LES FONCTIONS EXPONENTIELLES E05

EXERCICE N°3 (Le corrigé)

Suite à une infection, le nombre de bactéries contenues dans un organisme en fonction du temps (en heures) peut être modélisé par la fonction f définie pour tout $x \in [0\ ;\ 8]$ par : $f(x)=25\,000\times 1,1^{x}$.

1) À l'aide de la calculatrice, donner un arrondi au millier près du nombre de bactéries après 2 h puis après 4 h 30.

$f(2)=25\,000\times 1,1^{2}$
$f(2)=30250$
$\boxed{\text{Après 2h, il y aura environ } 30000 \text{ bactéries}}$.

$f(4,5)=25\,000\times 1,1^{4,5}$
$f(4,5)=38339$
$\boxed{\text{Après 4h30min, il y aura environ } 38000 \text{ bactéries}}$.

2) Déterminer les variations de f sur $[0\ ;\ 8]$.

$f(x)=k\times a^{x}$
Avec $a=1,1\ >\ 1$ et $5=25000\ >\ 0$ Donc $\boxed{f \text{ est strictement croissante}}$

3) À l'aide de La calculatrice, déterminer au bout de combien de temps le nombre de bactéries aura doublé.

Nous devrions procéder comme à l'exercice n°1 mais nous allons plutôt utiliser une « recette » que nous justifierons plus tard.

Il s'agît de résoudre sur $[0\ ;\ 8]$ l'inéquation $f(2)\ \geqslant\ 50\,000$.

$f(2)\ \geqslant\ 50\,000$
$\Leftrightarrow\ 25\,000\times 1,1^{x}\ \geqslant\ 50000$
$\Leftrightarrow\ 1,1^{x}\ \geqslant\ 2$
$\Leftrightarrow\ \log\left(1,1^{x}\right)\ \geqslant\ \log(2)$ (car la fonction log est strictement croissante)
$\Leftrightarrow\ x\log(1,1)\ \geqslant\ \log(2)$
$\Leftrightarrow\ x\ \geqslant\ \dfrac{\log(2)}{\log(1,1)}\ \approx\ 7,2725$ (car log(1,1) > 0)

$7,2725\text{ h} = 7\text{ h} + 0,2725\times 60\text{ min} = 7\text{ h }16\text{ min} + 0,35\times 60\text{ s} = 7\text{ h }16\text{ min }21\text{ s}$

Il faudra attendre au moins $\boxed{7\text{ h }16\text{ min }21\text{ s}}$