II Factoriser une expression

Définition n°2.

Factoriser, c'est transformer une somme (algébrique) en un produit.

Méthode n°3. Avec un facteur commun

Factoriser l'expression suivante :

$$H = (2x+1)(3x-5)-(2x+1)^2+(8x+4)(7x-1)$$
 L1

$$H = (2x+1)(3x-5)-(2x+1)(2x+1)+4(2x+1)(7x-1)$$
 L2

$$H = (2x+1)[(3x-5)-(2x+1)+4(7x-1)]$$
 L3

$$H = (2x+1) | 3x-5-2x-1+28x-4]$$
 L4

$$H = (2x+1)(29x-10)$$
 L5

Exercice n°3.

Factoriser
$$I = (3x-2)^2 - (2+6x)(3x-2)$$

Méthode n°4. Avec des identités remarquables

L'idée est de reconnaître les membres de droite des identités remarquables et d'utiliser ces identités de la droite vers la gauche. En pratique, c'est surtout la 3° qui est utile...

Exemple n°6. Avec la 1^{re} identité remarquable

$$9+4x^2+12x = 4x^2+12x+9 = (2x)^2+12x+3^2 = (2x+3)^2$$

Remarque n°6. essentielle

On a repéré les valeurs de a et b et on a pas oublié de vérifier que $2 \times a \times b = 2 \times 2 \times x \times 3 = 12 \times x$

Exercice n°4.

Factoriser l'expression : $J = 24 y + 36 + 4 y^2$

Exemple n°7. Avec la 2^e identité remarquable

$$-12x+9+4x^2 = 4x^2-12x+9 = (2x)^2-12x+3^2 = (2x-3)^2$$

Remarque n°7. essentielle

On a repéré les valeurs de a et b et on a pas oublié de vérifier que $2\times a\times b=2\times 2x\times 3=12x$

Exercice n°5.

Factoriser l'expression : $J = 81 + 16z^2 - 72z$

Exemple n°8. Avec la 3^e identité remarquable

$$(4x+2)^2 - (3x-7)^2 = [(4x+2) + (3x-7)][(4x+2) - (3x-7)] = (7x-5)(x-9)$$

Remarque n°8.

On oublie pas qu'on repère les membres de droite des identités remarquables.

Ici
$$a^2 = (4x+2)^2$$
 donc $a = 4x+2$ et $b^2 = (3x-7)^2$ donc $b = 3x-7$

Exercice n°6.

Factoriser 1'expression : $L=(5x-2)^2-(6+2x)^2$

EXERCICE N°1 Avec un facteur commun

Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 9x(x-3) + 9x(10+2x)$$
 $B = (2x+1)(8+x) - (3x-1)(2x+1)$

$$D = (11x-3)^2 + (11x-3)$$

$$C = 9x(2x+1) + 6x(5+x)$$

EXERCICE N°2 Avec une identité remarquable

 $A = 9x^2 + 24x + 16$

 $B = 90 x + 81 + 25 x^2$

 $C=36 x^2-24x+4$

 $D=0.36 x^2+0.25-0.6 x$ $E=49-64 x^2$

 $F = (2,1 x-5)^2 - (7+4 x)^2$

EXERCICE N°3 On mélange

$$A = 9x^2 - 24x + 16 - (3x - 4)(2x + 7)$$
 $B = (1 - 3x)(5x + 2) + (3x - 1)(4x - 2)$

$$C = (6 x+2)(4x-1)-(3x+1)(4+3x) D = (2x-1)^2-(2x-1)(3x+4)+(2x-1)^3$$

EXERCICE N°1 Sans la calculatrice!

- 1) Développer et réduire l'expression suivante : $A = (2x-1)(8x+1) (4x-0.75)^2$
- 2) Calculer la valeur de A pour x = 100 puis pour $x = \left(\frac{\sqrt{\pi + 3}}{25}\right)^{22}$
- 3) Calculer astucieusement : $19 \times 81 39,25^2$

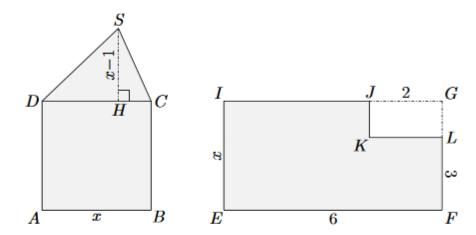
EXERCICE N°2 Techniques de démonstration

On dit qu'un nombre entier n est pair s'il existe un nombre entier p tel que n=2 p. Par exemple le nombre 18 est pair car $18=2\times9$ (ici n=18 et p=9, on peut utiliser d'autres lettres si on veut...)

- 1) Démontrer que le carré d'un nombre pair est pair.
- 2) Démontrer que la somme de deux nombres pairs est paire.
- 3) La moitié d'un nombre pair est-elle toujours paire ? Justifier.

EXERCICE N°3 Un peu de géométrie.

On donne les figures suivantes :



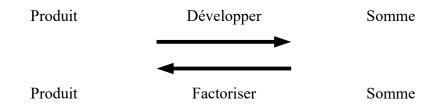
- 1) Déterminer les valeurs possibles pour x.
- 2) Exprimer l'aire de chacune des figures en fonctions de x.
- 3) Exprimer en fonction de x, la différence de ces deux aires.
- 4) Démontrer que cette différence peut aussi s'écrire $\left(\frac{3}{2}x-6\right)(x+1)$

III Le résumé du cours

Dans les expressions qui suivent, a, b, c, d et k sont des nombres qui peuvent aussi prendre la forme d'expression.

Par exemple, il est possible d'avoir a=3x+5 ...

III.1 Définition



III.2 Simple distributivité

produit
$$\begin{array}{c} k\,(a+b) = k\,a + k\,b \\ \\ \text{produit} \\ \\ k\,(a-b) = k\,a - k\,b \\ \\ \text{produit} \\ \\ k\,(a+b-c\dots) = ka+kb-kc\dots \end{array}$$
 somme

III.3 double distributivité

produit
$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$
 somme

III.4 Les identités remarquables

produit	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	somme
produit	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	somme
produit	$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$	somme