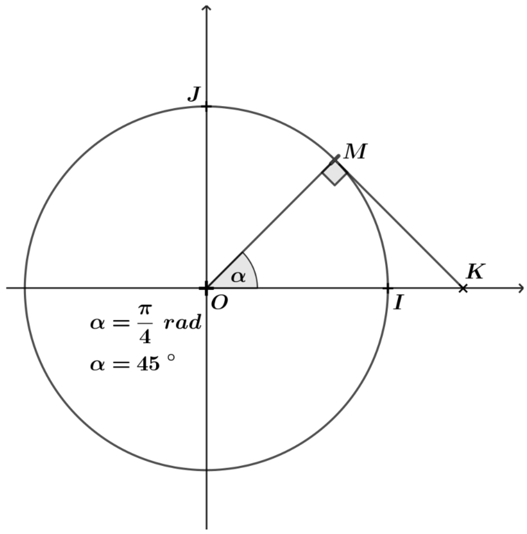
TRIGONOMÉTRIE ET FONCTIONS E02C

EXERCICE N°2 ***Les valeurs remarquables : cos(π/4) et sin(π/4)***



Dans le repère orthonormé $(O\ ;\ I\ ;\ J)$, on considère le cercle trigonométrique.

1) Démontrer que le triangle OMK, rectangle en M est également isocèle en M.

Dans le triangle OMK,

$\widehat{MKO} = \pi - \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}$.

Ainsi $\widehat{MKO} = \widehat{KOM}$ et le triangle OMK est isocèle en M.

2) Démontrer que $OK = \sqrt{2}$.

Dans le triangle OMK, rectangle et isocèle en M.

On sait que :

$MK = OM = 1$

$OK^2 = OM^2 + OM^2 = 1^2 + 1^2 = 2$

OK étant une longueur : $OK = \sqrt{2}$

3) En utilisant les formules de seconde, démontrer que $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et que $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Dans le triangle OMK, rectangle en M.

$\cos(\widehat{KOM}) = \frac{OM}{OK} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin(\widehat{KOM}) = \frac{MK}{OK} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Or, $\widehat{KOM} = \frac{\pi}{4} rad$

Donc :

$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$