

Fonctions part1 M01

Exercice 1

Développer les expressions suivantes :

- a. $(2x+1)(x+1)$ b. $3 \cdot (1+x) - 2 \cdot (x+3)$
c. $(2x+1)^2$ d. $(5x+2)(x+2) + 2(1+x)$

Correction 1

- a. $(2x+1)(x+1) = 2x^2 + 2x + x + 1 = 2x^2 + 3x + 1$
b. $3 \cdot (1+x) - 2 \cdot (x+3) = 3 + 3 \cdot x - 2 \cdot x - 6 = x - 3$
c. $(2x+1)^2 = (2x+1)(2x+1) = 4x^2 + 2x + 2x + 1 = 4x^2 + 4x + 1$
d. $(5x+2)(x+2) + 2(1+x) = 5x^2 + 10x + 2x + 4 + 2 + 2x = 5x^2 + 14x + 6$

Exercice 2

Résoudre les équations ci-dessous :

- a. $2x + 3 = 6$ b. $5x + 1 = 2x + 7$
c. $3x - 4 = 7x + 4$ d. $(x+1)^2 = 9$

Correction 2

a. $2x + 3 = 6$
 $2x + 3 - 3 = 6 - 3$
 $2x = 3$
 $\frac{2x}{2} = \frac{3}{2}$
 $x = \frac{3}{2}$

Cette équation admet $\frac{3}{2}$ pour solution.

b. $5x + 1 = 2x + 7$
 $5x + 1 - 1 = 2x + 7 - 1$
 $5x = 2x + 6$
 $5x - 2x = 2x + 6 - 2x$
 $3x = 6$
 $\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$
 $x = 2$

Cette équation admet 2 pour solution.

c. $3x - 4 = 7x + 4$
 $3x - 4 + 4 = 7x + 4 + 4$
 $3x = 7x + 8$
 $3x - 7x = 7x + 8 - 7x$
 $-4x = 8$
 $\frac{-4x}{-4} = \frac{8}{-4}$
 $x = -2$

Cette équation admet -2 pour solution.

- d. Pour résoudre cette équation, deux approches sont possibles :

- Par la définition de la racine carrée. Le nombre positif dont le carré vaut 9 est $\sqrt{9}$. Ainsi, on obtient les deux équations :

$$\begin{array}{l|l} x+1 = \sqrt{9} & x+1 = -\sqrt{9} \\ x+1 = 3 & x+1 = -3 \\ x+1-1 = 3-1 & x+1-1 = -3-1 \\ x = 2 & x = -4 \end{array}$$

Ainsi, l'ensemble des solutions est $\{-4; 2\}$.

- Voici une autre résolution de l'équation :

$$\begin{aligned} (x+1)^2 &= 9 \\ (x+1)^2 - 9 &= 9 - 9 \\ (x+1)^2 - 9 &= 0 \\ (x+1)^2 - 3^2 &= 0 \end{aligned}$$

Par la troisième identité remarquable :

$$\begin{aligned} [(x+1) + 3][(x+1) - 3] &= 0 \\ (x+4)(x-2) &= 0 \end{aligned}$$

Un produit est nul si, et seulement si, au moins un de ses facteurs est nul.

Ainsi, on obtient les deux équations :

$$\begin{array}{l|l} x+4 = 0 & x-2 = 0 \\ x+4-4 = 0-4 & x-2+2 = 0+2 \\ x = -4 & x = 2 \end{array}$$

Ainsi, l'ensemble des solutions est $\{-4; 2\}$.

Exercice 3

Ecrire chacune des polynômes ci-dessous sous la forme :

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

- a. $3x^2 + 5 - 2x$ b. $5 - x + 3x^2$
c. $2x + 1 - x^2 + 3x$ d. $3x^2 - 1 + x + 3$
e. $2 \cdot (x^2 + x) + 3 \cdot (3 - x)$ f. $(x+1)(2-x)$

Correction 3

- a. $3x^2 + 5 - 2x = 3x^2 - 2x + 5$
b. $5 - x + 3x^2 = 3x^2 - x + 5$
c. $2x + 1 - x^2 + 3x = -x^2 + 5x + 1$
d. $3x^2 - 1 + x + 3 = 3x^2 + x + 2$
e. $2 \cdot (x^2 + x) + 3 \cdot (3 - x) = 2x^2 + 2x + 3 \times 3 - 3x = 2x^2 - x + 9$
f. $(x+1)(2-x) = 2x - x^2 + 2 - x = -x^2 + x + 2$

Exercice 4

1. Développer les expressions suivantes :

a. $(x-3)(x-1)$ b. $(x-2)^2 - 1$

2. Développer les expressions suivantes :

a. $2 \cdot (x+2)(x+4)$ b. $2 \cdot (x+3)^2 - 2$

3. Développer les expressions suivantes :

a. $-(x-5)(x-1)$ b. $4 - (x-3)^2$

Correction 4

1. a. $(x-3)(x-1) = x^2 - x - 3 \cdot x + 3 = x^2 - 4 \cdot x + 3$

b. $(x-2)^2 - 1 = x^2 - 2 \times 2x + 4 - 1 = x^2 - 4x + 3$

2. a. $2 \cdot (x+2)(x+4) = 2 \cdot (x^2 + 4 \cdot x + 2 \cdot x + 8)$
 $= 2 \cdot (x^2 + 6 \cdot x + 8) = 2 \cdot x^2 + 12 \cdot x + 16$

b. $2 \cdot (x+3)^2 - 2 = 2 \cdot (x^2 + 6x + 9) - 2$
 $= 2 \cdot x^2 + 12 \cdot x + 18 - 2 = 2 \cdot x^2 + 12 \cdot x + 16$

3. a. $-(x-5)(x-1) = -(x^2 - x - 5 \cdot x + 5)$
 $= -(x^2 - 6x + 5) = -x^2 + 6x - 5$

b. $4 - (x-3)^2 = 4 - (x^2 - 6 \cdot x + 9)$
 $= 4 - x^2 + 6 \cdot x - 9 = -x^2 + 6 \cdot x - 5$