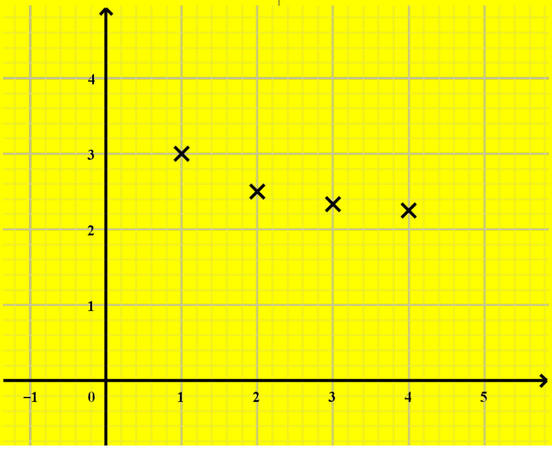
SUITES NUMÉRIQUES E01C

EXERCICE N°1 (Le corrigé)

Soit u la suite définie par: $u(n)=2+\dfrac{1}{n}$ pour $n\geqslant 1$.

1) Calculer les 4 premiers termes, arrondis à deux décimales, et les représenter graphiquement.

$u(1) = 2+\dfrac{1}{1}$	$u(2) = 2+\dfrac{1}{2}$	$u(3) = 2+\dfrac{1}{3}$	$u(4) = 2+\dfrac{1}{4}$
$\boxed{u(1) = 3}$	$\boxed{u(2) = 2{,}5}$	$\boxed{u(3) \approx 2{,}33}$	$\boxed{u(1) = 2{,}25}$



2) Préciser si la suite est définie explicitement ou par récurrence.

Cette suite est définie $\boxed{\text{explicitement}}$.
Car on peut calculer le terme d'indice n directement.
Par exemple, pour calculer $u(4)$, on a pas besoin de $u(3)$.

3) Conjecturer son sens de variation.

Graphiquement, $\boxed{\text{la suite semble décroissante}}$.
On demande bien une conjecture pas une démonstration.
On annonce quelque chose sans avoir de preuve, il faut donc utiliser « semble » plutôt que « est ».

SUITES NUMÉRIQUES E01C

EXERCICE N°2 ***(Le corrigé)***

Soit u la suite définie par $u(n)=n^2+3n+5$ pour $n\geqslant 0$

1) Calculer les cinq premiers termes de la suite u.

$u(0) = 0^2+3\times 0+5$ $\boxed{u(0) = 5}$	$u(1) = 1^2+3\times 1+5$ $\boxed{u(1) = 9}$	$u(2) = 2^2+3\times 2+5$ $\boxed{u(2) = 15}$
$u(3) = 3^2+3\times 3+5$ $\boxed{u(4) = 23}$	$u(4) = 4^2+3\times 4+5$ $\boxed{u(4) = 33}$	

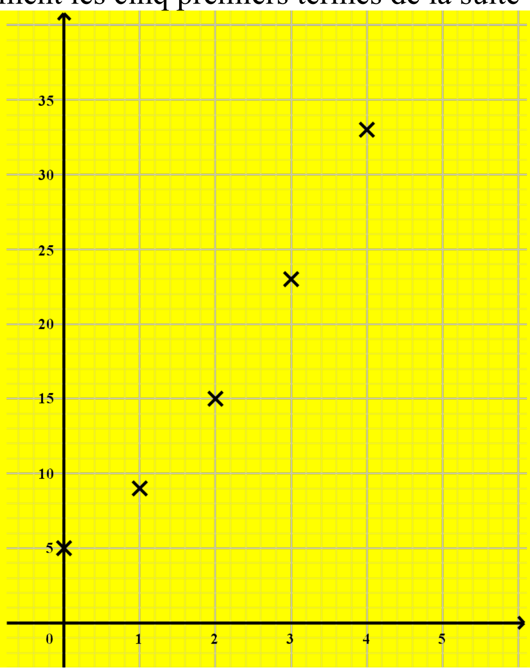
Comme on commence à $u(0)$ le cinquième est $u(4)$.

2) u est-elle définie explicitement ou par récurrence?

Cette suite est définie $\boxed{\text{explicitement}}$.

Car on peut calculer le terme d'indice n directement.
Par exemple, pour calculer $u(4)$, on a pas besoin de $u(3)$.

3) Représenter graphiquement les cinq premiers termes de la suite u .



4) Conjecturer graphiquement le sens de variation de la suite u .

Graphiquement, $\boxed{\text{la suite semble croissante}}$.

5) Démontrer cette conjecture.

Il s'agit de démontrer que quelque soit le terme que l'on choisit, le suivant est plus grand.

Soit $n \in \mathbb{N}$, les expressions suivantes sont égales :

On prend un indice, n'importe lequel et donc on choisit un terme de la suite : le terme $u(n)$

$u(n+1) - u(n)$

On compare le terme choisi avec le suivant en faisant la différence. Par exemple, si le résultat est positif, alors cela signifie que $u(n+1) > u(n)$.

$(n+1)^2+3(n+1)+5 - [n^2+3n+5]$

$n^2+2n+1+3n+3+5-n^2-3n-5$

$n^2+2n+1+3n+3+5-n^2-3n-5$

$2n+4$

On a développé et réduit l'expression afin de pouvoir la comparer à 0.

Or : n est un naturel donc positif

Ainsi $2n+4 > 0$

On vient de montrer que $u(n+1) - u(n) > 0$ et donc que $u(n+1) > u(n)$

Par conséquent :

Pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$u(n+1) > u(n)$

ce qui signifie que la u est strictement croissante.