LA FONCTION INVERSE E03

EXERCICE N°4 (Le corrigé)

Lorsqu'un véhicule roule entre $10\ \text{km.h}^{-1}$ et $130\ \text{km.h}^{-1}$, sa consommation d'essence c (en litres) s'exprime en fonction de sa vitesse v (en km.h^{-1}) par l'expression :

$$c(v)=0{,}06\,v+\frac{150}{v}$$

1) Vérifier que pour tout v appartenant à l'intervalle $[10\ ;\ 130]$,

$$c'(v)=\frac{0{,}06(v-50)(v+50)}{v^2}$$

Calculons $c'(v)$ pour $[10\ ;\ 130]$

D'une part,

$$c(v)=0{,}06\,v+\frac{150}{v}$$

$$c(v)=0{,}06\times v+150\times\frac{1}{v}$$

$$c'(v)=0{,}06\times 1+150\times\frac{-1}{v^2}$$

$$c'(v)=0{,}06-\frac{150}{v^2}$$

D'autre part,

$$\frac{0{,}06(v-50)(v+50)}{v^2}=\frac{0{,}06[v^2-2500]}{v^2}=\frac{0{,}06\,v^2-150}{v^2}=\frac{0{,}06\,v^2}{v^2}-\frac{150}{v^2}=0{,}06-\frac{150}{v^2}$$

On en déduit que : $c'(v)=\dfrac{0{,}06(v-50)(v+50)}{v^2}$.

2) Étudier le signe de $c'(v)$ sur l'intervalle $[10\ ;\ 130]$ puis dresser le tableau de variation de la fonction c .

- $0{,}06$ est toujours positif,
- $v-50>0 \Leftrightarrow v>50$;
- $v+50>0 \Leftrightarrow v>-50$ et
- v^2 est positif

Et là, on fait bien attention à l'ensemble de définition… $[10\ ;\ 130]$

v	10		50		130
$0{,}06$		+	|	+	
$v-50$		$-$	0	+	
$v+50$		+	|	+	
v^2		+		+	
$c'(v)$		$-$	0	+	
$c(v)$	15,6	↘	6	↗	9

$$c(10)=15{,}6\ ;\ c(50)=6 \text{ et } c(130)=\frac{582}{65}\approx 9$$

3) En déduire la vitesse à laquelle doit rouler ce véhicule pour que sa consommation d'essence soit minimale. Déterminer la consommation minimale en litres.

D'après le tableau de variation, la consommation minimale est de $\boxed{6\ \text{Litres/100km}}$ pour une vitesse de $\boxed{50\ \text{km/h}}$