LES SUITES E05C

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

Alice place un capital initial $C_0 = 3\,000$ € à un taux annuel de 6%, les intérêts étant simples, c'est-à-dire que le capital d'une année est égal à celui de l'année précédente augmenté de 6 % du capital initial (les intérêts ne sont pas capitalisés chaque année, comme ce serait le cas pour des intérêts composés).
On note C_n le capital de Alice au bout de n années, capital exprimé en euros.

1) Montrer que, pour tout entier n, $C_{n+1} = C_n + 180$. Qu'en déduit-on ?

On sait que, chaque année, le capital C_n est augmenté de 6 % du capital initial C_0.

Or $\frac{6}{100} \times C_0 = \frac{6}{100} \times 3000 = 180$.

Donc, pour tout entier naturel n : $C_{n+1} = C_n + 180$

On en déduit que (C_n) est une $\boxed{\text{suite arithmétique}}$ de $\boxed{\text{raison } r = 180}$ et de premier terme $\boxed{C_0 = 180}$

2) Pour tout entier n, exprimer C_n en fonction de n.

Pour tout entier natural n,

$C_n = C_0 + r n$

$\boxed{C_n = 3000 + 180 n}$

3) De quel capital Alice dispose-t-elle au bout de 10 ans ?

Il s'agit de calculer C_{10}.

$C_{10} = 3000 + 180 \times 10$

$C_{10} = 4800$

Au bout de 10 ans, alice dispose de $\boxed{4800 \text{ €}}$

4) Au bout de combien d'années le capital a-t-il doublé ?

Il s'agit de résoudre $C_n \geqslant 2 \times 3000$

Les inéquations suivantes sont équivalentes.

$C_n \geqslant 6000$

$3000 + 180 n \geqslant 6000$

$3000 + 180 n - 3000 \geqslant 6000 - 3000$ (Le sens de l'inégalité ne change pas : relire ce cours)

$180 n \geqslant 3000$

$\frac{180 n}{180} \geqslant \frac{3000}{180}$ (Le sens de l'inégalité ne change pas)

$n \geqslant \frac{50}{3} \approx 16{,}67$

On en déduit que le capital aura doublé $\boxed{\text{au bout de la } 17^{e} \text{ année}}$.

5) Au bout de combien d'années le capital dépasse-t-il 10 000 € ?

Il s'agit de résoudre $C_n \geqslant 10\,000$

Les inéquations suivantes sont équivalentes.

$C_n \geqslant 10\,000$

$3000 + 180 n \geqslant 10\,000$

$3000 + 180 n - 3000 \geqslant 10000 - 3000$ (Le sens de l'inégalité ne change pas : relire ce cours)

$180 n \geqslant 7000$

$\frac{180 n}{180} \geqslant \frac{7000}{180}$ (Le sens de l'inégalité ne change pas)

$n \geqslant \frac{350}{9} \approx 38{,}89$

On en déduit que le capital dépassé 10 000 € $\boxed{\text{au bout de la } 39^{e} \text{ année}}$.