

FONCTIONS PART3 E06

EXERCICE N°1

On donne la fonction f définie sur $[-20 ; 20]$ par : $f(x) = x^3 - 6x^2 - 135x + 572$

- 1) Montrer que $f(x) = (x+11)(x-4)(x-13)$.
- 2) En déduire les racines de f .
- 3) Déterminer la dérivée f' de f .
- 4) Montrer que $f'(x) = 3(x-9)(x+5)$.
- 5) Dresser le tableau de signe de f' .
- 6) En déduire le tableau de variations de f .
- 7) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 10.

EXERCICE N°2

On donne la fonction f définie sur $[-20 ; 40]$ par : $f(x) = x^3 - 33x^2 - 144x + 3740$

- 1) Montrer que $f(x) = (x+11)(x-10)(x-34)$.
- 2) En déduire les racines de f .
- 3) Déterminer la dérivée f' de f .
- 4) Montrer que $f'(x) = 3(x-24)(x+2)$.
- 5) Dresser le tableau de signe de f' .
- 6) En déduire le tableau de variations de f .
- 7) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse -5.

EXERCICE N°3 *tableur*

Un fabricant de lecteur MP3 peut produire jusqu'à 500 lecteurs par jour de production. Le coût total de fabrication de x lecteurs est modélisé par la fonction CT définie sur l'intervalle $[0 ; 500]$ par : $CT(x) = 0,4x^3 - 7x^2 + 60x + 120$

On appelle coût marginal au rang x , noté $Cm(x)$, le coût de fabrication d'une pièce supplémentaire lorsque x pièces ont déjà été produites.

Ainsi $Cm(x) = CT(x+1) - CT(x)$

- 1) Calculer $Cm(5)$. Donner une interprétation.
- 2) On veut regarder l'évolution du coût marginal en fonction de x .

Pour limiter les calculs nous allons préparer une feuille de calculs à l'aide d'un tableur.

	A	B	C	D	E
1	x	CT(x)	CT(x+1)-CT(x)	Approximation par CT'(x)	écart avec la valeur réelle
2	0	120	53,4		
3	1	173,4	41,8		
4	2	215,2	32,6		
5					

2.a) Quelle formule destinée à être étirée vers le bas a-t-on saisie dans la cellule B2 ?

2.b) Quelle formule destinée à être étirée vers le bas a-t-on saisie dans la cellule C2 ?

2.c) Compléter la feuille de calculs pour une production de 0 à 500 MP3

Attention : Il ne peut y avoir de production d'un 501^e lecteur, par conséquent sur la dernière seules les colonnes A et B devront être complétées.

3) En économie, on approxime le coût marginal par la dérivée du coût total.

Ainsi, $Cm(x) \approx CT'(x)$ pour $0 \leq x \leq 500$

3.a) Montrer que pour x appartenant à l'intervalle $[0 ; 500]$, $Cm(x) = 1,2x^2 - 12,8x + 53,4$.

3.b) Calculer alors pour x appartenant à l'intervalle $[0 ; 500]$ $CT'(x)$ et proposer une approximation de $Cm(x)$.

3.c) Calculer $Cm(5)$ à l'aide de cette approximation. Quelle est l'erreur commise (en pourcentage) par rapport à la valeur trouvée dans la question 1. a.? Qu'en pensez-vous?

3.d) Quelle formule destinée à être étirée vers le bas peut-on saisir dans la cellule D2 pour avoir une approximation de $Cm(x)$ par $CT'(x)$?

3.e) Quelle formule destinée à être étirée vers le bas peut-on saisir dans la cellule E2 pour avoir le pourcentage d'erreur de l'approximation par rapport à la valeur réelle calculée dans la colonne C ?

3.f) Observer l'intégralité de la colonne D.

Que pensez-vous de cette approximation proposée pour le coût marginal?

FONCTIONS PART3 E06

EXERCICE N°1

On donne la fonction f définie sur $[-20 ; 20]$ par : $f(x) = x^3 - 6x^2 - 135x + 572$

- 1) Montrer que $f(x) = (x+11)(x-4)(x-13)$.
- 2) En déduire les racines de f .
- 3) Déterminer la dérivée f' de f .
- 4) Montrer que $f'(x) = 3(x-9)(x+5)$.
- 5) Dresser le tableau de signe de f' .
- 6) En déduire le tableau de variations de f .
- 7) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 10.

EXERCICE N°2

On donne la fonction f définie sur $[-20 ; 40]$ par : $f(x) = x^3 - 33x^2 - 144x + 3740$

- 1) Montrer que $f(x) = (x+11)(x-10)(x-34)$.
- 2) En déduire les racines de f .
- 3) Déterminer la dérivée f' de f .
- 4) Montrer que $f'(x) = 3(x-24)(x+2)$.
- 5) Dresser le tableau de signe de f' .
- 6) En déduire le tableau de variations de f .
- 7) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse -5.

EXERCICE N°3 *tableur*

Un fabricant de lecteur MP3 peut produire jusqu'à 500 lecteurs par jour de production. Le coût total de fabrication de x lecteurs est modélisé par la fonction CT définie sur l'intervalle $[0 ; 500]$ par : $CT(x) = 0,4x^3 - 7x^2 + 60x + 120$

On appelle coût marginal au rang x , noté $Cm(x)$, le coût de fabrication d'une pièce supplémentaire lorsque x pièces ont déjà été produites.

Ainsi $Cm(x) = CT(x+1) - CT(x)$

- 1) Calculer $Cm(5)$. Donner une interprétation.
- 2) On veut regarder l'évolution du coût marginal en fonction de x .

Pour limiter les calculs nous allons préparer une feuille de calculs à l'aide d'un tableur.

	A	B	C	D	E
1	x	CT(x)	CT(x+1)-CT(x)	Approximation par CT'(x)	écart avec la valeur réelle
2	0	120	53,4		
3	1	173,4	41,8		
4	2	215,2	32,6		
5					

2.a) Quelle formule destinée à être étirée vers le bas a-t-on saisie dans la cellule B2 ?

2.b) Quelle formule destinée à être étirée vers le bas a-t-on saisie dans la cellule C2 ?

2.c) Compléter la feuille de calculs pour une production de 0 à 500 MP3

Attention : Il ne peut y avoir de production d'un 501^e lecteur, par conséquent sur la dernière seules les colonnes A et B devront être complétées.

3) En économie, on approxime le coût marginal par la dérivée du coût total.

Ainsi, $Cm(x) \approx CT'(x)$ pour $0 \leq x \leq 500$

3.a) Montrer que pour x appartenant à l'intervalle $[0 ; 500]$, $Cm(x) = 1,2x^2 - 12,8x + 53,4$.

3.b) Calculer alors pour x appartenant à l'intervalle $[0 ; 500]$ $CT'(x)$ et proposer une approximation de $Cm(x)$.

3.c) Calculer $Cm(5)$ à l'aide de cette approximation. Quelle est l'erreur commise (en pourcentage) par rapport à la valeur trouvée dans la question 1. a.? Qu'en pensez-vous?

3.d) Quelle formule destinée à être étirée vers le bas peut-on saisir dans la cellule D2 pour avoir une approximation de $Cm(x)$ par $CT'(x)$?

3.e) Quelle formule destinée à être étirée vers le bas peut-on saisir dans la cellule E2 pour avoir le pourcentage d'erreur de l'approximation par rapport à la valeur réelle calculée dans la colonne C ?

3.f) Observer l'intégralité de la colonne D.

Que pensez-vous de cette approximation proposée pour le coût marginal?