3)

Pour tout réel x ,

$$\underbrace{4x^2}_{a^2}-\underbrace{(x+1)^2}_{b^2} = \underbrace{(2x)^2}_{a^2}-\underbrace{(x+1)^2}_{b^2} = [(2x)+(x+1)][(2x)-(x+1)] = (3x+1)(x-1)$$

On en déduit que $4x^2-(x+1)^2 \leqslant 0 \Leftrightarrow (3x+1)(x-1) \leqslant 0$

Et on va résoudre cette dernière inéquation (qui possède les même solutions que la première puisqu'elles sont équivalentes)… On commence à le savoir !

- $3x+1 > 0 \Leftrightarrow 3x > -1 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{3}$
- $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$3x+1$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$x-1$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	
$(3x+1)(x-1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

On en déduit que a $4x^2-(x+1)^2 \leqslant 0$ admet comme ensemble des solutions :

$\boxed{\left[-\frac{1}{3} ; 1\right]}$

4)

Pour tout réel x ,

$$\underbrace{(2x+3)^2}_{a^2}-\underbrace{(4x-5)^2}_{b^2} = [(2x+3)+(4x-5)][(2x+3)-(4x-5)] = (6x-2)(-2x+8)$$

On pourrait factoriser un peu plus : $(6x-2)(-2x+8) = -4(3x-1)(x-4)$
Mais cela ne sera pas utile ici.

- $6x-2 > 0 \Leftrightarrow 6x > 2 \Leftrightarrow x > \frac{2}{6}=\frac{1}{3}$
- $-2x+8 > 0 \Leftrightarrow -2x > -8 \Leftrightarrow x < \frac{-8}{-2}=4$

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		4		$+\infty$
$6x-2$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$-2x+8$		$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	
$(6x-2)(-2x+8)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

On en déduit que $(2x+3)^2-(4x-5)^2 > 0$ admet comme ensemble des solutions :

$\boxed{\left]\frac{1}{3} ; 4\right[}$