

Simulation d'un système de file d'attente Guichet de banque

Debouze Adnane G 1

1 Introduction

Les systèmes de files d'attente constituent un outil fondamental pour modéliser et analyser les systèmes de service tels que les banques. Dans ce travail, nous étudions un guichet de banque où les clients arrivent de manière aléatoire et sont servis selon une durée aléatoire.

Les objectifs de ce travail sont :

- modéliser le système par un modèle $M/M/1$,
- comparer les résultats **théoriques** et **simulés**,
- étendre le modèle à plusieurs serveurs ($M/M/c$),
- analyser l'impact de cette extension sur les performances du système.

2 Modélisation générale

- Arrivées des clients : processus de Poisson de taux λ ,
- Temps de service : loi exponentielle de paramètre μ ,
- Discipline de service : FIFO,
- Une seule file d'attente.

3 Modèle $M/M/1$

3.1 Analyse théorique

La **saturation du serveur** ρ est définie par :

$$\text{Saturation du serveur } \rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

La condition de stabilité du système est :

$$\text{Condition de stabilité : } \rho < 1$$

Le **temps moyen d'attente dans la file** W_q est donné par :

$$\text{Temps moyen d'attente } W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

Le **temps moyen passé dans le système** W est :

$$\text{Temps moyen dans le système } W = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

Le **pourcentage de clients servis** est égal à 100% lorsque le système est stable.

3.2 Paramètres de simulation

$$\lambda = 2 \text{ clients/min}, \quad \mu = 3 \text{ clients/min}$$

3.3 Résultats simulés

Mesure	Valeur simulée
Temps moyen d'attente W_q	0.649 min
Temps moyen dans le système W	0.983 min
Saturation du serveur ρ	0.663
Pourcentage de clients servis	100 %

3.4 Comparaison théorique / simulation

Les résultats théoriques sont :

$$\text{Saturation théorique } \rho = \frac{2}{3} = 0.667$$

$$\text{Temps moyen d'attente théorique } W_q = 0.667 \text{ min}$$

$$\text{Temps moyen théorique dans le système } W = 1 \text{ min}$$

Mesure	Théorique	Simulation
Saturation du serveur ρ	0.667	0.663
Temps moyen d'attente W_q (min)	0.667	0.649
Temps moyen dans le système W (min)	1.000	0.983

Les résultats simulés sont très proches des valeurs théoriques, ce qui valide le modèle M/M/1.

4 Extension vers le modèle M/M/c

4.1 Modélisation

Le modèle M/M/c représente un guichet de banque disposant de c serveurs en parallèle partageant une seule file d'attente.

4.2 Analyse théorique

La **saturation moyenne des serveurs** est définie par :

$$\text{Saturation moyenne } \rho = \frac{\lambda}{c\mu}$$

Les paramètres choisis sont :

$$\lambda = 4 \text{ clients/min}, \quad \mu = 3 \text{ clients/min}, \quad c = 2$$

$$\rho = \frac{4}{2 \times 3} = 0.667$$

Le système est donc stable.

Les valeurs théoriques sont :

Temps moyen d'attente $W_q \approx 0.27$ min

Temps moyen dans le système $W \approx 0.60$ min

4.3 Résultats simulés

Mesure	Valeur simulée
Temps moyen d'attente W_q	0.260 min
Temps moyen dans le système W	0.591 min
Saturation moyenne ρ	0.665
Pourcentage de clients servis	100 %

4.4 Comparaison théorique / simulation

Mesure	Théorique	Simulation
Saturation moyenne ρ	0.667	0.665
Temps moyen d'attente W_q (min)	0.27	0.26
Temps moyen dans le système W (min)	0.60	0.59

Les résultats simulés confirment les résultats théoriques du modèle M/M/c.

5 Interprétation générale de l'exercice

L'étude réalisée montre clairement l'intérêt de la modélisation par les files d'attente pour analyser les performances d'un système de service. Dans le cas du modèle M/M/1, la saturation élevée du serveur entraîne un temps d'attente important pour les clients. Les résultats simulés concordent fortement avec les résultats théoriques, ce qui confirme la validité du modèle mathématique utilisé.

L'extension vers le modèle M/M/c met en évidence l'impact positif de l'ajout de serveurs. En effet, la charge du système est mieux répartie, ce qui permet de réduire significativement le temps moyen d'attente et d'améliorer la qualité du service. Cette approche est particulièrement adaptée aux systèmes réels tels que les guichets de banque, où l'augmentation du nombre de serveurs permet de répondre efficacement à une forte demande.

6 Conclusion

La modélisation et la simulation des systèmes M/M/1 et M/M/c ont permis de comparer les approches théoriques et expérimentales. Les résultats obtenus montrent une

excellente concordance entre théorie et simulation. L'ajout de serveurs constitue une solution efficace pour améliorer les performances globales du système et réduire l'attente des clients.