LES SUITES NUMÉRIQUES E01C

EXERCICE N°1 Vocabulaire (Le corrigé)

On donne ici les premiers termes d'une suite $(v_n)_{n \geqslant 0}$:

On débute à 0

5 , 8 , 11, 14 , 17 , 20 , …

1) Donner la valeur du premier terme de v .

Le premier terme de v est $\boxed{v_0 = 5}$

2) Donner la valeur du terme de rang 4.

$\boxed{v_4 = 17}$

3) Donner la valeur du cinquième terme de v puis donner son rang.

Le cinquième terme est $\boxed{v_4 = 17}$ et $\boxed{\text{son rang est } 4}$.

v_0 étant le 1^{er} terme, v_1 est le 2^e … et v_4 est le 5^e .

LES SUITES NUMÉRIQUES E01C

EXERCICE N°2 Attention on ne commence pas toujours à zéro (Le corrigé)

1) On donne ici les premiers termes d'une suite $(w_n)_{n \geqslant 1}$:

On débute à 1

5 , 8 , 11, 14 , 17 , 20 , …

1.a) Donner la valeur du premier terme de w .

Le premier terme de w est $\boxed{w_1 = 5}$.

1.b) Donner la valeur du terme de rang 4.

$\boxed{w_4 = 14}$

Notez la différence avec l'exercice précédent.

1.c) Donner la valeur du cinquième terme de w puis donner son rang.

Le cinquième terme est $\boxed{w_5 = 17}$ et $\boxed{\text{son rang est } 5}$.

2) On donne ici les premiers termes d'une suite $(t_n)_{n \geqslant 4}$:

On débute à 4

5 , 8 , 11, 14 , 17 , 20 , …

2.a) Donner la valeur du premier terme de t .

Le premier terme de t est $\boxed{t_4 = 5}$.

2.b) Donner la valeur du terme de rang 4.

$\boxed{t_4 = 5}$

2.c) Donner la valeur du cinquième terme de t puis donner son rang.

Le cinquième terme est $\boxed{w_8 = 17}$ et $\boxed{\text{son rang est } 8}$.

LES SUITES NUMÉRIQUES E01C

EXERCICE N°3 ***Notation fonctionnelle vs Notation classique (Le corrigé)***

On donne ici les premiers termes d'une suite $(v_n)_{n\geqslant 0}$:

On débute à 0

5 , 8 , 11, 14 , 17 , 20 , …

1) Donner $v(1)$ et $v(4)$.

$\boxed{v(1) = 8}$ et $\boxed{v(4) = 17}$

2) Donner v_1 et v_4 .

$\boxed{v_1 = 8}$ et $\boxed{v_4 = 17}$

3) Déterminer $v(2)+1$ et $v(2+1)$.

- $v(2)+1 = 11+1$ ainsi $\boxed{v(2)+1 = 12}$
- $v(2+1) = v(3)$ ainsi $\boxed{v(2+1) = 14}$

4) Déterminer v_2+1 et v_{2+1} .

- $v_2+1 = 11+1$ ainsi $\boxed{v_2+1 = 12}$
- $v_{2+1} = v_3$ ainsi $\boxed{v_{2+1} = 14}$

On fera donc particulièrement attention à bien écrire quand on rédigera…

LES SUITES NUMÉRIQUES E01C

EXERCICE N°4 ***Suite explicite : premier contact (Le corrigé)***

On donne la suite u définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 4n+7$

1) Identifier la fonction f du cours.

$\boxed{f : x \mapsto 4x+7}$

2) Déterminer u_0 , u_1 , u_2 et u_{1000} .

- $u_0 = 4\times0+7$ ainsi $\boxed{u_0 = 7}$
- $u_1 = 4\times1+7$ ainsi $\boxed{u_1 = 11}$
- $u_2 = 4\times2+7$ ainsi $\boxed{u_2 = 15}$
- $u_{1000} = 4\times1000+7$ ainsi $\boxed{u_{1000} = 4007}$

3) Pour tout $n\in\mathbb{N}$, calculer la différence $u_{n+1} - u_n$.

Soit $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= 4(n+1)+7-[4n+7] \\ &= 4n+4+7-4n-7 \\ &= 4 \end{aligned}$$

Ainsi $\forall\ n \in \mathbb{N}$, $\boxed{u_{n+1}-u_n = 4}$

EXERCICE N°5 ***Suite explicite : deuxième contact (Le corrigé)***

On donne la suite v définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = 2n^2-3n-1$

1) Identifier la fonction f du cours.

$\boxed{f : x \mapsto 2x^2-3x-1}$

2) Déterminer v_0 , v_1 , v_2 et v_{1000} .

- $v_0 = 2\times 0^2-3\times 0-1$ ainsi $\boxed{v_0 = -1}$
- $v_1 = 2\times 1^2-3\times 1-1$ ainsi $\boxed{v_1 = -2}$
- $v_2 = 2\times 2^2-3\times 2-1$ ainsi $\boxed{v_2 = 1}$
- $v_{1000} = 2\times 1000^2-3\times 1000-1$ ainsi $\boxed{v_{1000} = 1\,996\,999}$

3) Pour tout , calculer la différence $v_{n+1} - v_n$.

Soit $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{aligned} v_{n+1} - v_n &= 2(n+1)^2-3(n+1)-1-[2n^2-3n-1] \\ &= 2n^2+4n+2-3n-3-1-2n^2+3n+1 \\ &= 4n-1 \end{aligned}$$

Ainsi $\forall\ n \in \mathbb{N}$, $\boxed{v_{n+1}-v_n = 4n-1}$

EXERCICE N°6 ***Suite explicite : troisième contact (Le corrigé)***

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $u_n = \sqrt{2n-5}$.

1) Identifier la fonction f du cours.

$\boxed{f : x \mapsto \sqrt{2x-5}}$

2) À partir de quel rang la suite u est-elle définie ?

$\sqrt{2x-5}$ existe si et seulement si $2x-5 \geqslant 0 \iff x \geqslant 2{,}5$

On en déduit que u est définie $\boxed{\text{à partir du rang } 3}$.

3) Déterminer, en fonction de n , u_{n-1} et u_{n+1} .

Ici il faut faire en sorte que le terme existe...Pour u_{n+1} pas de souci, si u_n existe alors u_{n+1} aussi (si la suite est correctement définie). Par contre, si u_n existe ,ce n'est pas forcément le cas pour u_{n-1} : Ici, par exemple, u_3 existe mais pas u_2

▪ Pour $n \in \mathbb{N}$, $n \geqslant 4$

$u_{n-1} = \sqrt{2(n-1)-5} = \sqrt{2n-2-5}$ d'où $\boxed{u_{n-1} = \sqrt{2n-7}}$

▪ Pour $n \in \mathbb{N}$, $n \geqslant 3$

$u_{n+1} = \sqrt{2(n+1)-5} = \sqrt{2n+2-5}$ d'où $\boxed{u_{n+1} = \sqrt{2n-3}}$

On notera bien la différence

LES SUITES NUMÉRIQUES E01C

EXERCICE N°7 Suite explicite : un peu d'intuition… (Le corrigé)

On donne à chaque fois les premiers termes d'une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$. Conjecturer une expression de u_n en fonction de n .

1) -1 , 1 , 3 , 5 , …

Ici, pas de méthode miracle, on cherche…
Cela ressemble beaucoup à des nombres impairs… on essaie donc $2n+1$
problème : u_0 donne $2\times 0+1 = 1$. Il y a 2 en trop, essayons $2n-1$ … ha ça marche !

Il semble que $\boxed{u_n = 2n-1}$

2) 1 , 2 , 5 , 10 , 17 , …

On connaît la suite des carrés : 0 , 1 , 4 , 9 , 16 …. ha ben c'est presque que ça. Essayons n^2+1 … ça marche !

Il semble que $\boxed{u_n = n^2+1}$

EXERCICE N°8 *Suite explicite : du concret ! (Le corrigé)*

(Exercice extrait du sesamath 1er spé : 39 p 64)

Alphonse paye 45€ un abonnement résidentiel annuel pour garer sa voiture dehors. Il doit ensuite payer 1,5 € supplémentaire par jour de stationnement.

On note u_n le prix payé par Alphonse pour son abonnement et n jours de stationnement.

1) Donner une expression de u_n en fonction de n .

Pour $n \in \mathbb{N}$

$\boxed{u_n = 45+1{,}5n}$

2) Combien payera-t-il au total, s'il gare sa voiture dehors 300 jours par an ?

Il s'agit de calculer u_{300} .

$u_{300} = 45+1{,}5\times300 = 495$

Ainsi, Alphonse devra payer $\boxed{495\ €}$