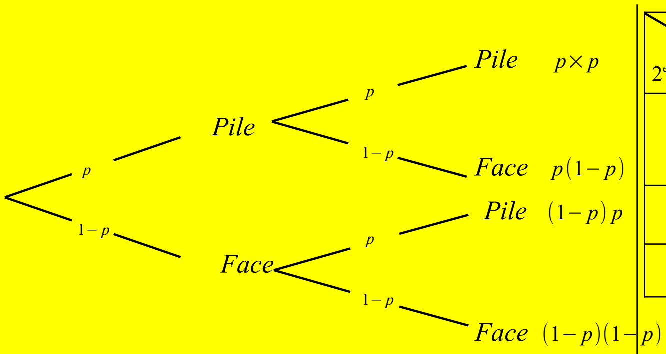
PROBABILITÉS CONDITIONNELLES E05C

EXERCICE N°3 Avec une inconnue et une calculatrice

Quand on lance deux fois de manière indépendante une pièce non équilibrée, la probabilité d'obtenir 1 fois Pile et 1 fois Face est 0,4.

Déterminer la probabilité d'obtenir Pile quand on lance cette pièce.

Notons p la probabilité d'obtenir *Pile*.
Et donc la probabilité d'obtenir *Face* vaut $1-p$.
(On considère que la pièce ne tombe pas sur la tranche)



1er tirage / 2e tirage	*Pile*	*Face*	Total
Pile	$\underbrace{p^2}_{p\times p}$	$p(1-p)$	p
Face	$p(1-p)$	$(1-p)^2$	$1-p$
Total	p	$1-p$	1

On en déduit que la probabilité d'obtenir 1 fois Pile et 1 fois Face est $p(1-p)+p(1-p)$.
Il s'agit donc de résoudre l'équation $p(1-p)+p(1-p) = 0{,}4$
Notons S l'ensemble des solutions de cette équation.

$$\begin{aligned} p \in S &\Leftrightarrow p(1-p)+p(1-p) = 0{,}4 \\ &\Leftrightarrow 2p(1-p) = 0{,}4 \\ &\Leftrightarrow p(1-p) = 0{,}2 \\ &\Leftrightarrow p-p^2 = 0{,}2 \\ &\Leftrightarrow -p^2+p-0{,}2 = 0 \end{aligned}$$

Posons $\Delta = 1^2-4\times(-1)\times(-0{,}2) = 0{,}2$ le discriminant de cette dernière équation.
$\Delta > 0$, il y a donc deux solutions :

$$p_1 = \frac{-1-\sqrt{0{,}2}}{2\times(-1)} = \frac{1+\sqrt{0{,}2}}{2} \approx 0{,}72$$

et

$$p_2 = \frac{-1+\sqrt{0{,}2}}{2\times(-1)} = \frac{1-\sqrt{0{,}2}}{2} \approx 0{,}28$$

Il y a donc deux probabilités possibles : $\boxed{\text{environ } 0{,}28 \text{ et environ } 0{,}72}$.