EXPÉRIENCE ALÉATOIRE, MODÈLE ASSOCIÉ

I Expérience aléatoire à deux épreuves indépendantes.

Remarque n°1.

Nous ne ferons pas de distinction entre « expérience aléatoire » et « épreuve », les deux étant surtout utilisés comme synonymes afin d'éviter les répétitions…

Les épreuves indépendantes

On considère les deux expériences aléatoires suivantes :

▪ épreuve n°1 : On lance une pièce de monnaie truquée de façon à obtenir Pile deux fois plus souvent que Face et on note le côté obtenu.

On note :

P : « Obtenir Pile » et
F : « Obtenir Face »
Son univers est alors : $\Omega_1=\{P \; ; \; F\}$

Loi de probabilité de l'épreuve n°1			
Issue	P	F	Total
Probabilité	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	1

▪ épreuve n°2 : On tire une boule dans une urne contenant 5 boules Noires, 3 boules Rouges et 2 boules Blanches et on note la couleur obtenue.

On note :

N : « La boule tirée est Noire » ;
R : « La boule tirée est Rouge » et
B : « La boule tirée est Blanche »
Son univers est alors : $\Omega_2=\{N \; ; \; R \; ; \; B\}$

Loi de probabilité de l'épreuve n°2				
Issue	N	R	B	Total
Probabilité	$\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$	1

Définition n°1. ***épreuves indépendantes*** ***(très intuitive…)***

Quand deux (ou plus) épreuves n'ont aucune influence l'une sur l'autre. On dit qu'elles sont **indépendantes**.

Remarque n°2.

Nos deux épreuves sont clairement indépendantes…

L'expérience aléatoire à deux épreuves indépendantes

Nous allons à présent en construire une troisième à partir de ces deux là.
On enchaîne l'épreuve n°1 et n°2.

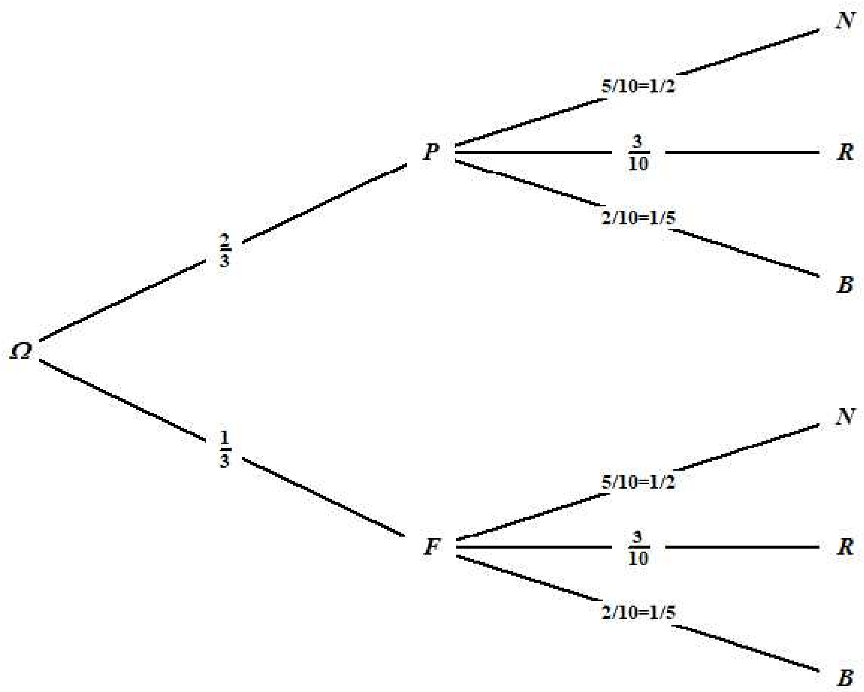
Définition n°2.

On obtient ce qu'on appelle une **expérience aléatoire à deux épreuves indépendantes**.

Son univers est alors :

$$\Omega=\{(P,N)\ ;\ (P,R)\ ;\ (P,B)\ ;\ (F,N)\ ;\ (F,R)\ ;\ (F,B)\}$$

Pour déterminer sa loi de probabilité, on va utiliser un arbre pondéré.



Loi de probabilité de l'expérience aléatoire à deux épreuves indépendantes							
Issue	(P,N)	(P,R)	(P,B)	(F,N)	(F,R)	(F,B)	Total
Probabilité	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{15}$	1
	$\frac{10}{30}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{4}{30}$	$\frac{5}{30}$	$\frac{3}{30}$	$\frac{2}{30}$	$\frac{30}{30}$

Définition n°3.

Modéliser une **expérience aléatoire**, c'est **associer** à cette **expérience** une loi de probabilité.

II Le cas Bernoulli

Définition n°4. Épreuve de Bernoulli

Une épreuve de Bernoulli de paramètre p est une expérience aléatoire n'ayant que deux issues.
p est la probabilité du succès et par conséquent, la probabilité de l'échec (souvent notée q) vaut $1-p$.

Source : Wikipedia

Exemple n°1.

Dans notre épreuve n°1, si on décide que le succès est d'obtenir Pile alors on obtient une épreuve de Bernoulli de paramètre $p=\frac{2}{3}$.

Le **modèle associé** à notre épreuve est alors une épreuve de Bernoulli.

Définition n°5. Schéma de Bernoulli

Si on enchaîne plusieurs (n) épreuves de Bernoulli indépendantes de paramètre p alors on obtient un schéma de Bernoulli de paramètre (n, p) .

Exemple n°2.

On peut répéter notre épreuve n°1 , en remarquant que le résultat du 1[er] lancer n'a aucune influence sur le second. On obtient un schéma de Bernoulli de paramètre $\left(2, \frac{2}{3}\right)$

Le modèle associé est alors un schéma de Bernoulli.

Remarque n°3.

On se concentrera sur ce type d'expérience aléatoire aléatoire à deux épreuves indépendantes.

Exemple n°3. Représenter un schéma de Bernoulli

On peut représenter l'expérience aléatoire de l'exemple n°2 avec un arbre pondéré :