

Fonctions Affines et équations M02

Exercice 1

Dire si les équations suivantes acceptent pour solution $x=2$:

a. $3x + 1 = 2x - 1$ b. $3(x + 1) - 3(2 - x) = x + 1$

c. $\frac{2x + 1}{3x + 4} = \frac{1}{2}$ d. $\sqrt{3x^2 + 4} = 4$

Correction 1

a. Déterminons la valeur des deux membres de l'équation pour $x=2$:

• $3x + 1 = 3 \times 2 + 1 = 6 + 1 = 7$

• $2x - 1 = 2 \times 2 - 1 = 4 - 1 = 3$

Les deux membres ont des valeurs différentes lorsqu'on les évalue en 2. On en déduit que 2 n'est pas solution de l'équation.

b. On a les deux valeurs suivantes :

• $3(x + 1) - 3(2 - x) = 3(2 + 1) - 3(2 - 2) = 3 \times 3 - 0 = 9$

• $x + 1 = 2 + 1 = 3$

On en déduit que 2 n'est pas solution de cette équation.

c. Le membre de gauche prend la valeur pour $x=2$:

$$\frac{2x + 1}{3x + 4} = \frac{2 \times 2 + 1}{3 \times 2 + 4} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

2 est solution de l'équation.

d. Le membre de gauche a pour valeur :

$$\begin{aligned}\sqrt{3x^2 + 4} &= \sqrt{3 \times 2^2 + 4} = \sqrt{3 \times 4 + 4} \\ &= \sqrt{12 + 4} = \sqrt{16} = 4\end{aligned}$$

2 est solution de l'équation.

Exercice 2

Au travers de contre-exemple, montrer que les égalités suivantes sont fausses :

a. $3x + 1 = 4x$ b. $(x + 1)^2 = x^2 + 1$

c. $(x + y)^2 = x^2 + y^2$ d. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{x + y}$

e. $\sqrt{x^2 + y^2} = x + y$

Correction 2

a. Pour $x=2$, on a :

• $3x + 1 = 3 \times 2 + 1 = 6 + 1 = 7$

• $4x = 4 \times 2 = 8$

b. Pour $x=1$, on a :

• $(x + 1)^2 = (1 + 1)^2 = 2^2 = 4$

• $x^2 + 1 = 1^2 + 1 = 1 + 1 = 2$

c. Prenons $x=1$ et $y=1$:

• $(x + y)^2 = (1 + 1)^2 = 2^2 = 4$

• $x^2 + y^2 = 1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2$

d. Pour $x=1$ et $y=1$, on a :

• $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 1 + 1 = 2$

• $\frac{1}{x + y} = \frac{1}{1 + 1} = \frac{1}{2}$

e. Pour $x=1$ et $y=1$, on a :

• $\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$

• $x + y = 1 + 1 = 2$

Exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

a. $x - 1 = \frac{3}{2}$ b. $\frac{1}{2}x - 1 = 0$

c. $x + 1 = 2x - 1$ d. $2(x - 1) - 4(2 - x) = 3x - 7$

e. $x^2 + x + 1 = (x + 1)(x - 1)$

Correction 3

a.
$$\begin{aligned}x - 1 &= \frac{3}{2} \\ x &= \frac{3}{2} + 1 \\ x &= \frac{5}{2}\end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'équation est : $\mathcal{S} = \left\{ \frac{5}{2} \right\}$

b.
$$\begin{aligned}\frac{1}{2}x - 1 &= 0 \\ \frac{1}{2}x &= 1 \\ x &= 2\end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'équation est : $\mathcal{S} = \{2\}$

c.
$$\begin{aligned}x + 1 &= 2x - 1 \\ x - 2x &= -1 - 1 \\ -x &= -2 \\ x &= 2\end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'équation est : $\mathcal{S} = \{2\}$

d.
$$\begin{aligned}2(x - 1) - 4(2 - x) &= 3x - 7 \\ 2x - 2 - 8 + 4x &= 3x - 7 \\ 6x - 10 &= 3x - 7 \\ 6x - 3x &= -7 + 10 \\ 3x &= 3 \\ x &= \frac{3}{3} = 1\end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'équation est : $\mathcal{S} = \{1\}$

e.
$$\begin{aligned}x^2 + x + 1 &= (x + 1)(x - 1) \\ x^2 + x + 1 &= x^2 - 1 \\ x^2 + x - x^2 &= -1 - 1 \\ x &= -2\end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'équation est : $\mathcal{S} = \{-2\}$

Exercice 4

Résoudre les équations suivantes en détaillant votre démarche :

a. $3x - 5 = 3 + 2x$

b. $2 - x = x + 5$

c. $6x + 7 = x - 13$

d. $1 + x = -2x + 4$

Correction 4

Une video est accessible

J'adopterais les deux types de rédaction alternativement sur les questions de cet exercice :

a. $3x - 5 = 3 + 2x$

$$3x - 5 + 5 = 3 + 2x + 5$$

$$3x = 2x + 8$$

$$3x - 2x = 2x + 8 - 2x$$

$$x = 8$$

La solution de cette équation est le nombre 8

b.

$$2 - x = x + 5$$

$$-x = x + 5 - 2$$

$$-x = x + 3$$

$$-x - x = 3$$

$$-2x = 3$$

$$x = \frac{3}{-2}$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

La solution de cette équation est le nombre $-\frac{3}{2}$.

c.

$$6x + 7 = x - 13$$

$$6x + 7 - 7 = x - 13 - 7$$

$$6x = x - 20$$

$$6x - x = x - 20 - x$$

$$5x = -20$$

$$x = \frac{-20}{5}$$

$$x = -4$$

La solution de cette équation est le nombre -4.

d.

$$1 + x = -2x + 4$$

$$1 + x + 2x = -2x + 4 + 2x$$

$$1 + 3x = 4$$

$$1 + 3x - 1 = 4 - 1$$

$$3x = 3$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{3}{3}$$

$$x = 1$$

La solution de cette équation est le nombre 1.

Exercice 5

Résoudre les équations suivantes en détaillant votre démarche :

a. $2(x + 5) = 3(2x - 2)$

b. $2(x - 2) - 4(1 - x) = 4$

c. $3(x - 2) + 4 = 2 - x$

d. $5(x + 1) = 3(3 - x)$

Correction 5

Une video est accessible

a. $2(x + 5) = 3(2x - 2)$

$$2x + 10 = 6x - 6$$

$$2x = 6x - 6 - 10$$

$$2x = 6x - 16$$

$$2x - 6x = 6x - 16 - 6x$$

$$-4x = -16$$

$$x = \frac{-16}{-4}$$

$$x = 4$$

Cette équation admet pour solution le nombre 4.

b. $2(x - 2) - 4(1 - x) = 4$

$$2x - 4 - 4 + 4x = 4$$

$$6x - 8 = 4$$

$$6x - 8 + 8 = 4 + 8$$

$$6x = 12$$

$$x = \frac{12}{6}$$

$$x = 2$$

Cette équation admet pour solution le nombre 2.

c.

$$3(x - 2) + 4 = 2 - x$$

$$3x - 6 + 4 = 2 - x$$

$$3x - 2 = 2 - x$$

$$3x - 2 + 2 = 2 - x + 2$$

$$3x = 4 - x$$

$$3x + x = 4 - x + x$$

$$4x = 4$$

$$x = \frac{4}{4}$$

$$x = 1$$

Cette équation admet pour solution le nombre 1.

d.

$$5(x + 1) = 3(3 - x)$$

$$5x + 5 = 9 - 3x$$

$$5x + 5 - 5 = 9 - 3x - 5$$

$$5x = 4 - 3x$$

$$5x + 3x = 4$$

$$8x = 4$$

$$x = \frac{4}{8}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Cette équation admet pour solution le nombre $\frac{1}{2}$.

Exercice 6

Résoudre les équations suivantes :

a. $(2x - 1)(x + 1) + (x - 4)(3 - 2x) = 5$

b. $(x + 1)^2 = (x - 1)^2$

Correction 6

Une video est accessible

a. Résolvons l'équation :

$$\begin{aligned}
(2x-1)(x+1) + (x-4)(3-2x) &= 5 \\
2x^2 + 2x - x - 1 + 3x - 2x^2 - 12 + 8x &= 5 \\
2x - x - 1 + 3x - 12 + 8x &= 5 \\
12x - 13 &= 5 \\
12x &= 18 \\
x &= \frac{18}{12} \\
x &= \frac{3}{2}
\end{aligned}$$

Cette équation a pour solution $\frac{3}{2}$.

b. Résolvons l'équation :

$$\begin{aligned}
(x+1)^2 - (x-1)^2 &= 0 \\
(x+1)(x+1) - (x-1)(x-1) &= 0 \\
(x^2 + x + x + 1) - (x^2 - x - x + 1) &= 0 \\
(x^2 + 2x + 1) - (x^2 - 2x + 1) &= 0 \\
x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1 &= 0 \\
4x &= 0 \\
x &= 0
\end{aligned}$$

Cette équation a pour solution 0.

Exercice 7

Résoudre les équations suivantes en utilisant le produit en croix :

a. $\frac{x}{x+1} = \frac{3}{2}$ b. $\frac{2x+1}{3x-2} = \frac{5}{7}$ c. $\frac{2x-3}{3} = \frac{3-2x}{7}$

Correction 7

Une video est accessible

a. $\frac{x}{x+1} = \frac{3}{2}$

D'après le produit en croix, on a :

$$\begin{aligned}
x \times 2 &= (x+1) \times 3 \\
2x &= 3x + 3 \\
2x - 3x &= 3x + 3 - 3x \\
-x &= 3 \\
\frac{-x}{-1} &= \frac{3}{-1} \\
x &= -3
\end{aligned}$$

La solution de cette équation est -3 .

b. $\frac{2x+1}{3x-2} = \frac{5}{7}$

D'après le produit en croix, on a :

$$\begin{aligned}
(2x+1) \times 7 &= 5 \times (3x-2) \\
14x + 7 &= 15x - 10 \\
14x + 7 - 7 &= 15x - 10 - 7 \\
14x &= 15x - 17 \\
14x - 15x &= 15x - 17 - 15x \\
-x &= -17 \\
\frac{-x}{-1} &= \frac{-17}{-1} \\
x &= 17
\end{aligned}$$

La solution de cette équation est 17.

c. $\frac{2x-3}{3} = \frac{3-2x}{7}$

D'après le produit en croix, on a l'égalité :

$$\begin{aligned}
(2x-3) \times 7 &= 3 \times (3-2x) \\
14x - 21 &= 9 - 6x \\
14x - 21 + 21 &= 9 - 6x + 21 \\
14x &= -6x + 30 \\
14x + 6x &= -6x + 30 + 6x \\
20x &= 30 \\
\frac{20x}{20} &= \frac{30}{20} \\
x &= \frac{3}{2}
\end{aligned}$$

La solution de cette équation est $\frac{3}{2}$.

Exercice 8

Résoudre les équations suivantes :

a. $\frac{2}{3}(x+4) = \frac{4}{3}x + 4$ b. $\frac{1}{2}x + 3 = \frac{1}{3}x - \frac{1}{8}$

Correction 8

Une video est accessible

a. $\frac{2}{3}(x+4) = \frac{4}{3}x + 4$

$$\begin{aligned}
\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}(x+4) &= \frac{3}{2} \times \left(\frac{4}{3}x + 4 \right) \\
x + 4 &= \frac{3}{2} \times \frac{4}{3}x + \frac{3}{2} \times 4 \\
x + 4 &= 2x + 6 \\
x + 4 - 4 &= 2x + 6 - 4 \\
x &= 2x + 2 \\
x - 2x &= 2x + 2 - 2x \\
-x &= 2 \\
x &= -2
\end{aligned}$$

La solution de cette équation est -2 .

b.
$$\frac{1}{2}x + 3 = \frac{1}{3}x - \frac{1}{8}$$

$$24\left(\frac{1}{2}x + 3\right) = 24\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{8}\right)$$

$$12x + 72 = 8x - 3$$

$$12x + 72 - 72 = 8x - 3 - 72$$

$$12x = 8x - 75$$

$$12x - 8x = 8x - 75 - 8x$$

$$4x = -75$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{-75}{4}$$

$$x = -\frac{75}{4}$$

La solution de cette équation est $-\frac{75}{4}$.

Exercice 9

Résoudre par la méthode de votre choix les équations suivantes :

- a. $(3x + 1)(2 - 3x) - (5x - 1)(3x + 1) = 0$
- b. $(2x + 4)(3 - x) = (x + 2)(5x - 7)$
- c. $(2x + 3)(6x + 7) + (2 - 4x)(3x + 1) = 3x - 7$
- d. $-(12x - 2)(2 - 3x) = 36x^2 - 12x + 1$

Correction 9

a. $(3x + 1)(2 - 3x) - (5x - 1)(3x + 1) = 0$

$$(3x + 1)[(2 - 3x) - (5x - 1)] = 0$$

$$(3x + 1)(2 - 3x - 5x + 1) = 0$$

$$(3x + 1)(3 - 8x) = 0$$

Un produit est nul si, et seulement si, au moins un de ses facteurs est nul.

Les solutions de cette équation sont :

$$\begin{array}{l|l} 3x + 1 = 0 & 3 - 8x = 0 \\ 3x = -1 & -8x = -3 \\ x = -\frac{1}{3} & x = \frac{-3}{-8} \\ & x = \frac{3}{8} \end{array}$$

L'ensemble des solutions de cette équation est :

$$\mathcal{S} = \left\{-\frac{1}{3}; \frac{3}{8}\right\}$$

b. $(2x + 4)(3 - x) = (x + 2)(5x - 7)$

$$(2x + 4)(3 - x) - (x + 2)(5x - 7) = 0$$

$$[2(x + 2)](3 - x) - (x + 2)(5x - 7) = 0$$

$$(x + 2)[2(3 - x) - (5x - 7)] = 0$$

$$(x + 2)(6 - 2x - 5x + 7) = 0$$

$$(x + 2)(13 - 7x) = 0$$

Un produit est nul si, et seulement si, au moins un de ses facteurs est nul.

$$\begin{array}{l|l} x + 2 = 0 & 13 - 7x = 0 \\ x = -2 & -7x = -13 \\ & x = \frac{-13}{-7} \\ & x = \frac{13}{7} \end{array}$$

L'ensemble des solutions de cette équation est :

$$\mathcal{S} = \left\{-2; \frac{13}{7}\right\}$$

c. $(2x + 3)(6x + 7) + (2 - 4x)(3x + 1) = 3x - 7$

$$12x^2 + 14x + 18x + 21 + 6x + 2 - 12x^2 - 4x = 3x - 7$$

$$34x + 23 = 3x - 7$$

$$31x = -30$$

$$x = -\frac{30}{31}$$

L'ensemble des solutions est : $\mathcal{S} = \left\{-\frac{30}{31}\right\}$

d. $-(12x - 2)(2 - 3x) = 36x^2 - 12x + 1$

$$-2(6x - 1)(2 - 3x) - (6x - 1)^2 = 0$$

$$(6x - 1)[-2(2 - 3x) - (6x - 1)] = 0$$

$$(6x - 1)(-4 + 6x - 6x + 1) = 0$$

$$(6x - 1)(-3) = 0$$

$$-3(6x - 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{6}$$

L'ensemble des solutions de l'équation est :

$$\mathcal{S} = \left\{\frac{1}{6}\right\}$$