TRIGONOMÉTRIE ET FONCTIONS E04C

EXERCICE N°2 ***Les bonnes réponses : pas plus, pas moins***

1) Résoudre sur $[-\pi\ ;\ \pi[$ l'inéquation $\sqrt{2}\cos(x) > 1$.

Notons S l'ensemble des solutions, pour $x \in [-\pi\ ;\ \pi[$,

$$x \in S \Leftrightarrow \sqrt{2}\cos(x) > 1$$
$$\Leftrightarrow \cos(x) > \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$\Leftrightarrow x \in \left]\frac{-\pi}{4}\ ;\ \frac{\pi}{4}\right[$$

Ainsi, $\boxed{S = \left]\frac{-\pi}{4}\ ;\ \frac{\pi}{4}\right[}$

2) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'inéquation $\sqrt{2}\cos(x) > 1$.

Notons S l'ensemble des solutions, pour $x \in \mathbb{R}$,

$$x \in S \Leftrightarrow \sqrt{2}\cos(x) > 1$$
$$\Leftrightarrow \cos(x) > \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z}\ ,\ x \in \left]\frac{-\pi}{4}+2k\pi\ ;\ \frac{\pi}{4}+2k\pi\right[$$

Ainsi, $\boxed{S = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left]\frac{-\pi}{4}+2k\pi\ ;\ \frac{\pi}{4}+2k\pi\right[}$

3) Résoudre sur $[0\ ;\ 2\pi[$ l'inéquation $\sqrt{2}\sin(x) \leqslant \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Notons S l'ensemble des solutions, pour $x \in [0\ ;\ 2\pi[$,

$$x \in S \Leftrightarrow \sqrt{2}\sin(x) \leqslant \frac{\sqrt{6}}{2}$$
$$\Leftrightarrow \sin(x) \leqslant \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\Leftrightarrow x \in \left[0\ ;\ \frac{\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{2\pi}{3}\ ;\ 2\pi\right[$$

Ainsi, $\boxed{S = \left[0\ ;\ \frac{\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{2\pi}{3}\ ;\ 2\pi\right[}$

4) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'inéquation $\sqrt{2}\sin(x) \leqslant \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Notons S l'ensemble des solutions, pour $x \in \mathbb{R}$,

$$x \in S \Leftrightarrow \sqrt{2}\sin(x) \leqslant \frac{\sqrt{6}}{2}$$
$$\Leftrightarrow \sin(x) \leqslant \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\Leftrightarrow \exists\ k \in \mathbb{Z}\ ,\ x \in \left[0+2k\pi\ ;\ \frac{\pi}{3}+2k\pi\right] \cup \left[\frac{2\pi}{3}+2k\pi\ ;\ 2\pi+2k\pi\right[$$

Ainsi, $\boxed{S = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left[0+2k\pi\ ;\ \frac{\pi}{3}+2k\pi\right] \cup \left[\frac{2\pi}{3}+2k\pi\ ;\ 2\pi+2k\pi\right[}$