CALCUL LITTÉRAL A01

EXERCICE N°1 Maîtrise du vocabulaire

Compléter les cases vides avec un « P » si l’expression qui se situe à leur gauche est un produit ou un « S » si c’est une somme (algébrique).

$5x$		$4(3x+2)-7$		$(4x+2)^2+(5x-7)^3$	
$5x+7$		$2+(3x+2)(5x-7)$		$(5x+2)(3x+2)(x+1)$	
$5x-7$		$(x+7)(7-5x)-(5x+2)$			
$3x(5x-7)$		$(3x+7)^2$			
$(3x+2)(5x-7)$		$(3x+7)^5$			

CALCUL LITTÉRAL A01

EXERCICE N°2 Échauffement

Transformer les produits suivant en sommes (algébriques) : On développe

1) $3(x+2)$ **2)** $(2x-7)\times 5$ **3)** $3x(5-2x)$ **4)** $-4x(2x+5)$

EXERCICE N°3 Une première démonstration

Soient $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{d}$ et $\boldsymbol{k}$ des nombres.
On rappelle la propriété suivante : $\boxed{k(a+b)=ka+kb}$

À l'aide de cette propriété et en posant $k=c+d$, démontrer l'égalité suivante :

$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

EXERCICE N°4 Entraînement

À l'aide la propriété suivante : $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ et en utilisant la règle des signes, développer les expressions suivantes :

1) $(3x+2)(4+1{,}5x)$ **2)** $(3x-2)(4+1{,}5x)$ **3)** $(-5x+2)(2x-3)$

CALCUL LITTÉRAL

I Développer et réduire une expression

Définition n°1.

Développer c'est transformer un produit en une somme algébrique.

Remarque n°1.

Réduire une expression, c'est « regrouper les termes semblables » et faire les calculs

Exemple n°1.

$(2x+3)(x-4)$	$=$	$2x^2-8x+3x-12$	$=$	$2x^2-5x-12$
produit	→	somme	→	expression réduite

CALCUL LITTÉRAL

I.1 La distributivité

Dans toute la suite de ce chapitre, a , b , c , d et k sont des nombres.

Propriété n°1. ***Simple distributivité***

$\boxed{k(a+b)=ka+kb}$ et $\boxed{k(a-b)=ka-kb}$

Exemple n°2.

$3x(7+2x)=21x+6x^2$ et $3x(7-2x)=21x-6x^2$

Remarque n°2.

$(7+2x)\times 3x = 3x(7+2x)$

CALCUL LITTÉRAL

Propriété n°2. ***Double distributivité***

$$\boxed{(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd}$$

Remarque n°3.

On n'oublie pas d'appliquer la règle des signes.

Méthode n°1.

$$(2x+3)(x-4) \qquad \text{L1}$$

$$=(+2x)\times(+x)+(+2x)\times(-4)+(+3)\times(+x)+(+3)\times(-4) \qquad \text{L2}$$

$$=2\times x-2x\times 4+3\times x-3\times 4 \qquad \text{L3}$$

$$=2x^2-8x+3x-12 \qquad \text{L4}$$

$$=2x^2-5x-12 \qquad \text{L5}$$

Remarque n°4. **.**

Si il y a plus de termes dans les parenthèses, il suffit d'ajouter assez de flèches que ce soit dans la propriété n°1 ou dans la n°2.

CALCUL LITTÉRAL

Exercice n°1.

Développer et réduire :

$A=-2x(7-3x)$; $B=(4x-3)(5-3x)$ et $C=(2x+3y)(4-2z)$

I.2 Les identités remarquables

Propriété n°3. ***1re identité remarquable***

$$\boxed{(a+b)^2=a^2+2ab+b^2}$$

preuve : $(a+b)^2=(a+b)(a+b)=a^2+ab+ba+b^2=a^2+ab+ab+b^2=a^2+2ab+b^2$

Exemple n°3.

$$(8+3x)^2=8^2+2\times 8\times 3x+(3x)^2=64+48x+9x^2=9x^2+48x+64$$

Remarque n°5.

Il est de coutume d'ordonner selon les puissances décroissantes de l'inconnue.

CALCUL LITTÉRAL

Propriété n°4. ***2^e^ identité remarquable***

$$\boxed{(a-b)^2=a^2-2ab+b^2}$$

preuve : $(a-b)^2=(a-b)(a-b)=a^2-ab-ba+b^2=a^2-ab-ab+b^2=a^2-2ab+b^2$

Exemple n°4.

$$(8-3x)^2=8^2-2\times8\times3x+(3x)^2=64-48x+9x^2=9x^2-48x+64$$

Propriété n°5. ***3***

Propriété n°5. ***3^e identité remarquable***

$$\boxed{(a+b)(a-b)=a^2-b^2}$$

preuve : $(a+b)(a-b)=a^2-ab+ba-b^2=a^2-ab+ab-b^2=a^2-b^2$

Exemple n°5.

$$(8-3x)(8+3x)=8^2+(3x)^2=64-9x^2=-9x^2+64$$

Exercice n°2.

Développer et réduire :

$D=(1{,}5x+2)^2$; $E=(3x-2y)^2$; $F=(2x-1)(2x+1)$

Méthode n°2. Développer une expression « plus complexe »

Développons et réduisons l'expression *G*.

$G=4(3x+2)^2-(x+2)(7-3x)$ L1

$G=4(9x^2+12x+4)-(7x-3x^2+14-6x)$ L2

$G=36x^2+48x+16-7x+3x^2-14+6x$ L3

$G=39x^2+47x+2$ L4

CALCUL LITTÉRAL E01

EXERCICE N°1 On applique

Développer et réduire les expressions suivantes :

		À la maison			
1)	$(2x+3)^2$	**2)**	$(4+3x)^2$	**3)**	$(3x+2y)^2$
4)	$(1{,}5x-4)^2$	**5)**	$(7-3x)^2$	**6)**	$(3x-2y)^2$
7)	$(3x-2)(3x+2)$	**8)**	$(7-3x)(7+3x)$	**9)**	$(5+4x)(4x-5)$

CALCUL LITTÉRAL E01

EXERCICE N°2 On complique

Développer et réduire les expressions suivantes :

1) $(3x+7)^2+(2x-3)^2$ **2)** $(3x-5)^2-(6-5x)^2$ **3)** $(4x-1)^2-(2x-3)(5+7x)$

EXERCICE N°3 On panique (ou pas)

Développer et réduire les expressions suivantes :

1) $(a+b)^3$ **2)** $(a-b)^3$ **3)** $(a+b+c)^2$

II Factoriser une expression

Définition n°2.

Factoriser, c'est transformer une somme (algébrique) en un produit.

Méthode n°3. ***Avec un facteur commun***

Factoriser l'expression suivante :

$H=(2x+1)(3x-5)-(2x+1)^2+(8x+4)(7x-1)$ L1

$H=\underline{(2x+1)}(3x-5)-\underline{(2x+1)}(2x+1)+4\underline{(2x+1)}(7x-1)$ L2

$H=(2x+1)[(3x-5)-(2x+1)+4(7x-1)]$ L3

$H=(2x+1)[3x-5-2x-1+28x-4]$ L4

$H=(2x+1)(29x-10)$ L5

Exercice n°3.

Factoriser $I=(3x-2)^2-(2+6x)(3x-2)$

Calcul littéral E02

EXERCICE N°1 Avec un facteur commun

Factoriser les expressions suivantes :

$A=9x(x-3)+9x(10+2x)$

$B=(2x+1)(8+x)-(3x-1)(2x+1)$

$C=(11x-3)^2+(11x-3)$

$D=9x(2x+1)+6x(5+x)$

Méthode n°4. ***Avec des identités remarquables***

L'idée est de reconnaître les membres de droite des identités remarquables et d'utiliser ces identités de la droite vers la gauche.
En pratique, c'est surtout la 3e qui est utile…

Exemple n°6. ***Avec la 1re identité remarquable***

$$9+4x^2+12x = 4x^2+12x+9 = (2x)^2+12x+3^2 = (2x+3)^2$$

Remarque n°6. ***essentielle***

On a repéré les valeurs de a et b et on a pas oublié de vérifier que $2\times a\times b=2\times 2x\times 3=12x$

Exercice n°4.

Factoriser l'expression : $J=24y+36+4y^2$

Exemple n°7. ***Avec la 2^e^ identité remarquable***

$$-12x+9+4x^2 = 4x^2-12x+9 = (2x)^2-12x+3^2 = (2x-3)^2$$

Remarque n°7. ***essentielle***

On a repéré les valeurs de a et b et on a pas oublié de vérifier que $2\times a\times b=2\times 2x\times 3=12x$

Exercice n°5.

Factoriser l'expression : $J = 81 + 16z^2 - 72z$

Exemple n°8. ***Avec la 3^e^ identité remarquable***

$$(4x+2)^2-(3x-7)^2=[(4x+2)+(3x-7)][(4x+2)-(3x-7)]=(7x-5)(x-9)$$

Remarque n°8.

On oublie pas qu'on repère les membres de droite des identités remarquables.

Ici $a^2=(4x+2)^2$ donc $a=4x+2$ et $b^2=(3x-7)^2$ donc $b=3x-7$

Exercice n°6.

Factoriser l'expression : $L=(5x-2)^2-(6+2x)^2$

CALCUL LITTÉRAL E02

EXERCICE N°2 ***Avec une identité remarquable***

$A = 9x^2 + 24x + 16$

$B = 90x + 81 + 25x^2$

$C = 36x^2 - 24x + 4$

$D = 0{,}36x^2 + 0{,}25 - 0{,}6x$

$E = 49 - 64x^2$

$F = (2{,}1x - 5)^2 - (7 + 4x)^2$

EXERCICE N°3 On mélange

$A=9x^2-24x+16-(3x-4)(2x+7)$

$B=(1-3x)(5x+2)+(3x-1)(4x-2)$

$C=(6x+2)(4x-1)-(3x+1)(4+3x)$

$D=(2x-1)^2-(2x-1)(3x+4)+(2x-1)^3$

CALCUL LITTÉRAL E03

EXERCICE N°1 Sans la calculatrice !

1) Développer et réduire l'expression suivante : $A=(2x-1)(8x+1)-(4x-0,75)^2$

2) Calculer la valeur de A pour $x = 100$ puis pour $x=\left(\frac{\sqrt{\pi+3}}{25}\right)^{22}$

3) Calculer astucieusement : $19\times 81-39,25^2$

EXERCICE N°2 Techniques de démonstration

On dit qu'un nombre entier n est pair s'il existe un nombre entier p tel que $n=2p$. Par exemple le nombre 18 est pair car $18=2\times 9$ (ici n = 18 et p = 9, on peut utiliser d'autres lettres si on veut...)

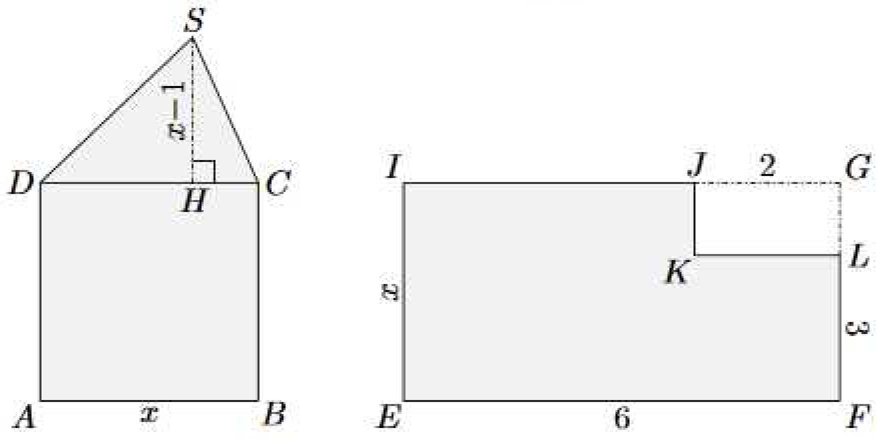
1) Démontrer que le carré d'un nombre pair est pair.

2) Démontrer que la somme de deux nombres pairs est paire.

3) La moitié d'un nombre pair est-elle toujours paire ? Justifier.

EXERCICE N°3 Un peu de géométrie.

On donne les figures suivantes :



1) Déterminer les valeurs possibles pour x .

2) Exprimer l'aire de chacune des figures en fonctions de x .

3) Exprimer en fonction de x, la différence de ces deux aires.

4) Démontrer que cette différence peut aussi s'écrire $\left(\frac{3}{2}x-6\right)(x+1)$

III Le résumé du cours

Dans les expressions qui suivent, ***a*** , ***b*** , ***c*** , ***d*** et ***k*** sont des nombres qui peuvent aussi prendre la forme d'expression.
Par exemple, il est possible d'avoir $a=3x+5$ …

III.1 Définition

Produit	Développer $\longrightarrow$	Somme
Produit	$\longleftarrow$ Factoriser	Somme

III.2 Simple distributivité

produit	$\boxed{k(a+b)=ka+kb}$	somme
produit	$\boxed{k(a-b)=ka-kb}$	somme
produit	$k(a+b-c\ldots)=ka+kb-kc\ldots$	somme

III.3 double distributivité

produit	$\boxed{(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd}$	somme

III.4 Les identités remarquables

produit	$\boxed{(a+b)^2=a^2+2ab+b^2}$	somme
produit	$\boxed{(a-b)^2=a^2-2ab+b^2}$	somme
produit	$\boxed{(a+b)(a-b)=a^2-b^2}$	somme