В такий, що міра кута $\widehat{ABC}$ дорівнює x
(Малюнок 3 ілюструє цю ситуацію)
Маємо такі рівності:

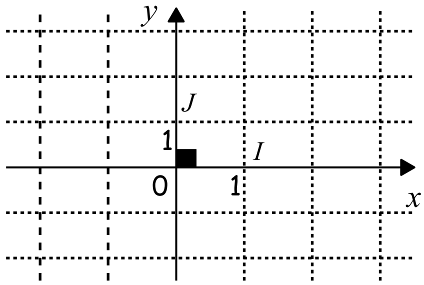
$$(\cos(x))^2+(\sin(x))^2=\left(\frac{AB}{AC}\right)^2+\left(\frac{BC}{AC}\right)^2=\frac{AB^2}{AC^2}+\frac{BC^2}{AC^2}=\frac{AB^2+BC^2}{AC^2}=\frac{AC^2}{AC^2}=1$$

передостання рівність обґрунтовується теоремою Піфагора.

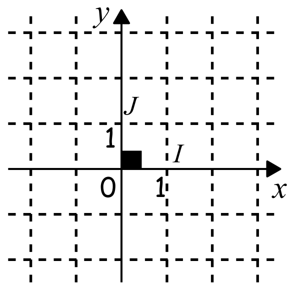
IV Le résumé du cours



$(O\ ;\ I\ ;J)$ est un repère quelconque



$(O\ ;\ I\ ;J)$ est un repère orthogonal



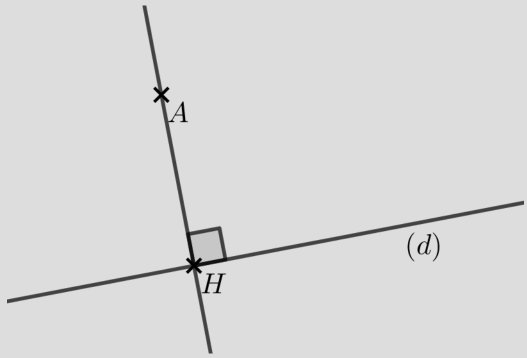
$(O\ ;\ I\ ;J)$ est un repère orthonormé ($OI = OJ$)

	Repère
Les points A, M et B sont alignés si et seulement $det(\overrightarrow{AM}\ ;\ \overrightarrow{AB})=0$	
M milieu du segment [AB] alors $\boxed{x_M=\frac{x_A+x_B}{2}}$ et $\boxed{y_M=\frac{y_A+y_B}{2}}$	Tous
$\boxed{AB=\sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2}}$ ou $\boxed{AB^2=(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2}$	Uniquement ORTHONORME
Si ABCD est un parallélogramme, alors son aire vaut la distance à zéro de $det(\overrightarrow{AB}\ ;\ \overrightarrow{AD})$	

Le point H s'appelle le **projeté orthogonal du point A sur la droite** (d) car $(AH)\perp(d)$

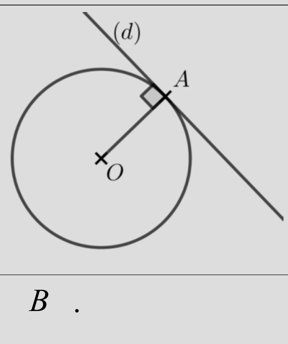
La longueur AH s'appelle la **distance du point A à la droite** (d).

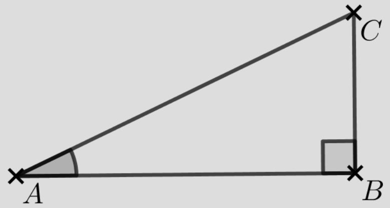
Si $M\in(d)$ distinct de H alors $AM>AH$.



(d) est **la tangente au cercle au point** A car $(OA)\perp(d)$

Il y a **un seul point commun entre la tangente et le cercle.**





Dans le triangle ABC, rectangle en B.

- $\cos(\widehat{BAC})=\frac{AB}{AC}$
  (« cosinus égale côté adjacent sur hypoténuse »)
- $\sin(\widehat{BAC})=\frac{BC}{AC}$
  (« sinus égale côté opposé sur hypoténuse »)
- $\tan(\widehat{BAC})=\frac{BC}{AB}$
  (« sinus égale côté apposé sur côté adjacent »)

$$\boxed{\tan(x)=\frac{\sin(x)}{\cos(x)}} \quad \text{et} \quad \boxed{(\cos(x))^2+(\sin(x))^2=1}$$