LES SUITES NUMÉRIQUES E04C

EXERCICE N°1 Suite géométrique ou pas

1) Soit t la suite définie par $\forall n \in \mathbb{N}$, $t_n = 3^n$

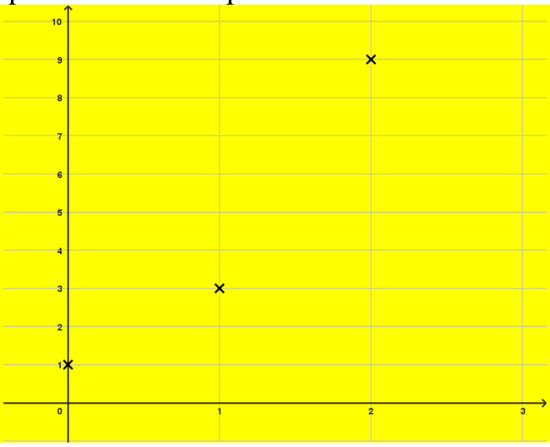
1.a) Calculer les trois premiers termes de la suite t .

$t_0 = 3^0$, ainsi $\boxed{t_0 = 1}$

$t_1 = 3^1$, ainsi $\boxed{t_1 = 3}$

$t_2 = 3^2$, ainsi $\boxed{t_2 = 9}$

1.b) Représenter graphiquement les trois premiers termes de la suite t .



1.c) D'après la représentation graphique, la suite t semble-t-elle géométrique ? Justifier.

Les points du nuage semblent suivre une courbe exponentielle. La suite $\boxed{t \text{ semble géométrique}}$.

1.d) Démontrer que t est géométrique. Préciser sa raison

Première rédaction possible :

On ne peut pas se contenter d'exemples…

Il est évident qu'aucun terme de la suite n'est nul.

En effet : $3^0 = 1$ et pour $n > 1$ 3^n est un produit de facteurs tous égaux à 3…

Cette remarque nous autorise à considérer les quotients qui vont suivre.

Soit n un entier naturel.

$$\frac{t_{n+1}}{t_n} = \frac{3^{n+1}}{3^n} = 3$$

Les quotients successifs sont tous égaux à 3 donc la suite $\boxed{t \text{ est géométrique}}$ de $\boxed{\text{raison } q = 3}$

Deuxième rédaction possible :

Soit n un entier naturel.

$t_{n+1} = 3^{n+1} = 3\times 3^n = 3\times t^n$

On reconnaît une suite géométrique de $\boxed{\text{raison } q = 3}$

2) Soit v la suite définie par : $\forall n \in \mathbb{N}$, $z_n = (n+3)^2$.

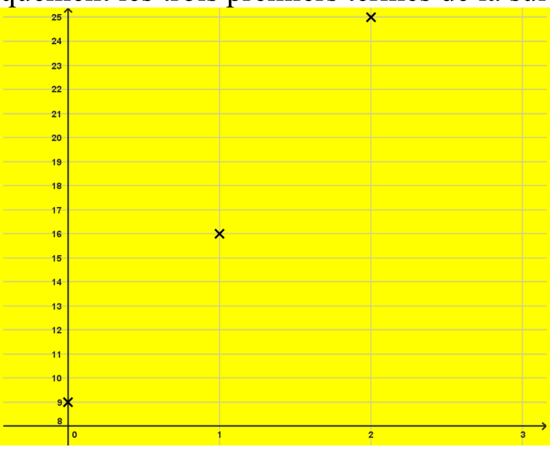
2.a) Calculer les trois premiers termes de la suite z .

$z_0 = (0+3)^2$, ainsi $\boxed{z_0 = 9}$

$z_1 = (1+3)^2$, ainsi $\boxed{z_1 = 16}$

$z_2 = (2+3)^2$, ainsi $\boxed{z_2 = 25}$

2.b) Représenter graphiquement les trois premiers termes de la suite z .



2.c) D'après la représentation graphique, la suite z semble-t-elle géométrique ? Justifier.

Les points du nuage semblent suivre une courbe exponentielle. La suite $\boxed{z \text{ semble géométrique}}$.

Alors, oui je sais, c'est très subjectif….

2.d) Démontrer que z n'est pas géométrique.

D'une part $\frac{z_2}{z_1} = \frac{25}{16} = 1{,}5625$ et d'autre part : $\frac{z_1}{z_0} = \frac{16}{9} \approx 1{,}7778$

Les quotients successifs ne sont pas tous égaux donc la suite $\boxed{z \text{ n'est pas géométrique}}$

Si z était géométrique alors elle aurait une raison q et tous les quotients successifs seraient égaux à q ce qui n'est évidemment pas le cas ici.