

LES VECTEURS E04

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

Soit x un nombre réel. Dans un repère orthonormé, on considère les points :

$$R(2x-4 ; x)$$

$$S((6x-4)^2 ; 7x-3)$$

$$T((9x-2)(4x-3) ; x^2-3)$$

$$U(15x-14 ; x^2-6x)$$

Montrer que, quelle que soit la valeur de x , $RSTU$ est un parallélogramme.

On sait que $RSTU$ parallélogramme $\Leftrightarrow \overrightarrow{RS} = \overrightarrow{UT}$

Or, pour tout réel x , on a :

D'une part :

$$\overrightarrow{RS} \begin{pmatrix} x_S - x_R \\ y_S - y_R \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{RS} \begin{pmatrix} (6x-4)^2 - (2x-4) \\ 7x-3-x \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{RS} \begin{pmatrix} 36x^2 - 48x + 16 - 2x + 4 \\ 6x - 3 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\overrightarrow{RS} \begin{pmatrix} 36x^2 - 50x + 20 \\ 6x - 3 \end{pmatrix}}$$

Et d'autre part :

$$\overrightarrow{UT} \begin{pmatrix} x_T - x_U \\ y_T - y_U \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{UT} \begin{pmatrix} (9x-2)(4x-3) - (15x-14) \\ x^2-3 - (x^2-6x) \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{UT} \begin{pmatrix} 36x^2 - 27x - 8x + 6 - 15x + 14 \\ x^2 - 3 - x^2 + 6x \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\overrightarrow{UT} \begin{pmatrix} 36x^2 - 50x + 20 \\ 6x - 3 \end{pmatrix}}$$

On constate que $\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{UT}$, ce qui prouve que $RSTU$ est un parallélogramme.

LES VECTEURS E04

EXERCICE N°2 Python (le corrigé)

- 1) Créer une fonction en Python qui, à partir des coordonnées de deux points A et B dans un repère orthonormé, calcule la distance AB .

```
from math import sqrt

def distance(xA, yA, xB, yB):
    """renvoie la distance entre A(xA;yA) et B(xB;yB)"""
    resultat = sqrt((xB-xA)**2+(yB-yA)**2)
    return resultat
```

Avec la première ligne, nous importons la fonction **sqrt** (permettant d'extraire la racine carrée d'un nombre) qui se trouve dans le module **math**.

Ensuite on commence à définir une nouvelle fonction qui se nomme **distance** et qui admet quatre arguments : **xA**, **yA**, **xB** et **yB**

(La ligne en vert n'est pas obligatoire, mais décrit la fonction à l'utilisateur. C'est une bonne habitude à prendre)

Dans l'avant dernière ligne, on affecte (=) à la variable **resultat**, la valeur obtenue en utilisant la formule désormais bien connue : $\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ (**sqrt** pour $\sqrt{\quad}$ et ****2** pour \quad^2)

- 2) Créer une seconde fonction utilisant la première et qui, à partir des coordonnées de deux points A et O dans un repère orthonormé et d'un réel R positif, indique si le point A appartient au disque de centre O et de rayon R .

Par définition, le point $A(x_A ; y_A)$ appartient au disque de centre $O(x_O ; y_O)$ et de rayon R si et seulement si $OA \leq R$.

On en déduit la fonction suivante :

```
def DansLeDisque(xA, yA, xO, yO, R):
    """renvoie True si A(xA;yA) appartient au disque (fermé)
    de centre O(xO;yO) et de rayon R"""
    if distance(xA, yA, xO, yO) <= R :
        return True
    else:
        return False
```

Bien sûr cette fonction, ne fonctionnera que si le code de la question 1) « se trouve au dessus ». Dans votre éditeur il y a donc :

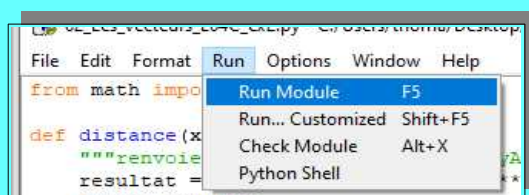
```
File Edit Format Run Options Window Help
from math import sqrt

def distance(xA, yA, xB, yB):
    """renvoie la distance entre A(xA;yA) et B(xB;yB)"""
    resultat = sqrt((xB-xA)**2+(yB-yA)**2)
    return resultat

def DansLeDisque(xA, yA, xO, yO, R):
    """renvoie True si A(xA;yA) appartient au disque (fermé)
    de centre O(xO;yO) et de rayon R"""
    if distance(xA, yA, xO, yO) <= R :
        return True
    else:
        return False
```

Il n'y a plus qu'à cliquer sur **Run** (enregistrer votre script, si ce n'est pas déjà fait) et vous en servirez dans la console

Éditeur



Console

```
>>> DansLeDisque(5, -2, 1, 3, 4)
False
>>> DansLeDisque(5, -2, 1, 3, 20)
True
>>> |
```

LES VECTEURS E04

EXERCICE N°3 (Le corrigé)

$ABCD$ est un parallélogramme et on définit les points S et V tels que $\overrightarrow{AV} = 2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CS} = 2\overrightarrow{CD}$.

Montrer que les segments $[VS]$ et $[AC]$ ont le même milieu.

Nous allons montrer que $AVCS$ est un parallélogramme et nous en déduirons que ses diagonales se coupent en leur milieu.

▪ Montrons que $AVCS$ est un parallélogramme :

On sait que :

$$\overrightarrow{VA} = -\overrightarrow{AV} = -2\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{BA}$$

et

$$\overrightarrow{CS} = 2\overrightarrow{CD}$$

Or : $ABCD$ est un parallélogramme, ce qui équivaut à :
 $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$.

On en déduit que $2\overrightarrow{BA} = 2\overrightarrow{CD}$ et par conséquent :

$\overrightarrow{VA} = \overrightarrow{CS}$ ce qui prouve que $AVCS$ est un parallélogramme.

▪ Enfin, comme les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu, on peut affirmer que les segments $[VS]$ et $[AC]$ ont le même milieu.

