

# DEVOIR SURVEILLÉ N°2 (LE CORRIGÉ)

Nom :

Prénom :

Classe :

## EXERCICE N°1

(10 points)

« En 2017, les Français ont en moyenne produit 513 kg de déchets ménagers par habitant. »

[Source : le site internet Planetoscope].

En 2017, le maire d'une commune obtient 530 kg de déchets ménagers en moyenne par habitant. L'objectif du maire est de réduire la production de déchets de 1,7 % par an pendant 5 ans, en espérant atteindre la moyenne nationale de 2017.

On modélise la situation par la suite  $(d(n))$  où  $d(n)$  représente pour tout entier naturel  $n$ , la quantité en kg de déchets ménagers moyenne produite par habitant de cette ville durant l'année  $2017+n$ .

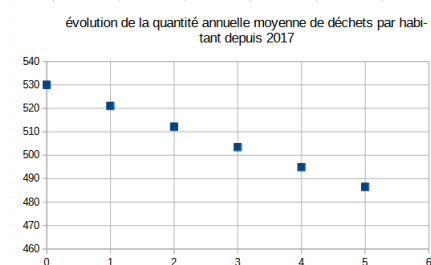
1) Donner la valeur de  $d(0)$  et justifier que pour tout entier naturel  $n$ , on a :  $d(n+1) = 0,983 d(n)$

$$d(0) = 530$$

Diminuer une quantité de 1,7 % revient à la multiplier par 0,983  $\left(=1+\frac{-1,7}{100}\right)$ . Ainsi pour passer d'un terme au suivant, on multiplie par 0,983.

2) Le tableur nous donne les premières valeurs de la suite et permet de les représenter graphiquement :

	A	B
1	n	d(n)
2	0	530
3	1	
4	2	
5	3	
6	4	
7	5	
8	6	
9	7	



2.a) Quelle formule destinée à être recopiée vers le bas, peut-on saisir dans la cellule B3 pour obtenir les valeurs de la suite ?

$$=B2*0,983$$

2.b) Quelle devrait être à ce rythme-là, la production en kilogramme de déchets ménagers par habitant dans cette ville en 2022 ? La campagne de sensibilisation du maire a-t-il permis au maire d'atteindre son objectif ?

2022 = 2017+5, il s'agit de calculer  $d(5)$

On remarque que pour calculer  $d(5)$ , il suffit de multiplier  $d(0)$  par 0,983 cinq fois d'affilée.

$$d(5) = 530 \times 0,983^5$$

$$d(5) \approx 486,46$$

On en déduit que l'objectif est atteint.

3) Le maire souhaite maintenant atteindre la moyenne européenne de 2017 qui était de 487 kg de déchets ménagers par habitant.

3.a) Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous permettant d'obtenir le rang de l'année à partir de laquelle l'objectif du maire sera atteint.

```

1  n = 0
2  d = 530
3  while d > ... :
4      n = ...
5      d = ...

```

3.b) En quelle année l'objectif du maire est-il atteint ?

Ce script s'arrête quand n vaut 5.

On en déduit que c'est en 2022 = 2017 + 5 que l'objectif sera atteint.

```

1  n = 0
2  d = 530
3  while d > 487 :
4      n = n+1
5      d = d*0.983
6

```

Un médecin vient d'ouvrir son cabinet. Dès l'ouverture, il a déjà 200 patients. Il constate que chaque semaine, il gagne 11 nouveaux patients. Le médecin se demande pendant combien de temps il pourra accueillir de nouveaux patients sachant qu'il veut avoir au maximum 1300 patients. Cet exercice a pour but de l'aider à trouver une réponse.

On modélise le nombre de patients du médecin par la suite  $(p(n))$  où  $p(n)$  est le nombre de patients à la semaine  $n$ . L'ouverture du cabinet est considérée comme la semaine zéro.

1) Donner  $p(0)$  puis exprimer  $p(n+1)$  en fonction de  $p(n)$ .

$$p(0) = 200 \quad \text{et} \quad p(n+1) = p(n) + 11$$

2) Calculer les cinq premiers termes de la suite puis les représenter en annexe (voir au verso).

$$p(0) = 200, \quad p(1) = 211, \quad p(2) = 222, \quad p(3) = 233, \quad p(4) = 244$$

voir l'annexe pour la représentation.

3) Combien de patients, le médecin aura-t-il la troisième semaine ?

On sait que  $p(3) = 233$ , le médecin aura alors 233 patients.

4) Donner, en justifiant, la nature de la suite et préciser ses éléments caractéristiques.

D'après la question 1) pour tout entier naturel  $n$ ,  $p(n+1) = p(n) + 11$

On reconnaît une suite arithmétique de raison  $r=11$  et de premier terme  $p(0) = 200$

5) À l'aide de la calculatrice, déterminer  $p(99)$  et  $p(100)$ . Conclure quant à la question du médecin.

On remarque que pour calculer  $p(99)$  il suffit d'ajouter 99 fois 11 à  $p(0)$  :

$$p(99) = 200 + 11 \times 99$$

Donc  $p(99) = 1289$

et  $p(100) = 1300$

On en déduit que le médecin pourra accepter de nouveaux patients jusque la 100<sup>e</sup> semaine.

# ANNEXE

Question n°2 de l'exercice n°2

