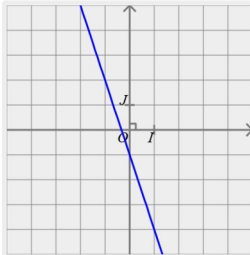


DEVOIR SURVEILLÉ N°2 LE CORRIGÉ

Nom : _____ **Prénom :** _____ **Classe :** _____

EXERCICE N°1 Automatismes (5 points)

Écrivez votre réponse sans justification dans la case située au-dessous de la question.

<div>N°1</div> <div>Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier</div> <div>$\frac{1}{2} \times \frac{8}{5} + \frac{7}{10} \times \frac{7}{3}$</div>	<div>N°2</div> <div>Donner $f'(x)$ quand $f(x)$ vaut :</div> <div>$(9x + 3)(10x - 4)$</div>	<div>N°3</div> <div>On considère la suite arithmétique v de terme initial $v_1 = 12$ et de raison $r = -3$</div> <div>Exprimer v_n en fonction de n</div>
$\frac{73}{30}$	$180x - 6$	$v_n = 12 - 3(n - 1)$
<div>N°4</div> <div>Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation suivante :</div> <div>$-7x - 5 \leq -5x - 6$</div>	<div>N°5</div> <div></div> <div>Donner l'équation réduite de la droite bleue</div>	
$S = \left[\frac{1}{2} ; +\infty \right[$	$y = -3x - 1$	

EXERCICE N°2 (6 points)

Soit f la fonction définie pour tout $x \in]-\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = 4x - 6 + \frac{1,96}{x}$$

1) Montrer que pour tout réel x non nul : $f'(x) = \frac{4(x-0,7)(x+0,7)}{x^2}$.

Soit $x \in]-\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$,

▪ D'une part :

$$f'(x) = 4 - \frac{1,96}{x^2}$$

▪ D'autre part :

$$\frac{4(x-0,7)(x+0,7)}{x^2} = \frac{4[x^2 - 0,49]}{x^2} = \frac{4x^2 - 1,96}{x^2} = \frac{4x^2}{x^2} - \frac{1,96}{x^2} = 4 - \frac{1,96}{x^2}$$

On en déduit que pour tout $x \in]-\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$,

$$f'(x) = \frac{4(x-0,7)(x+0,7)}{x^2}$$

2) Étudier le signe de $f'(x)$ sur $]-\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$.

- 4 est un nombre positif.
- $x - 0,7 > 0 \Leftrightarrow x > 0,7$
- $x + 0,7 > 0 \Leftrightarrow x > -0,7$
- $x^2 > 0$ sur $]-\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$

x	$-\infty$	$-0,7$	0	$0,7$	$+\infty$
4	+				+
$x - 0,7$	-			0	+
$x + 0,7$	-	0			+
x^2	+				+
$f'(x)$	+	0		0	+

3) En déduire les variations de la fonction f sur $]-\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$.

(Attention à ne pas oublier les limites aux bornes, aucune justification n'est demandée.)

x	$-\infty$	$-0,7$	0	$0,7$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0		0	+
$f(x)$	$-\infty$	$-11,6$	$-\infty$	$-0,4$	$+\infty$

PARTIE A. ÉTUDE THÉORIQUE

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[30 ; 120]$ par : $f(x) = 2x - 230 + \frac{7200}{x}$.

1) Déterminer la fonction dérivée f' de f .

Pour $x \in [30 ; 120]$

$$f'(x) = 2 \times 1 - 0 - \frac{7200}{x^2}$$

$$f'(x) = 2 - \frac{7200}{x^2}$$

2) Montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme : $f'(x) = \frac{2(x-60)(x+60)}{x^2}$.

Soit $x \in [30 ; 120]$,

$$\frac{2(x-60)(x+60)}{x^2} = \frac{2[x^2 - 3600]}{x^2} = \frac{2x^2 - 7200}{x^2} = \frac{2x^2}{x^2} - \frac{7200}{x^2} = 2 - \frac{7200}{x^2} = f'(x)$$

Ainsi pour tout $x \in [30 ; 120]$,

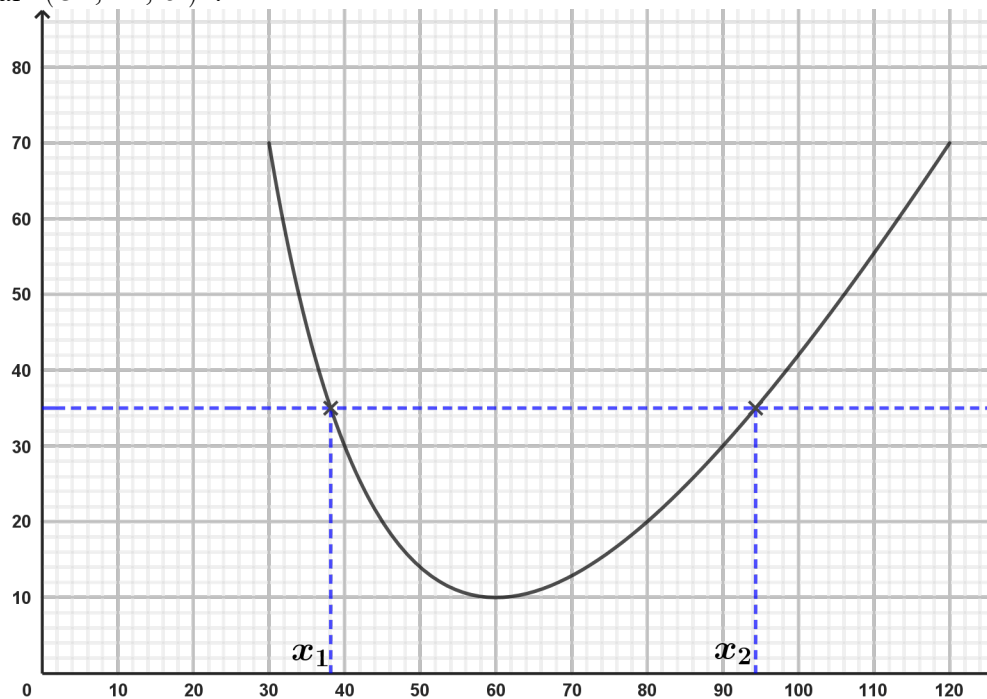
$$f'(x) = \frac{2(x-60)(x+60)}{x^2}$$

3) Étudier le signe de $f'(x)$ puis construire le tableau de variations de f sur l'intervalle $[30 ; 120]$.

- 2 est un nombre positif.
- $x - 60 > 0 \Leftrightarrow x > 60$
- $x + 60 > 0 \Leftrightarrow x > -60$
- $x^2 > 0$ sur $[30 ; 120]$

x	30	60	120
2	+		+
$x - 60$	-	0	+
$x + 60$	+		+
x^2	+		+
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	70	10	70

La courbe C ci-dessous est la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O ; I ; J)$.



- 4) A l'aide du graphique, encadrer par deux entiers consécutifs les solutions de l'équation $f(x) = 35$, en laissant apparaître les traits de construction utiles.

Graphiquement, on trouve deux solutions à cette équation :

$$37 < x_1 < 38 \text{ et } 95 < x_2 < 96$$

Avec une tolérance de ± 1 .

PARTIE B. ÉTUDE DE COÛT

Dans un restaurant, le coût moyen unitaire exprimé en euros de fabrication de x repas, pour x compris entre 30 et 120, est donné par la relation :

$$C_M(x) = 2x - 230 + \frac{7200}{x}$$

- 5) En utilisant la PARTIE A, déterminer le nombre de repas qui donne un coût moyen unitaire Minimum. Quel est ce coût ?

D'après le tableau de variations de la question 3) le minimum est atteint pour **60 repas** et vaut **10 euros**.

- 6) Montrer que le coût total exprimé en euros de fabrication de x repas est donné par la relation : $C(x) = 2x^2 - 230x + 7200$.

Soit $x \in [30 ; 120]$,

$$C(x) = C_M(x) \times x = \left(2x - 230 + \frac{7200}{x}\right) \times x = 2x^2 - 230x + 7200$$

Ainsi pour tout $x \in [30 ; 120]$

$$C(x) = 2x^2 - 230x + 7200$$

- 7) Le restaurateur propose le repas au prix de 35 €.

- 7.a) Calculer le bénéfice réalisé $B(x)$ en fonction du nombre x de repas servis.

Soit $x \in [30 ; 120]$,

$$B(x) = 35x - C(x) = 35x - (2x^2 - 230x + 7200) = -2x^2 + 265x - 7200$$

Ainsi pour $x \in [30 ; 120]$,

$$B(x) = -2x^2 + 265x - 7200$$

- 7.b) Combien doit-il servir de repas pour réaliser un bénéfice ?

On cherche à résoudre $B(x) > 0$

On pourrait essayer de factoriser $B(x)$ mais nous n'avons les outils en ST2S. Mais il y a la question 4) qui semble ne servir à rien... pourtant il y a un 35 ???

$$B(x) > 0 \Leftrightarrow 35x - C(x) > 0 \Leftrightarrow 35x > C(x) \Leftrightarrow 35x > C_M(x) \times x$$

Comme $x > 0$, cela équivaut à $35 > C_M(x)$

Et d'après la question 4) il faut et il suffit que $x_1 < x < x_2$

Ainsi il doit servir .

Avec une tolérance de ± 1 .