LA FONCTION CARRÉ E06

EXERCICE N°2 *(Le corrigé)*

Résoudre les inéquations suivantes et donner l'ensemble des solutions sous la forme d'un intervalle ou d'une réunion d'intervalle.

1) $x(2x+1)+x(3x-4) \geqslant 0$

2) $(2x+1)(x-3)+(2x+1)(3x+4) < 0$

3) $4x^2-(x+1)^2 \leqslant 0$

4) $(2x+3)^2-(4x-5)^2 > 0$

5) $\dfrac{(2x+1)(x-3)+(2x+1)(3x+4)}{(2x+3)^2-(4x-5)^2} < 0$ (ici, deux façons possibles : observateur ou pas)

1)

Pour tout réel x ,

$x(2x+1)+x(3x-4) = x[(2x+1)+(3x-4)] = x(5x-3)$

On en déduit que $x(2x+1)+x(3x-4) \geqslant 0 \Leftrightarrow x(5x-3) \geqslant 0$

Et on va résoudre cette dernière inéquation (qui possède les même solutions que la première puisqu'elles sont équivalentes).

- $x > 0 \Leftrightarrow x > 0$ (élémentaire mon cher Watson...)
- $5x-3 > 0 \Leftrightarrow 5x > 3 \Leftrightarrow x > \dfrac{3}{5}=0{,}6$

x	$-\infty$		0		$0{,}6$		$+\infty$
x		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$5x-3$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	
$x(5x-3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

On en déduit que $x(2x+1)+x(3x-4) \geqslant 0$ admet comme ensemble des solutions :

$\boxed{]-\infty\ ;\ 0] \cup [0{,}6\ ;\ +\infty[}$

2)

Pour tout réel x ,

$(2x+1)(x-3)+(2x+1)(3x+4) = (2x+1)[(x-3)+(3x+4)] = (2x+1)(4x+1)$

On en déduit que $x(2x+1)+x(3x-4) < 0 \Leftrightarrow (2x+1)(4x+1) < 0$

Et on va résoudre cette dernière inéquation (qui possède les même solutions que la première puisqu'elles sont équivalentes).

- $2x+1 > 0 \Leftrightarrow 2x > -1 \Leftrightarrow x > -\dfrac{1}{2}$
- $4x+1 > 0 \Leftrightarrow 4x > -1 \Leftrightarrow x > -\dfrac{1}{4}$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$-\frac{1}{4}$		$+\infty$
$2x+1$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$4x+1$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	
$(2x+1)(4x+1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

On en déduit que $(2x+1)(x-3)+(2x+1)(3x+4) < 0$ admet comme ensemble des solutions :

$\boxed{\left]-\dfrac{1}{2}\ ;\ -\dfrac{1}{4}\right[}$