

LES SUITES NUMÉRIQUES E04C

EXERCICE N°3 Suite arithmétique et formule explicite : départ à 1

(u_n) est la suite arithmétique de premier terme $u_1 = -8000$ et de raison $q = 0,1$.

- 1) Pour tout entier naturel $n \neq 0$, exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
- 2) Calculer les termes u_2 , u_3 et u_4 .
- 3) Pour tout entier $n \neq 0$, exprimer u_n en fonction de n .
- 4) Donner alors les valeurs de u_7 , u_{10} et u_{14} .
- 5) Quel est le rang du terme égal à 80 ? Justifier.

- 1) Pour tout entier naturel $n \neq 0$, exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .

Pour $n \in \mathbb{N}^*$,

$$u_{n+1} = 0,1 u_n$$

« * » pour enlever 0.

- 2) Calculer les termes u_2 , u_3 et u_4 .

▪ $u_2 = u_1 \times q = -8000 \times 0,1$, ainsi $u_2 = -800$

▪ $u_3 = u_2 \times q = -800 \times 0,1$, ainsi $u_3 = -80$

▪ $u_4 = u_3 \times q = -80 \times 0,1$, ainsi $u_4 = -8$

- 3) Pour tout entier $n \neq 0$, exprimer u_n en fonction de n .

Pour $n \in \mathbb{N}^*$,

$$u_n = u_1 \times q^{n-1}$$

On commence à 1
donc on enlève 1

$$u_n = -8000 \times 0,1^{n-1}$$

- 4) Donner alors les valeurs de u_7 , u_{10} et u_{14} .

▪ $u_7 = -8000 \times 0,1^{7-1}$, ainsi $u_7 = -0,008$

▪ $u_{10} = -8000 \times 0,1^{10-1}$, ainsi $u_{10} = -0,000008$

▪ $u_{14} = -8000 \times 0,1^{14-1}$, ainsi $u_{14} = -0,0000000008$

- 5) Quel est le rang du terme égal à $-0,08$? Justifier.

À l'aide de la calculatrice, on trouve que $u_6 = -0,08$,

donc le rang cherché est 6.

Nous n'avons pas encore de méthode « experte » pour résoudre une équation du type $-8000 \times 0,1^n = -0,08$ (même si celle-ci se fait de tête...)