BARÈME DU DEVOIR SURVEILLÉ N°2

Nom :	**Prénom :**	**Classe :**

EXERCICE N°1 — Je connais mon cours (5 points)

On se place dans un repère orthonormé $(O\ ;\ I\ ;\ J)$.
Soient A , B , C et D quatre points tels que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.
Soit K tel que $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{KC}$.

1) Que peut-on dire du quadrilatère $ABCD$? (aucune justification n'est demandée)

1 pt

$\boxed{ABCD \text{ est un parallélogramme}}$

2) Que peut-on dire du point K ?

1 pt

$\boxed{K \text{ est le milieu de } [AC]}$

3) On donne à présent les coordonnées de A et B : $A(-3\ ;\ 2)$ et $B(4\ ;\ -1)$.
Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$.

1 pt

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4-(-3) \\ -1-2 \end{pmatrix}$ ou encore $\boxed{\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix}}$

4) Calculer $\|\overrightarrow{AB}\|$.

1 pt

$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{7^2+(-3)^2} = \sqrt{49+9} = \boxed{\sqrt{58}}$

5) Soient $\vec{u}\begin{pmatrix} 5{,}1 \\ 2{,}7 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 1{,}7 \\ 0{,}9 \end{pmatrix}$. Démontrer que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

1 pt

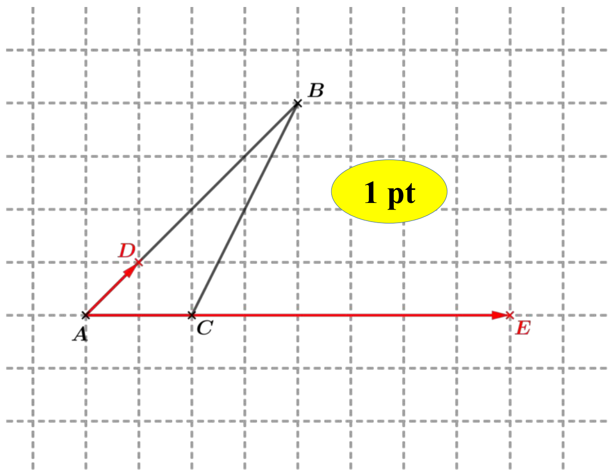
$det(\vec{u}\ ;\ \vec{v}) = 5{,}1 \times 0{,}9 - 2{,}7 \times 1{,}7 = 0$
On en déduit que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

EXERCICE N°2 — Je sais utiliser des égalités vectorielles (4 points)

Soit ABC un triangle quelconque.

1) Placer les points D et E tels que $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE} = 4\overrightarrow{AC}$.

Voir la figure.



1 pt

2) En utilisant l'égalité $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC}$, exprimer le vecteur $\overrightarrow{DC}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

1 pt

$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = \boxed{-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}$

3) En utilisant l'égalité $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE}$, exprimer le vecteur $\overrightarrow{BE}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

1 pt

$\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE} = \boxed{-\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC}}$

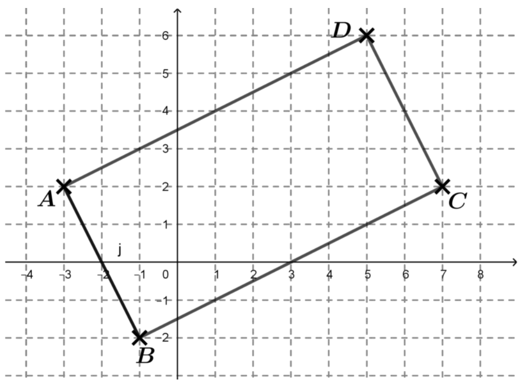
4) En déduire une relation entre les vecteurs $\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{DC}$.

1 pt

$\boxed{\overrightarrow{BE} = 4\overrightarrow{DC}}$ ou $\boxed{\overrightarrow{DC} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BE}}$

EXERCICE N°3 *Je sais mobiliser mes connaissances* *(8 points)*

On donne le repère orthonormé $(O;\ I;\ J)$.
Placer les points $A(-3\ ;\ 2)$; $B(-1\ ;\ -2)$; $C(7\ ;\ 2)$ et $D(5\ ;\ 6)$.
Le graphique ne servira pas à démontrer mais à vérifier vos réponses.



1) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC}$. En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.

0,5 pt $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} x_D-x_A \\ y_D-y_A \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 5-(-3) \\ 6-2 \end{pmatrix}$ ou encore $\boxed{\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix}}$

0,5 pt $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} x_C-x_B \\ y_C-y_B \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 7-(-1) \\ 2-(-2) \end{pmatrix}$ ou encore $\boxed{\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix}}$

1 pt On a $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ ce qui équivaut à $\boxed{ABCD \text{ parallélogramme}}$

2) Calculer les longueurs AD, AB et BD et en déduire la nature du triangle ABD.

$\|\overrightarrow{AD}\| = \sqrt{8^2+4^4} = \sqrt{64+16}$

0,5 pt $\boxed{\|\overrightarrow{AD}\| = \sqrt{80}}$

$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2} = \sqrt{(-1-(-3))^2+(-2-2)^2} = \sqrt{2^2+(-4)^2} = \sqrt{4+16}$

0,5 pt $\boxed{\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{20}}$

$\|\overrightarrow{BD}\| = \sqrt{(x_D-x_B)^2+(y_D-y_B)^2} = \sqrt{(5-(-1))^2+(6-(-2))^2} = \sqrt{6^2+8^2} = \sqrt{36+64}$

0,5 pt $\boxed{\|\overrightarrow{BD}\| = \sqrt{100}}$

On a d'une part : $BD^2=100$ et d'autre part $AD^2+AB^2=80+20=100$.
On constate que $BD^2=AD^2+AB^2$

1,5 pt Le théorème réciproque de Pythagore montre alors que $\boxed{\text{le triangle } ABC \text{ est rectangle en } A}$

3) Démontrer la nature du quadrilatère $ABCD$.

On sait d'après la question 1) que $ABCD$ parallélogramme et d'après la question 2) que $\widehat{BAC}=90°$

1 pt Or un parallélogramme ayant un angle droit est un rectangle.
On en déduit que : $\boxed{ABCD \text{ est un rectangle}}$

4) Calculer les coordonnées de M milieu du segment $[BD]$
Notons $M(x_M\ ;\ y_M)$.

M milieu de $[BD]$ équivaut à $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{MD}$

1 pt Or $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} x_M-x_B \\ y_M-y_B \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} x_M+1 \\ y_M+2 \end{pmatrix}$

et $\overrightarrow{MD}\begin{pmatrix} x_D-x_M \\ y_D-y_M \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{MD}\begin{pmatrix} 5-x_M \\ 6-y_M \end{pmatrix}$

1 pt On en déduit que $\begin{matrix} x_M+1=5-x_M \Leftrightarrow 2x_M=4 \Leftrightarrow x_M=2 \\ y_M+2=6-y_M \Leftrightarrow 2y_M=4 \Leftrightarrow y_M=2 \end{matrix}$

Ainsi $\boxed{M(2\ ;\ 2)}$

EXERCICE N°4 Je sais mobiliser mes connaissances (3 points au choix)

$RSTU$ est un parallélogramme. V est l'image de S par la translation de vecteur $\overrightarrow{RT}$, et W est l'image de T par la translation de vecteur $\overrightarrow{RU}$.
Quelle est la nature du quadrilatère $SVWU$? Justifier.

▪ D'une part,
on sait que : $\overrightarrow{RU} = \overrightarrow{TW}$ ce qui équivaut à $RTWU$ parallélogramme .
De plus $RTWU$ parallélogramme équivaut à $\overrightarrow{RT} = \overrightarrow{UW}$.

▪ D'autre part,
On sait $\overrightarrow{SV} = \overrightarrow{RT}$

▪ On en déduit que $\overrightarrow{SV} = \overrightarrow{UW}$ ce qui équivaut à $\boxed{SVWU \text{ parallélogramme}}$