

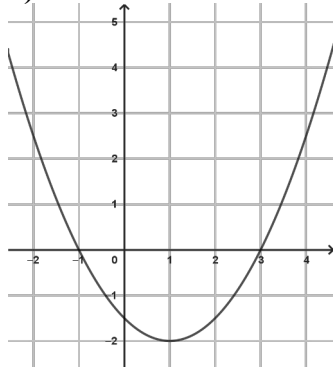
# FONCTIONS POLYNOMIALES DU SECOND DEGRÉ M02

## EXERCICE N°1 Lien entre la forme canonique et le graphique

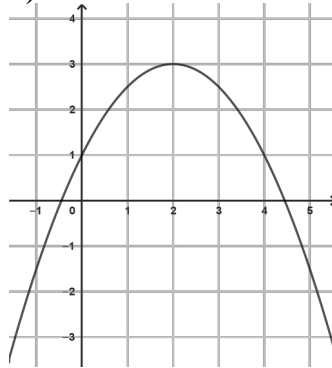
[CORRIGÉ](#)

Dans chaque cas, donnez la forme canonique de la fonction polynomiale du second degré qui est représentée.

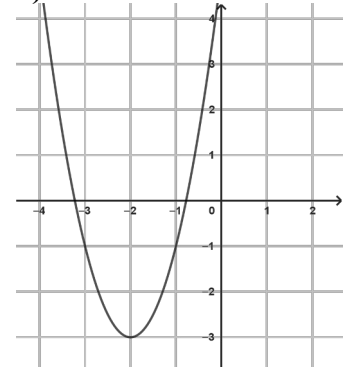
1)



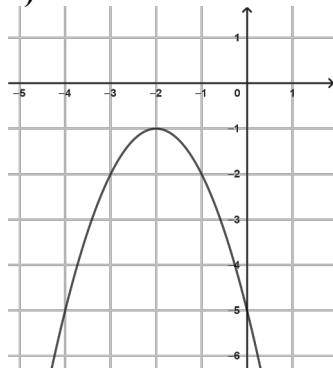
2)



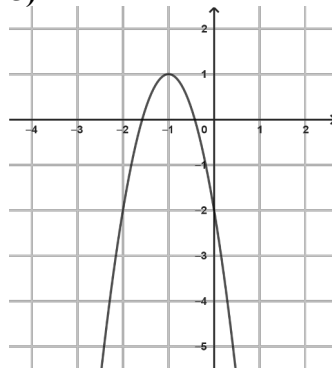
3)



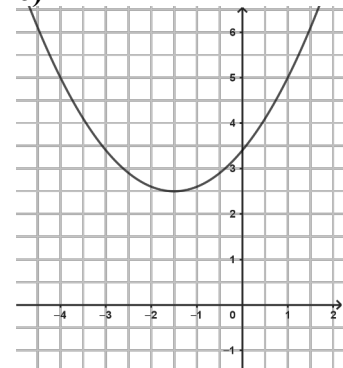
4)



5)



6)



## EXERCICE N°2 Quelques tableaux de variations

[CORRIGÉ](#)

Dressez le tableau de variations des fonctions suivantes :

1)  $f_1: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto -3x^2 - 6x - 2 \end{cases}$

2)  $f_2: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{3}{10} \left( x + \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{5}{2} \end{cases}$

3)  $f_3: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto 7(x-4)^2 + 2 \end{cases}$

4)  $f_4: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto 7(x+4)^2 + 2 \end{cases}$

## EXERCICE N°3 Factoriser à l'aide du discriminant

[CORRIGÉ](#)

Factoriser les expressions suivantes à l'aide du discriminant :

$$A = 5x^2 - 65x + 210$$

$$B = -0,5x^2 + 0,1x + \frac{1}{25}$$

$$C = 3x^2 + \sqrt{18}x - 12$$

## EXERCICE N°4 Autres méthodes de factorisation

[CORRIGÉ](#)

Factorisez les expressions suivantes :

*Facteurs communs*

$$A = 3x^2 - 3x$$

$$B = (2x+1)(x-7) - (3+2x)(2x+1)$$

$$C = 4x(3x-1) + (3x-1)(2x+7)$$

$$D = 3x + (2x-1)(3x+7) + 7$$

*Identités remarquables*

$$E = 49x^2 - 3969x + 81$$

$$F = (2x+1)^2 - (3+2x)^2$$

*Racines évidentes*

$$G = x^2 + 7x - 8$$

$$H = x^2 + 6x + 5$$

$$I = 3x^2 + 3x - 6$$

$$J = 2x^2 + 12x + 10$$



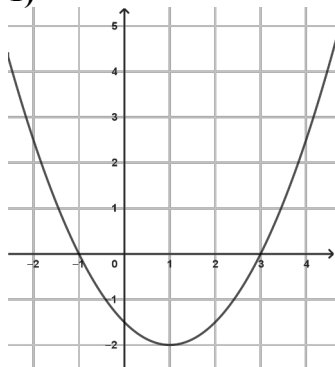
# FONCTIONS POLYNOMIALES DU SECOND DEGRÉ M02C

## EXERCICE N°1 (Le corrigé)

[RETOUR À L'EXERCICE](#)

Dans chaque cas, donnez la forme canonique de la fonction polynomiale du second degré qui est représentée.

1)



Le sommet de la parabole a pour coordonnées  $(\alpha ; \beta)$

Par lecture graphique  $(\alpha ; \beta) = (1 ; -2)$

La parabole a donc pour équation

$$y = a(x-1)^2 - 2$$

Pour trouver  $a$ , on choisit un point de la courbe et on exprime son appartenance à cette dernière :

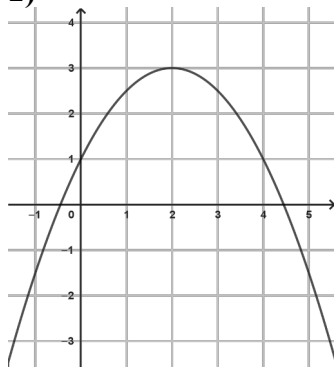
Par exemple  $A(3 ; 0)$  donne :

$$0 = a(3-1)^2 - 2$$

$$\text{d'où } a = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}(x-1)^2 - 2$$

2)



$$(\alpha ; \beta) = (2 ; 3)$$

On choisit  $A(0 ; 1)$

On obtient :

$$1 = a(0-2)^2 + 3$$

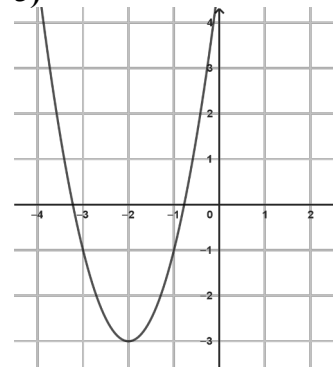
qui donne :

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2}(x-2)^2 + 3$$

Insistons bien, on choisit le point  $A$ . Vous n'êtes pas obligés de prendre le même.

3)



$$(\alpha ; \beta) = (-2 ; -3)$$

On choisit  $A(-1 ; -1)$

On obtient :

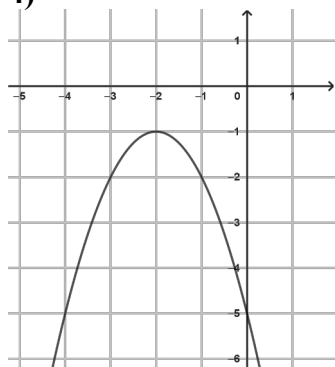
$$-1 = a(-1+2)^2 - 3$$

qui donne :

$$a = 2$$

$$2(x+2)^2 - 3$$

4)



$$(\alpha ; \beta) = (-2 ; -1)$$

On choisit  $A(0 ; -5)$

On obtient :

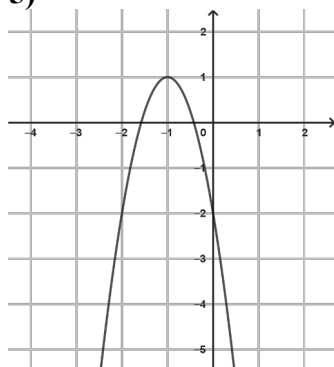
$$-5 = a(0+2)^2 - 1$$

qui donne :

$$a = -1$$

$$-(x+2)^2 - 1$$

5)



$$(\alpha ; \beta) = (-1 ; 1)$$

On choisit  $A(0 ; -2)$

On obtient :

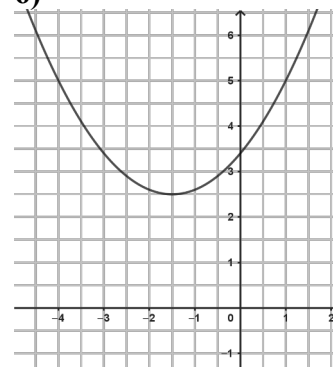
$$-2 = a(0+1)^2 + 1$$

qui donne :

$$a = -3$$

$$-3(x+1)^2 + 1$$

6)



$$(\alpha ; \beta) = (-1,5 ; 2,5)$$

On choisit  $A(1 ; 5)$

On obtient :

$$5 = a(1+1,5)^2 + 2,5$$

qui donne :

$$a = 0,4$$

$$0,4(x+1,5)^2 + 2,5$$

# FONCTIONS POLYNOMIALES DU SECOND DEGRÉ M02C

## EXERCICE N°2 (Le corrigé)

[RETOUR À L'EXERCICE](#)

Dressez le tableau de variations des fonctions suivantes :

1)  $f_1: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto -3x^2 - 6x - 2 \end{cases}$

$f(x)$  est de la forme  $ax^2 + bx + c$  avec :  
 $a = -3 < 0$  ;  $b = -6$  et  $c = -2$

Le signe de  $a$  nous les variations : ici  
 $a < 0$  donc croissant puis décroissant, il  
n'y a plus qu'à trouver le sommet  $(\alpha ; \beta)$

$$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-6)}{2 \times (-3)} = -1$$

$$\beta = f(\alpha) = f(-1) = 1$$

$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$f_1(x)$			

2)  $f_2: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{3}{10} \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{5}{2} \end{cases}$

Ici c'est immédiat,  $a = \frac{3}{10} > 0$  on a les  
variations : décroissant puis croissant.

$$\alpha = -\frac{3}{2} = -1,5 \quad (\text{Attention au signe!})$$

et  $\beta = \frac{5}{2} = 2,5$

$x$	$-\infty$	$-1,5$	$+\infty$
$f_1(x)$			

3)  $f_3: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto 7(x-4)^2 + 2 \end{cases}$

$x$	$-\infty$	$4$	$+\infty$
$f_1(x)$			

4)  $f_4: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto 7(x+4)^2 + 2 \end{cases}$

$x$	$-\infty$	$-4$	$+\infty$
$f_1(x)$			

# FONCTIONS POLYNOMIALES DU SECOND DEGRÉ M02C

## EXERCICE N°3 (Le corrigé)

[RETOUR À L'EXERCICE](#)

Factoriser les expressions suivantes à l'aide du discriminant :

$$A = 5x^2 - 65x + 210$$

$$B = -0,5x^2 + 0,1x + \frac{1}{25}$$

$$C = 3x^2 + \sqrt{18}x - 12$$

▪  $A = 5x^2 - 65x + 210$

Posons  $\Delta = (-65)^2 - 4 \times 5 \times 210 = 25$  le discriminant du trinôme  $A$ .

On a  $\Delta > 0$ , donc on peut écrire  $A = 5(x - x_1)(x - x_2)$  avec

$$x_1 = \frac{-(-65) - \sqrt{25}}{2 \times 5} = 6 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-(-65) + \sqrt{25}}{2 \times 5} = 7$$

Pour finir :

$$A = 5(x - 6)(x - 7)$$

▪  $B = -0,5x^2 + 0,1x + \frac{1}{25}$

Posons  $\Delta = 0,1^2 - 4 \times (-0,5) \times \frac{1}{25} = \frac{9}{100}$  le discriminant du trinôme  $B$ .

On a  $\Delta > 0$ , donc on peut écrire  $B = -0,5(x - x_1)(x - x_2)$  avec

$$x_1 = \frac{-0,1 - \sqrt{\frac{9}{100}}}{2 \times (-0,5)} = 0,4 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-0,1 + \sqrt{\frac{9}{100}}}{2 \times (-0,5)} = -0,2$$

Pour finir :

$$B = -0,5(x - 0,4)(x + 0,2)$$

▪  $C = 3x^2 + \sqrt{18}x - 12$

Posons  $\Delta = (\sqrt{18})^2 - 4 \times 3 \times (-12) = 162$  le discriminant du trinôme  $C$ .

On a  $\Delta > 0$ , donc on peut écrire  $C = 3(x - x_1)(x - x_2)$  avec

Maintenant vous êtes grands et devez savoir simplifier des racines carrées :

$$\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{162} = \sqrt{81 \times 2} = 9\sqrt{2}$$

$$x_1 = \frac{-3\sqrt{2} - 9\sqrt{2}}{2 \times 3} = -2\sqrt{2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-3\sqrt{2} + 9\sqrt{2}}{2 \times 3} = \sqrt{2}$$

Pour finir :

$$C = 3(x - \sqrt{2})(x + 2\sqrt{2})$$

# FONCTIONS POLYNOMIALES DU SECOND DEGRÉ M02C

## EXERCICE N°4 (Le corrigé)

[RETOUR À L'EXERCICE](#)

Factorisez les expressions suivantes :

*Facteurs communs*

$$A = 3x^2 - 3x$$

$$A = 3x \times x - 3x \times 1$$

$$A = 3x(x-1)$$

$$B = (2x+1)(x-7) - (3+2x)(2x+1)$$

$$B = (2x+1)[(x-7) - (3+2x)]$$

$$B = (2x+1)[x-7-3-2x]$$

$$B = (2x+1)(-x-10)$$

Attention, si on veut une forme factorisée comme dans le cours alors ce n'est pas fini :

$$B = -(2x+1)(x+10)$$

$$B = -2\left(x+\frac{1}{2}\right)(x+10)$$

Les racines sont alors  $-\frac{1}{2}$  et  $-10$

$$C = 4x(3x-1) + (3x-1)(2x+7)$$

$$C = (3x-1)[4x + (2x+7)]$$

$$C = (3x-1)(6x+7)$$

$$C = 3 \times 6 \left(x - \frac{1}{3}\right) \left(x + \frac{7}{6}\right)$$

$$C = 18 \left(x - \frac{1}{3}\right) \left(x + \frac{7}{6}\right)$$

$$D = 3x + (2x-1)(3x+7)$$

$$D = (3x+7) + (2x-1)(3x+7)$$

$$D = (3x+7)[1 + (2x-1)]$$

$$D = (3x+7)(3x+8)$$

$$D = 3 \times 3 \left(x + \frac{7}{3}\right) \left(x + \frac{8}{3}\right)$$

$$D = 9 \left(x + \frac{7}{3}\right) \left(x + \frac{8}{3}\right)$$

*Identités remarquables*

$$E = 49x^2 - 3969x + 81$$

$$E = \underbrace{49x^2}_{a^2} - \underbrace{3969x}_{2ab} + \underbrace{81}_{b^2}$$

$$E = (7x)^2 - 3969x + 9^2$$

On n'oublie pas de vérifier que  $2ab = 3969$

$$E = (7x-9)^2$$

$$F = (2x+1)^2 - (3+2x)^2$$

$$F = \underbrace{(2x+1)^2}_{a^2} - \underbrace{(3+2x)^2}_{b^2}$$

$$F = [(2x+1) - (3+2x)][(2x+1) + (3+2x)]$$

$$F = [2x+1-3-2x][2x+1+3+2x]$$

$$F = -2(4x+4)$$

$$F = -8(x+1)$$

*Racines évidentes*

$$G = x^2 + 7x - 8$$

$G$  est de la forme  $ax^2 + bx + c$

avec  $a=1$  ;  $b=7$  et  $c=-8$

On teste si  $0$ ,  $1$  ou  $-1$  (parfois  $2$  ou  $-2$ ) sont des racines

Ici,  $1^2 + 7 \times 1 - 8 = 0$ ,  $x_1 = 1$  est une racine évidente et donc (ce « donc » est loin d'être gratuit mais on en parlera plus tard), on peut écrire

$$G = (x-1)(x-x_2)$$

Ensuite on utilise, au choix, une des deux propriétés suivantes :

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ et } x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

$$1 \times x_2 = -8 \text{ d'où } x_2 = -8$$

$1$  est racine évidente et  $1 \times (-8) = -8$

$$\text{Donc } G = (x-1)(x+8)$$

$$H = x^2 + 6x + 5$$

$$H = x^2 + 6x + 5$$

$-1$  est racine évidente et  $-1 \times (-5) = 5$

$$\text{Donc } H = (x+1)(x+5)$$

$$I = 3x^2 + 3x - 6$$

$$I = 3(x^2 + x - 2)$$

$1$  est racine évidente et  $1 \times (-2) = -2$

$$\text{Donc } I = (x-1)(x+2)$$

$$J = 2x^2 + 12x + 10 = 2(x^2 + 6x + 5)$$

$-1$  est racine évidente et  $-1 \times (-5) = 5$

$$J = 2(x+1)(x+5)$$