Афінні функції та рівняння

I визначення

Définition n°1. ***Лінійна функція***

Нехай m і p — два дійсні числа, а f — функція. Якщо для будь-якого числа можна записати $\boldsymbol{f(x)=mx+p}$ тоді f є афінною функцією

Remarque n°1. ***Постійна функція, лінійна функція***

Якщо $m=0$, ми говоримо про постійну функцію
Якщо $p=0$, афінна функція також є лінійною.

Exemple n°1.

$f:\begin{cases}\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}\\ x\mapsto 3{,}2x-5\end{cases}$ є афінною функцією: $m=3{,}2$ і $p=-5$

$g:\begin{cases}\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}\\ x\mapsto -4{,}3\end{cases}$ є постійною функцією.

$h:\begin{cases}\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}\\ x\mapsto -2{,}5x\end{cases}$ є афінною та лінійною функцією.

Définition n°2. ***Графічне зображення, рівняння кривої***

Нехай $f:\begin{cases}\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}\\ x\mapsto f(x)\end{cases}$ будь-яка функція.

Назвемо графічним зображенням f і позначимо C_f множину точок площини, що мають координати $(x\ ;\ y=f(x))$
Тоді ми говоримо, що C_f є кривою з рівнянням $y=f(x)$

Propriété n°1. ***(наразі дозволено)***

Нехай $f:\begin{cases}\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}\\ x\mapsto mx+p\end{cases}$ з m і p дійсними числами є афінною функцією, тоді її графічне представлення C_f є прямою лінією з рівнянням $y=mx+p$

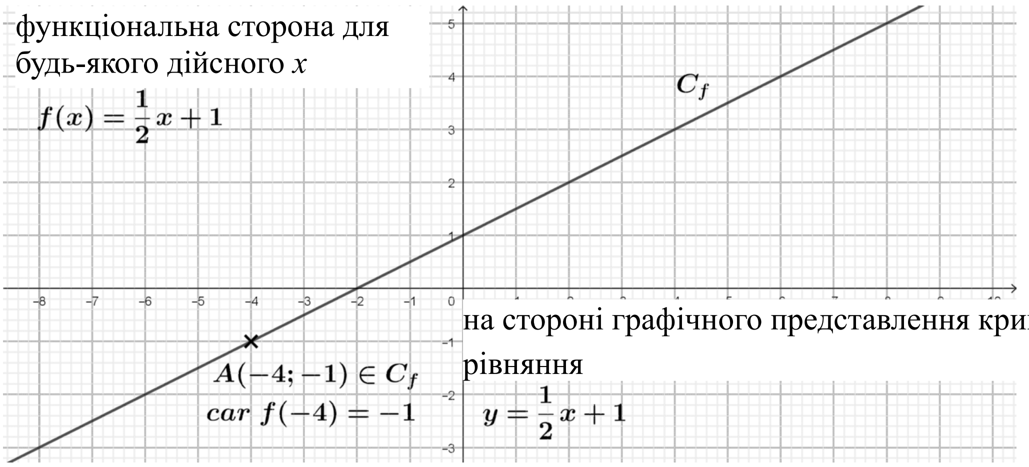
Définition n°3.

***m* — нахил лінії, а *p* — її точка перетину.**

Propriété n°2.

І $A(x_A\ ;\ y_A=f(x_A))$ і $B(x_B\ ;\ y_B=f(x_B))$ дві різні точки C_f, тоді:

$$\boxed{\boldsymbol{m\ =\ \frac{f(x_B)-f(x_A)}{x_B-x_A}}\ =\ \frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}}$$



II Розв'язати рівняння з одним невідомим

II.1 Інструменти

Propriété n°3.

Нехай a, b, c — три дійсні числа, а d — ненульове дійсне число.

$\boxed{a=b \Leftrightarrow a+c=b+c}$ і $\boxed{a=b \Leftrightarrow a-c=b-c}$

$\boxed{a=b \Leftrightarrow a\times d=b\times d}$ і $\boxed{a=b \Leftrightarrow \dfrac{a}{d}=\dfrac{b}{d}}$

Propriété n°4.

Добуток множників дорівнює нулю тоді і тільки тоді, коли хоча б один із його множників дорівнює нулю.

II.2 Методи

Définition n°4.

Розв'язати рівняння означає знайти всі розв'язки цього рівняння.

Méthode n°1. ***Тип рівняння ax + b = 0*** $(a\neq 0)$

держави

вирішити в $\mathbb{R}$: $(x+2)(2x-3)+3=(2x-1)(x-5)$

Відповідь

Наступні рівняння еквівалентні:

$(x+2)(2x-3)+3=(2x-1)(x-5)$

$2x^2-3x+4x-6+3 = 2x^2-10x-x+5$

$2x^2+x-3 = 2x^2-11x+5$

$2x^2+x-3 - (2x^2-11x+5)=0$

$2x^2+x-3-2x^2+11x-5=0$

$12x-8=0$

$12x=8$

$x=\dfrac{8}{12}=\dfrac{2}{3}$

Це рівняння має єдиний розв'язок : $\dfrac{2}{3}$

Méthode n°2. ***Рівняння добутку***

держави

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $(3x+2)(5-2x)(2x-7)=0$

Відповідь

- $(3x+2)(5-2x)(2x-7)=0$
- Добуток множників дорівнює нулю тоді і тільки тоді, коли хоча б один із його множників дорівнює нулю.

$3x+2 =$ Де $5-2x = 0$ Де $2x-7 = 0$

$x = -\dfrac{2}{3}$ $x = \dfrac{-5}{-2} = 2{,}5$ $x = \dfrac{7}{2} = 3{,}5$

- Це рівняння має три розв'язки : $-\dfrac{2}{3}$; $2{,}5$ et $3{,}5$