

# VARIABLES ALÉATOIRES E05

## EXERCICE N°1 (Le corrigé)

Un sac contient les 26 lettres de l'alphabet.

On prélève au hasard une lettre puis on la remet dans le sac. On répète cette épreuve 4 fois.

On gagne 10 € si on tire une voyelle et on perd 1 € si on tire une consonne.

Les résultats seront donnés sous forme fractionnaire.

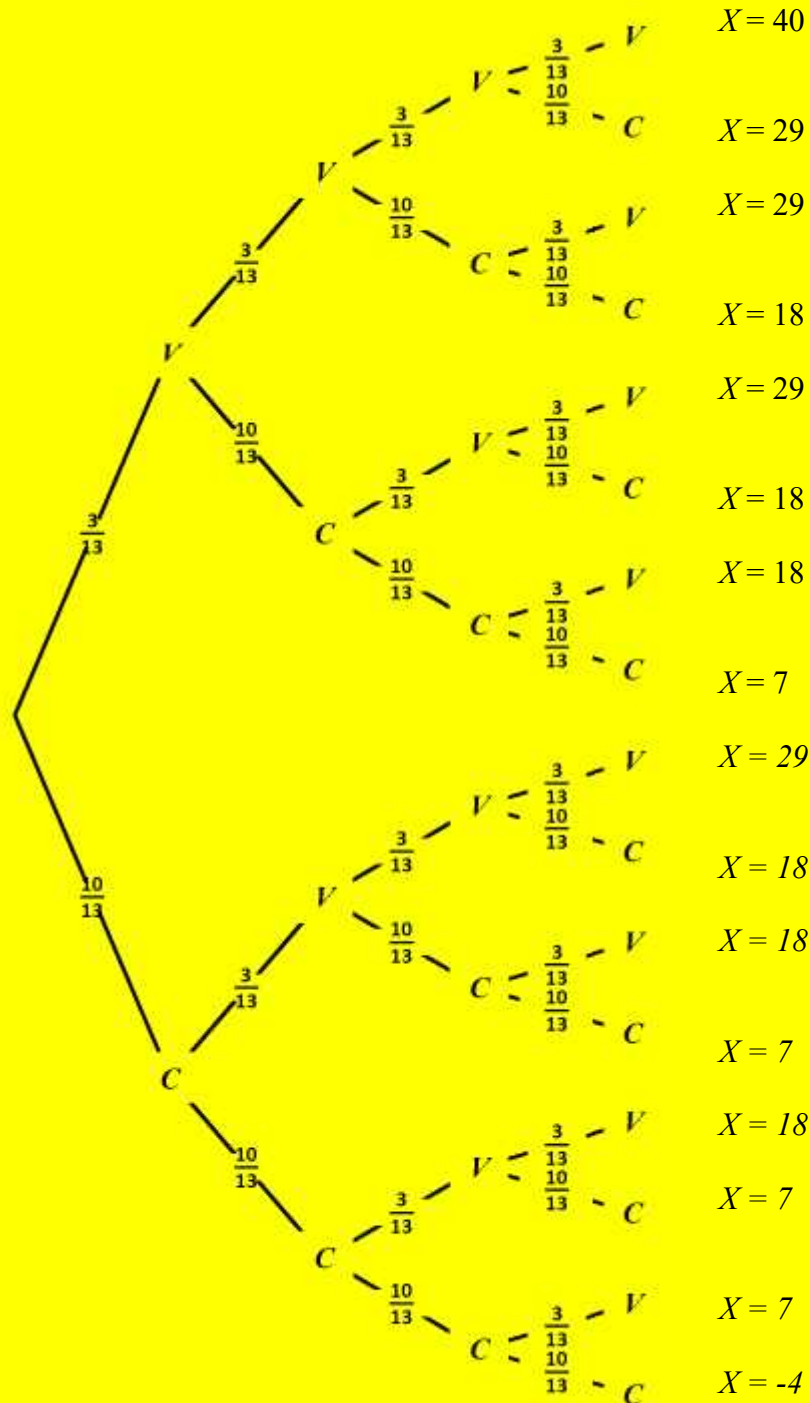
1) On note  $X$  le gain du joueur au bout des 4 tirages. Donner la loi de probabilité de  $X$ .

On note  $V$  : « On tire une voyelle » et  $C$  : « On tire une consonne »

Il y a 6 voyelles et donc 20 consonnes dans notre alphabet.

$$p(V) = \frac{6}{26} = \frac{3}{13} \quad \text{et} \quad p(C) = \frac{20}{26} = \frac{10}{13}$$

On peut alors construire l'arbre suivant :



On en déduit la loi de probabilité suivante :

$x_i$	-4	7	18	29	40
$p(X=x_i)$	$\left(\frac{10}{13}\right)^4$	$4 \times \left(\frac{3}{13}\right)^1 \times \left(\frac{10}{13}\right)^3$	$6 \times \left(\frac{3}{13}\right)^2 \times \left(\frac{10}{13}\right)^2$	$4 \times \left(\frac{3}{13}\right)^3 \times \left(\frac{10}{13}\right)^1$	$\left(\frac{3}{13}\right)^4$
	4 consonnes	3 consonnes et 1 voyelle	2 consonnes et 2 voyelles	1 consonne et 3 voyelles	4 voyelles

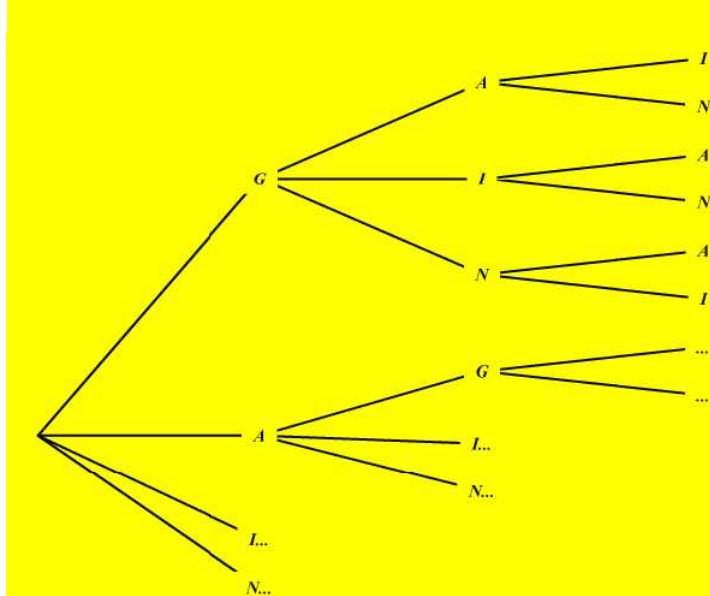
2) Si l'on peut écrire avec les lettres tirées le mot GAIN, on gagne en plus la somme de 1 000 €. Quelle est la somme maximale que l'on peut gagner et quelle est la probabilité de la gagner ?

La somme maximale que l'on peut gagner est 1018 €

On gagne les 1000 € du gain mais pour pouvoir écrire le mot, on a tiré 2 voyelles et 2 consonnes.

Il y a au total  $26^4$  tirages possibles. Il reste à dénombrer les tirages favorables, c'est à dire ceux contenant exactement un « G », un « A », un « I » et un « N » (pas nécessairement dans le bon ordre)

On peut utiliser l'arbre suivant (représenté partiellement) :



On voit qu'il y a 4 choix possibles pour la 1ère lettre, puis 3 choix possibles, puis 2 puis... 1

Les 4 premiers choix engendrent chacun 3 choix qui engendrent chacun 2 choix (qui engendrent chacun 1 choix mais ce ne pas vraiment un choix...)

On en déduit qu'il y a  $4 \times 3 \times 2 = 24$  tirages favorables.

La probabilité de pouvoir écrire le mot « GAIN » vaut donc

$$\frac{24}{26^4}$$