BARÈME DU DEVOIR SURVEILLÉ N°1

Nom :	***Prénom :***	***Classe :***

EXERCICE N°1 ***Je connais mon cours*** ***(6 points = 6 × 1 pt)***

1) Soit (u_n) la suite arithmétique de raison $r=3$ et de premier terme $u_0=-5$.

1.a) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .

$\boxed{u_{n+1} = u_n+3}$

1.b) Exprimer u_n en fonction de n .

$u_n=u_0+n\times r$

$\boxed{u_n = -5+3n}$

1.c) Calculer la somme A des dix premiers termes.

Le 10[e] terme est u_9 , on le calcule : $u_9 = u_0+9\times r = -5+9\times 3 = 22$.

$$A = 10 \times \frac{u_0 + u_9}{2} = 10 \times \frac{-5+22}{2} = 85$$

Ainsi $\boxed{A = 85}$

2) Soit (w_n) la suite géométrique de raison $r=1{,}5$ et de premier terme $w_1=2$.

2.a) Exprimer w_{n+1} en fonction de w_n

$\boxed{w_{n+1} = 2w_n}$

2.b) Exprimer w_n en fonction de n

$w_n=w_1\times r^{n-1}$

$\boxed{w_n = 2\times 1{,}5^{n-1}}$

2.c) Calculer la somme B des 5 premiers termes.

$$B = w_1 \times \frac{1-q^5}{1-q} = 2 \times \frac{1-1{,}5^5}{1-1{,}5} = 26{,}375$$

Ainsi $\boxed{B = 26{,}375}$

EXERCICE N°2 **(5 points = 5 × 1 pt)**

Xavier a créé une chaîne sur la plateforme Mytube début 2015. Cette année-là, elle a généré 1200 € de revenus. Depuis 2015, elle gagne des abonnés et les revenus de sa chaîne augmentent de 8% par an.

Pour tout entier naturel n, on note u_n les bénéfices en euros réalisés par la chaîne Mytube de Xavier l'année $2015+n$.

1) Déterminer la nature de la suite (u_n). Indiquer sa raison et son premier terme.

Une augmentation de 8 % correspond à un coefficient multiplicateur $CM=1{,}08$.
Ainsi, pour passer d'un terme au suivant, on multiplie par 1,08.
(u_n) est donc une $\boxed{\text{suite géométrique}}$ de $\boxed{\text{raison } q=1{,}08}$ et de premier terme $\boxed{u_0=1200}$.

2) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

$u_n=u_0\times q^n$

$\boxed{u_n=1200\times 1{,}08^n}$

3) Calculer u_4. Interpréter le résultat.

$u_4=1200\times 1{,}08^4$

$\boxed{u_4 \approx 1633}$ à l'unité près.

En 2019 (2015+4) les **bénéfices** de Xavier se montaient à **environ 1633 €**.

4) Calculer $u_0+u_1+\ldots+u_6$. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

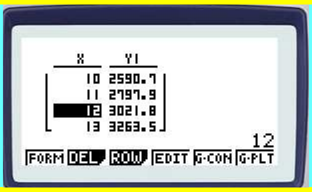
$$u_0+u_1+\ldots+u_6 = u_0\times\frac{1-q^7}{1-q} = 1200\times\frac{1-1{,}08^7}{-0{,}08} \approx 10707 .$$

$\boxed{u_0+u_1+\ldots+u_6 \approx 10707}$ à l'unité près.

De 2015 à 2021, les **bénéfices cumulés** de Xavier se montaient à **environ 10707 €**.

5) Si les revenus de la chaîne Mytube de Xavier continuent d'augmenter de 8% par an, en quelle année dépasseront-ils les 3000 € ? Expliquer votre démarche.

On $\boxed{\text{dresse une table de valeur à la calculatrice}}$ et on constate qu'on dépasse 3000 à partir du rang 12.



Ainsi, c'est en $\boxed{2027}$ (2015+12) que les bénéfices de Xavier dépasseront les 3000 €.

EXERCICE N°3 *(9 points = 9 × 1 pt)*

Jules et Léo décident d'acheter le même ordinateur portable. Ils ne disposent pas de la somme nécessaire pour régler immédiatement leur achat. Le vendeur leur propose des facilités de paiement.
En incluant les intérêts, chacun devra verser un acompte et rembourser un total de 2 000 euros (acompte compris) sur une durée de 12 mois selon des modalités à définir.
Jules choisit de verser 80 euros au moment de l'achat, puis rembourse des mensualités fixes de 160 euros chacun 12 mois suivants.
Léo verse 125 euros à l'achat, puis ses mensualités augmentent à chaque fois de 3 % chacun des 11 mois suivants. Ainsi, sa première mensualité augmentera de 3 % par rapport aux 125 euros initialement versés. Le 12ᵉ mois, il rembourse la différence entre les 2 000 euros dus et la somme totale qu'il a déjà remboursée.

Partie A : Le choix de Jules

On note u_0 la somme versée par Jules à l'achat de l'ordinateur, et u_n la somme totale remboursée par Jules au bout de n mois.

1) Calculer u_1 et u_2 .

$u_1=u_0+160=80+160=240$ Ainsi $\boxed{u_1 = 240}$.

$u_2=u_1+160=240+160=400$ Ainsi $\boxed{u_2 = 400}$.

2) Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Justifier.

Pour passer d'un terme au suivant, on ajoute toujours 160.

(u_n) est donc une $\boxed{\text{suite arithmétique}}$ de raison $\boxed{r=160}$ et de premier terme $\boxed{u_0=80}$.

3) Exprimer u_n en fonction de n .

$u_n=u_0+n\times r$

$\boxed{u_n = 80+160n}$

Partie B : Le choix de Léo

On note v_0 la somme versée par Léo à l'achat de l'ordinateur, et v_n le montant de la mensualité de Léo le $n^{\text{ième}}$ mois avec n entier compris entre 1 et 11 .

1) Calculer v_1 et v_2 . On arrondira les résultats à l'euro le plus proche.

$v_1=125+125\times 0{,}03=125\times(1+0{,}03)=125\times 1{,}03=128{,}75$

$\boxed{v_1 \approx 129}$

$v_2=128{,}75\times 1{,}03=132{,}6125$ $\left(\text{ ou } v_2\approx 129\times 1{,}03=132{,}87\right)$

$\boxed{v_2 \approx 132}$

2) Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Justifier.

Une augmentation de 3 % correspond à un coefficient multiplicateur $CM=1{,}03$.
Ainsi, pour passer d'un terme au suivant, on multiplie toujours par 1,03.
(v_n) est donc une $\boxed{\text{suite géométrique}}$ de $\boxed{\text{raison } q=1{,}03}$ et de premier terme $\boxed{v_0=125}$.

3) Exprimer v_n en fonction de n .

$v_n=v_0\times q^n$

$\boxed{v_n = 125\times 1{,}03^n}$

4) Quelle somme totale Léo a-t-il remboursée à la fin 11ᵉ du mois ?

Il s'agit de calculer la somme des 11 premiers termes de cette suite géométrique.

$B = 125\times\dfrac{1-1{,}03^{12}}{1-1{,}03}$ $\boxed{B \approx 1774}$ à l'unité près.

Ainsi, à la fin du 11ᵉ mois Léo a $\boxed{\text{remboursé } 1774 \text{ €}}$.

5) Quel est le montant de la 12ᵉ mensualité ?

$2000-1774 = 226$

Le montant de la 12ᵉ mensualité est de $\boxed{226 \text{ €}}$

6) À partir de quel mois les mensualités de Léo sont-elles plus élevées que celles de Jules ?

Il s'agit de déterminer à partir de rang, on a $v_n>160$.
On dresse une table à la calculatrice et on constate que $v_8\approx 158$ et $v_9\approx 163$.
Ainsi, c'est $\boxed{\text{à partir du } 9^{\text{e}} \text{ mois}}$ que les mensualités de Léo dépasseront celles de Jules.