

# VARIABLES ALÉATOIRES E01C

## EXERCICE N°1      Méthode : Déterminer une loi de probabilité

Voici un jeu :

On jette un dé (non pipé) à six faces et on note le résultat obtenu.

- Si le résultat est « 1 », on perd 5 euros.
- Si le résultat est pair on gagne deux euros.
- Si le résultat est « 3 » ou « 5 » on gagne un euro.

On note  $X$  la variable aléatoire donnant le gain à ce jeu.

Donner la loi de probabilité de  $X$ .

▪ On détermine  $\Omega$ .

$$\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$$

▪ On détermine la distribution des probabilités sur  $\Omega$ .

Issue	1	2	3	4	5	6	Total
Probabilité	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

▪ On détermine les images de chaque issue par  $X$  (autrement dit : on détermine  $X(\Omega)$ )

$$X(\{1\}) = -5, \quad X(\{2\}) = 2, \quad X(\{3\}) = 1,$$

$$X(\{4\}) = 2, \quad X(\{5\}) = 1 \quad \text{et} \quad X(\{6\}) = 2$$

(Il y a trois images possibles :  $-5 ; 1$  et  $2$ )

▪ On regroupe les antécédents :

$$\{X = -5\} = \{1\}$$

$$\{X = 1\} = \{3\} \cup \{5\}$$

$$\{X = 2\} = \{2\} \cup \{4\} \cup \{6\}$$

▪ On calcule la probabilité de chaque événement :

$$\square P(\{X = -5\}) = P(\{1\}) = \frac{1}{6}$$

$$\square P(\{X = 1\}) = P(\{3\} \cup \{5\}) = P(\{3\}) + P(\{5\}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\square P(\{X = 2\}) = P(\{2\} \cup \{4\} \cup \{6\}) = P(\{2\}) + P(\{4\}) + P(\{6\}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

▪ On peut donner la loi de probabilité sous la forme d'un tableau :

$x_i$	-5	1	2	Total	
$P(\{X = x_i\})$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	

Le plus gros du travail  
est fait au brouillon