SUITES NUMÉRIQUES E03

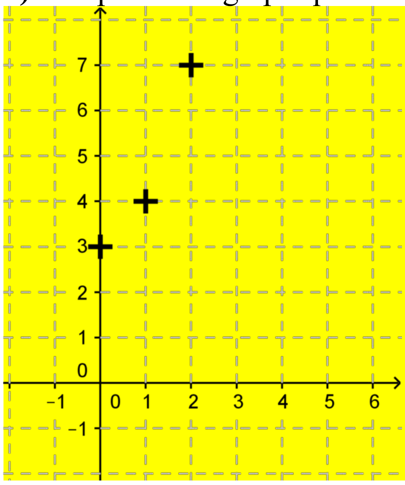
EXERCICE N°1 *(Le corrigé)*

Soit v la suite définie par $v(n)=n^2+3.$ pour $n \geqslant 0$

1) Calculer les trois premiers termes de la suite v .

$v(0)=0^2+3$, ainsi $\boxed{v(0)=3}$
$v(1)=1^2+3$, ainsi $\boxed{v(1)=4}$
$v(2)=2^2+3$, ainsi $\boxed{v(2)=7}$

2) Représenter graphiquement les premiers termes de v .



3) D'après la représentation graphique, la suite v semble-t-elle arithmétique ? Justifier.

Les points du nuage n'étant pas alignés , la suite v ne semble pas arithmétique

4) Démontrer que la suite v n'est pas arithmétique.

D'une part $v(2) - v(1) = 7-4=3$ et d'autre part $v(1) - v(0) = 4-3=1$

$v(2) - v(1) \neq v(1) - v(0)$.

La suite v n'est pas arithmétique

Pour démontrer qu'une suite n'est pas arithmétique, il suffit de montrer que les différences successives ne sont pas toutes égales et pour cela un contre-exemple suffit.

Suites numériques E03

EXERCICE N°2 (Le corrigé)

Soit w la suite définie par $w(n)=4n+5.$ pour $n\geqslant 0$

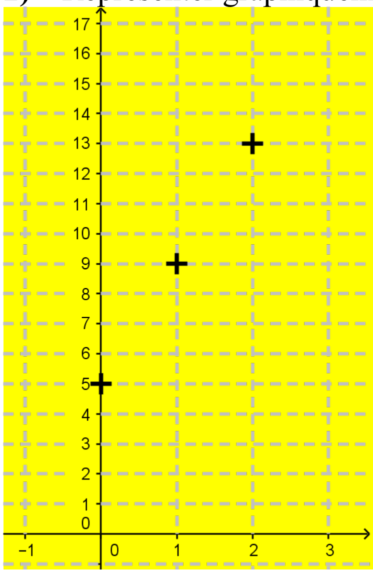
1) Calculer les trois premiers termes de la suite w .

$w(0)=4\times 0+5$, ainsi $\boxed{w(0)=5}$.

$w(1)=4\times 1+5$, ainsi $\boxed{w(1)=9}$.

$w(2)=4\times 2+5$, ainsi $\boxed{w(2)=13}$.

2) Représenter graphiquement les premiers termes de w .



3) D'après la représentation graphique, la suite w semble-t-elle arithmétique ? Justifier.

Les points du nuage semblent alignés, la suite $\boxed{w \text{ semble arithmétique}}$.

4) Démontrer que la suite w est arithmétique et préciser sa raison r .

Cette fois-ci, on ne peut pas se contenter d'exemples…

Soit n un entier naturel.

$w(n+1)-w(n) = 4(n+1)+5-[4n+5] = 4n+4+5-4n-5 = 4$

Ainsi la différence de deux termes consécutifs est constante égale à 4.

On en déduit que la suite $\boxed{w \text{ est arithmétique}}$ de raison $\boxed{r = 4}$

Nous avons démontré que pour passer d'un terme au suivant, on ajoute (toujours) 4. Ce qui définit bien une suite suite arithmétique de raison 4.

5) Préciser le sens de variation de w .

La suite w est arithmétique et sa raison est strictement positive. On en déduit que la suite $\boxed{w \text{ est strictement croissante}}$

EXERCICE N°3 Python (Le corrigé)

Recopier et compléter la fonction suivante afin qu'elle retourne True si la liste u est le début d'une suite arithmétique et False dans le cas contraire.

```
def est_arithmetique(u):
    r=u[1]-u[0]
    for i in range( 1,len(u)-1 ) :
        if u[i+1]-u[i] != .........
            return .........
    return .........
```

```
def est_arithmetique(u):
    r=u[1]-u[0]
    for i in range( 1,len(u)-1 ) :
        if u[i+1]-u[i] != r
            return False
    return True
```

SUITES NUMÉRIQUES E03

EXERCICE N°4 ***(Le corrigé)***

Soit u la suite arithmétique de terme initial $u(0)=-14$ et de raison $r=5$.

1) Donner le sens de variation de u .

La suite u est arithmétique de raison strictement positive.
On en déduit que $\boxed{u \text{ est strictement croissante}}$

2) Calculer l'indice du premier terme positif.

Cette année nous n'avons pas encore accès à la propriété qui nous permettra d'obtenir une formulation explicite de $u(n)$. On va donc devoir procéder par essais successifs.

$u(0)=-14$
$u(1) = u(0)+5 = -14+5 = -9$
$u(2) = u(1)+5 = -9+5 = -4$
$u(3) = u(2)+5 = -4+5 = 1$

On en déduit que $\boxed{\text{l'indice du premier terme positif est : 3}}$

3) Calculer $u(11)$.

On doit normalement calculer tous les termes qui précédent… C'est long !

On remarque qu'on ajoute 5 à chaque fois. Ainsi pour $u(1)$ on a ajouté 5 puis pour $u(2)$ on a ajouté 2×5 à $u(0)$ puis pour $u(3)$ on a ajouté 3×5 à $u(0)$ etc..
On en déduit que $u(11) = u(0)+11\times5 =-14+55$
Ainsi $\boxed{u(11) = 41}$

EXERCICE N°5 ***(Le corrigé)***

Une suite arithmétique w est telle que $w(9)=15$ et $w(13)=25$.

1) Calculer sa raison r .

Pour passer de $w(9)$ à $w(13)$ on a jouté 4 fois la raison r .

Comme $w(13) - w(9) = 25-15 = 10$

On en déduit que $4r=10 \Leftrightarrow r=2{,}5$

Ainsi $\boxed{r=2{,}5}$

2) Calculer son terme initial $w(0)$.

Pour passer de $w(0)$ à $w(9)$, on a ajouté 9 fois la raison $r=2{,}5$

On en déduit que $w(0) = w(9)-9r = 15-9\times 2{,}5$

Ainsi $\boxed{w(0) = -7{,}5}$

EXERCICE N°6 ***(Le corrigé)***

y est une suite arithmétique de raison r.

1) Démontrer que $y(2)+y(3)+y(4)=3y(3)$ (on ne cherchera pas à calculer la raison r).

$y(2)+y(3)+y(4) = y(3)-r+y(3)+y(3)+r = 3y(3)$

$y(2)$ précède $y(3)$ donc $y(2) = y(3)-r$

$y(4)$ suit $y(3)$ donc $y(3) = y(3)+r$

2) Sachant que $y(2)+y(3)+y(4)=36$, en déduire $y(3)$.

On sait que $y(2)+y(3)+y(4)=3y(3)$ et que $y(2)+y(3)+y(4)=36$

Donc $3y(3) = 36 \Leftrightarrow y(3) = 12$

Ainsi $\boxed{y(3) = 12}$

3) On donne $y(9)=48$. Retrouver la raison r.

Pour passer de $y(3)$ à $y(9)$ on a ajouté 6 fois la raison r.

donc $y(9) = y(3)+6r \Leftrightarrow 48 = 12+6r \Leftrightarrow 36=6r \Leftrightarrow 6 = r$

Ainsi $\boxed{r = 6}$

4) Calculer $y(0)$.

Pour passer de $y(0)$ à $y(3)$ on a ajouté 3 fois la raison $r=6$.

On en déduit que $y(0) = y(3)-3r = 12-3\times 6$

Ainsi $y(0) = -6$