

L'affaire Castaneda

Utiliser la simulation pour déceler une discrimination

Niveau

Seconde.

Situation étudiée

En 1976 au Texas, un accusé d'origine mexicaine conteste le jugement du tribunal au motif que la désignation des jurés est discriminatoire envers les Américains d'origine mexicaine. Les élèves analysent les arguments statistiques et probabilistes qui apparaissent dans l'attendu de la Cour Suprême des États-Unis.

Type d'activité

Séance de « module » (demi groupes) utilisant le tableur.

Durée

1 heure.

Objectifs

Contenus mathématiques au programme

Simulations, fluctuations d'échantillonnage et stabilisation des fréquences.
Utilisation du tableur.

Enjeux citoyens

Utiliser ses connaissances mathématiques pour analyser une situation réelle par simulation et diagnostiquer une discrimination.

Capacités et attitudes

Exploiter une situation réelle.
Mettre en oeuvre les connaissances et les techniques de cours.
Exprimer son opinion et l'argumenter.

Organisation

Séance n°3 après un travail préalable sur l'utilisation des touches random et partie entière de la calculatrice pour simuler une expérience aléatoire
Cette activité se situe donc en **fin de séquence** sur la simulation et les différentes notions vont pouvoir être réinvesties.

Description des activités

Document élève (énoncé original qui sera un peu modifié par la suite)

L'affaire Castaneda contre Partida

En Novembre 1976 dans un comté du sud du Texas, Rodrigo Partida était condamné à huit ans de prison.

Il attaqua ce jugement au motif que la désignation des jurés de ce comté était discriminante à l'égard des Américains d'origine mexicaine. Alors que 79,1% de la population de comté était d'origine mexicaine, sur les 870 personnes convoqués pour être jurés lors d'une certaine période de référence, il n'y eût que 339 personnes d'origine mexicaine.

But du T.P. : On se propose de simuler 100 fois le tirage de 870 jurés pour voir s'il est possible que le hasard ne désigne que 339 Américains d'origine mexicaine et donc savoir s'il y a eu discrimination.

Partie A

1. Calculer 79,1% de 870. On arrondira à l'entier le plus proche. A quoi correspond ce nombre ?

2. On rappelle que la fonction Random de la calculatrice génère un nombre aléatoire entre 0 et 1. Sur le tableur, ALEA() génère un nombre aléatoire entre 0 et 1.

Expliquer alors pourquoi on peut simuler la désignation d'un juré de ce comté sur la cellule A1 à l'aide de la formule =ENT(ALEA()*0,791).

On pourra s'aider de schémas pour représenter des intervalles.

Partie B

1. Après avoir rentré la formule et « tiré la poignée » verticalement, simuler le tirage au sort des 870 jurés.

2. Entrer la formule =SOMME(A1:A870) en cellule A871.

Qu'obtient-on ? En appuyant plusieurs fois sur la touche F9 (le tableur recalcule alors tout), indiquer autour de quel nombre le total de jurés d'origine mexicaine semble osciller.

3. Après avoir sélectionné toute la colonne A1:A871, « tirer la poignée » horizontalement pour simuler 100 fois le tirage de 870 jurés.

4. Représenter graphiquement les données de la dernière ligne.

(Commencer par sélectionner la ligne 871 puis utiliser l'assistant graphique.)

5. Obtient-on obligatoirement 688 jurés d'origine mexicaine ? Comment appelle-t-on ce phénomène ?

6. Quel phénomène explique que le nombre total de jurés d'origine mexicaine semble rester « assez proche » de 688 ?

Selon vous, y a-t-il eu discrimination à l'égard des Américains d'origine mexicaine ? Expliquer.

Déroulement de la séance

Avec le premier groupe de module, les élèves ont rapidement montré leurs difficultés à utiliser l'outil informatique (« J'ai perdu mon mot de passe », « C'est où Excel ? », « Moi j'ai que des 0, c'est normal ? »). On a donc du recourir au vidéo projecteur pour montrer aux élèves ce qu'ils devaient obtenir avec l'assistant graphique, contournant ainsi toutes les manipulations des questions 2 à 5 pour accéder directement aux résultats de la simulation.

Avec le second groupe, bien plus autonome, les difficultés techniques se sont réglées très rapidement ; les élèves pouvaient se faire assister au besoin par leur voisin. En revanche, la rédaction était individuelle.

Quelques extraits de copies commentés

Au cours de nos travaux au sein du groupe « statistique et citoyenneté » de l'IREM Paris-Nord, nous nous sommes attachés à comprendre les raisonnements des élèves et nous n'avons pas toujours été d'accord entre nous pour dire si tel élève qui avait écrit telle chose avait oui ou non compris (on n'est plus du tout dans le cadre habituel des raisonnements hypothético-déductifs). Nous restons persuadés que l'analyse des copies des élèves, même si c'est peut-être parfois plus difficile dans ce chapitre, constitue le meilleur moyen de comprendre la perception par nos élèves du hasard et donc de les faire progresser.

Les extraits ci-dessous proviennent des copies d'élèves remplies pendant le TP.

Pour la première question, on attendait non seulement que le calcul de pourcentage soit effectué correctement, mais aussi que les élèves indiquent que 688 correspond à une proportion de 79,1 % d'une population de 870 personnes.

1) $79,1 \times \frac{870}{100} = 688$. Ce nombre obtenu correspond au nombre de mexicains qu'il y a dans les 870 jurés.

Le calcul de pourcentage a été correctement effectué mais l'interprétation pose problème, comme dans la copie ci-dessous où l'élève affirme que 688 est le nombre qu'on « aurait du avoir », ce qui a conduit à modifier l'énoncé (voir à la fin).

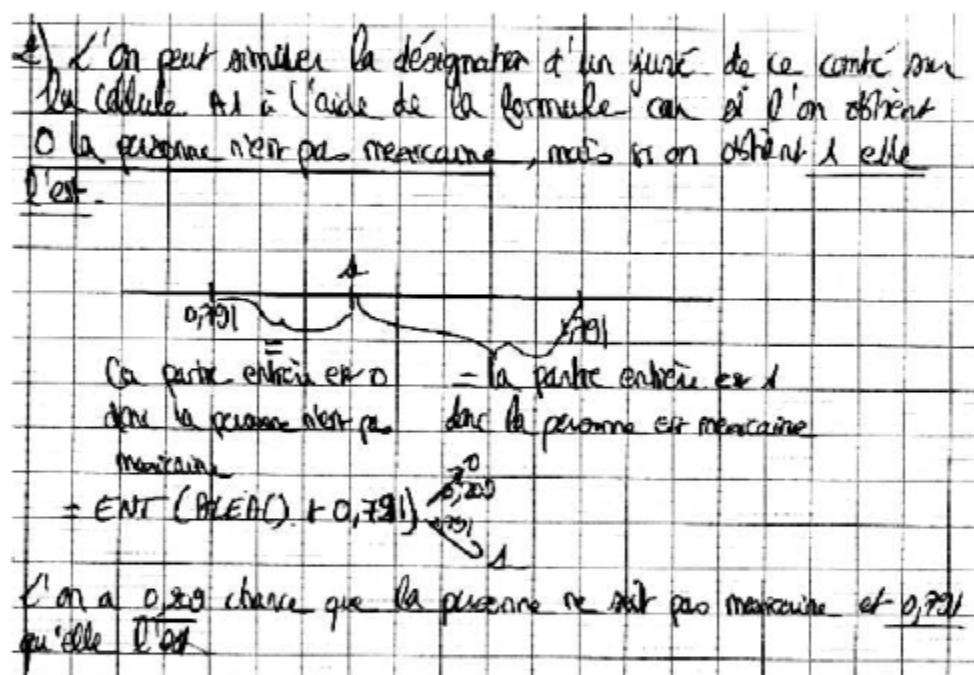
1) $79,1 \%$ de 870 c'est $\frac{79,1}{100} \times 870 = 688$
A quoi correspond 688 ?
688 correspond au nombre de juré ~~non-mexicain~~
américain d'origine mexicaine qui aurait du avoir

Mais plus tard, l'élève semble considérer dans la même copie qu'il n'est pas anormal d'obtenir un nombre différent de 688 :

5) Non, on obtient pas toujours 688 jours d'origine mexicaine, ce phénomène s'appelle la fluctuation d'échantillage.

Ici, il est difficile de dire, à la lecture de la copie, si l'élève a eu besoin de lire la question pour se rappeler ce qu'est la fluctuation d'échantillage (la faute d'orthographe de l'élève plaide plutôt dans ce sens) ou si, plus simplement encore, l'élève n'a pas rédigé la réponse à la première question avec précision en essayant d'aller au plus court.

Pour la deuxième question, certains élèves ont su réinvestir les schémas réalisés lors des séances précédentes, en voici une illustration :



Cette copie montre que l'élève a su réinvestir le travail des séances précédentes. Cependant, de nombreux élèves ont éludé la question dans le premier groupe.

Pour les questions 5 et 6, la formulation de la question doit être reprise, car les élèves se contentent, logiquement, d'énoncer les phénomènes de fluctuation d'échantillage et de stabilisation de fréquences sans aucun développement, comme dans la copie suivante.

5) L'on obtient pas obligatoirement 688 jurés d'origine mexicaine. On appelle ce phénomène la fluctuation d'échantillonnage.

nommes

6) Le phénomène qui explique le nombre total de jurés d'origine mexicaine qui semble rester "assez proche" de 688 est la stabilisation des fréquences.

Dans quelques copies cependant l'explication est plus détaillée :

5) L'on obtient pas obligatoirement 688 jurés d'origine mexicaine tout dépend de la simulation, la fréquence varie donc c'est ce que l'on appelle la Fluctuation d'échantillonnage :

6) le phénomène qui explique que le nombre total de jurés d'origine mexicaine semble rester "assez proche" de 688 est la stabilisation des fréquences. Plus le nombre de mexicain est grand plus la valeur est proche de 688.

Le point le plus intéressant est certainement la réponse des élèves à la dernière question : « Selon vos observations y a-t-il eu discrimination à l'égard des Américains d'origine mexicaine ? Expliquer ».

Tous les élèves concluent à la discrimination mais les justifications sont très diverses. Dans cette copie, l'observation des résultats des simulations n'est pas du tout utilisée ; seule la première question reposant sur un « vrai calcul » a été exploitée, le travail sur les fluctuations ne sert pas d'argument :

A) Selon nos observations, il y a eu discriminations à l'égard des Américains d'origine mexicaine car selon la théorie il y a 79,1% de personnes d'origine mexicaine, or il n'y eu que 339 personnes d'origine mexicaine qui ont été convoquées.

En revanche, dans la copie suivante, l'élève synthétise tous les résultats établis ou observés :

Oui il y a eu discrimination à l'égard
des américains d'origine mexicaine
car au hasard on devrait avoir autour
de 688 Américain d'origine mexicaine
on n'y a eue que 339 personnes
d'origine mexicaine.

Enfin, la copie qui suit est particulièrement satisfaisante : c'est l'une des rares copies où toute la séquence sur la simulation est réinvestie.

Selon mes observations il ya eu discrimination a
l'egard des Américains d'origine mexicaine car cela
est très peu probable d'obtenir ce resultat
d'après le très grand nombre de simulation faite
le nombre de mexicain reste dans les environs de 688

Prolongements

Lors de la séance suivante la décision de la cour d'appel a été donnée, ce qui aux yeux des élèves confirme la validité de leur travail.

Cette activité aurait du donner lieu à un débat en ECJS (éducation civique juridique et sociale) où l'attendu de la cour d'appel ci-dessous serait donné. Ce qui est aussi important pour tous, élève ou enseignant, est de comprendre complètement les motivations de la cour d'appel qui a finalement donné raison à la défense de Partida (voir ci-dessous).

Extrait de l'attendu de la cour suprême dans l'affaire Castaneda contre Partida

« Si les jurés étaient tirés au hasard dans l'ensemble de la population, le nombre d'américains mexicains dans l'échantillon pourrait alors être modélisé par une distribution binomiale... Etant donné que 79,1 % de la population est mexico américaine, le nombre attendu d'américains mexicains parmi les 870 personnes convoquées en tant que grands jurés pendant la période de 11 ans est approximativement 688. Le nombre observé est 339. Bien sûr, dans n'importe quel tirage considéré, une certaine fluctuation par rapport au nombre attendu est prévisible. Le point essentiel cependant, est que le modèle statistique montre que les résultats d'un tirage au sort tombent vraisemblablement dans le voisinage de la valeur attendue... La mesure des fluctuations prévues par rapport à la valeur attendue est l'écart type, défini pour la distribution binomiale comme la racine carrée de la taille de l'échantillon (ici 870) fois la probabilité de sélectionner un américain mexicain (ici

0,791) fois la probabilité de sélectionner un non américain mexicain (ici 0,209)... Ainsi, dans ce cas, l'écart type est approximativement de 12. En règle générale pour de si grands échantillons, si la différence entre la valeur attendue et le nombre observé est plus grand que deux ou trois écarts types, alors l'hypothèse que le tirage du jury était au hasard serait suspect à un spécialiste des sciences humaines. Les données sur 11 années reflètent ici une différence d'environ 29 écarts types. Un calcul détaillé révèle qu'un éloignement aussi important de la valeur attendue se produirait avec moins d'une chance sur 10^{140} . »

Cependant, la cour exclut une démonstration mathématique d'une discrimination raciale. Cela doit être souligné dans la mesure où les élèves semblent ressortir de l'activité avec la conviction d'avoir étudié un cas manifeste de racisme ou de complot comme dans cette copie :

Donc, il y a eu discrimination car le nombre de jurés choisis et d'origine mexicaine est totalement inférieure par rapport aux jurés américains. Les jurés n'ont pas été pris au hasard mais bien sélectionnés par rapport à leur origine, pour que l'affaire l'affaire Castaneda contre Partida est donc une un complot.

Pour contrer cette thèse, lors d'un débat par exemple, plusieurs pistes sont possibles. Certaines relèvent des mathématiques et d'autres entrent davantage dans le champ de l'éducation à la citoyenneté, ce qui ne doit pas nous interdire de les étudier en cours de mathématiques.

Concernant l'aspect statistique, l'un des principaux objectifs de cet enseignement n'est-il pas de développer l'esprit critique à l'égard des chiffres, en les faisant réagir à des phrases du type : « 100% des gagnants du loto ont tenté leur chance », « Momo machine lave 30% plus blanc », « plus de 99 % des français ont plus de jambes que la moyenne » etc.

Il est alors aussi de notre responsabilité d'être critique à l'égard des chiffres sur lesquels toute la simulation repose. Reprenons donc l'énoncé élève :

« Alors que 79,1% de la population de comté était d'origine mexicaine, sur les 870 personnes convoqués pour être jurés lors d'une certaine période de référence, il n'y eût que 339 personnes d'origine mexicaine. »

Que signifie : « lors d'une certaine période de référence » ? En réalité, cette période de référence correspond à l'étude des listes des jurés lors des 11 années qui ont précédé le jugement de Partida. Sur ces listes, 339 citoyens d'origine mexicaine ont été comptabilisés sur 870. Or, non seulement il n'est pas raisonnable de penser que durant cette longue période la proportion de citoyens d'origine mexicaine est restée constante et égale à 79,1 %, mais en plus, sur la période de deux ans et demi précédent le jugement de l'affaire opposant le shérif Castaneda au prévenu Partida, la proportion de citoyens d'origine mexicaine ayant été membre d'un jury dans ce même comté était d'environ 56%. Cet argument a été soutenu par

l'accusation sans succès car la sous représentation des citoyens d'origine mexicaine restait trop importante.

Une deuxième piste pour contredire la thèse du complot repose sur l'étude des **modalités de sélection des jurés**. D'abord des listes de citoyens sont éditées de manière aléatoire mais ensuite, conformément à la loi, le juge du comté vérifie que le citoyen est alphabétisé et de « bonnes mœurs ». Ainsi, la loi elle-même impose une sous représentation d'une partie de la population qui est moins alphabétisée.

Enfin, il faut remarquer que la cour suprême ne conclut pas à la démonstration formelle de discrimination raciale. Elle précise, en effet: « Étant donné les nombreuses facettes de la motivation humaine, il serait peu approprié de prendre comme loi établie que des humains appartenant à un groupe ne pratiqueront pas de discrimination à l'égard des membres d'un autre groupe ».

Bilan

La prise de conscience par les élèves de l'**utilité de la statistique** pour répondre à ce problème de justice est indéniable. Il faut noter que cette activité qui a été réalisée en fin d'année, c'est-à-dire à une période où de nombreux élèves très en difficulté ne se sentent plus très impliqués, a néanmoins **vivement intéressé** tous les élèves à cause du sujet abordé. Ainsi, même quand ils n'ont pas su se sortir des aspects techniques du tableur, ils ont toujours essayé de voir ce qu'il fallait observer, avec pour obsession de savoir s'il y avait eu discrimination et donc répondre à la dernière question.

La statistique permet souvent de « récupérer » des élèves dont la motivation s'est étiolée au fil des semaines. Mais les élèves sont toujours très **sensibles aux discriminations et aux injustices**. Ceci explique, sans doute, l'intérêt que les élèves ont porté à cette activité.

Un seul regret cependant, celui de n'avoir pas pu exploiter davantage cette activité. Cette affaire peut faire l'objet d'un travail **interdisciplinaire** très fort entre les mathématiques, l'ECJS, voire l'**anglais** pour la traduction de certains extraits d'attendus (le programme de seconde d'anglais comporte un chapitre sur le lien social

<ftp://trf.education.gouv.fr/pub/edutel/bo/2002/hs7/anglais.pdf>

pour lequel les collègues d'anglais qui m² nous ont aidé dans la traduction de certains textes ont été très intéressés par cette activité), et le **français** où les élèves pourraient par exemple s'essayer à l'écriture de plaidoiries et montrer leurs progrès dans l'utilisation des figures de style. Toutes ces pistes doivent être étudiées suffisamment tôt dans l'année pour permettre une action coordonnée des enseignants intéressés.

Ainsi, il reste encore de nombreuses pistes à exploiter et surtout une réponse à trouver : Rodrigo Partida était-il coupable ou innocent ?

Après la séance et l'étude des copies des élèves, un nouveau document élève a été édité afin de tenir compte des imperfections décelées.

Nouveau « document élève » (énoncé modifié après expérimentation en classe)

L'affaire Castaneda contre Partida

L'ensemble des faits évoqués ci-dessous est réel.

En Novembre 1976 dans un comté du sud du Texas, Rodrigo Partida était condamné à huit ans de prison. Il attaqua ce jugement au motif que la désignation des jurés de ce comté était discriminatoire à l'égard des Américains d'origine mexicaine. Alors que 79,1% de la population de comté était d'origine mexicaine, sur les 870 personnes convoqués pour être jurés lors d'une certaine période de référence, il n'y eût que 339 personnes d'origine mexicaine. (*)

But du T.P.

On se propose de simuler 100 fois le tirage de 870 jurés pour voir s'il est vraisemblable que le hasard ne désigne que 339 Américains d'origine mexicaine dans une population où 79,1% est d'origine mexicaine.

Partie A : Simulation de la désignation d'un juré

1. A combien de jurés d'origine mexicaine pourrait-on s'attendre en choisissant au hasard 870 personnes dans la population ?

2. On rappelle que la fonction « Random » de la calculatrice génère un nombre aléatoire entre 0 et 1. Sur le tableur, on obtient la même fonction avec ALEA (). On rappelle que la fonction « Int » de la calculatrice renvoie la partie entière d'un nombre positif, elle est notée ENT sur le tableur.

Expliquer alors pourquoi on peut simuler la désignation d'un juré de ce comté sur la cellule A1 à l'aide de la formule =ENT(ALEA() + 0,791). On pourra s'aider de schémas pour représenter des intervalles.

Partie B : Simulation de 100 séries de 870 désignations de jurés

1. Après avoir rentré la formule et « tiré la poignée » verticalement, simuler le tirage des 870 jurés.

2. Dans la cellule A871 entrer la formule =SOMME(A1:A870). Qu'obtient-on ? En appuyant plusieurs fois sur la touche F9 (le tableur recalcule alors tout) indiquer autour de quel nombre le total de jurés d'origine mexicaine semble osciller.

3. Après avoir sélectionné toute la colonne A1:A871, « tirer la poignée » horizontalement pour simuler 100 fois le tirage de 870 jurés.

4. Représenter avec un nuage de points les données de la dernière ligne. (Commencer par sélectionner la ligne 871 puis utiliser l'assistant graphique).

5. Entre quelles bornes pourrait-on envisager le nombre de jurés mexicains sans qu'on puisse évoquer un problème de discrimination ?

6. Recopier et compléter la phrase : « d'après notre simulation de 100 élections de 870 jurés on n'a jamais obtenu moins de jurés d'origine mexicaine ».

7. Obtient-on obligatoirement 688 jurés d'origine mexicaine ? Qu'observez-vous ?

8. a) Est-il arrivé au hasard de distribuer un nombre de jurés d'origine mexicaine comparable à celui obtenu dans ce comté du Texas ?

b) Comment expliquez-vous cette situation ?

* source : *Prove it with figures* – H. Zeisel, D. Kaye.

Statistique et discrimination : Étude d'un document de justice

Niveau

Terminale S.

Situation étudiée

En 1976 au Texas, un accusé d'origine mexicaine conteste le jugement du tribunal au motif que la désignation des jurés est discriminatoire envers les Américains d'origine mexicaine. Les élèves analysent les arguments statistiques et probabilistes qui apparaissent dans l'attendu de la Cour Suprême des États-Unis.

Type d'activité

Exercice.

Durée

Exercice « sur feuille » de 20 minutes.

Correction et discussion d'environ 20 minutes.

Objectifs

Contenus mathématiques au programme

Loi binomiale, probabilités et fluctuations d'échantillonnage.

Enjeux citoyens

Étudier un texte judiciaire à contenu mathématique.

Voir en quoi des arguments mathématiques peuvent s'appliquer à des cas de société, en l'occurrence une question de discrimination.

Réfléchir à la notion de « preuve statistique » et au sens des très faibles probabilités.

Capacités et attitudes

Exploiter une situation réelle.

Lire un texte judiciaire à caractère scientifique.

Mettre en oeuvre les connaissances de cours.

Organisation

Les élèves (terminale S) connaissent la loi binomiale.

- Exercice à traiter, à la fin d'un cours, sur une photocopie distribuée.

- Rendu des copies et correction, suivi d'une discussion, à la séance suivante.

Description des activités

Séance 1 : recherche d'un exercice (20 minutes)

L'énoncé suivant est distribué aux élèves qui y réfléchissent de façon individuelle pendant une vingtaine de minutes. Les copies sont ramassées (mais ne seront pas « notées »).

Des arguments de type probabiliste peuvent être avancés et pris en compte dans les Cours de justice. Un accusé d'origine mexicaine, condamné pour vol et tentative de viol dans un comté du sud du Texas attaqua le jugement sous le motif que la désignation des jurés dans l'Etat du Texas était discriminatoire pour les Américains d'origine mexicaine. Son argument était que ceux-ci n'étaient pas suffisamment représentés dans les jurys populaires.

Attendu de la Cour Suprême des Etats-Unis (affaire Castaneda contre Partida)⁴ :

« Si les jurés étaient tirés au hasard dans l'ensemble de la population, le nombre d'américains mexicains dans l'échantillon pourrait alors être modélisé par une **distribution binomiale**... Etant donné que 79,1 % de la population est mexico-américaine, le nombre attendu d'américains mexicains parmi les 870 personnes convoquées en tant que grands jurés pendant la période de 11 ans est approximativement 688. Le nombre observé est 339. Bien sûr, dans n'importe quel tirage considéré, une certaine fluctuation par rapport au nombre attendu est prévisible. Le point essentiel cependant, est que le modèle statistique montre que les résultats d'un tirage au sort tombent vraisemblablement dans le voisinage de la valeur attendue... La mesure des fluctuations prévues par rapport à la valeur attendue est l'**écart type**, défini pour la distribution binomiale comme la racine carrée de la taille de l'échantillon (ici 870) multiplié par la probabilité de sélectionner un américain mexicain (ici 0,791) et par la probabilité de sélectionner un non américain mexicain (ici 0,209)... Ainsi, dans ce cas, l'écart type est approximativement de 12. En règle générale pour de si grands échantillons, si la différence entre la valeur attendue et le nombre observé est plus grand que deux ou trois écarts types, alors l'hypothèse que le tirage du jury était au hasard serait suspect à un spécialiste des sciences humaines. Les données sur 11 années reflètent ici une différence d'environ 29 écarts types. Un calcul détaillé révèle qu'un éloignement aussi important de la valeur attendue se produirait avec moins d'une chance sur 10^{140} . »

Questions

Définir la variable aléatoire qui, dans cette situation, suit une loi binomiale.

Quels sont les paramètres de la loi binomiale ?

A quel calcul correspond la valeur 688 ?

Effectuer le calcul de l'écart type.

A quoi correspond la « différence de 29 écarts types » ?

A quel événement correspond la probabilité 10^{-140} ?

La constitution des jurys est-elle faite au hasard ?

⁴ In : "Prove It with Figures (Statistics for Social Science and Behavioural Sciences)" - Hans Zeisel, D. H. et D. Kaye - Springer 2006.

Déroulement et commentaires

Travailler sur un texte d'aspect littéraire était complètement inhabituel mais le contexte a beaucoup motivé les élèves, y compris les « non matheux ». Tout le monde s'est rapidement mis au travail en étant tout de même rassuré par le fait que ce ne serait pas « noté ».

Séance 2 : correction et discussion (20 minutes)

Énoncé élève

Le corrigé suivant a été distribué aux élèves.

- Définir la variable aléatoire qui, dans cette situation, suit une loi binomiale.
Il s'agit de la variable aléatoire X qui à 870 personnes tirées au sort dans la population (celle-ci étant très importante, on peut assimiler ces tirages à des tirages avec remise) associe le nombre de personnes d'origine mexicaine.
- Quels sont les paramètres de la loi binomiale ?
 $n = 870$ et $p = 0,791$.
- A quel calcul correspond la valeur 688 ?
688 correspond au calcul de l'espérance : $np \approx 688,17$.
- Effectuer le calcul de l'écart type.
On a $\sigma = \sqrt{(870 \times 0,791 \times 0,209)} \approx 11,99 \approx 12$.
- A quoi correspond la « différence de 29 écarts types » ?
29 écarts types correspond à la différence entre la valeur observée de la variable aléatoire, c'est-à-dire 339, et l'espérance.
- A quel événement correspond la probabilité 10^{-140} ?
Cela correspond à la probabilité d'observer une valeur inférieure d'au moins 29 écarts types de l'espérance, c'est-à-dire : $P(X \leq 351)$ ⁵.
- La constitution des jurys est-elle au hasard ?
La probabilité précédente est beaucoup trop faible pour considérer que la variable aléatoire binomiale introduite ici modélise correctement la situation.

Déroulement et commentaires

Les calculs purement techniques sur la loi binomiale ne posent pas trop de problèmes, c'est la réponse à la dernière question (et le sens que l'on peut donner à une probabilité de 10^{-140}) qui donne l'occasion d'une discussion assez riche.
Voici quelques exemples de copies.

La copie suivante peut-être considérée comme une « bonne » copie. L'élève a bien réagi au caractère invraisemblable de la probabilité obtenue sous l'hypothèse d'un tirage au sort « équiprobable » mais porte une accusation de « racisme » qui conduira à une discussion sur la manière dont les jurés sont « choisis ». Il y a bien tirage au sort mais on demande en particulier que les jurés comprennent et lisent correctement l'anglais, ce qui exclut une bonne partie de la population d'origine mexicaine.

⁵ Plus précisément, pour une variable aléatoire X de loi binomiale de paramètres 870 et 0,791, on a : $P(X \leq 339) \approx 4,2 \cdot 10^{-145}$.

Définir la variable aléatoire qui, dans cette situation, suit une loi binomiale.

La variable est le nombre de mexicain choisi parmi les jurés.

Quels sont les paramètres de la loi binomiale ? $B(100, 79,1\%)$

A quel calcul correspond la valeur 688 ? $688 = E(X) = np$

Effectuer le calcul de l'écart type. $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = 11,99 \approx 12$

A quoi correspond la « différence de 29 écarts types » ? $E(X) - 3\sigma = 688 - 339 = 349$

A quel événement correspond la probabilité 10^{-140} ? La probabilité que la valeur soit à un écart de 29 écarts type.

La constitution des jurys est-elle aléatoire ? La constitution des jurys est donc très sélective. Il n'y a pas d'aléatoire.

RACISTE

Par "totalelement" aléatoire : voir discussion.

La réponse suivante, bien que correcte, n'est pas argumentée, peut-être par manque de temps.

Définir la variable aléatoire qui, dans cette situation, suit une loi binomiale.

La variable aléatoire est le nombre de jurés mexicains. Il s'agit d'expériences aléatoires qui peuvent être considérées comme indépendantes par rapport au nombre d'habitants de la zone.

Quels sont les paramètres de la loi binomiale ? $B(100, 0,791)$

A quel calcul correspond la valeur 688 ? L'espérance $E(X) = 100 \times 0,791 = 79,1$

Effectuer le calcul de l'écart type. $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = 11,99$

A quoi correspond la « différence de 29 écarts types » ? $688 - 339 = 349$

A quel événement correspond la probabilité 10^{-140} ?

La probabilité que la valeur soit à un écart de 29 écarts type.

La constitution des jurys est-elle aléatoire ?

Non.

Pourquoi ?

Dans la copie suivante (aux réponses partielles), l'élève ne fait pas le lien avec la probabilité valant 10^{-140} . Il semble qu'il n'y ait rien de choquant dans la constitution des jurys. A la question « La constitution des jurys est-elle aléatoire ? », on trouve comme réponse : « oui, car elle est soumise à un tirage au sort ». Cette réponse est évidemment exacte. C'est la raison pour laquelle on a modifié la dernière question de l'énoncé, qui de « La constitution des jurys est-elle aléatoire ? » est devenue « La constitution des jurys est-elle faite au hasard ? ».

Définir la variable aléatoire qui, dans cette situation, suit une loi binomiale.

.....

Quels sont les paramètres de la loi binomiale ? $n = 29, p = 1/4$

A quel calcul correspond la valeur 688 ? $E(X) = np = 29 \times 1/4 = 7.25$

Effectuer le calcul de l'écart type. $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{29 \times 1/4 \times 3/4} = \sqrt{5.25} \approx 2.29$

A quoi correspond la « différence de 29 écarts types » ? $29 \times 2.29 \approx 66.41$

.....

A quel événement correspond la probabilité 10^{-140} ?

.....

.....

La constitution des jurys est-elle aléatoire ? Oui, car elle est soumise à un

..... tirage au sort

.....

Ce tirage est-il totalement
« au sort » ?

Il est à noter que lors de la discussion qui a suivi la correction, est apparu le fait qu'une probabilité de 10^{-140} ne semble pas immédiatement « humainement impossible » à un certain nombre d'élève. On peut songer à l'exemple des singes dactylographes de Borel (probabilité pour qu'une armée de singes tapant sur des machines à écrire produise l'œuvre de Victor Hugo).

Il est en tout cas essentiel de signaler que face à une telle probabilité, il faut absolument chercher une autre explication possible que le simple hasard. On a là une « preuve » statistique proche d'une quasi-certitude : il n'y a pas équiprobabilité dans le tirage au sort des jurés.

Bilan et perspectives

S'agissant d'une classe de terminale S à option « sciences de l'ingénieur », a priori peu « littéraire », le texte a été plutôt bien compris et l'aspect littéraire de l'exercice n'a pas vraiment posé de problème. En revanche c'est l'argumentation qui était souvent défaillante. Les élèves ont trop tendance à se contenter d'affirmations non justifiées, voire péremptives : un tel exercice n'est donc pas superflu !

Les avis des élèves sur l'activité sont partagés. Plusieurs élèves ont trouvé ce travail « plus intéressant que ce que l'on fait d'habitude », parce qu'il s'agit de la « vraie vie ». Une élève a même affirmé que « s'il y avait eu plus souvent ce type d'exercice en mathématiques, elle se serait peut-être davantage intéressée à la matière » (il s'agit d'une élève ayant des résultats généralement en dessous de la moyenne et travaillant peu). D'autres élèves cependant, ont trouvé ce travail « plus difficile » que les exercices classiques, et à la question « Que penseriez-vous de ce type d'exercice en maths au bac S (analyse d'un texte scientifique comme cela se fait en physique) ? », ils ont répondu qu'ils ne voulaient pas de ce type d'exercice à l'examen.

Des prolongements

Les calculs précédents montrent qu'on ne peut pas considérer que les jurys résultent d'un tirage au sort où chaque élément de la population a les mêmes chances d'être choisi. Mais c'est tout ce que l'on peut dire et, en particulier, on n'a aucune information pour se

prononcer sur les causes : on ne peut donc pas porter immédiatement des accusations de discrimination raciale.

L'étude statistique précédente doit inciter à enquêter plus sur les conditions de constitution des jurys.

On constatera :

- que pour être juré on doit maîtriser la langue anglaise (écrite et parlée) : ce qui n'est pas le cas d'une partie de la population d'origine hispanique :
- que pendant les 11 années correspondant à l'étude, la proportion des hispaniques dans la population a évolué,
- que la proportion d'hispaniques dans les jurys a également évolué au cours de ces 11 années.

La preuve statistique, telle qu'elle est apportée ici, est donc contestable au niveau du choix de la population de référence : celle-ci ne devrait pas être toute la population mais seulement la sous population de ceux qui ont plus de 18 ans, parlent lisent et écrivent l'anglais.

A titre de prolongement de cette activité, il pourrait être intéressant de faire rédiger aux élèves une contre argumentation statistique à partir de ces éléments.