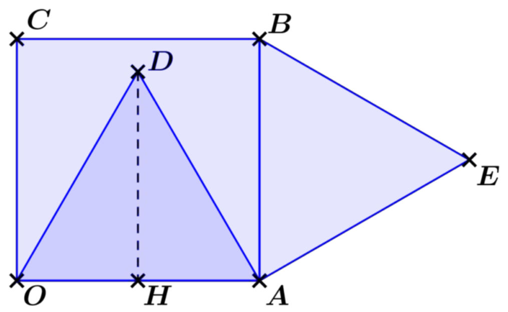
PROBLÈMES DE GÉOMÉTRIE E07

EXERCICE N°4 (Le corrigé)



$OABC$ est un carré de côté 1, les triangle ODA et ABE sont équilatéraux.

On se place dans le repère $\left(O\ ;\ \overrightarrow{OA}\ ;\ \overrightarrow{OC}\right)$

1) Calculer la hauteur DH du triangle OAD

Dans le triangle ODH rectangle en H .

Le théorème de Pythagore nous permet d'écrire :

$OD^2=OH^2+DH^2$

Ainsi $DH^2=1^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$

Et comme DH est une hauteur :

$DH=\frac{\sqrt{3}}{2}$ (relire l'exo2 de E06)

2) Déterminer les coordonnées des point C, D et E.

$C(0\ ;\ 1)$; $D\left(0{,}5\ ;\ \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ et $E\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\ ;\ 0{,}5\right)$

Pour C et D c'est évident.

Pour E :

On peut introduire le point F , pied de la hauteur issue de E dans le triangle BEA .

Comme BEA est équilatéral, F est le milieu de $[BA]$ et $FE=\frac{\sqrt{3}}{2}$

On en déduit que l'ordonnée de F vaut 0,5 et donc celle de E aussi, puis que l'abscisse de E vaut $1+\frac{\sqrt{3}}{2}$ (le 1 étant la longueur du côté du carré)

3) Démontrer que les points C, D et E sont alignés.

$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}0{,}5\\ \frac{\sqrt{3}}{2}-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CE}\begin{pmatrix}1+\frac{\sqrt{3}}{2}\\ -0{,}5\end{pmatrix}$

$$det\left(\overrightarrow{CD}\ ;\ \overrightarrow{CE}\right) = 0{,}5\times(-0{,}5)-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-1\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+1\right) = -0{,}25-\left(\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-1\right) = -0{,}25-\left(\frac{3}{4}-1\right)=0$$

Ainsi les points C, D et E sont bien alignés.

Remarque : comme on l'a dit dans le cours, toute autre combinaison mènerait au même résultats. Seuls les calculs intermédiaires changeraient.

Geogebra

Pour Géogébra, je vous conseille de télécharger et installer GeoGebra Classique 5