

LES SUITES NUMÉRIQUES E07

EXERCICE N°1 Du concret : Écologie

En 2019, le maire d'une ville a fait comptabiliser le nombre de mégots ramassés dans la rue principale. Sur l'ensemble de l'année, le nombre de mégots ramassés est de 20 000.

Souhaitant que ce nombre diminue fortement, le maire fait voter en conseil municipal une loi instaurant une amende de 160 € par mégot laissé par terre.

Des statisticiens ont prévu, sur une période de 10 ans, une diminution du nombre de mégots jetés par terre de 15 % par an grâce à cette amende.

Sous cette hypothèse, pour tout entier naturel n , on appelle u_n le nombre de mégots jetés par terre pendant l'année $2019+n$. Ainsi, u_0 est le nombre de mégots jetés par terre en 2019. On a $u_0=20\,000$.

- 1) Justifier par le calcul que $u_1=17\,000$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.
- 2)
 - 2.a) Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Justifier.
 - 2.b) Donner l'expression de u_n en fonction de n .
 - 2.c) Calculer le nombre de mégots qui, selon ce modèle, seraient jetés par terre en 2028. Arrondir le résultat à l'unité.
- 3) Le maire souhaite savoir combien de mégots seraient ramassés par les agents municipaux de 2019 à 2028.
 - 3.a) Exprimer la somme que le maire doit effectuer pour trouver ce nombre en fonction des termes de la suite (u_n) .
 - 3.b) Trouver alors le nombre de mégots ramassés.

EXERCICE N°2 Du concret : 1^{er} appart !

Un étudiant loue une chambre pour 3 ans. On lui propose deux types de bail.

1^{er} contrat : un loyer de 200 euros pour le premier mois puis une augmentation de 5 euros par mois jusqu'à la fin du bail.

2^{ème} contrat: un loyer de 200 euros pour le premier mois puis une augmentation de 2% par mois jusqu'à la fin du bail.

- 1) Calculer, pour chacun des deux contrats, le loyer du deuxième mois puis le loyer du troisième mois.
- 2) Calculer, pour chacun des deux contrats, le loyer du dernier (c'est-à-dire du 36^e mois).
- 3) Quel est le contrat globalement le plus avantageux pour un bail de 3 ans ? (Justifier à l'aide de calculs.)

EXERCICE N°3 Du concret : Héritage

Mathilde a reçu 80 000 € en héritage. Elle décide de placer cette somme et trouve un placement au taux de 8%. Mais chaque année, elle doit retirer 4000 € pour payer les impôts dus à ce placement. On appelle C_n le capital acquis au bout de n années de placement. On a donc $C_0 = 80\,000$.

- 1) Expliquer pourquoi $(C_n)_{n \in \mathbb{N}}$ vérifie la relation suivante: $C_{n+1}=1,08 \times C_n - 4000$.
- 2) Calculer à la calculatrice les premiers termes de cette suite. Est-elle arithmétique ? Géométrique ?
- 3) On considère la suite auxiliaire (U_n) définie par : $U_n=C_n-50\,000$.
 - 3.a) Montrer que (U_n) est une suite géométrique dont on précisera les caractéristiques.
 - 3.b) Exprimer U_n puis C_n en fonction de n .
 - 3.c) De quelle somme Mathilde disposera-t-elle au bout de 5 ans ?
 - 3.d) Mathilde veut acheter une maison à 180000 €. Combien d'années devra-t-elle attendre avant de disposer de cette somme ?

LES SUITES NUMÉRIQUES E07

EXERCICE N°1 Du concret : Écologie

En 2019, le maire d'une ville a fait comptabiliser le nombre de mégots ramassés dans la rue principale. Sur l'ensemble de l'année, le nombre de mégots ramassés est de 20 000.

Souhaitant que ce nombre diminue fortement, le maire fait voter en conseil municipal une loi instaurant une amende de 160 € par mégot laissé par terre.

Des statisticiens ont prévu, sur une période de 10 ans, une diminution du nombre de mégots jetés par terre de 15 % par an grâce à cette amende.

Sous cette hypothèse, pour tout entier naturel n , on appelle u_n le nombre de mégots jetés par terre pendant l'année $2019+n$. Ainsi, u_0 est le nombre de mégots jetés par terre en 2019. On a $u_0=20\,000$.

1) Justifier par le calcul que $u_1=17\,000$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

2)

2.a) Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Justifier.

2.b) Donner l'expression de u_n en fonction de n .

2.c) Calculer le nombre de mégots qui, selon ce modèle, seraient jetés par terre en 2028. Arrondir le résultat à l'unité.

3) Le maire souhaite savoir combien de mégots seraient ramassés par les agents municipaux de 2019 à 2028.

3.a) Exprimer la somme que le maire doit effectuer pour trouver ce nombre en fonction des termes de la suite (u_n) .

3.b) Trouver alors le nombre de mégots ramassés.

EXERCICE N°2 Du concret : 1^{er} appart !

Un étudiant loue une chambre pour 3 ans. On lui propose deux types de bail.

1^{er} contrat : un loyer de 200 euros pour le premier mois puis une augmentation de 5 euros par mois jusqu'à la fin du bail.

2^{ème} contrat: un loyer de 200 euros pour le premier mois puis une augmentation de 2% par mois jusqu'à la fin du bail.

1) Calculer, pour chacun des deux contrats, le loyer du deuxième mois puis le loyer du troisième mois.

2) Calculer, pour chacun des deux contrats, le loyer du dernier (c'est-à-dire du 36^e mois).

3) Quel est le contrat globalement le plus avantageux pour un bail de 3 ans ? (Justifier à l'aide de calculs.)

EXERCICE N°3 Du concret : Héritage

Mathilde a reçu 80 000 € en héritage. Elle décide de placer cette somme et trouve un placement au taux de 8%. Mais chaque année, elle doit retirer 4000 € pour payer les impôts dus à ce placement. On appelle C_n le capital acquis au bout de n années de placement. On a donc $C_0 = 80\,000$.

1) Expliquer pourquoi $(C_n)_{n \in \mathbb{N}}$ vérifie la relation suivante: $C_{n+1} = 1,08 \times C_n - 4000$.

2) Calculer à la calculatrice les premiers termes de cette suite. Est-elle arithmétique ? Géométrique ?

3) On considère la suite auxiliaire (U_n) définie par : $U_n = C_n - 50\,000$.

3.a) Montrer que (U_n) est une suite géométrique dont on précisera les caractéristiques.

3.b) Exprimer U_n puis C_n en fonction de n .

3.c) De quelle somme Mathilde disposera-t-elle au bout de 5 ans ?

3.d) Mathilde veut acheter une maison à 180 000 €. Combien d'années devra-t-elle attendre avant de disposer de cette somme ?