LES STATISTIQUES E02

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

Dans une boulangerie industrielle, le poids affiché de la baguette est 250 grammes.
Lors d'un contrôle, un agent du service des fraudes a prélevé 50 baguettes et a relevé leur masse.
Les résultats sont dans le tableau suivant.

Masse de la baguette (en g)	247	248	249	250	251	252	253
Nombre de baguettes	2	5	11	15	8	6	3

Calculer la moyenne (notée $\overline{x}$) et l'écart type (noté σ) de la série des masses des baguettes de pain.

$$\overline{x}=\frac{247\times 2+248\times 5+249\times 11+250\times 15+251\times 8+252\times 6+253\times 3}{2+5+11+15+8+6+3}=\frac{12502}{50}=250{,}04$$

On a utilisé la définition n°7

Soit une série statistique à caractère quantitatif, dont les p valeurs sont données par $x_1, x_2, x_3, \dots, x_p$ d'effectifs associés $n_1, n_2, n_3, \dots, n_p$ avec $N=n_1+n_2+n_3+\dots+n_p$

La moyenne pondérée de cette série est le nombre $\overline{x}$ tel que :

$$\boxed{\overline{x}=\frac{n_1 x_1+n_2 x_2+n_3 x_3+\dots+n_p x_p}{n_1+n_2+n_3+\dots+n_p}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{2\times(247-205{,}04)^2+5\times(248-205{,}04)^2+\ldots+3\times(253-205{,}04)^2}{50}}\approx 1{,}47$$

Des vidéos pour le faire à la calculatrice :

Avec Casio Graph ...
https://www.youtube.com/watch?v=x6bV1w-3EcM

Avec TI...
https://www.youtube.com/watch?v=JPTDZtSrd2o&feature=youtu.be

EXERCICE N°2 (Le corrigé)

On a demandé aux employés d'une entreprise la distance qui sépare l'entreprise de leur domicile.
Les résultats sont donnés dans le tableau suivant:

Distance en km	[0 ; 5[	[5 ; 15[	[15 ; 30 [
Centre	2,5	10	22,5
Effectif	20	60	105

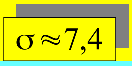
1) Déterminer une valeur approchée de la distance moyenne qui sépare l'entreprise du domicile des employés. Arrondir au dixième près.

Notons $\overline{x}$ la distance moyenne recherchée.

$$\overline{x}=\frac{2{,}5\times 20+10\times 60+22{,}5\times 105}{20+60+105}=\frac{3012{,}5}{185}\approx 16{,}3$$

Ici, comme les données sont groupées en classes, il faut penser à calculer les centres de ces classes : $2{,}5=\frac{0+5}{2}$; $10=\frac{5+15}{2}$ et $22{,}5=\frac{15+30}{2}$

2) Déterminer avec la calculatrice une valeur approchée de l'écart type σ de cette série. Arrondir dixième près.



$\sigma\approx 7{,}4$

Attention, à ne pas se tromper de valeur. C'est bien celle encadrée qu'il faut utiliser, vous verrez la signification de l'autre plus tard (pas cette année)

3) Calculer le pourcentage d'employés dont la distance qui sépare l'entreprise de leur domicile appartient à l'intervalle $[\overline{x}-2\sigma\ ;\ \overline{x}+2\sigma]$.

$\overline{x}-2\sigma\approx 1{,}5$ et $\overline{x}+2\sigma\approx 31{,}1$

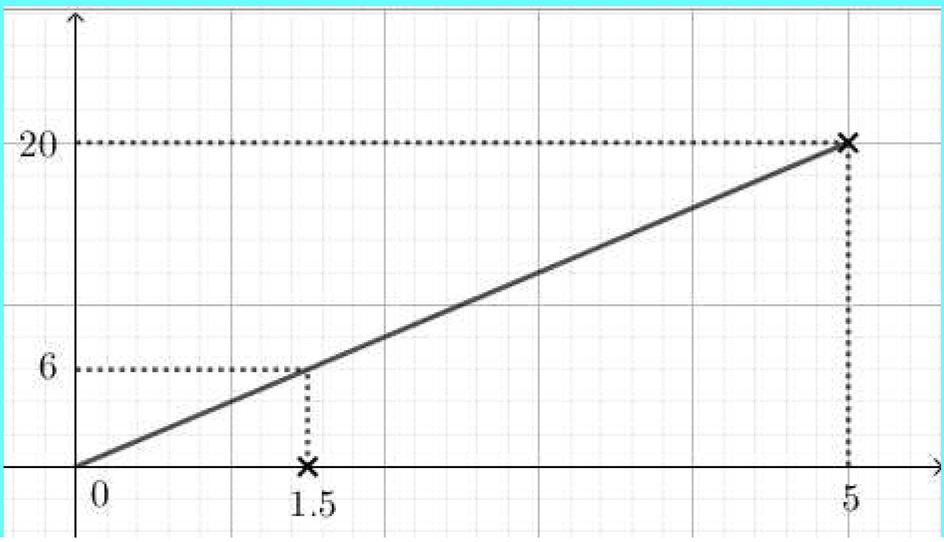
Et maintenant on fait quoi ?

On sait que les classes [5 ; 15[et [15 ; 30 [sont incluses dans [1,5 ; 31,1], on peut donc déjà compter 60 + 105 = 165 personnes.

Comment savoir combien il y a de valeurs supérieures ou égales à 1,5 de la classe [0 ; 5] ?

On décide que les effectifs sont repartis uniformément dans chaque classe…

Qué ?



Les effectifs augmentent régulièrement pendant qu'on parcourt la classe, ce qui donne nous donne une fonction affine (et même linéaire ici). Il suffit ensuite de lire l'image de 1,5.
On en déduit que 14 personnes (20 – 6) de cette classe sont à plus de 1,5 km.

Au final, on a donc 14 + 60 + 105 = 179 personnes dans l'intervalle $[\bar{x}-2\sigma \; ; \; \bar{x}+2\sigma]$

Et $\frac{179}{185}\times 100 \approx 96{,}76$
Soit environ 96,76 % personnes sont dans cet intervalle.

Qu'est ce qui nous permet de faire cette hypothèse de régularité ???

Hé bien en fait rien, car il n'y a pratiquement aucune chance que les valeurs se comportent exactement de cette façon.
Mais, dans la pratique cela donne de bons résultats « peu » éloignés de la réalité.
(Il y a des justifications théoriques à tout cela bien sûr, mais il faudra avancer dans les maths pour bien les saisir…)

EXERCICE N°3 (Le corrigé)

Le tableau ci-dessous résume les masses en kg des valises embarquées dans un avion lors d'un vol.

Pour vous montrer que cela peut arriver :
« les crochets sont dans l'autre sens »

Masse en kg	]10 ; 15]	]15 ; 20]	]20; 25]
Effectif	14	25	86

1) Quelle est, dans cet avion, la fréquence de valises pesant plus de 15 kg?

Plus de 15kg donc strictement supérieur à 15.

Il y a 25 + 86 = 111 valises de plus de 15 kg et il y a en tout 14 + 25 + 86 = 125

Et $\frac{111}{125}\times 100 = 88{,}8$

Il y donc 88,8 % de valises de plus de 15 kg.

2) Estimer la masse moyenne d'une valise dans cet avion.

Masse en kg	]10 ; 15]	]15 ; 20]	]20; 25]
	12,5	17,5	22,5
Effectif	14	25	86

On pense à calculer les centres.

Notons $\overline{x}$ la moyenne cherchée.

$$\overline{x} = \frac{12{,}5\times 14 + 17{,}5\times 25 + 22{,}5\times 86}{14+25+86} = \frac{2547{,}8}{125} = 20{,}38$$

On peut donc estimer la masse moyenne à 20,38 kg

L'énoncé dit « estimer » et pas « calculer » pourquoi ?

Les données étant répartie en classe, les centres ne sont que des approximations des véritables valeurs.

EXERCICE N°4 (Le corrigé)

Le rythme cardiaque au repos des élèves d'une classe de Seconde a été relevé lors d'une séance de TP.
Les résultats sont synthétisés dans le tableau suivant (bpm signifie battements par minute).

bpm	69	70	72	73	75	77	78	79
Effectif	2	1	3	1	2	1	1	2

bpm	80	82	83	84	85	86	88	90
Effectif	5	2	1	2	2	1	3	1

1) Préciser le caractère et la population étudiés.

Le caractère étudié est rythme cardiaque au repos.
La population est une classe de seconde (les individus sont alors les élèves de cette classe)

2) Calculer la fréquence en pourcentage des élèves dont le nombre de bpm est :

2.a) de 72 **2.b)** inférieur ou égal à 75 **2.c)** supérieur ou égal à 82

$\dfrac{3}{30}\times 100=10$

Soit 10 %

$\dfrac{2+1+3+1+2}{30}\times 100=30$

Soit 30 %

$\dfrac{2+1+2+2+1+3+1}{30}\times 100=40$

Soit 40 %

3) Dans un diagramme circulaire représentant cette série, quel serait l'angle du secteur correspondant aux élèves ayant un rythme cardiaque de72bpm?

$\dfrac{10}{100}\times 360=36$

La mesure de l'angle vaudrait 36°

On se souvient qu'un diagramme circulaire et que pour le parcourir il faut 360°. Le reste n'est que de la proportionnalité.

4) Déterminer la médiane de cette série.

Il y a 30 valeurs, la médiane sera donc la moyenne de la 15e et de la 16e valeur : $\dfrac{80+80}{2}=80$

5) Déterminer les quartiles Q1 et Q3 de cette série, ainsi que l'écart interquartile.

$\dfrac{1}{4}\times 30=7{,}5$, Q_1 est donc la 8e valeur de la série : 75

$\dfrac{3}{4}\times 30=22{,}5$, Q_3 est donc la 8e valeur de la série : 84

6) En utilisant la calculatrice, calculer le nombre moyen de bpm de cette classe.

La moyenne vaut 79,5.

Si vous ne trouvez pas cela alors vous avez oublié un réglage.
Casio vidéo à 2min32
TI video à 2m30

7) Cette même étude a été menée dans une autre classe de 20 élèves. On y a alors obtenu un nombre moyen de bpm de 74. Calculer alors le nombre moyen de bpm sur l'ensemble de ces deux classes.

$\dfrac{20\times 74+30\times 79{,}5}{20+30}=77{,}3$

Le nombre moyen de bpm sur les deux classes est alors de 77,3.

Voici un exemple d'utilisation de la propriété n° 2 : moyenne par sous groupe.

LES STATISTIQUES E02

EXERCICE N°5 *(Le corrigé)*

1) Construire une série statistique comportant huit valeurs telle que la médiane soit égale au premier quartile et le troisième quartile soit égal trois fois la médiane.

La série comporte huit valeurs donc

Q_1 est la 2e valeur Q_3 est la 6e est la médiane M est la moyenne de la 4e et de la 5e .

Pour éviter les calculs inutiles, on va faire un premier choix : les valeurs n°2, 3, 4 et 5 seront les mêmes et du coup la 6e vaudra trois fois la 5e .

10 ; 11 ; 11 ; 11 ; 11 ; 33 ; 65

En fait n'importe quel triplet de nombres a ; b et c avec $a \leqslant b$ et $3b \leqslant c$ fonctionne

a ; b ; b ; b ; b ; $3b$; c

Et il y a encore d'autres possibilités

2) Construire une série statistique comportant cinq valeurs telle que la moyenne soit égale à dix fois sa médiane.

On va choisir la médiane qui est la 3e valeur , par exemple 11.

Ensuite on choisit deux valeurs inférieures ou égales 11 et deux valeurs supérieures ou égales 11 de sorte que la moyenne soit égale à 110 (10 fois 11)

Pour éviter les calculs, on va choisir les quatre valeurs égales à 11 (à la médiane) et on va calculer la 5e pour obtenir la moyenne voulue.

Notons x la dernière valeur, de sorte que la série soit : 11 ; 11 ; 11 ; 11 ; x

La médiane vaut 11 donc la moyenne doit valeur 110

$$\frac{11+11+11+11+x}{5}=110 \Leftrightarrow 44+x=550 \Leftrightarrow x=506$$

ainsi la série **11 ; 11 ; 11 ; 11 ; 506 répond au problème**

Il y a bien sûr plein d'autres possibilités.

3) Construire une série statistique comportant sept valeurs telle que le premier quartile soit égal à deux fois sa moyenne.

$\frac{1}{4}\times 7=1{,}75$ Q_1 est donc la 2e valeur de la série.

Choisissons $Q_1=11$ la moyenne vaut alors $5{,}5$

Notons x la première valeur, de sorte que la série soit : x ; 11 ; 11 ; 11 ; 11 ; 11 ; 11

$$\frac{x+11+11+11+11+11+11}{7}=5{,}5 \Leftrightarrow x+66=38{,}5 \Leftrightarrow x=-27{,}5$$

Ainsi la série $-27{,}5$; 11 ; 11 ; 11 ; 11 ; 11 ; 11 répond à la question

Encore une fois, il y a plein d'autres possibilités.

Ici j'essaie juste de vous donner les méthodes les plus simples à mettre entre œuvre.

LES STATISTIQUES E02

EXERCICE N°1

Dans une boulangerie industrielle, le poids affiché de la baguette est 250 grammes.
Lors d'un contrôle, un agent du service des fraudes a prélevé 50 baguettes et a relevé leur masse.
Les résultats sont dans le tableau suivant.

Masse de la baguette (en g)	247	248	249	250	251	252	253
Nombre de baguettes	2	5	11	15	8	6	3

Calculer la moyenne (notée $\bar{x}$) et l'écart type (noté σ) de la série des masses des baguettes de pain.

EXERCICE N°2

On a demandé aux employés d'une entreprise la distance qui sépare l'entreprise de leur domicile.
Les résultats sont donnés dans le tableau suivant:

Distance en km	[0 ; 5[	[5 ; 15[	[15 ; 30 [
Effectif	20	60	105

1) Déterminer une valeur approchée de la distance moyenne qui sépare l'entreprise du domicile des employés. Arrondir au dixième près.
2) Déterminer avec la calculatrice une valeur approchée de l'écart type σ de cette série. Arrondir dixième près.
3) Calculer le pourcentage d'employés dont la distance qui sépare l'entreprise de leur domicile appartient à l'intervalle $[\bar{x}-2\sigma\ ;\ \bar{x}+2\sigma]$.

EXERCICE N°3

Le tableau ci-dessous résume les masses en kg des valises embarquées dans un avion lors d'un vol.

Masse en kg	]10 ; 15]	]15 ; 20]	]20;25]
Effectif	14	25	86

1) Quelle est, dans cet avion, la fréquence de valises pesant plus de 15 kg?
2) Estimer la masse moyenne d'une valise dans cet avion.

EXERCICE N°4

Le rythme cardiaque au repos des élèves d'une classe de Seconde a été relevé lors d'une séance de TP.
Les résultats sont synthétisés dans le tableau suivant (bpm signifie battements par minute).

bpm	69	70	72	73	75	77	78	79
Effectif	2	1	3	1	2	1	1	2

bpm	80	82	83	84	85	86	88	90
Effectif	5	2	1	2	2	1	3	1

1) Préciser le caractère et la population étudiés.
2) Calculer la fréquence en pourcentage des élèves dont le nombre de bpm est :

2.a) de 72 **2.b)** inférieur ou égal à 75 **2.c)** supérieur ou égal à 82

3) Dans un diagramme circulaire représentant cette série, quel serait l'angle du secteur correspondant aux élèves ayant un rythme cardiaque de72bpm?
4) Déterminer la médiane de cette série.
5) Déterminer les quartiles Q1 et Q3 de cette série, ainsi que l'écart interquartile.
6) En utilisant la calculatrice, calculer le nombre moyen de bpm de cette classe.
7) Cette même étude a été menée dans une autre classe de 20 élèves. On y a alors obtenu un nombre moyen de bpm de 74. Calculer alors le nombre moyen de bpm sur l'ensemble de ces deux classes.

EXERCICE N°5

1) Construire une série statistique comportant huit valeurs telle que la médiane soit égale au premier quartile et le troisième quartile soit égal trois fois la médiane.
2) Construire une série statistique comportant cinq valeurs telle que la moyenne soit égale à dix fois sa médiane.
3) Construire une série statistique comportant sept valeurs telle que le premier quartile soit égal à deux fois sa moyenne.