LES ENSEMBLES DE NOMBRES

I Les définitions

Définition n°1. ***Les entiers naturels et les entiers relatifs***

- L'ensemble des nombres entiers naturels $\{0;1;2;3;4;...\}$ se note $\mathbb{N}$
- L'ensemble des entiers relatifs $\{...;-2;-1;0;1;2;...\}$ se note $\mathbb{Z}$

Remarque n°1.

Tout entier naturel est un entier relatif, l'ensemble $\mathbb{N}$ est donc inclus dans l'ensemble $\mathbb{Z}$. On note $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}$.

Définition n°2. ***Décimaux, rationnels et réels***

En choisissant deux éléments $p\in\mathbb{Z}$ et $q\in\mathbb{Z}^*$ et en posant $\frac{p}{q}$ on obtient ce qu'on appelle un nombre rationnel. **L'ensemble des nombres rationnels se note** $\mathbb{Q}$.

Le cas particulier où q est une puissance entière de 10 donne **l'ensemble des nombres décimaux** qui se note $\mathbb{D}$, et $\mathbb{D}\subset\mathbb{Q}$.

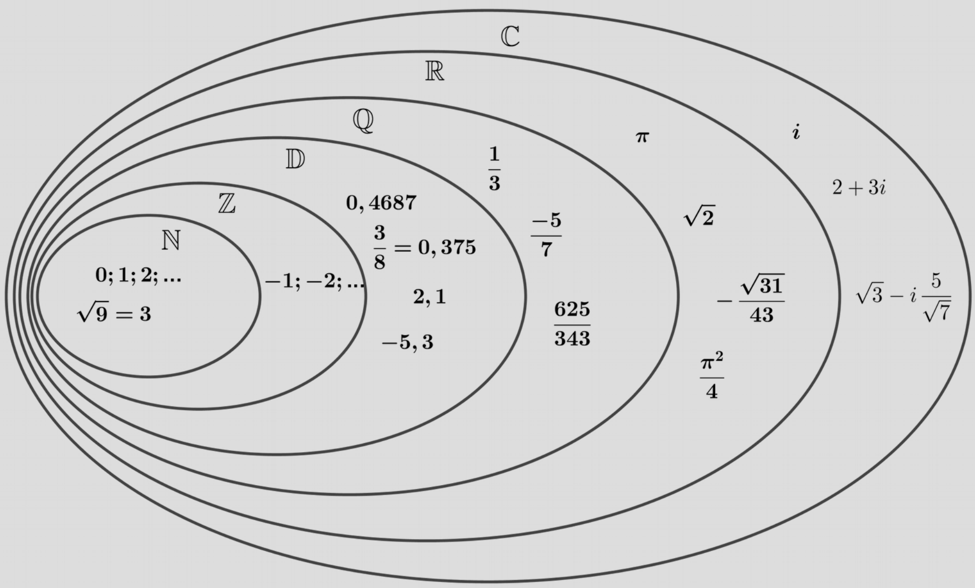
Comme tout nombre relatif n peut s'écrire $\frac{n}{1}$, on a les inclusions suivantes : $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset\mathbb{D}\subset\mathbb{Q}$.

Malheureusement tous les nombres ne sont pas rationnels et on a du construire un ensemble plus grand qui les contient « tous ».

On l'appelle l'ensemble des **nombres réels** et on le note $\mathbb{R}$.

Définition n°3. ***Les nombres complexes***

Enfin, on a constaté que même tous les nombres réels n'étaient pas suffisants, notamment pour résoudre certaines équations du troisième degré. Il a alors fallu imaginer un ensemble encore plus grand : L'ensemble des nombres complexes que l'on note $\mathbb{C}$.



$$\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset\mathbb{D}\subset\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}\subset\mathbb{C}$$

II Un peu d'histoire

Ensemble des entiers naturels
Notation $\mathbb{N}$
Vient du mot allemand « nummern » qui signifie «numéros»
Merci à Richard Dedeking (en 1888)

Ensemble des entiers relatifs
Notation $\mathbb{Z}$
Vient du mot allemand «zahl» qui signifie «nombre»
Merci à Nicolas Bourbaki. (à la même époque)

Ensembles des nombres décimaux
Notation $\mathbb{D}$
Vient du mot… « décimaux »
Est un cas particulier de nombres rationnels (ceux qui ont un nombre fini de chiffres après la virgule)

Ensemble des nombres rationnels (résultat du quotient de deux entiers)
Notation $\mathbb{Q}$
Vient du mot italien « quoziente » qui signifie… « quotient »
Merci à Giuseppe Peano (en 1895)

Ensemble des nombres réels (tous ceux que vous avez pu utiliser jusqu'à présent)
Notation $\mathbb{R}$
Vient du mot… « réels »
Merci à Georg Cantor (à la même époque)

Ensemble des nombres complexes (vous les verrez bientôt…)
Notation $\mathbb{C}$
Il faut aussi noter la présence d'un nouveau symbole :
i qui évite d'écrire $\sqrt{-1}$ et qui fût introduit par Leonhard Euler en 1777.
La notation $a+ib$ étant elle due à Carl Friedrich Gauss en 1831.