PRODUIT SCALAIRE E01C

EXERCICE N°3 Utiliser la définition

1) On donne $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que : $\|\vec{u}\| = 7$, $\|\vec{v}\| = 6$ et $\vec{u}\cdot\vec{v} = 21\sqrt{3}$. Déterminer $\widehat{(\vec{u}\ ;\ \vec{v})}$. (*On donnera la mesure en radians ET en degrés*)

Comme $\|\vec{u}\| \neq 0$ et $\|\vec{v}\| \neq 0$:

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = \|\vec{u}\|\|\vec{v}\|\cos\left(\widehat{(\vec{u}\ ;\ \vec{v})}\right) \Leftrightarrow \cos\left(\widehat{(\vec{u}\ ;\ \vec{v})}\right) = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\|\vec{u}\|\|\vec{v}\|}$$

Ainsi,

$$\cos\left(\widehat{(\vec{u}\ ;\ \vec{v})}\right) = \frac{21\sqrt{3}}{7\times 6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

On en déduit que :

$$\boxed{\widehat{(\vec{u}\ ;\ \vec{v})} = \frac{\pi}{6}\ rad} \quad \text{ou} \quad \boxed{\widehat{(\vec{u}\ ;\ \vec{v})} = 30\,°}$$

2) On donne $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que : $\|\vec{u}\| = 3\sqrt{2}$, $\widehat{(\vec{u}\ ;\ \vec{v})} = \frac{\pi}{4} rad$ et $\vec{u}\cdot\vec{v} = 1$. Déterminer $\|\vec{v}\|$.

Comme $\|\vec{u}\| \neq 0$ et $\widehat{(\vec{u}\ ;\ \vec{v})} \neq \frac{\pi}{2} rad$:

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = \|\vec{u}\|\|\vec{v}\|\cos\left(\widehat{(\vec{u}\ ;\ \vec{v})}\right) \Leftrightarrow \|\vec{v}\| = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\|\vec{u}\|\cos\left(\widehat{(\vec{u}\ ;\ \vec{v})}\right)}$$

Ainsi,

$$\|\vec{v}\| = \frac{1}{3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

Ou encore :

$$\boxed{\|\vec{v}\| = \frac{1}{3}}$$