DEVOIR SURVEILLÉ N°1 LE CORRIGÉ

Nom :	***Prénom :***	***Classe :***

L'usage de la calculatrice est interdit (sauf aménagement particulier)

Le sujet est à rendre avec la copie

PREMIÈRE PARTIE

EXERCICE N°1 ***Automatismes*** ***(5 points)***

Pour ce premier exercice, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

1) L'inverse du double de 7 est égal à :

1.a) $\frac{7}{2}$ **1.b)** $\frac{2}{7}$ **1.c)** $\frac{1}{14}$ **1.d)** 14

2) On considère la relation $F = a+\frac{b}{cd}$.

Lorsque $a = \frac{1}{2}$, $b = 3$, $c = 4$ et $d = -\frac{1}{4}$, la valeur de F est :

2.a) $\frac{5}{2}$ **2.b)** $\frac{3}{2}$ **2.c)** $-\frac{5}{2}$ **2.d)** $-\frac{3}{2}$

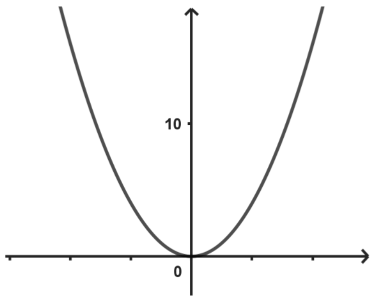
3) On considère x , y , u des réels non nuls tels que $\frac{1}{x}+\frac{1}{y} = \frac{1}{u}$

On peut affirmer que :

3.a) $u = \frac{xy}{x+y}$ **3.b)** $u = \frac{x+y}{xy}$

3.c) $u = xy$ **3.d)** $u = x+y$

4) On a représenté ci-contre la parabole d'équation $y = x^2$
On note (I) l'inéquation sur $\mathbb{R}$, $x^2 \geqslant 10$.
L'inéquation (I) est équivalente à :



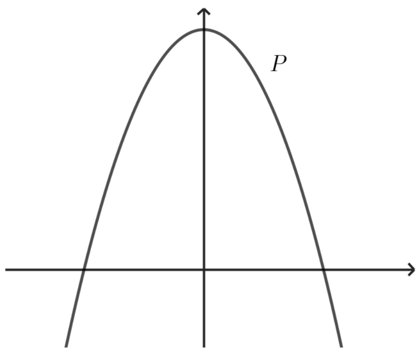
4.a) $-\sqrt{10} \leqslant x \leqslant \sqrt{10}$

4.b) $x \leqslant -\sqrt{10}$ ou $x \geqslant \sqrt{10}$

4.c) $x \geqslant \sqrt{10}$

4.d) $x = -\sqrt{10}$ ou $x = \sqrt{10}$

5) On a représenté ci-contre une parabole *P*.
Une seule des quatre fonctions ci-dessous est susceptible d'être représentée par la parabole *P*.
Laquelle ?



5.a) $x \mapsto x^2-10$ **5.b)** $x \mapsto -x^2-10$

5.c) $x \mapsto -x^2+10$ **5.d)** $x \mapsto -x^2+10x$

1) $\frac{1}{14}$ **2)** $-\frac{3}{2}$ **3)** $u = \frac{xy}{x+y}$

4) $x \leqslant -\sqrt{10}$ ou $x \geqslant \sqrt{10}$ **5)** $x \mapsto -x^2+10$

DEUXIÈME PARTIE

EXERCICE N°2 Je maîtrise mon cours **_(7 points)_**

On considère la fonction polynomiale définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2+2x-3$$

1) Justifier que $f(x) = (x+1)^2-4$.

Méthode attendue

Soit $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2+2x-3 \\ &= (x+1)^2-1^2-3 \\ &= (x+1)^2-4 \end{aligned}$$

Méthode possible au cas où

Soit $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} (x+1)^2-4 &= x^2+2x+1-4 \\ &= x^2+2x-3 \\ &= f(x) \end{aligned}$$

Par contre, interdiction de commencer par :

$f(x) = (x+1)^2-4$

Ainsi, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = (x+1)^2-4$

2) En déduire les coordonnées du sommet de la parabole représentative de f .

On reconnaît la forme canonique de $f(x)$:

Votre copie sera bien plus appréciée si vous citez « forme canonique » que si vous vous contentez de « balancer » les coordonnées du sommet.

$a(x-\alpha)^2+\beta$ avec , $a = 1$, $\alpha = -1$ et $\beta = -4$

On en déduit que le sommet de la parabole à pour coordonnées : $\boxed{(-1 , -4)}$

On n'a pas donné de nom au sommet dans l'énoncé, donc si vous écrivez $S(-1 , -4)$ sans précisez que ce qu'est S , il y a de grandes chances que cela agace le correcteur.

3) Dresser le tableau de variations de f (aucune justification n'est demandée).

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	-4	$\nearrow$	

4) Calculer le discriminant Δ du trinôme et en déduire les éventuelles racines de f .

$\Delta = 2^2-4\times1\times(-3)$

$\boxed{\Delta = 16}$

$\Delta > 0$, donc il y a deux racines distinctes, x_1 et x_2 telles que :

$$x_1 = \frac{-2-\sqrt{16}}{2\times1}$$

$\boxed{x_1 = -3}$

$$x_2 = \frac{-2+\sqrt{16}}{2\times1}$$

$\boxed{x_2 = 1}$

5) Donner la forme factorisée de $f(x)$.

On sait que :

$f(x) = 1(x-(-3))(x-1)$

La ligne précédente n'est pas obligatoire, mais elle rassure le correcteur sur le fait que vous maîtrisez réellement la forme factorisée.

$\boxed{f(x) = (x+3)(x-1)}$

EXERCICE N°3 *Je travaille à la maison* *(8 points)*

Extrait du sésamath 1[er] spé

Justine décide de créer un drapeau ressemblant au drapeau de la Suisse.

Elle veut un drapeau de 4 m sur 3 m.

Et sur son drapeau, elle veut une croix blanche dont les deux bandes ont pour largeur x mètres et pour longueur 2 m.

1) L'aire de la croix peut-elle être égale à :

1.a) la moitié de l'aire du drapeau ? Si oui, déterminer la valeur de x pour obtenir une telle configuration.

▪ Pour $x \in [0\ ;\ 2]$

x est la largeur, elle est donc positive et pas plus grande que la longueur...

Notons $A(x)$ l'aire de la croix, on a $A(x) = 2x+2x-x^2 = -x^2+4x$

▪ La moitie de l'aire du drapeau vaut $\frac{1}{2}\times 4\times 3 = 6$ m²

Il s'agit donc de résoudre dans $[0\ ;\ 2]$ l'équation $A(x) = 6$.

Commençons par la résoudre dans $\mathbb{R}$ et notons S l'ensemble des solutions .

$$\begin{aligned} x \in S &\Leftrightarrow A(x) = 6 \\ &\Leftrightarrow -x^2+4x = 6 \\ &\Leftrightarrow -x^2+4x-6 = 0 \end{aligned}$$

Posons $\Delta = 4^2-4\times(-1)\times(-6) = -8$ le discriminant de cette dernière équation.

$\Delta < 0$ donc il n'y a aucune solution dans $\mathbb{R}$: $S = \emptyset$.

$$\begin{aligned} S \cap [0\ ;\ 2] &= \emptyset \cap [0\ ;\ 2] \\ &= \emptyset \end{aligned}$$

On peut le dire en français : il n'y pas de solution réelle (positive ou négative) il n'y a donc pas de solution comprise entre 0 et 2.

On en déduit qu' $\boxed{\text{on ne peut pas avoir cette configuration}}$.

1.b) le quart de l'aire du drapeau ? Si oui, déterminer la valeur de x pour obtenir une telle configuration.

La moitie de l'aire du drapeau vaut $\frac{1}{4}\times 4\times 3 = 3$ m²

Il s'agit donc de résoudre dans $[0\ ;\ +\infty[$ l'équation $A(x) = 3$.

Commençons par la résoudre dans $\mathbb{R}$ et notons S l'ensemble des solutions .

$$\begin{aligned} x \in S &\Leftrightarrow A(x) = 3 \\ &\Leftrightarrow -x^2+4x = 3 \\ &\Leftrightarrow -x^2+4x-3 = 0 \end{aligned}$$

Posons $\Delta = 4^2-4\times(-1)\times(-3) = 4$ le discriminant de cette dernière équation.

$\Delta > 0$, il y a donc deux solutions :

$$\boxed{x_1 = \frac{-4-2}{2\times(-1)} = 3} \quad \text{et} \quad \boxed{x_2 = \frac{-4+2}{2\times(-1)} = 1}$$

$S = \{1\ ;\ 3\}$ et $S \cap [0\ ;\ 2] = \{1\}$

On en déduit que $\boxed{\text{cette configuration est possible quand } x = 1}$

2) Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire de la croix est-elle inférieur ou égale à 2 m² ?

Il s'agit donc de résoudre dans $[0\ ;\ +\infty[$ l'inéquation $A(x) \leqslant 2$.

Commençons par la résoudre dans $\mathbb{R}$ et notons S l'ensemble des solutions .

$$\begin{aligned} x \in S &\Leftrightarrow A(x) \leqslant 2 \\ &\Leftrightarrow -x^2+4x \leqslant 2 \\ &\Leftrightarrow -x^2+4x-2 \leqslant 0 \end{aligned}$$

Posons $\Delta = 4^2-4\times(-1)\times(-2) = 8$ le discriminant de ce dernier trinôme.

$\Delta > 0$, il y a donc deux racines :

$$\boxed{x_1 = \frac{-4-2\sqrt{2}}{2\times(-1)} = 2+\sqrt{2}} \quad \text{et} \quad \boxed{x_2 = \frac{-4+2\sqrt{2}}{2\times(-1)} = 2-\sqrt{2}}$$

Et comme $a = -1 < 0$

On en déduit le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		$2-\sqrt{2}$		$2+\sqrt{2}$		$+\infty$
$A(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S = \left[2-\sqrt{2}\ ;\ 2+\sqrt{2}\right]$ et

$$\begin{aligned} S \cap [0\ ;\ 2] &= \left[2-\sqrt{2}\ ;\ 2+\sqrt{2}\right] \cap [0\ ;\ 2] \\ &= \left[2-\sqrt{2}\ ;\ 2\right] \end{aligned}$$

On en déduit que $\boxed{\text{cette configuration est possible quand } x \in \left[2-\sqrt{2}\ ;\ 2\right]}$