

LES SUITES NUMÉRIQUES E07C

EXERCICE N°2 Du concret : 1^{er} appart !

Un étudiant loue une chambre pour 3 ans. On lui propose deux types de bail.

1^{er} contrat : un loyer de 200 euros pour le premier mois puis une augmentation de 5 euros par mois jusqu'à la fin du bail.

2^{ème} contrat: un loyer de 200 euros pour le premier mois puis une augmentation de 2% par mois jusqu'à la fin du bail.

1) Calculer, pour chacun des deux contrats, le loyer du deuxième mois puis le loyer du troisième mois.

Pour le 1 ^{er} contrat	Pour le 2 ^{ème} contrat
Une hausse de 2 % correspond à un Coefficient multiplicateur valant 1,02.	
▪ mois n°1 : 200 €	▪ mois n°1 : 200 €
▪ mois n°2 : $200+5 = 205$ 205 €	▪ mois n°2 : $200 \times 1,02 = 204$ 204 €
▪ mois n°3 : $205+5 = 210$ 210 €	▪ mois n°3 : $204 \times 1,02 = 208,08$ 208,08 €

2) Calculer, pour chacun des deux contrats, le loyer du dernier (c'est-à-dire du 36^e mois).

Pour le 1 ^{er} contrat	Pour le 2 ^{ème} contrat
▪ Notons u_n le montant en euros payé pour le moins n° n .	▪ Notons v_n le montant en euros payé pour le moins n° n .
▪ $u_1 = 200$ et $u_{n+1} = u_n + 5$	▪ $v_1 = 200$ et $v_{n+1} = 1,02 v_n$
On reconnaît une suite arithmétique et on peut écrire que pour tout $n \geq 1$,	On reconnaît une suite géométrique et on peut écrire que pour tout $n \geq 1$,
$u_n = 200 + 5(n-1)$	$v_n = 200 \times 1,02^{n-1}$
▪ Donc $u_{36} = 200 + 5(36-1) = 375$	▪ Donc $v_{36} = 200 \times 1,02^{36-1} \approx 399,98$
Le montant du dernier loyer est 375 €	Le montant du dernier loyer est d' environ 399,98 €

3) Quel est le contrat globalement le plus avantageux pour un bail de 3 ans ? (Justifier à l'aide de calculs.)

Il s'agit de calculer la somme des loyers pour chaque contrat.

Notons S_1 la somme des loyers pour le 1^{er} contrat et S_2 celle pour le second.

Pour le 1 ^{er} contrat	Pour le 2 ^{ème} contrat
$S_1 = 36 \times \frac{200+375}{2}$	$S_2 = 200 \times \frac{1-1,02^{36}}{1-1,02}$
$S_1 = 10350$	$S_2 \approx 10398,87$
On a $S_2 < S_1$, on en déduit que globalement le 1^{er} contrat est plus avantageux .	