I Définitions

Définition n°1. Fonction affine

Soit m et p deux nombres réels et f une fonction. Si pour tout nombre $x \in \mathbb{R}$ on peut écrire f(x) = mx + p alors f est une **fonction affine**

Remarque n°1. Fonction constante, fonction linéaire

Si m=0, on parle de fonction constante Si p=0, la fonction affine est aussi linéaire.

Exemple n°1.

$$f: \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \mapsto 3, 2x - 5 \end{cases} \text{ est une fonction affine : } m = 3, 2 \text{ et } p = -5$$

$$g: \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \mapsto -4, 3 \end{cases} \text{ est une fonction constante.}$$

$$h: \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \mapsto -2, 5x \end{cases} \text{ est une fonction affine et linéaire.}$$

EXERCICE N°1 Maîtriser les bases

Les fonctions suivantes, sont des fonctions affines qui, pour tout réel x, sont de la forme $x \mapsto mx + p$. Donner pour chacune la valeur de m et de p.

1)
$$x \mapsto 3x + 4$$

$$2) \qquad x \mapsto -4 \, x + 1$$

3)
$$x \mapsto x+5$$

4)
$$x \mapsto 4-2x$$

5)
$$x \mapsto -7$$

6)
$$x \mapsto 8x$$

7)
$$x \mapsto \frac{-x}{2} + 3$$

8)
$$x \mapsto \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}$$

9)
$$x \mapsto x\left(x+\frac{1}{3}\right)-x^2$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m									
p									

Les fonctions suivantes, sont des fonctions affines qui, pour tout réel x, sont de la forme $x \mapsto mx + p$. Donner pour chacune la valeur de m et de p.

1)
$$x \mapsto 3x + 4$$

2)
$$x \mapsto -4x+1$$

3)
$$x \mapsto x+5$$

4)
$$x \mapsto 4-2x$$

5)
$$x \mapsto -7$$

6)
$$x \mapsto 8x$$

7)
$$x \mapsto \frac{-x}{2} + 3$$

8)
$$x \mapsto \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}$$

8)
$$x \mapsto \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}$$
 9) $x \mapsto x\left(x + \frac{1}{3}\right) - x^2$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	3	-4	1	-2	0	8	$-\frac{1}{2}$	<u>1</u> 3	$\frac{1}{3}$
p	4	1	5	4	-7	0	3	$-\frac{1}{4}$	0

Définition n°2. Représentation graphique, équation de courbe

Soit $f: \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \mapsto f(x) \end{cases}$, une fonction quelconque.

On appelle représentation graphique de f et on note C_f l'ensemble des points du plan ayant pour coordonnées (x; y=f(x))On dit alors que C_f est la courbe d'équation y=f(x)

Propriété n°1. (admise pour le moment)

Soit $f: \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \mapsto mx + p \end{cases}$, avec m et p des réels, une fonction affine, Alors sa représentation graphique C_f est une droite d'équation y = mx + p

Définition n°3.

m est le **coefficient directeur** de la droite et p est son **ordonnée à** l'origine.

EXERCICE N°2 Maîtriser les bases

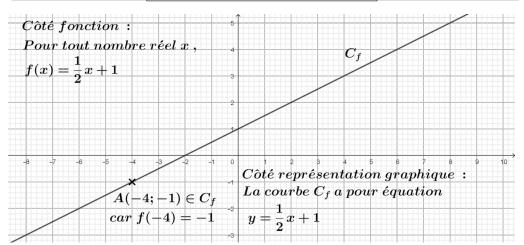
On considère la fonction affine $f: \begin{cases} \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R} \\ x \mapsto -3x + 2 \end{cases}$

- 1) Calculer l'image de 5 par f.
- 2) Calculer f(-2)
- 3) Quelle est l'ordonnée à l'origine de la droite qui représente cette fonction ?
- 4) Quel est son coefficient directeur?

Propriété n°2.

Si $A(x_A; y_A = f(x_A))$ et $B(x_B; y_B = f(x_B))$ sont deux points distincts de C_f alors :

$$m = \frac{f(x_B) - f(x_A)}{x_B - x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$



EXERCICE N°3 Tracer la représentation graphique d'une fonction affine.

Représenter, dans un même repère, les fonctions affines définies par les expressions suivantes.

1)
$$f(x) = 4x-3$$

$$f(x) = 4x-3$$
 2) $g(x) = -5x-3$ 3) $h(x) = -3$

3)
$$h(x) = -$$

1)
$$f(x)=4x-3$$

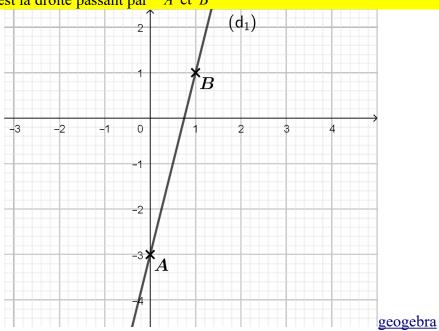
Nous savons que f est une fonction affine donc sa représentation graphique est la droite (d_1) d'équation y=4x-3.

Par tracer une droite, il suffit d'en connaître deux points distincts.

Nous choisissons deux abscisses et calculons leurs images pour obtenir les ordonnées

x	0	1
y = 4x - 3	-3	1
point	A(0; -3)	B(1;1)

Ainsi (d_1) est la droite passant par A et B



2) g(x) = -5x - 3

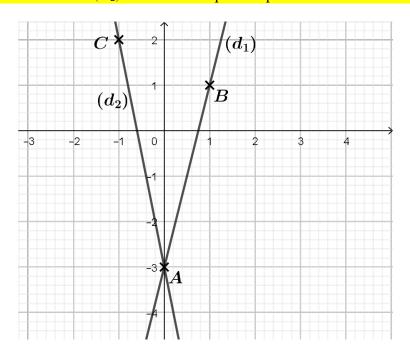
Nous savons que g est une fonction affine donc sa représentation graphique est la droite (d_2) d'équation y=-5x-3.

Par tracer une droite, il suffit d'en connaître deux points distincts.

Nous choisissons deux abscisses et calculons leurs images pour obtenir les ordonnées

x	0	-1
y = -5x - 3	-3	2
point	A(0; -3)	C(-1; 2)

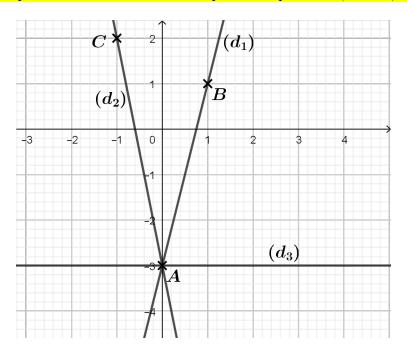
Ainsi (d_2) est la droite passant par A et C



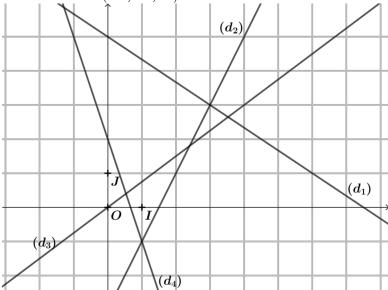
3) h(x) = -3

Nous savons que h est une fonction constante donc sa représentation graphique est la droite (d_3) d'équation y=-3.

Ainsi (d_3) est la parallèle à l'axe des abscisses passant le point A(0; -3)



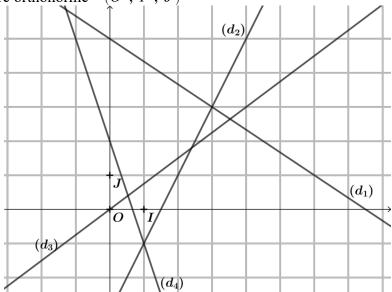
XERCICE N°4 Déterminer graphiquement l'expression d'une fonction affine On donne le repère orthonormé (O; I; J)EXERCICE N°4



	1 1 17 1 1		•
Droite	Coefficient directeur	Ordonnée à l'origine	Fonction associée
			$x \mapsto -3x+2$
			$x \mapsto 2x - 3$
			$x \mapsto \frac{3}{4}x$
			<i>x</i> →

geogebra

On donne le repère orthonormé (O; I; J)

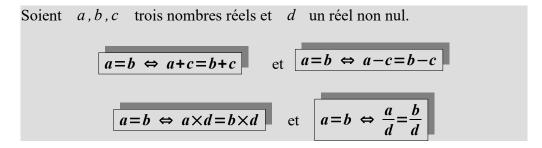


Droite	Coefficient directeur	Ordonnée à l'origine	Fonction associée
(d_4)	-3	2	$x \mapsto -3x + 2$
(d_2)	2	-3	$x \mapsto 2x - 3$
(d_3)	<u>3</u> 4	0	$x \mapsto \frac{3}{4}x$
(d_1)	$-\frac{2}{3}$	5	$x \mapsto -\frac{2}{3}x + 5$

II Résoudre une équation à une inconnue

II.1 Les outils

Propriété n°3.



Propriété n°4.

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.

II.2 Les méthodes

Définition n°4.

Résoudre une équation, c'est trouver toutes les solutions de cette équation.

Méthode n°1. Équation du type ax + b = 0 $(a \neq 0)$

Énoncé

Résoudre dans \mathbb{R} : (x+2)(2x-3)+3=(2x-1)(x-5)

Réponse

Les équations suivantes sont équivalentes :

$$(x+2)(2x-3)+3=(2x-1)(x-5)$$

$$2x^2-3x+4x-6+3 = 2x^2-10x-x+5$$

$$2x^2+x-3 = 2x^2-11x+5$$

$$2x^2+x-3-(2x^2-11x+5)=0$$

$$2x^2+x-3-2x^2+11x-5=0$$

$$12x-8=0$$

$$12x=8$$

$$x=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$$

Cette équation possède une unique solution : $\frac{2}{3}$

EXERCICE N°1

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes.

1)
$$13 + \frac{3}{2}x = 1$$

1)
$$13 + \frac{3}{2}x = 1$$
 2) $4x + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}x + 2$ 3) $\frac{3}{2}x + \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$

3)
$$\frac{3}{2}x + \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$$

4)
$$\frac{x-3}{5} = \frac{3}{8}$$

4)
$$\frac{x-3}{5} = \frac{3}{8}$$
 5) $\frac{2x-3}{7} = \frac{x-1}{3}$

Méthode n°2. Équation produit – Équation quotient

Énoncé

Résoudre dans \mathbb{R} : (3x+2)(5-2x)(2x-7)=0

Réponse

$$(3x+2)(5-2x)(2x-7)=0$$

• Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un de ses facteurs au moins est nul.

$$3x+2 =$$
 ou $5-2x = 0$ ou $2x-7 = 0$
 $x = -\frac{2}{3}$ $x = \frac{-5}{-2} = 2,5$ $x = \frac{7}{2} = 3,5$

• Cette équation possède trois solutions : $-\frac{2}{3}$; 2,5 et 3,5

EXERCICE N°2

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes.

1)
$$(x-3)(2x+4)=0$$

1)
$$(x-3)(2x+4)=0$$
 2) $(5x-4)(-3x+7)=0$ 3) $(6x+4)(2x-1)=0$

3)
$$(6x+4)(2x-1)=0$$

4)
$$\left(\frac{3x}{4} + \frac{5}{3}\right)x = 0$$
 5) $3x(x-3)^2 = 0$

5)
$$3x(x-3)^2 = 0$$

EXERCICE N°1

- 1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation 3x-5=-2x+7
- 2) Que représente la solution de cette équation pour les représentations graphiques des fonctions affines définies par f(x)=3x-5 et g(x)=-2x+7?

1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation 3x-5=-2x+7

$$3x-5=-2x+7$$

$$\Leftrightarrow 3x-5-(-2x+7)=0$$

$$\Leftrightarrow 3x-5+2x-7=0$$

$$\Leftrightarrow 5x-12=0$$

$$\Leftrightarrow 5x=12$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{12}{5}=2,4$$
Ainsi cette équation possède une unique solution : 2,4

2) Que représente la solution de cette équation pour les représentations graphiques des fonctions affines définies par f(x)=3x-5 et g(x)=-2x+7?

1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation 3x-5=-2x+7

$$3x-5=-2x+7$$

$$\Leftrightarrow 3x-5-(-2x+7)=0$$

$$\Leftrightarrow 3x-5+2x-7=0$$

$$\Leftrightarrow 5x-12=0$$

$$\Leftrightarrow 5x=12$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{12}{5}=2,4$$
Ainsi cette équation possède une unique solution : 2,4

2) Que représente la solution de cette équation pour les représentations graphiques des fonctions affines définies par f(x)=3x-5 et g(x)=-2x+7?

Elle représente l'abscisse du point d'intersection des deux représentations graphiques. geogebra

EXERCICE N°2

1) Une annonce d'offre d'emploi de vendeur d'assurance-vie propose un salaire fixe de 710€ auquel s'ajoute 120€ de commission pour chaque contrat d'assurance-vie vendu.

On note g(x) ce salaire. Donner l'expression de g(x).

2) Une deuxième annonce propose, pour le même type d'emploi, un salaire fixe de base et 50€ de commission pour chaque contrat d'assurance-vie vendu. L'annonce précise que pour dix contrats d'assurance-vie vendus, le salaire sera de 1700€.

Quel est le montant f(x) du salaire en fonction du nombre x de contrats vendus?

3) Pour quel nombre de contrats d'assurance-vie vendus les deux salaires sont-ils identiques ? Que vaut alors ce salaire ?

1) Une annonce d'offre d'emploi de vendeur d'assurance-vie propose un salaire fixe de 710€ auquel s'ajoute 120€ de commission pour chaque contrat d'assurance-vie vendu.

On note g(x) ce salaire. Donner l'expression de g(x).

$$g(x) = 120 x + 710$$

2) Une deuxième annonce propose, pour le même type d'emploi, un salaire fixe de base et 50€ de commission pour chaque contrat d'assurance-vie vendu. L'annonce précise que pour dix contrats d'assurance-vie vendus, le salaire sera de 1700€.

Quel est le montant f(x) du salaire en fonction du nombre x de contrats vendus?

3) Pour quel nombre de contrats d'assurance-vie vendus les deux salaires sont-ils identiques ? Que vaut alors ce salaire ?

1) Une annonce d'offre d'emploi de vendeur d'assurance-vie propose un salaire fixe de 710€ auquel s'ajoute 120€ de commission pour chaque contrat d'assurance-vie vendu.

On note g(x) ce salaire. Donner l'expression de g(x).

```
g(x) = 120x + 710
```

2) Une deuxième annonce propose, pour le même type d'emploi, un salaire fixe de base et 50€ de commission pour chaque contrat d'assurance-vie vendu. L'annonce précise que pour dix contrats d'assurance-vie vendus, le salaire sera de 1700€.

Quel est le montant f(x) du salaire en fonction du nombre x de contrats vendus?

```
Notons p le montant en euro du salaire fixe de base, on peut écrire :
 f(x) = 50 x + p
Il nous reste à déterminer p .
f(10)=1700 \Leftrightarrow 50\times10 + p=1700 \Leftrightarrow 500 + p=1700 \Leftrightarrow p=1700 - 500 \Leftrightarrow p=1200
Au final:
f(x) = 50x + 1200
```

3) Pour quel nombre de contrats d'assurance-vie vendus les deux salaires sont-ils identiques ? Que vaut alors ce salaire?

1) Une annonce d'offre d'emploi de vendeur d'assurance-vie propose un salaire fixe de 710€ auquel s'ajoute 120€ de commission pour chaque contrat d'assurance-vie vendu.

On note g(x) ce salaire. Donner l'expression de g(x).

$$g(x)=120x+710$$

2) Une deuxième annonce propose, pour le même type d'emploi, un salaire fixe de base et 50€ de commission pour chaque contrat d'assurance-vie vendu. L'annonce précise que pour dix contrats d'assurance-vie vendus, le salaire sera de 1700€.

Quel est le montant f(x) du salaire en fonction du nombre x de contrats vendus?

$$f(x) = 50x + 1200$$

3) Pour quel nombre de contrats d'assurance-vie vendus les deux salaires sont-ils identiques ? Oue vaut alors ce salaire ?

Si les deux salaires sont identiques pour le même nombre de contrats vendus alors :

$$f(x)=g(x)$$

$$\Leftrightarrow 50x+1200=120x+710$$

$$\Leftrightarrow 50x+1200-(120x+710)=0$$

$$\Leftrightarrow 50x-120x+1200-710=0$$

$$\Leftrightarrow -70x+490=0$$

$$\Leftrightarrow -70x=-490$$

$$\Leftrightarrow x=7$$

Ainsi les deux salaires seront identiques pour 7 contrats vendus.

De plus:

$$f(7) = 50 \times 7 + 1200 = 350 + 1200 = 1550$$

Le salaire sera alors de 1550 €.

EXERCICE N°3 (python)

Un magasin commence ses soldes. Les caisses sont équipées d'un calculateur qui affiche le prix après réduction de $15\,\%$.

Le script est écrit en Python : def prix(x):
return x*0.85

- 1) Qu'affiche le calculateur lorsqu'on entre comme prix initial 250 €?
- 2) Le magasin envisage de proposer différentes réductions. Modifier la fonction ci-dessus pour qu'elle renvoie le prix après réduction en fonction du prix initial et du pourcentage de remise.

Un magasin commence ses soldes. Les caisses sont équipées d'un calculateur qui affiche le prix après réduction de 15 % .

Le script est écrit en Python : def prix(x):
return x*0.85

1) Qu'affiche le calculateur lorsqu'on entre comme prix initial 250 €?

Une réduction de 15 % correspond à un Coefficient Multiplicateur de 0,85.

250×0,85=212,5

Le calculateur affiche donc 212,5 €

>>> prix (250)

212.5

2) Le magasin envisage de proposer différentes réductions. Modifier la fonction ci-dessus pour qu'elle renvoie le prix après réduction en fonction du prix initial et du pourcentage de remise.

Un magasin commence ses soldes. Les caisses sont équipées d'un calculateur qui affiche le prix après réduction de 15 % .

Le script est écrit en Python : def prix(x):
return x*0.85

1) Qu'affiche le calculateur lorsqu'on entre comme prix initial 250 €?

```
Une réduction de 15 % correspond à un Coefficient Multiplicateur de 0,85.

250×0,85=212,5

Le calculateur affiche donc 212,5 €

>>> prix (250)

212.5
```

2) Le magasin envisage de proposer différentes réductions. Modifier la fonction ci-dessus pour qu'elle renvoie le prix après réduction en fonction du prix initial et du pourcentage de remise.

```
def prix(x,p):
    return x*(1-p)
```

EXERCICE N°4

En Physique, l'énergie cinétique d'un mobile en mouvement est proportionnelle au carré de la vitesse de ce mobile.

On a la relation $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ où m est la masse en kg, v est la vitesse en $m.s^{-1}$ et E_c en J.

Définition selon Wikipédia :

On définit cette unité comme étant le travail d'une force motrice d'un newton dont le point d'application se déplace d'un mètre dans la direction de la force : $1 J = 1 N m = 1 kg m^2 s$. L'expression du **joule** en unités de base du Système international est donc le kilogramme mètre carré par seconde au carré.

1) Compléter le tableau suivant : pour un mobile de masse m=20 kg

v	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
v^2					
E_c					

- 2) Tracer la représentation graphique de E_c en fonction de v^2 .
- 3) Expliquer la phrase : L'énergie cinétique est une fonction linéaire du carré de la vitesse d'un objet.

1) Compléter le tableau suivant : pour un mobile de masse m=20 kg

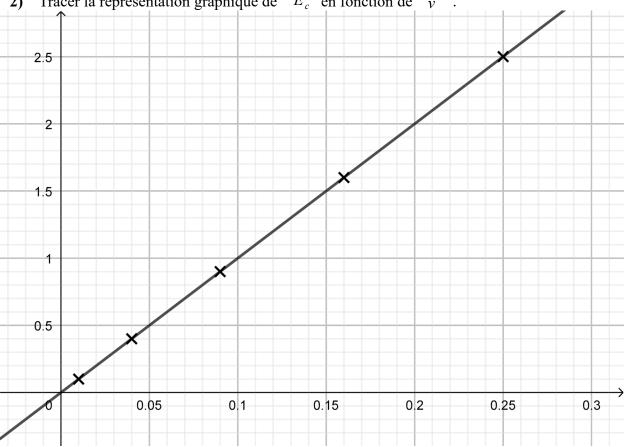
v	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
v^2	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25
E_c	0,1	0,4	0,9	1,6	2,5

- 2) Tracer la représentation graphique de E_c en fonction de v^2 .
- **3)** Expliquer la phrase : L'énergie cinétique est une fonction linéaire du carré de la vitesse d'un objet.

1) Compléter le tableau suivant : pour un mobile de masse m=20 kg

v	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
v^2	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25
E_c	0,1	0,4	0,9	1,6	2,5

Tracer la représentation graphique de E_c en fonction de v^2 .



3) Expliquer la phrase : L'énergie cinétique est une fonction linéaire du carré de la vitesse d'un objet.

1) Compléter le tableau suivant : pour un mobile de masse m=20 kg

v	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
v^2	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25
E_c	0,1	0,4	0,9	1,6	2,5

- 2) Tracer la représentation graphique de E_c en fonction de v^2 .
- 3) Expliquer la phrase : L'énergie cinétique est une fonction linéaire du carré de la vitesse d'un objet.

Cela signifie qu'une fois la masse choisie, si on connaît le carré de la vitesse alors il suffit de le multiplier par un nombre pour obtenir l'énergie cinétique. (dans la question 2, ce nombre vaut 10).

EXERCICE N°1 python

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{si } x \le -2 \\ -x+1 & \text{si } -2 < x \le 4 \\ 2x-5 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$
1) Tracer dans un repère orthonormé la représentation graphique de f .

- 2) Écrire une fonction en langage python qui renvoie l'image d'un nombre quelconque par la function f.

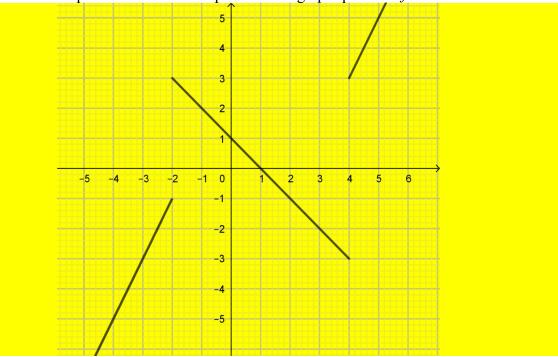
EXERCICE N°1

python

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{si } x \le -2 \\ -x+1 & \text{si } -2 < x \le 4 \\ 2x-5 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

1) Tracer dans un repère orthonormé la représentation graphique de f



2) Écrire une fonction en langage python qui renvoie l'image d'un nombre quelconque par la fonction f.

```
def f(x):
    if x<=-2:
        return 2*x+3
    elif x>-2 and x<=4:
        return -x+1
    else:
        return 2*x+5</pre>
```

EXERCICE N°2

Une voiture roule à la vitesse moyenne de $110 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Sa consommation de carburant est 7,5 L pour 100 km.

Au départ, le réservoir contient 60 litres de carburant.

- 1) Définir la fonction f qui, au nombre de kilomètres parcourus, associe, le nombre de litres restant dans le réservoir.
- 2) Calculer le nombre de litres restant au bout de 350 km parcourus.
- 3) Définir une fonction g qui, à la durée t en heures de parcours, associe le nombre de litres restant dans le réservoir.
- 4) Comment retrouver le résultat de la question 2?

Une voiture roule à la vitesse moyenne de $110 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Sa consommation de carburant est 7,5 L pour 100 km.

Au départ, le réservoir contient 60 litres de carburant.

1) Définir la fonction f qui, au nombre x de kilomètres parcourus, associe, le nombre de litres restant dans le réservoir.

Pour x un réel positif, f(x)=60-0.075 x

- 2) Calculer le nombre de litres restant au bout de 350 km parcourus.
- 3) Définir une fonction g qui, à la durée t en heures de parcours, associe le nombre de litres restant dans le réservoir.
- 4) Comment retrouver le résultat de la question 2?

Une voiture roule à la vitesse moyenne de $110 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Sa consommation de carburant est 7,5 L pour 100 km.

Au départ, le réservoir contient 60 litres de carburant.

1) Définir la fonction f qui, au nombre x de kilomètres parcourus, associe, le nombre de litres restant dans le réservoir.

Pour x un réel positif, f(x)=60-0.075 x

2) Calculer le nombre de litres restant au bout de 350 km parcourus.

$$f(350)=60-0.075\times350=33.75$$

Au bout de 350 km, il reste 33,75 litres de carburant dans le réservoir.

- 3) Définir une fonction g qui, à la durée t en heures de parcours, associe le nombre de litres restant dans le réservoir.
- 4) Comment retrouver le résultat de la question 2 ?

Une voiture roule à la vitesse moyenne de $110 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Sa consommation de carburant est 7,5 L pour 100 km.

Au départ, le réservoir contient 60 litres de carburant.

1) Définir la fonction f qui, au nombre x de kilomètres parcourus, associe, le nombre de litres restant dans le réservoir.

Pour x un réel positif, f(x)=60-0.075 x

2) Calculer le nombre de litres restant au bout de 350 km parcourus.

$$f(350)=60-0.075\times350=33.75$$

Au bout de 350 km, il reste 33,75 litres de carburant dans le réservoir.

3) Définir une fonction g qui, à la durée t en heures de parcours, associe le nombre de litres restant dans le réservoir.

```
Pour t un réel positif, g(t) = 60 - 0.075 \times 110 h = 60 - 8.25 h
```

4) Comment retrouver le résultat de la question 2?

Une voiture roule à la vitesse moyenne de $110 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Sa consommation de carburant est 7,5 L pour 100 km.

Au départ, le réservoir contient 60 litres de carburant.

1) Définir la fonction f qui, au nombre x de kilomètres parcourus, associe, le nombre de litres restant dans le réservoir.

Pour x un réel positif, f(x)=60-0.075 x

2) Calculer le nombre de litres restant au bout de 350 km parcourus.

$$f(350)=60-0.075\times350=33.75$$

Au bout de 350 km, il reste 33,75 litres de carburant dans le réservoir.

3) Définir une fonction g qui, à la durée t en heures de parcours, associe le nombre de litres restant dans le réservoir.

Pour t un réel positif, $g(t) = 60 - 0.075 \times 110 h = 60 - 8.25 h$

4) Comment retrouver le résultat de la question 2?

Il faut connaître le temps nécessaire pour parcourir 350 km à la vitesse de $110 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$:

$$\frac{350}{110} = \frac{35}{11}$$
 soit $\frac{35}{11}$ h

Et
$$g\left(\frac{35}{11}\right) = 60 - 8,25 \times \frac{35}{11} = 33,75$$