

## LES DROITES E05

### EXERCICE N°3 (Le corrigé)

Lors d'un examen, il y a deux sortes de questions les questions « faciles » valent 2 points et les « difficiles » 5 points. Pour chaque question, si on a juste, on a le maximum de points, sinon, on a zéro. Alice a obtenu 70 points avec 17 réponses correctes.

À combien de questions de chaque sorte a-t-elle correctement répondu ?

On va bien sûr utiliser un système et donc définir nos inconnues.

Notons  $f$  le nombre de questions faciles auxquelles Alice a répondu correctement et  $d$  le nombre de questions difficiles auxquelles elle a répondu correctement.

La situation peut se traduire par le système suivant :

$$\begin{cases} d + f = 17 \\ 5d + 2f = 70 \end{cases}$$

Vérifions nos équations :

▪ Pour la première :

$d$  et  $f$  sont des nombres de questions auxquelles Alice a répondu correctement et 17 aussi d'après l'énoncé.

Nos deux membres ont bien la même unité, l'équation est correcte.

▪ Pour la seconde :

$5d$  : «  $d$  fois 5 points » est un nombre de points,

$2f$  : «  $f$  fois 2 points » est un nombre de points.

Donc  $5d + 2f$  est aussi un nombre de points.

De plus 70 est un nombre de points d'après l'énoncé.

Nos deux membres ont bien la même unité, l'équation est correcte.

Un exemple d'erreur :  $5d + 2f = 17$

On détecte facilement notre erreur car  $5d + 2f$  est un nombre de points alors que 17 est un nombre de réponses correctes.

Les deux membres n'ayant pas la même unité, l'équation est forcément incorrecte (elle n'a tout simplement pas de sens)

Réolvons ce système :

$$\begin{aligned} \begin{cases} d + f = 17 & (L_1) \\ 5d + 2f = 70 & (L_2) \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2d + 2f = 34 & (2L_1) \\ 5d + 2f = 70 & (L_2) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2d + 2f = 34 & (2L_1) \\ 3d = 36 & (L_2 - 2L_1) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2 \times 12 + 2f = 34 & (2L_1) \\ d = 12 & (L_2 - 2L_1) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2f = 10 & (2L_1) \\ d = 12 & (L_2 - 2L_1) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} f = 5 & (2L_1) \\ d = 12 & (L_2 - 2L_1) \end{cases} \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est donc  $\{(12 ; 5)\}$

On en déduit que Alice répondu correctement à :

5 questions faciles et 12 questions difficiles